

Física Moderna I

Aula 03

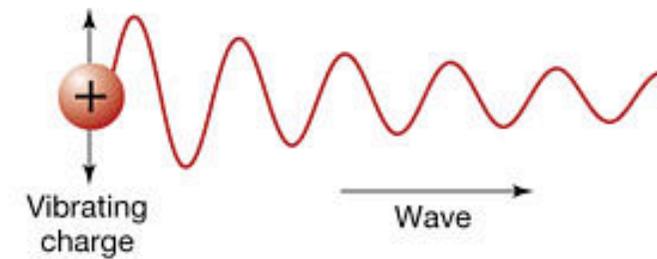
Marcelo G Munhoz
Edifício HEPIIC, sala 202, ramal 916940
munhoz@if.usp.br

Radiação Térmica

- Ondas eletromagnéticas emitidas por todos os objetos com temperatura acima do zero absoluto
- **Importância:** um dos grandes problemas em aberto da física clássica no final do século XIX
- Animação : <http://micro.magnet.fsu.edu/primer/java/colortemperature/index.html>

Radiação Térmica

- Isso ocorre devido ao movimento térmico de cargas elétricas que existem no interior dos corpos

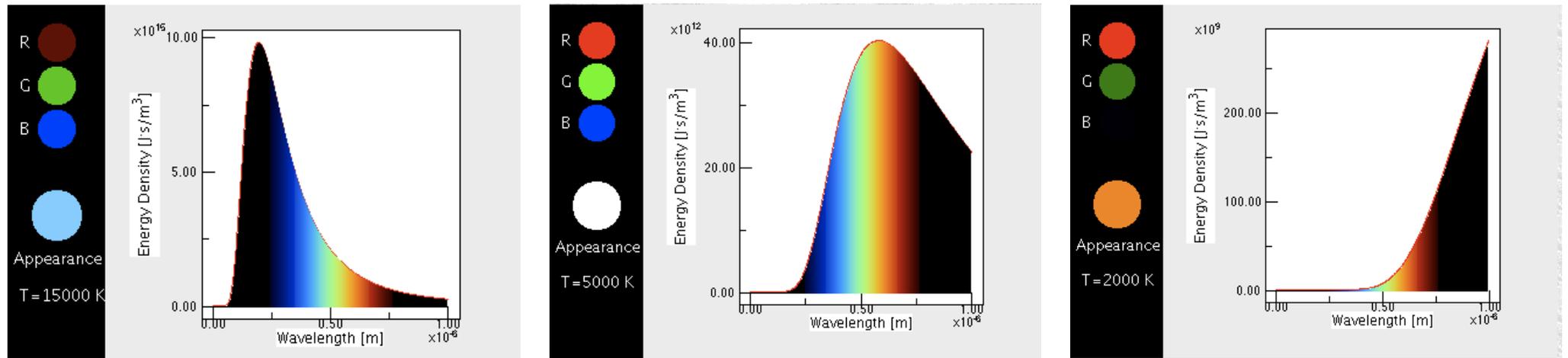


Copyright © 2005 Pearson Prentice Hall, Inc.

Espectro de frequência da radiação

- A radiação emitida por um objeto com temperatura $T > 0 \text{ K}$ não apresenta apenas uma frequência (lembre-se das ondas eletromagnéticas), mas uma **distribuição** de frequências
- A “quantidade” de radiação emitida com cada valor de frequência é medida em energia por unidade de tempo (potência) por unidade de área, chamada de radiância espectral $R_T(\nu)$

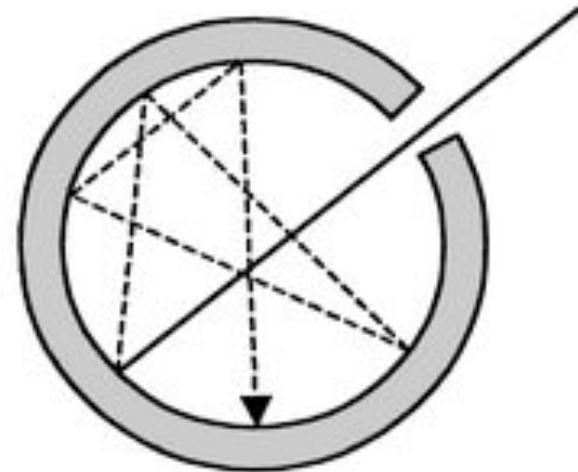
Espectro de frequência da radiação



- A “quantidade” de radiação emitida com cada valor de frequência é medida em energia por unidade de tempo (potência) por unidade de área, chamada de radiância espectral $R_T(\nu)$
- Animação : <http://cref.if.ufrgs.br/~leila/cor.htm>

Corpo Negro

- Objetos cuja superfície absorve toda a radiação incidente
- **Importância:** Todos os objetos que se comportam como um corpo negro emitem a mesma radiância espectral (universalidade) que depende da temperatura e não do material de que é feito



Leis empíricas

- Lei de Stefan (1879)

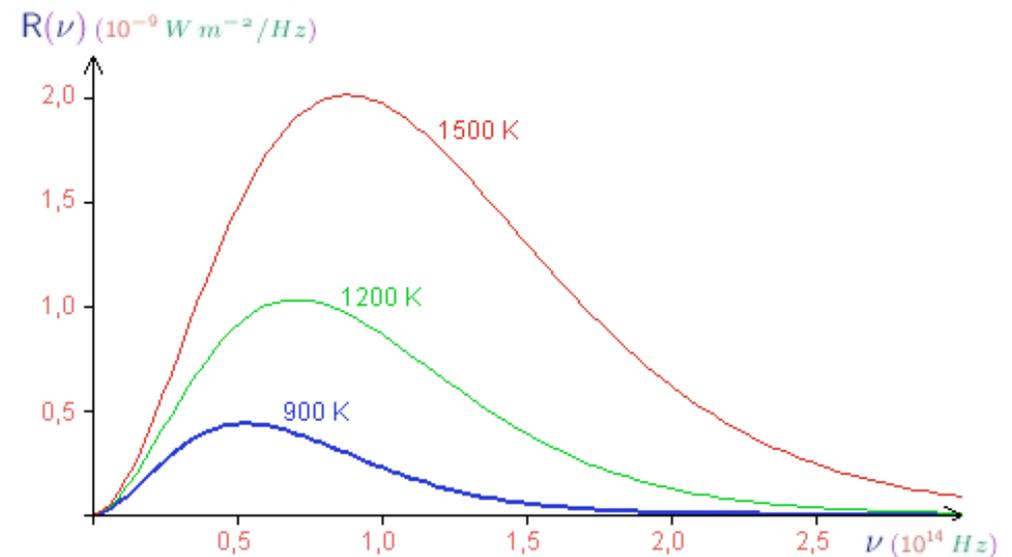
$$R_T = \sigma \cdot T^4$$

onde: $R_T = \int_0^{\infty} R_T(\nu) d\nu$

- Lei do deslocamento de Wien

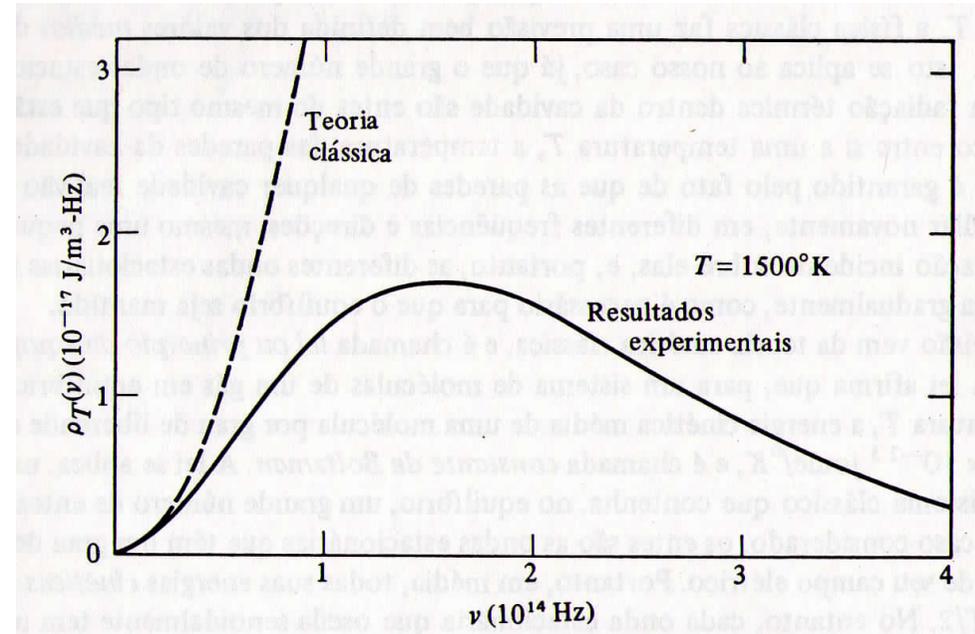
$$\nu_{max} \propto T$$

$$\lambda_{max} \cdot T = 2,898 \times 10^{-3} m \cdot K$$



Nós compreendemos esses espectros?

- Através da física clássica não é possível descrever esses espectros !
- Vamos examinar um modelo baseado na física clássica que tenta descrever esses espectros



Lei de Rayleigh-Jeans

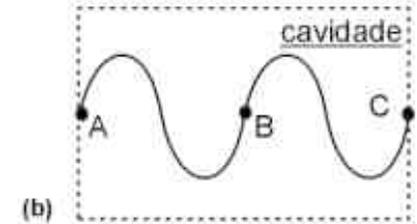
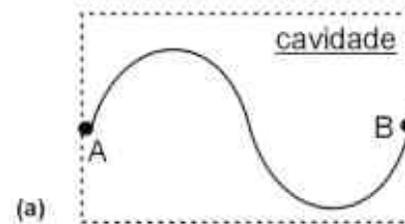
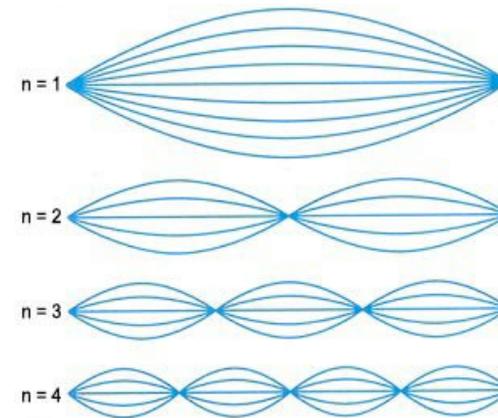
- **Objetivo:** queremos calcular a radiância espectral $R_T(\nu)$ de um corpo negro
- Para facilitar nosso trabalho, vamos calcular a quantidade de energia por unidade de volume dentro da cavidade do corpo negro devido a radiações com frequência entre ν e $\nu + d\nu$, que chamamos de $\rho_T(\nu)$
- Não é difícil perceber que $\rho_T(\nu) \propto R_T(\nu)$

Ondas eletromagnéticas em uma cavidade

- Vamos tratar um corpo negro que corresponde a uma cavidade cúbica de superfícies metálicas
- Ondas eletromagnéticas só podem existir no interior dessa cavidade como ondas estacionárias, com nós nas paredes da cavidade

Ondas estacionárias

- Relembrando: são ondas que possuem um perfil estacionário, que não se propagam, resultado da interferência de duas ondas idênticas viajando em sentidos opostos
- Possuem pontos estáticos, chamados de “nós” (A, B e C na figura)



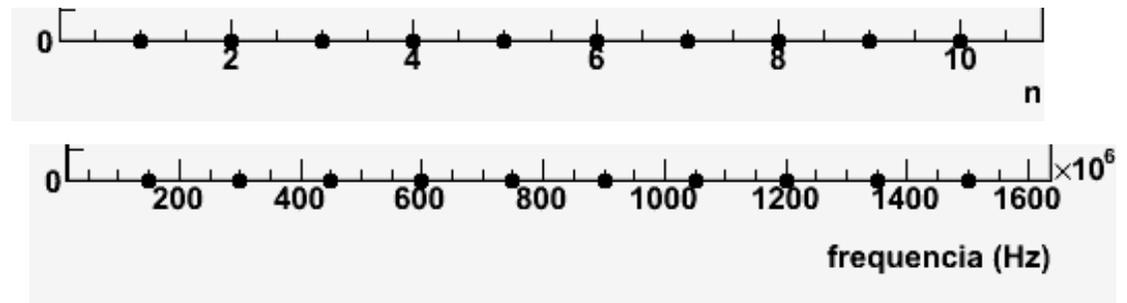
Ondas eletromagnéticas estacionárias dentro da cavidade

- O próximo passo consiste em contar o número de ondas estacionárias que “cabem” dentro da cavidade com os diferentes valores de frequência ν : $N(\nu)d\nu$
- Em seguida, multiplicamos esse valor pela energia média de cada onda estacionária e dividimos pelo volume da cavidade para obter $\rho_T(\nu)$, ou seja:

$$\rho_T(\nu)d\nu = \langle E \rangle \frac{N(\nu)d\nu}{V}$$

Número de ondas estacionárias dentro da cavidade

- Caso unidimensional:



- Queremos saber o número de modos de oscilação possíveis em termos da frequência

- Como $\nu = \frac{c}{2a} \cdot n$, tem-se que: $N(\nu)d\nu = 2 \cdot \frac{2a}{c}d\nu$

Número de ondas estacionárias dentro da cavidade

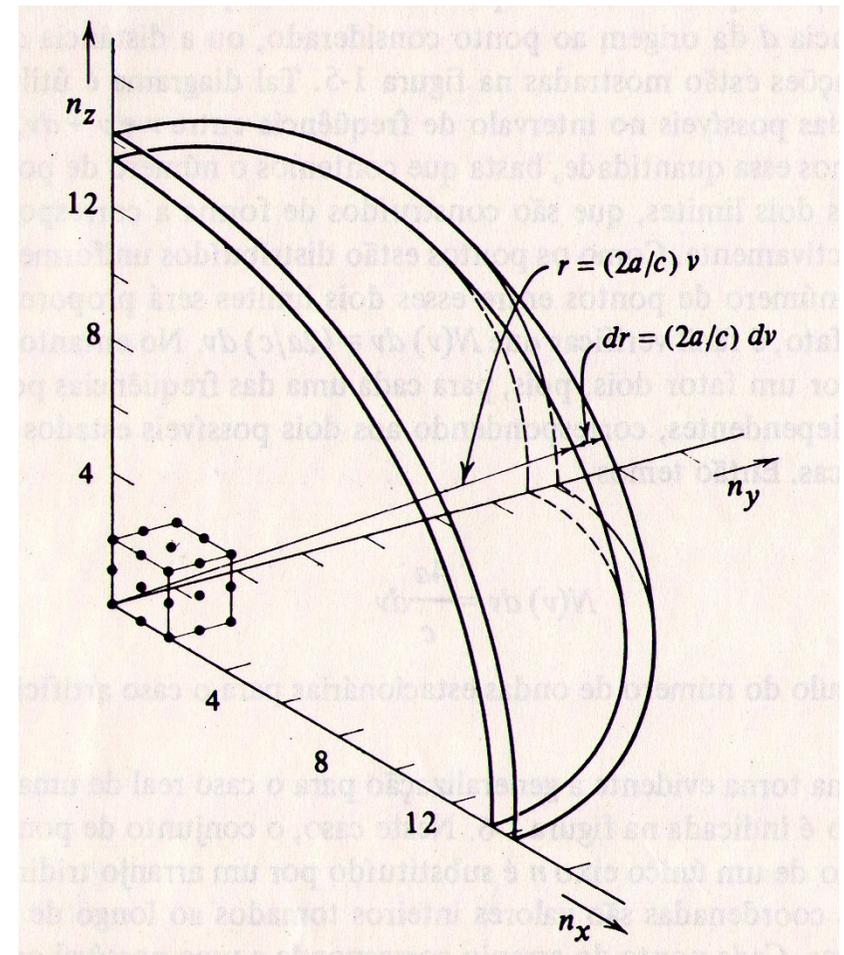
- Caso tridimensional:

- Neste caso

$$\nu = \frac{c}{2a} \cdot \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$$

- e:

$$N(\nu)d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \cdot V \cdot \nu^2 d\nu$$

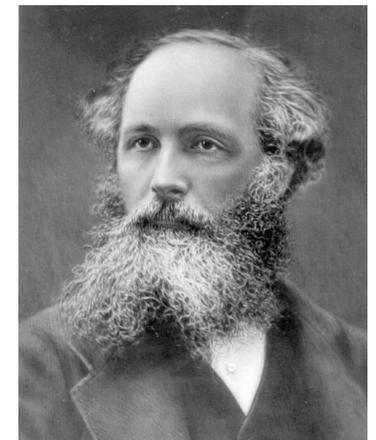


Energia média de cada onda estacionária

- Vamos utilizar uma abordagem estatística para obter a energia média de cada onda estacionária
- Essa abordagem é válida pois estamos tratando de um sistema (corpo negro) que possui uma temperatura (T) bem definida

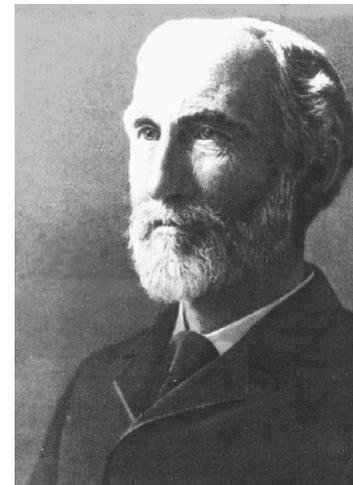
Abordagem estatística

- Em meados do século XIX, assumindo que um gás é formado por pequenas unidades (moléculas), Maxwell calculou a distribuição de velocidades dessas moléculas no estado de equilíbrio
- Em seguida, ele correlacionou essa distribuição com propriedades macroscópicas do gás, como temperatura e pressão



Abordagem estatística

- Boltzmann e Gibbs deram continuidade ao trabalho de Maxwell, estabelecendo as bases da interpretação microscópica para propriedades macroscópicas de sistemas físicos

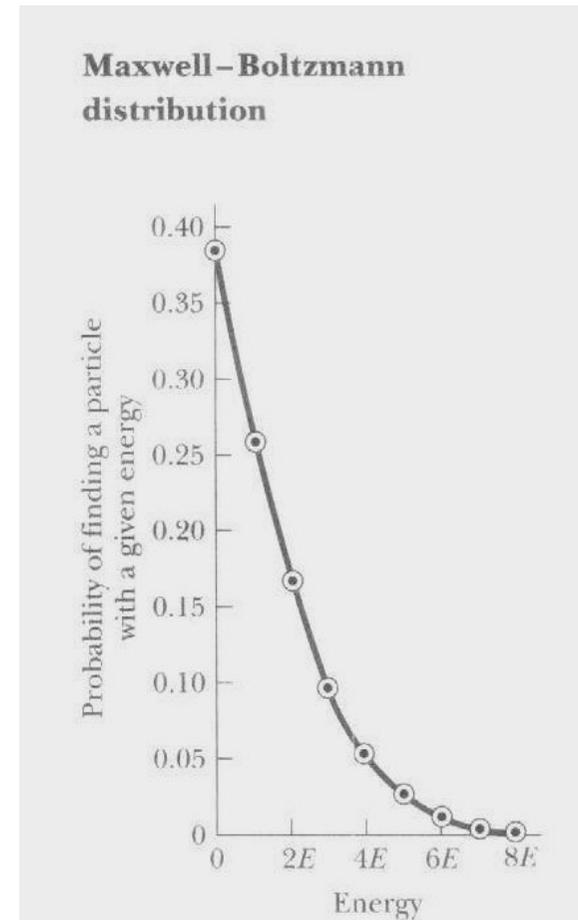


Distribuição de Maxwell-Boltzmann

- Isso pode ser generalizado e chega-se a distribuição de Maxwell-Boltzmann que é dada por:

$$P_{MB}(E) = Ae^{-E_i/k_B T}$$

- onde k_B é a constante de Boltzmann e T é a temperatura do sistema



Distribuição de Maxwell-Boltzmann

- A partir desse resultado, podemos calcular a energia média das partículas que compõem o sistema que é dada por:

$$\langle E \rangle = \frac{\int_0^{\infty} E \cdot P_{MB}(E) dE}{\int_0^{\infty} P_{MB}(E) dE}$$

- onde $P(E)$ é a distribuição de Maxwell-Boltzmann

Distribuição de Maxwell-Boltzmann

- Utilizando uma distribuição de Maxwell-Boltzmann normalizada, isto é, com:

$$\int_0^{\infty} P_{MB}(E) dE = 1$$

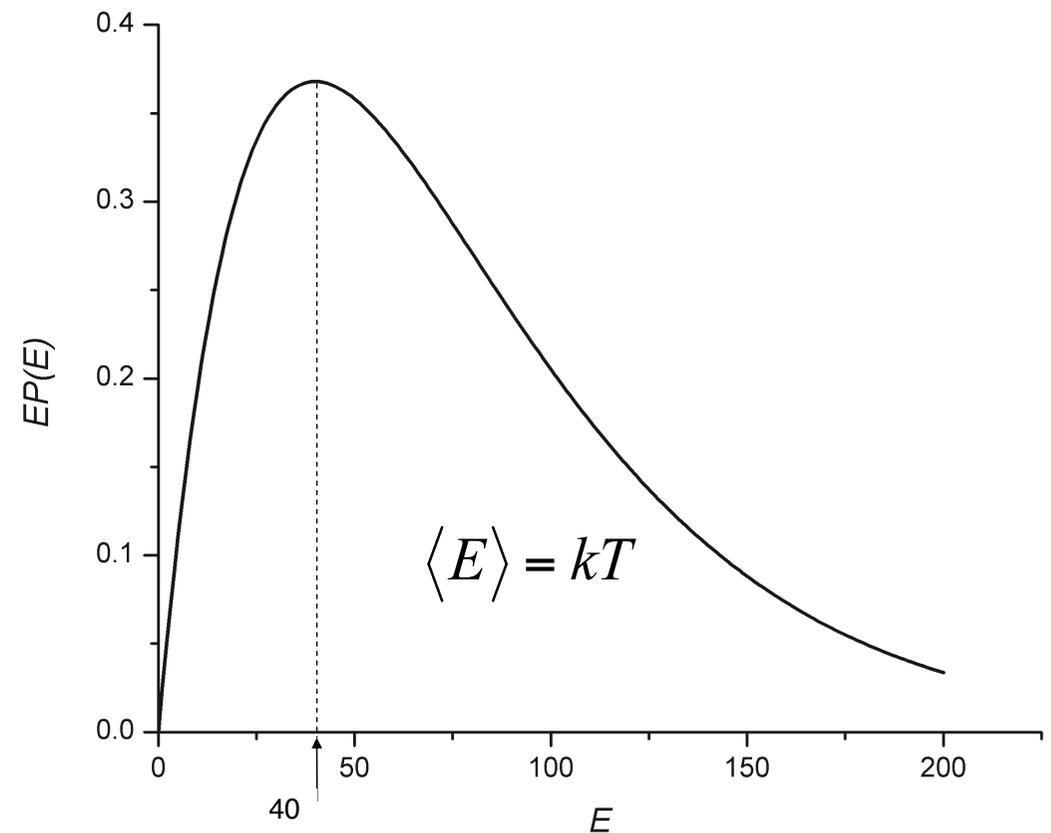
- tem-se:

$$P_{MB}(E) = \frac{e^{-E/kT}}{kT}$$

Distribuição de Maxwell-Boltzmann

- Com isso, a energia média dos constituintes do sistema é:

$$\langle E \rangle = kT$$



Ondas eletromagnéticas estacionárias dentro da cavidade

- Finalmente podemos voltar ao nosso objetivo original que é obter a densidade de energia dentro do corpo negro devido às ondas eletromagnéticas, que é dada por:

$$\rho_T(\nu)d\nu = \langle E \rangle \frac{N(\nu)d\nu}{V}$$

Lei de Rayleigh-Jeans

- Substituindo:

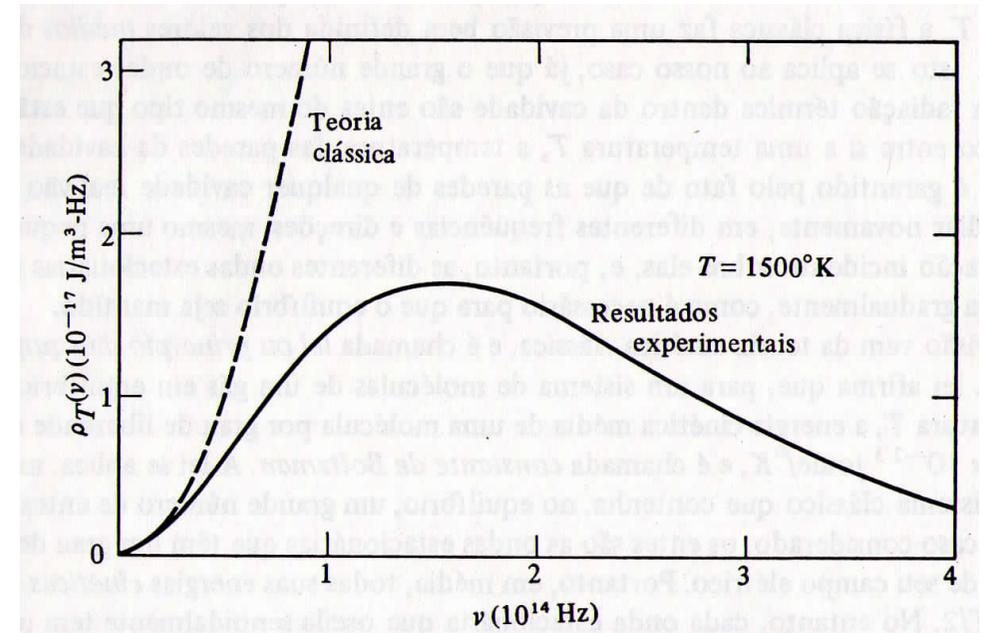
$$\langle E \rangle = kT$$

$$N(\nu)d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \cdot V \cdot \nu^2 d\nu$$

- tem-se que:

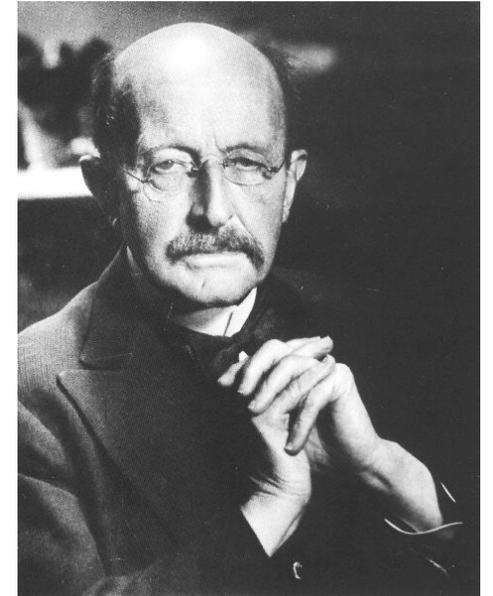
$$\rho_T(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3} d\nu$$

- que é a chamada lei de Rayleigh-Jeans



Como resolver essa discrepância?

- Em 1900, Max Planck, que tinha contato com físicos experimentais que estudavam o problema da radiação do corpo negro, propõe um equação que descreve perfeitamente os dados...



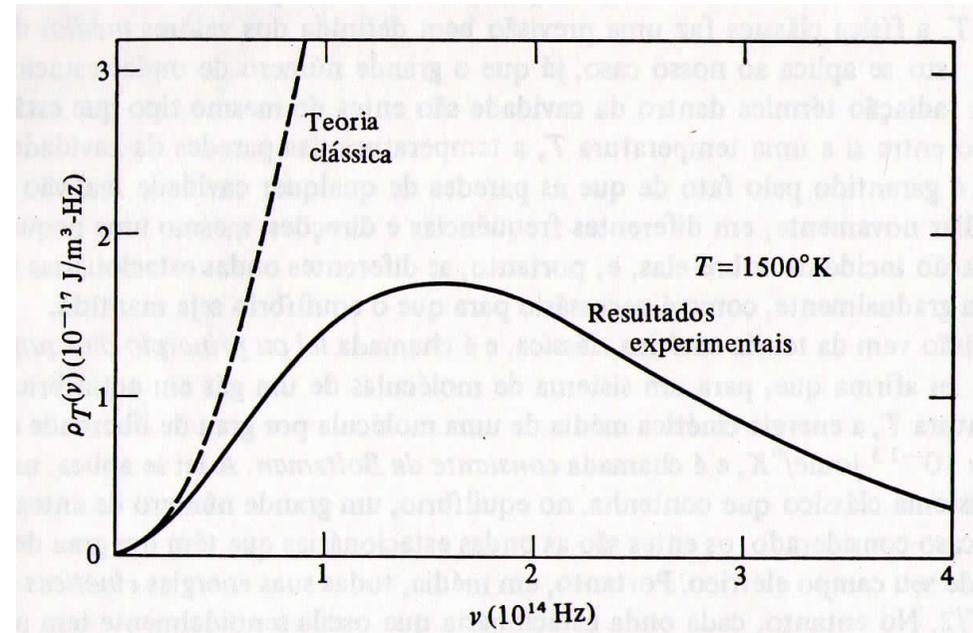
Como resolver essa discrepância?

- Planck notou que para $\nu \rightarrow 0$, a solução clássica é admissível:

$$\langle E \rangle = kT$$

- Porém, para $\nu \rightarrow \infty$, deve-se ter:

$$\langle E \rangle \rightarrow 0$$



Proposta de Planck

- Planck inicialmente supôs que as paredes da cavidade eram constituídas de “pequenos osciladores” que trocam energia com a radiação mantendo o equilíbrio térmico

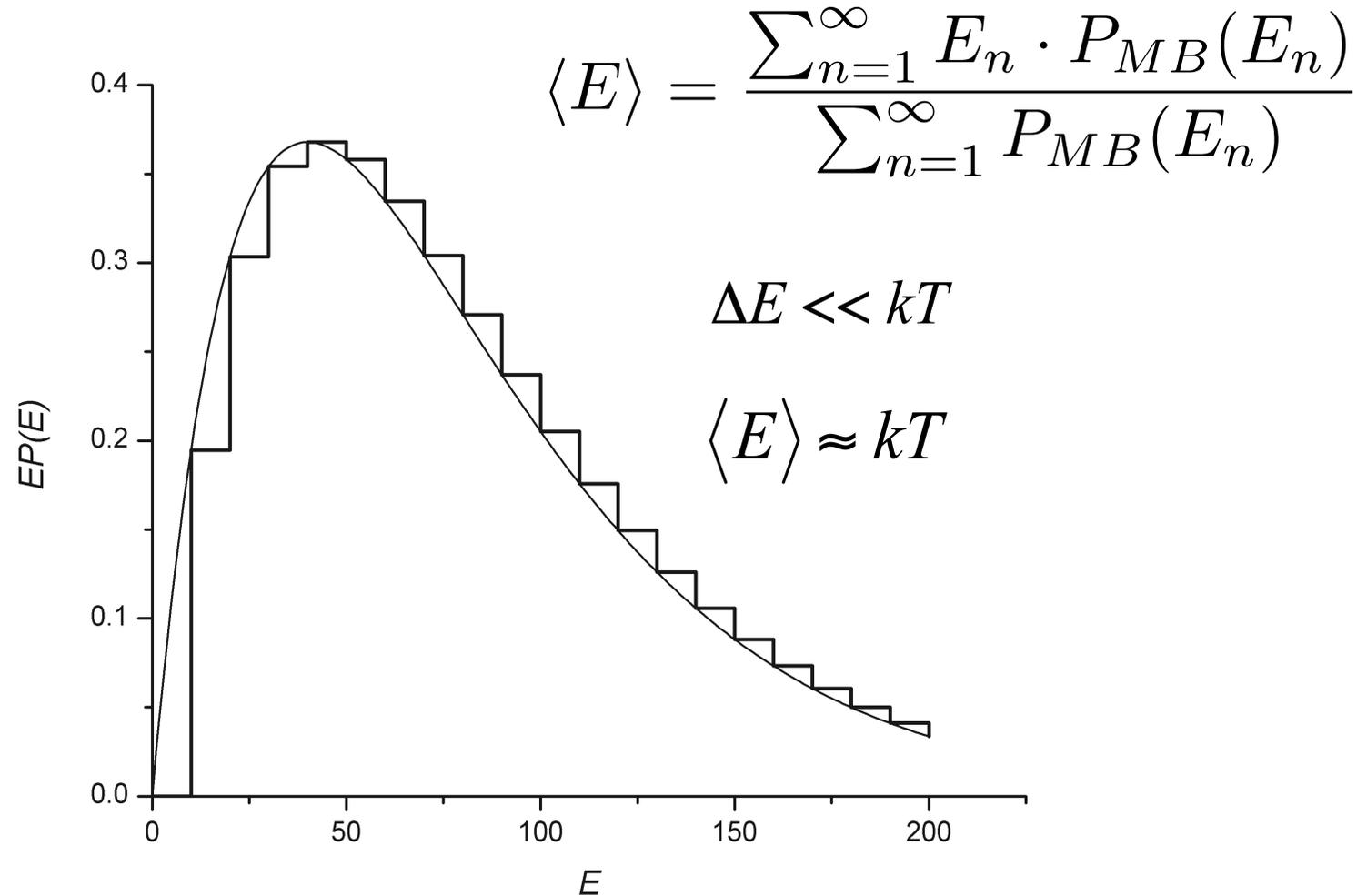
Proposta de Planck

- Planck fez a suposição que esses osciladores poderiam assumir apenas alguns valores específicos de energia:

$$E_1 = 0, E_2 = \Delta E, E_3 = 2 \cdot \Delta E, E_4 = 3 \cdot \Delta E, \dots$$

- Sua intenção era fazer com que $\Delta E \rightarrow 0$ para recuperar a distribuição contínua de energia da física clássica

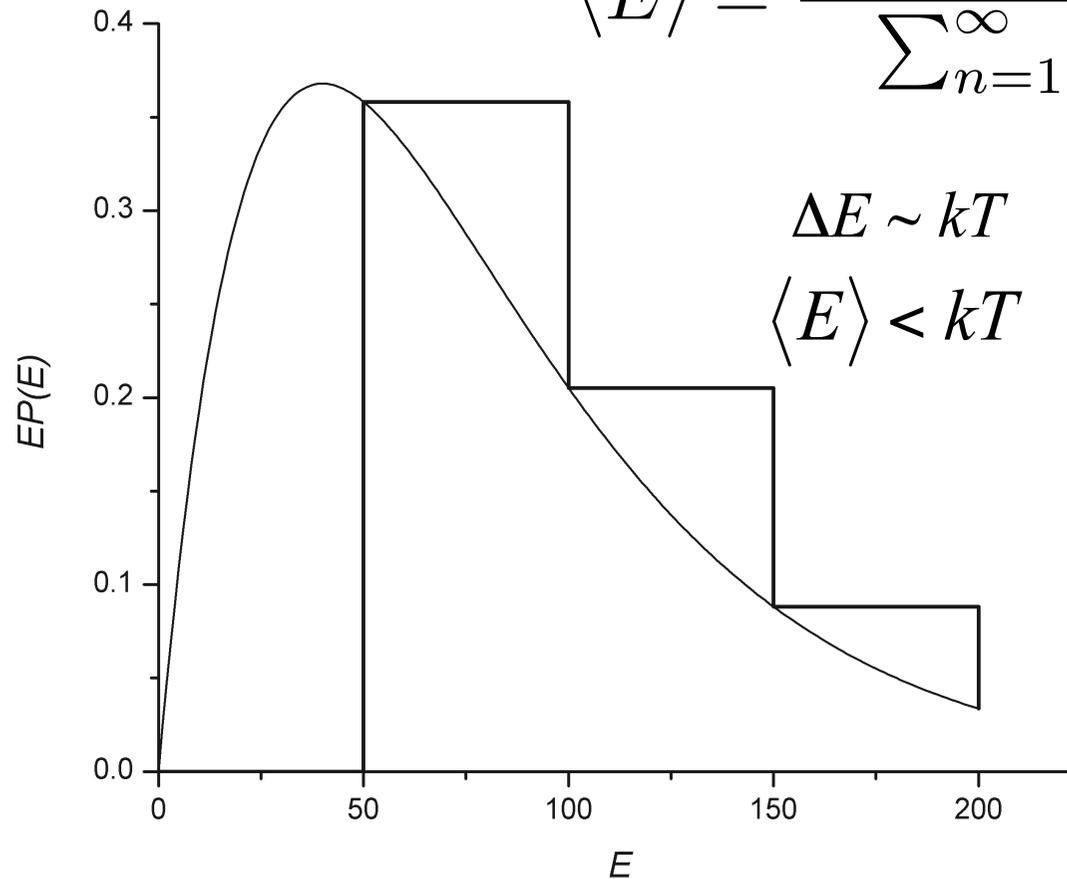
Proposta de Planck



$$E_1 = 0, E_2 = \Delta E, E_3 = 2 \cdot \Delta E, E_4 = 3 \cdot \Delta E, \dots$$

Proposta de Planck

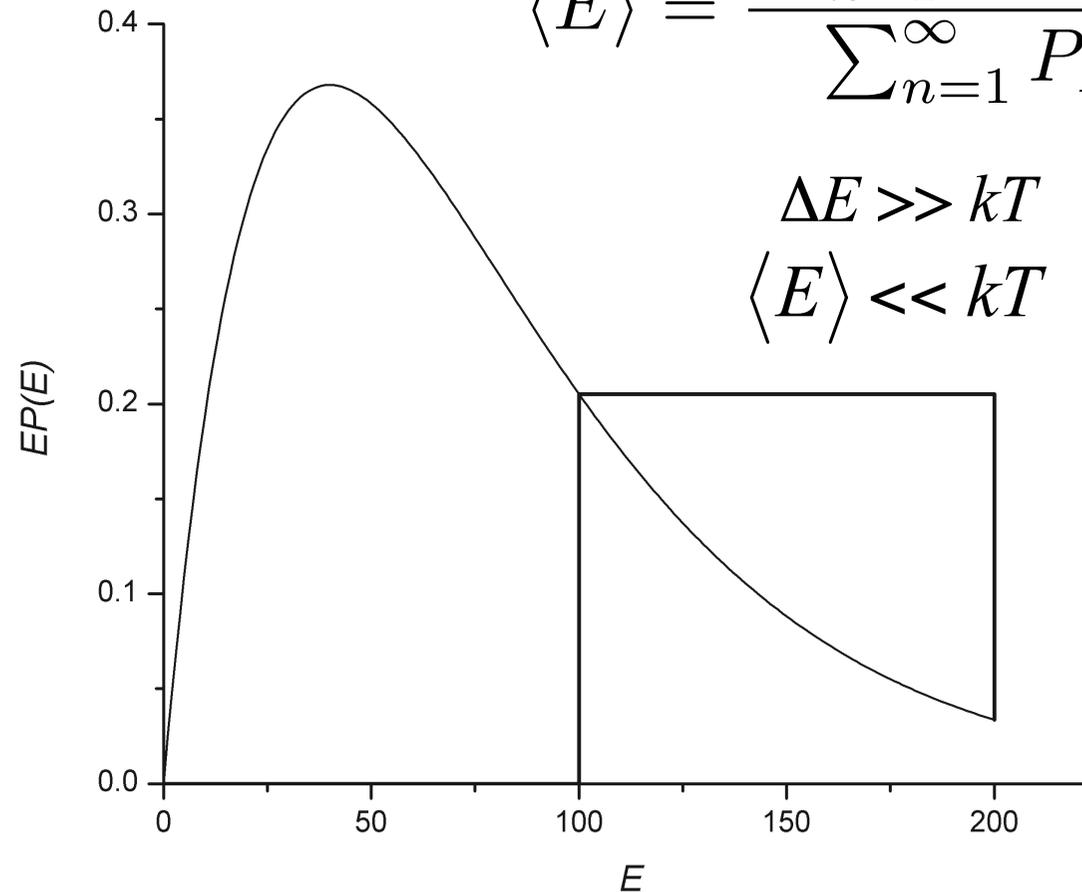
$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} E_n \cdot P_{MB}(E_n)}{\sum_{n=1}^{\infty} P_{MB}(E_n)}$$



$$E_1 = 0, E_2 = \Delta E, E_3 = 2 \cdot \Delta E, E_4 = 3 \cdot \Delta E, \dots$$

Proposta de Planck

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} E_n \cdot P_{MB}(E_n)}{\sum_{n=1}^{\infty} P_{MB}(E_n)}$$



$$E_1 = 0, E_2 = \Delta E, E_3 = 2 \cdot \Delta E, E_4 = 3 \cdot \Delta E, \dots$$

Proposta de Planck

- Portanto, para se reproduzir os dados é preciso que

$$\Delta E \propto \nu$$

- ou seja,

$$\Delta E = h\nu$$

- onde h é a chamada constante de Planck

Fórmula de Planck

- Calculando-se a energia média a partir dessa hipótese, tem-se que:

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} E_n \cdot P_{MB}(E_n)}{\sum_{n=1}^{\infty} P_{MB}(E_n)} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

- E substituindo em

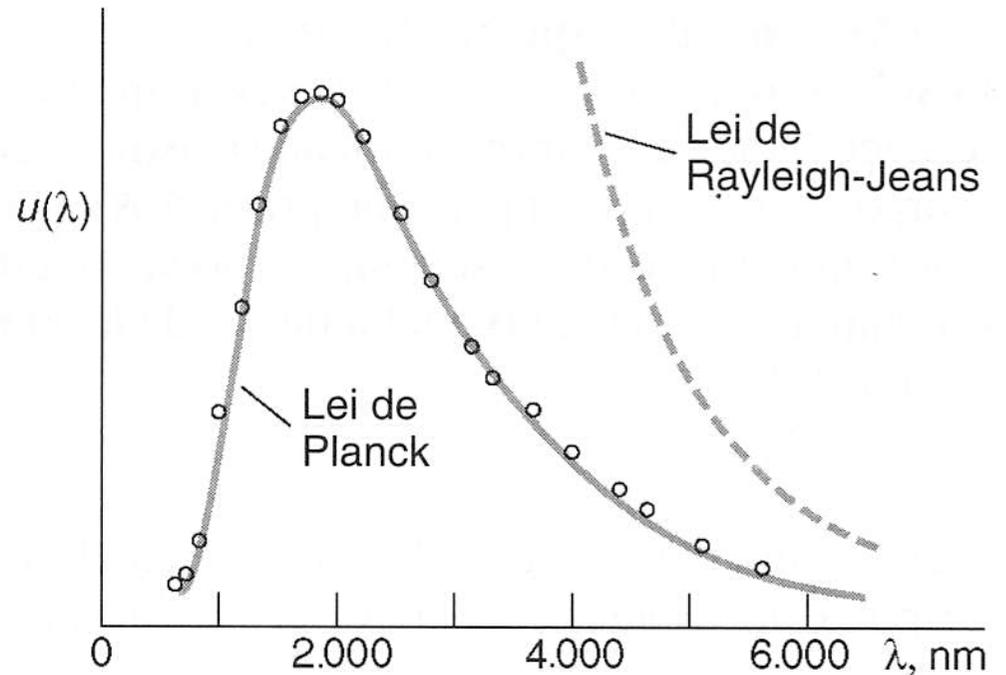
$$\rho_T(\nu)d\nu = \langle E \rangle \frac{N(\nu)d\nu}{V}$$

- tem-se que:

$$\rho_T(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu$$

Fórmula de Planck

- Que reproduz os dados com grande precisão quando:
 $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$



$$\rho_T(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu$$

Implicações do resultado de Planck

- Qual o significado físico da hipótese de Planck?
- Ela impõem que os pequenos osciladores que constituem as paredes da cavidade e estão em equilíbrio com a radiação, só podem assumir certos valores discretos de energia:

$$E = nh\nu$$

