

# Universidade de São Paulo Instituto de Física

## FÍSICA MODERNA I

---

### AULA 09

Profa. Márcia de Almeida Rizzutto  
Pelletron – sala 220  
rizzutto@if.usp.br

2o. Semestre de 2017

Página do curso:

<https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=53869>

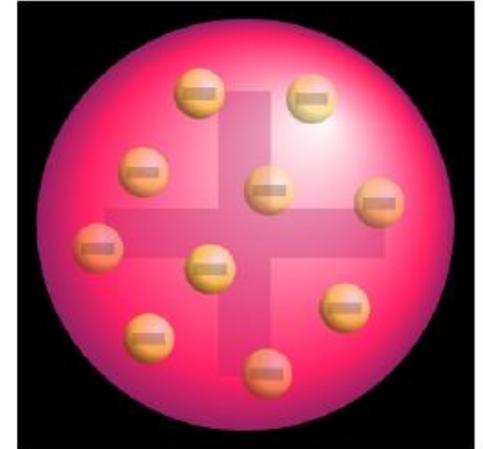
30/08/2017

# Modelo atômico

## 1º Proposta:

Thomson em 1904: esfera de carga positiva embebida por elétrons – carga total nula

MODELO CHAMADO DE “PUDIM DE PASSAS”



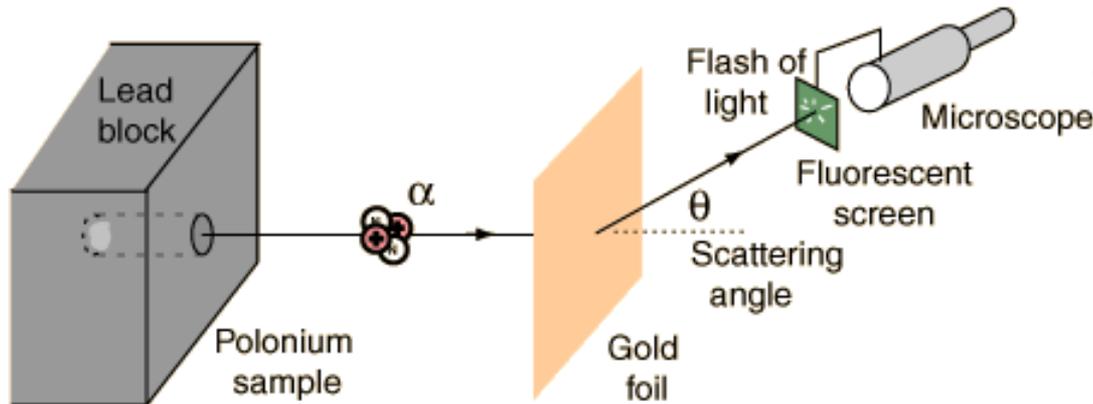
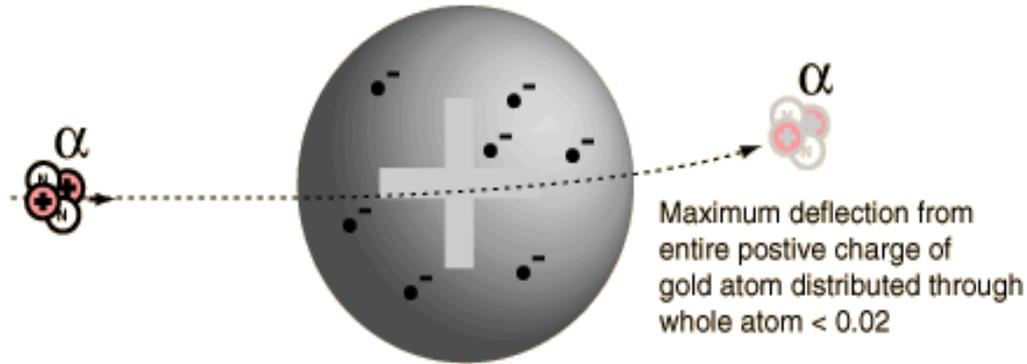
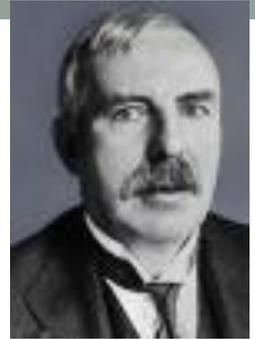
## Problema:

- Forças eletrostáticas não são suficientes para manter o sistema em equilíbrio
  - Cargas deveria, ter movimento (acelerado) já que se mantinham dentro do átomo
  - Cargas (aceleradas) em movimento – irradiar energia continuamente
- ↓ Não observado
- Neste modelo, quando o átomo era aquecido, os elétrons poderiam vibrar em torno de sua posição de equilíbrio produzindo radiação eletromagnética - no entanto, não consegui calcular o espectro de luz observado

# Estrutura do átomo

- As primeiras experiências de espalhamento usou partículas  $\alpha$  (possuíam alta energia e massa relativamente elevada)
- Ótimo instrumento para sondar os átomos

Modelo de Thomson: previa deflexão pequena das partículas  $\alpha$



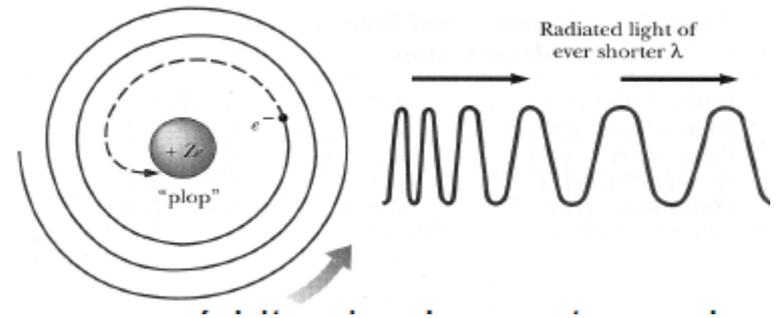
Rutherford observou grandes deflexões, sugerindo um núcleo duro e pequeno



## E a estabilidade do átomo proposto por Rutherford ?

- ❑ Este modelo proposto por Rutherford tinha um sério problema conceitual:
  - ❑ Como elétrons que estavam orbitando ao redor do núcleo poderia manter o sistema estável?
  - ❑ Elétron acelerado devido ao movimento circular em torno do núcleo.
  - ❑ Da teoria eletromagnética clássica temos que uma carga acelerada irradia energia continuamente (radiação eletromagnética).
  - ❑ Energia do sistema deve decrescer.
  - ❑ R decresce – órbitas irão diminuir o sistema deveria colapsar – elétron cair no núcleo

$$\Delta t \sim 10^{-12} \text{ s}$$



- ❑ Como resolvemos este problema?
- ❑ Além do mais havia a emissão de comprimentos de luz discretos por alguns gases, que não havia ainda sido explicado

# O Modelo de Bohr

- ❑ Em 1913, Niels Bohr propõe um modelo baseado nas ideias de Rutherford – artigo “On the constitution of atoms and molecules”:
  - ❑ Considerou que o elétron se move em torno do núcleo (muito + massivo) e com carga positiva

## POSTULADOS:

- ❑ O elétron em um átomo se move em uma órbita circular em torno do núcleo sob a influência da atração Coulombiana entre o elétron e o núcleo, obedecendo as leis da mecânica clássica.
- ❑ Em vez de infinitas orbitas que seriam possíveis segundo a mecânica clássica, o elétron só pode se mover em certas órbitas na qual seu momento angular orbital  $L$  é um múltiplo inteiro de  $\hbar$  ( $h/2\pi$ )

$$L=n\hbar \quad , \quad n=1,2,3....$$

# O Modelo de Bohr

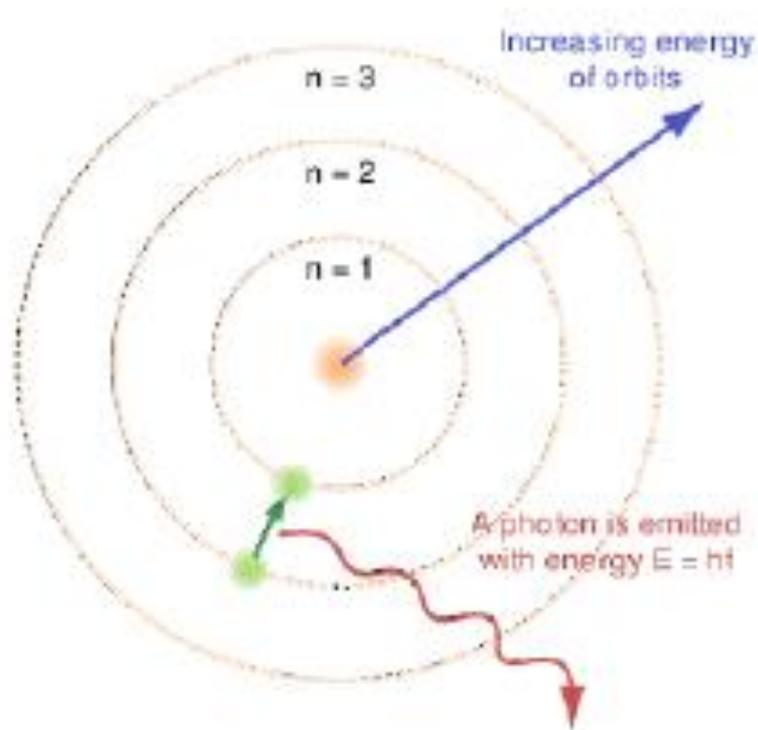
## POSTULADOS:

- ❑ Apesar dos elétrons estarem acelerados, um elétron que se move em uma destas órbitas possíveis não emite radiação eletromagnética. Portanto a energia total  $E$  permanece constante. (não emissão contraria a eletromagnetismo clássico).
- ❑ É emitida radiação eletromagnética se um elétron se move inicialmente sobre uma órbita de energia  $E_i$  e depois muda seu movimento descontinuamente de forma a se mover em uma órbita  $E_f$ . A frequência da radiação emitida  $\nu$  é igual a:

$$h\nu = E_i - E_f$$

o elétron pode transitar de uma órbita permitida para outra “num salto” emitindo um fóton e conservando energia do sistema

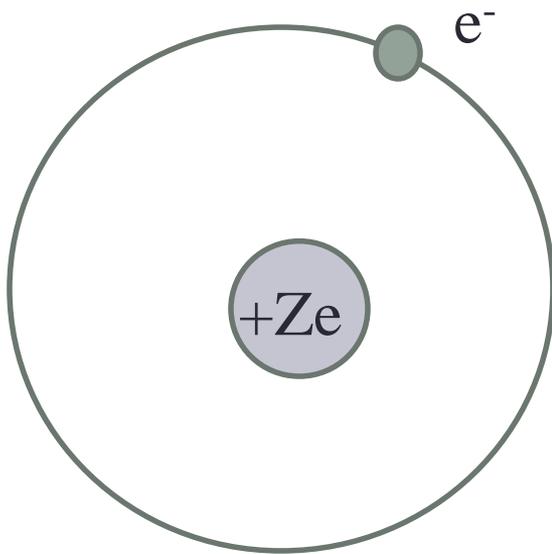
# O Modelo de Bohr



- Orbita circular
- $L = n\hbar$
- Energia total constante

- $$\nu = \frac{E_i - E_f}{h}$$

# O Modelo de Bohr



- Átomo com núcleo de carga  $Ze$  e massa  $M$  e elétron com carga  $-e$  e massa  $m_e$
- $m_e$  desprezível em relação a  $M$
- Estabilidade mecânica
- Força centrípeta = Força Coulombiana

$$\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$mv^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

- Momento angular

$$\left. \begin{aligned} L &= n\hbar \\ L &= mvr \end{aligned} \right\}$$

$$mvr = n\hbar$$

$$v = \frac{n\hbar}{mr}$$

# O Modelo de Bohr – raio e velocidade

$$\left. \begin{aligned} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} &= \frac{mv^2}{r} \\ v &= \frac{n\hbar}{mr} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} Ze^2 &= 4\pi\epsilon_0 r^2 \frac{mv^2}{r} = 4\pi\epsilon_0 r m v^2 \\ Ze^2 &= 4\pi\epsilon_0 r m \left( \frac{n\hbar}{mr} \right)^2 \\ Ze^2 &= 4\pi\epsilon_0 \frac{n^2 \hbar^2}{mr} \end{aligned}$$

$$r = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{Ze^2 m} \rightarrow a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} \quad \text{Raio de Bohr} = 0,529 \text{ \AA}$$

$$r_n = \frac{n^2 a_0}{Z}$$

$$v_n = \frac{n\hbar}{mr} = \frac{n\hbar}{m} \frac{Ze^2 m}{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}$$

$$v_n = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 n\hbar}$$

H=1, Z=1, n=1  
 $r_1 = 0,05 \text{ nm}$   
 $v_1 \sim 2,2 \times 10^6 \text{ m/s}$

Raio atômico é quantizado

# O Modelo de Bohr – Energia

- A energia de um elétron atômico se movendo em uma das órbitas possíveis
- A energia cinética do sistema é devido ao elétron
- $K = \frac{1}{2} mv^2$
- O núcleo é massivo comparado com o elétron ( $m_{\text{próton}} = 1836m_e$ ) e o núcleo pode ser considerado em repouso.

- A energia potencial  $V$  é 
$$V = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

- A energia mecânica total: 
$$E = K + V = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

- Temos que 
$$mv^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad E = \frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Força centrípeta = Força Coulombiana

$$E = -\frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

# O Modelo de Bohr – Energia

$$E = \frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Para o H

$$E = -\frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$r_n = \frac{n^2 a_0}{Z}$$

$$E_0 = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{e^4 m}{\hbar^2}$$

$$E_0 = -13,6\text{eV}$$

$$E_n = -\frac{1}{2} \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 n^2 a_0}$$

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2}$$

$$E_n = -E_0 \frac{Z^2}{n^2}$$

Energia  
quantizada

O estado de energia mais baixo:

$$n=1 \quad E_1 = E_0$$

menor raio

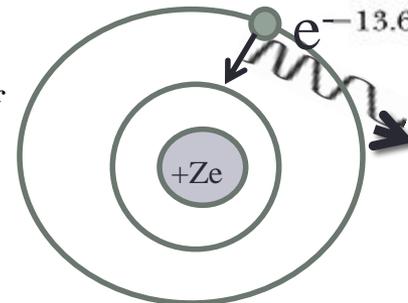
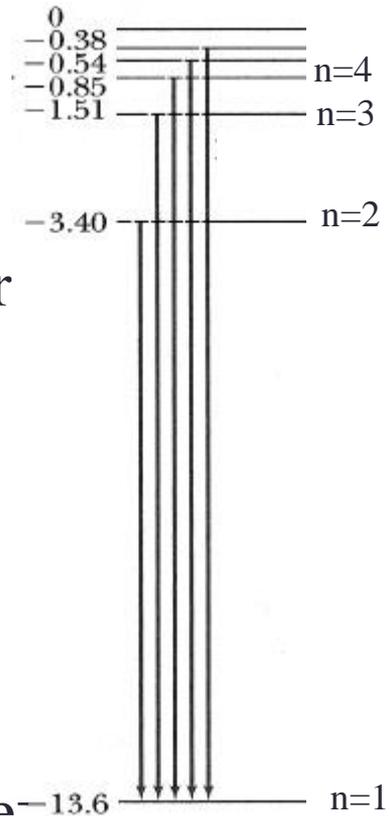
$$E_0 = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{Z^2 e^4 m}{\hbar^2 n^2}$$

# Postulados do Modelo de Bohr

- A quantização do momento angular orbital do elétron implica na quantização da energia
- $n=1$  estado fundamental – menor energia
- Hidrogênio
- Níveis discretos de energia
- Os elétrons se movem em certas órbitas sem irradiar energia
- átomo só pode existir em “estados estacionários” com energias quantizadas,  $E_n$ , definidas
- Átomos irradiam quando um elétron sofre uma transição de um estado estacionário para outro.
- A frequência da radiação emitida esta relacionadas às energias das órbitas:

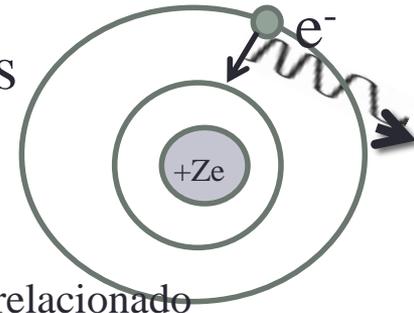
$$E_n = -\frac{13,6}{n^2}$$

$$h\nu = E_{ni} - E_{nf}$$



# Modelo de Bohr

- A frequência da radiação emitida esta relacionada às energias das órbitas:



$$h\nu = E_{ni} - E_{nf} \quad E_n = -E_0 \frac{Z^2}{n^2}$$

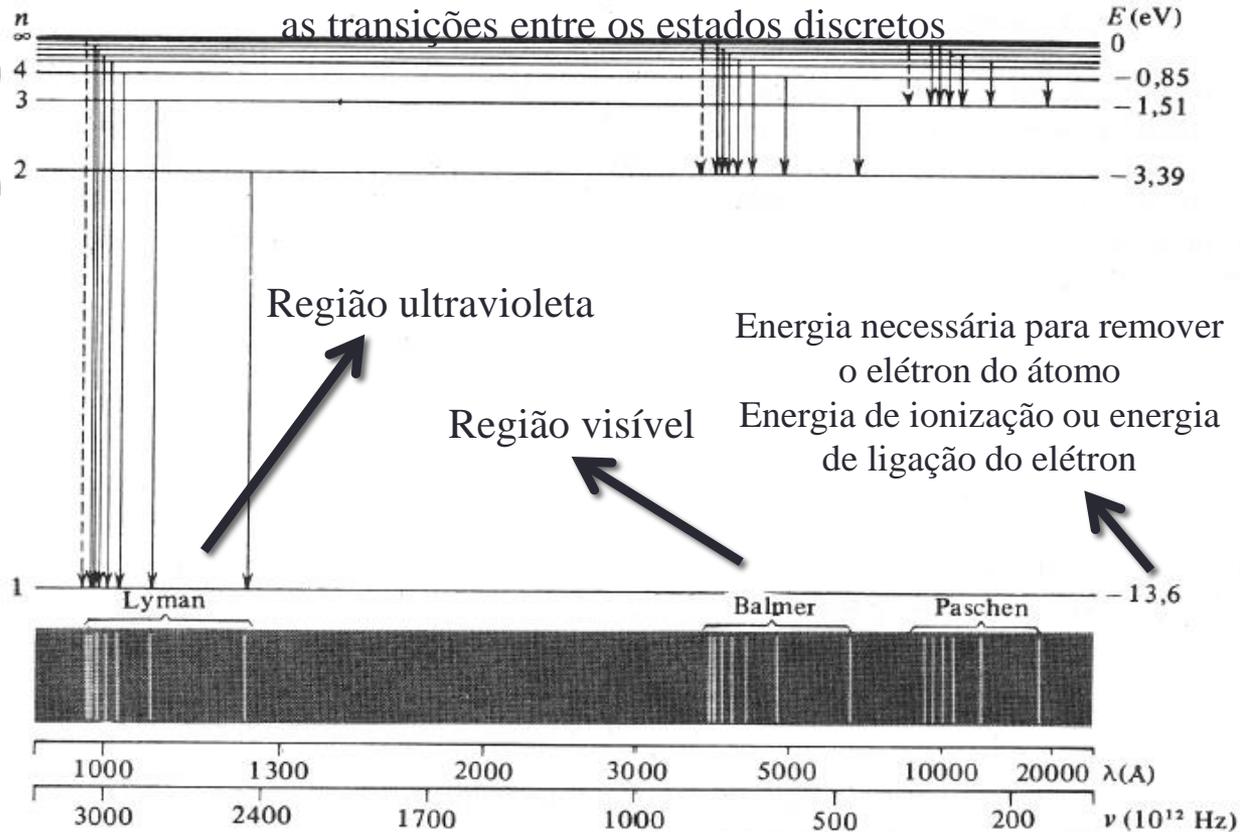
Para o átomo de H: espectro esta relacionado

$$h\nu = -E_0 \frac{Z^2}{n_i^2} - \left( -E_0 \frac{Z^2}{n_f^2} \right)$$

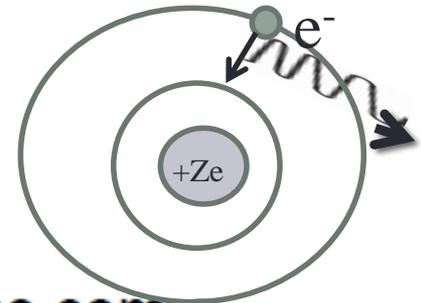
$$\nu = \frac{E_0 Z^2}{h} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_0 Z^2}{hc} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

Valor teórico obtido por Bohr para a constante de Rydberg  
Calculou  $R=1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$



# Modelo de Bohr



1.  $n = 1 \Rightarrow$  estado fundamental (menor energia)
2. Excitação  $\Rightarrow$  transições para  $n$  maior ( $n > 1$ )
3. Volta para o estado fundamental: emissão de fótons com a diferença de energia entre os estados. Caso particular do H:  
 $Z = 1$  e  $n_f = 2$  ( $n_i > n_f \Rightarrow$  desexcitação)

$$\kappa = R_\infty \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) = R_\infty \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$R_n = \frac{E_0}{hc} = \frac{mk^2e^4}{4\pi\hbar^3}$$

Espectro de Balmer, se  $R_H = R_\infty$ . Bohr obteve valor bastante próximo.

Correção para massa nuclear finita  $\Rightarrow$  massa reduzida no lugar da massa do  $e^-$ .

$$m = m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$e^-$

$$M = m_p = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\mu = \frac{mM}{m + M}$$

Na suposição de Bohr o núcleo estava imóvel (significa que sua massa era considerada infinita)

## O espectro de linhas

A análise espectroscópica da luz emitida pela descarga em gases e vapores nos revelou uma intrincada estrutura de linhas, cada uma possuindo um determinado comprimento de onda específico.

Hélio

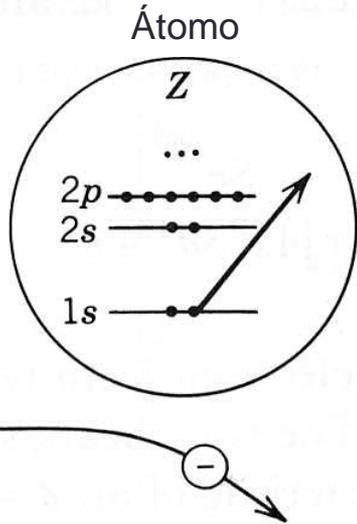
Xenônio

Oxigênio

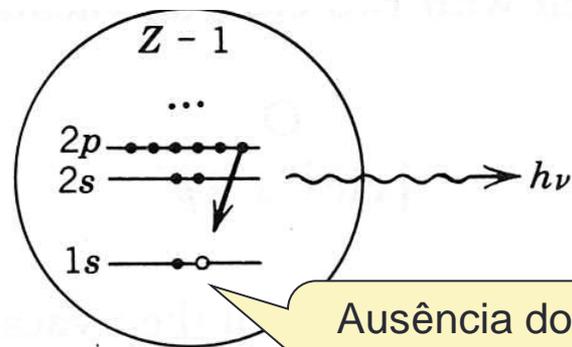
Hidrogênio

Sódio

# Emissão de Raio-X



Transição  $E_1 \rightarrow E_2$  no íon  $z$



Ausência do  $e^- \Rightarrow$  ausência de sua energia de ligação  $\Rightarrow$  sistema com energia mais alta

Como resultado temos a excitação de um estado iônico com energia  $E_1$ . Isso pode ser representado pela criação de uma vacância (ou buraco) em uma das camadas internas completas. Atenção: nesse caso, estamos assumindo que o  $e^-$  tenha sido expulso do átomo, mas ele poderia ir para um estado ligado desocupado, acima da última camada. O que não pode acontecer é dele ir para um estado já ocupado por outro  $e^-$  (Pauli). A desexcitação radioativa do sistema se dá quando um  $e^-$  de uma camada de energia mais elevada ocupa o buraco e emite um fóton de energia  $h\nu = E_1 - E_2$ , onde  $E_2$  é a energia do estado final.