Lista 2 – Externalidades e Bens Públicos
Prof. Sergio Almeida

Questão 1. Em uma determinada cidade há 1.000 motoristas. Suponha que a função utilidade de um motorista típico seja $u(t, T, x) = 100\,t - t^2 - (T/1000)^2 + x$, em que t mede uso de seu veículo (em quilômetros dirigidos nas ruas da cidade por mês), T representa a intensidade de uso das ruas da cidade (é o número total de quilômetros dirigidos nas vias durante o período por todos os motoristas – $T = \sum_{i=1}^{1000} t_i$), e x é o consumo de outros bens no mês. Quando tomam suas decisões sobre o uso das vias, os motoristas não levam em conta o impacto adverso de suas decisões sobre o bem-estar dos outros agentes. A renda de cada motorista é de R$ 500 por mês.

a. Suponha que o preço de x seja $p_x = 1$. Qual o número de quilômetros que cada motorista dirigirá por mês?

b. Que quantidade de t (por motorista) seria socialmente eficiente?

c. Se a prefeitura decidisse cobrar um pedágio de r por quilômetro dirigido, qual seria o valor de T (em função de r)?

d. Qual o valor de r que maximizaria a receita do pedágio?

e. Suponha que a receita do pedágio seja distribuída aos motoristas de forma *lump-sum* (independente da quantidade dirigida). Qual o valor de r que levaria à quantidade socialmente eficiente de t?

Questão 2. Uma fábrica em Embu das Artes, grande São Paulo, produz bolsas feitas a partir de couro de vaca. O processo de curtume da fábrica produz um odor nocivo que produz um custo externo para as famílias que vivem perto da fábrica.

Definamos Q como o número de bolsas produzidas por semana por essa fábrica. Definamos também $CMP = 2 + 0.000175Q$ como o custo marginal privado; $CMS = 2 + 0.000225Q$ como o custo marginal social; e $BMP = P = 10 - 0.00025Q$ como o benefício marginal privado, onde P é o preço.

a. Qual o tipo de externalidade trata o cenário acima?

b. Determine o produto e o preço que seriam estabelecidos no equilíbrio competitivo do mercado (arredonde os números para o inteiro mais próximo).

c. Determine o produto e o preço socialmente eficiente. Qual o custo, em termos de bem-estar, da externalidade gerada pela fábrica?

Questão 3. Há dois bens em uma economia – um bem privado x e um bem público g, que pode ser interpretado como a qualidade da segurança. A preferências de um agente são representadas pela função de utilidade $u(x, g) = x + \alpha\sqrt{g}$. Dos 100 agentes, 10 têm α igual a 5, e 30 agentes têm α igual 3. Os agentes restantes têm α igual a 1. A renda de cada agente é igual a R$ 1000. O custo total de prover g unidades do bem público é g.

a. Para cada grupo, calcule a disposição marginal a pagar pelo bem público (em função de g).

b. Qual a provisão ótima de g?

c. Suponha agora que a quantidade a ser provida seja decidida em uma eleição, e o financiamento ocorra por meio de um imposto *lump sum* idêntico para cada agente. Qual seria o valor de g ideal para cada grupo?

d. Que plataforma g venceria a eleição? Esta alocação seria eficiente?

e. Como sua resposta ao item (d.) mudaria se houvesse somente 64 agentes na economia?

Questão 4. Considere cinco indivíduos – A, B, C, D, e E – que possuem um automóvel cada. O benifício (disposição a pagar) de usar o carro em cada dia da semana e a renda dos indivíduo são apresentados na tabela abaixo:

	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	Renda
A	50	10	60	20	50	1000
B	10	20	20	5	10	100
C	50	30	60	20	30	1500
D	20	20	50	40	20	2000
E	40	50	40	60	100	700

O bem-estar de um indivíduo pode ser medido pela soma da sua disposição a pagar pelo direito de dirigir nos dias em que ele é de fato exercido acrescida da renda disponível para adquirir outros bens.

a. Se não houver restrições ao direito de dirigir (isto é, se não existir rodízio), qual será o bem-estar de cada agente?

b. Suponha que o governo introduza um rodízio que proíba o veículo do indivíduo A de circular às segundas-feiras, do indivíduo B de circular às terças-feiras, e assim por diante. Suponha que o menor número de carros em circulação aumente o bem-estar dos indivíduos em \$50. Qual será o bem-estar de cada um deles neste cenário? A introdução do rodízio representa uma melhora de Pareto?

c. Suponha que o direito de transitar torne-se transacionável. Se os vendedores tiverem a capacidade de se apropriar de todo o excedente das transações, qual será o valor desse direito em cada dia da semana? Qual será o padrão de transações? Quem agentes terão (após as transações serem realizadas) o direito de dirigir em cada dia da semana?

d. Este último arranjo é Pareto superior aos outros dois? Você consegue pensar em um outro esquema que geraria os mesmos resultados?

Questão 5. (Nicholson) No país NAIRU existem 2 lagos, X e Y, e 20 pescadores. No lago X a produção total de peixes é dada pela função $F(x) = 10\,L_x - 0.5\,L_x^2$, onde L_x é o número de pessoas pescando no lago X. No lago Y está função é dada por $G(y) = 5\,L_y$, sendo L_y o número de pessoas pescando no lago Y.

a. Sob está organização, qual será o total de peixes pescado?

b. Sr. Milton, consultor de NAIRU, propõe que haja uma restrição ao número máximo de pessoas pescando no lago X, porque assim a quantidade total de peixes aumentaria. A proposta tem embasamento? Qual a quantidade de pescadores que deveria ser alocada no lago X para que se produza a quantidade máxima de peixes? Qual a quantidade máxima de peixes?

c. O Grande Líder de NAIRU decide que uma boa maneira para controlar a pesca no lago X é a venda de licenças de pesca. Qual deverá ser o preço desta licença (em número de peixes) para que a produção máxima de peixes seja alcançada?

Questão 6. Duas firmas – 1 e 2 – operam em mercados diferentes. A produção da firma 1 (x) é vendida num mercado competitivo com o preço de 125. A função de custo desta firma é $c_1(x) = x^{5/3}$. A produção de x impõe um custo sobre a firma 2 de $c_2(x) = 15/2x^{1.25} + 5x$.

a. Qual o nível de produção que a firma 1 escolhe, se esta tomar sua decisão independentemente da firma 2?

b. Qual o nível de produção que a firma 2 escolhe, caso esta leve totalmente em consideração seu efeito sobre a firma 2?

c. A produção calculada em b pode ser obtida via um mercado competitivo? Sob qual preço?

d. Discuta meios que solucionem a discrepância dos resultados obtidos nos dois primeiros itens da questão.

Questão 7. (Nicholson) Suponha que existam somente dois indivíduos numa sociedade. A curva de demanda por um controle de pragas é dado por $Q_a = 100 - P_a$ para o indivíduo A. Para o indivíduo B, esta demanda é dada por $Q_b = 200 - P_b$.

a. Suponha que o controle de pragas seja um bem público – isto é, que após ser produzido, todos se beneficiem dele. Qual deve ser o nível ótimo desta atividade se ela puder ser produzida a um custo marginal constante igual a R$120 por unidade?

b. Se o controle de pragas for deixado para o mercado privado, quanto será produzido? Sua resposta depende do que cada pessoa imagina que a outra fará?

c. Se o governo resolver produzir a quantidade ótima de controle de pragas, qual será o custo disso? Como deverá ser alocado o montante de imposto para que cada indivíduo arque exatamente com a proporção de benefícios por ele recebido do controle de pragas?

Questão 8. Existem 3 fábricas em Gothan City. Embora elas tragam grandes benefícios para a população, a poluição está atingindo níveis alarmantes e o governo deve tomar uma providência para diminuir a emissão de poluentes pela metade para evitar uma catástrofe ambiental. Sabemos que os custos de reduzir a poluição para as fábricas 1, 2 e 3 são dados, respectivamente, por $P^2/2$, $5P^2/2$ e $25P^2/2$, sendo P a medida de poluição abatida. Cada empresa emite atualmente 50 unidades de poluição, e que a quantidade ótima de poluição perseguida pelo governo é de 75.

a. Qual será o custo de cada empresa e o custo total se o governo impuser uma cota (não-transacionável) de 25 unidades de poluição para cada empresa?

b. Qual seria o resultado do item (a) se as cotas pudessem ser vendidas? Qual será o preço das cotas e custo total da política?

c. Se o governo instituir um imposto sobre poluição, qual deverá ser o valor deste imposto para que o resultado pretendido (ou seja, a redução da poluição de 150 para 75) seja atingido? Qual será a receita do governo com este imposto?

Questão 9. A colheita manual da cana-de-açúcar para a produção de álcool envolve a queima do canavial, o que gera grande quantidade de fuligem. Com a tecnologia de colheita manual, o custo privado da usina de álcool é dado por $C_m(A) = (1/2)\,Q_A^2$, em que Q_A é a quantidade de álcool produzida. Cada unidade de álcool produzida com a tecnologia manual gera uma unidade de fuligem F, que reduz o bem-estar de uma família que reside na região. Ou seja, $F = Q_A$. O bem-estar da família depende do gasto em bens de consumo (x) e da quantidade de fuligem (F) gerada pelo canavial segundo a função de utilidade $u(x, F) = x - F$. A renda da família é de R\$ 100 e o preço do álcool é R\$ 10.

a. Qual a produção de álcool que maximiza o lucro da usina? Qual a produção socialmente ótima?

b. Se a lei permite que a usina realize a queimada, encontre a alíquota do imposto Pigouviano que conduza à solução eficiente.

c. Suponha agora que surja uma outra tecnologia – colheita mecanizada – que permite à usina colher a cana sem a necessidade de queimada. O custo privado da usina com esta nova tecnologia torna-se $C_r(A) = (\alpha/2)\,Q_A^2$, $\alpha > 1$. Para que valores de α seria socialmente eficiente adotar esta nova tecnologia? Justifique sua resposta.

Questão 10. Suponha uma sociedade com três indivíduos – 1, 2, e 3 – cujas preferências por cerveja e segurança sejam representadas pela utilidade

$$u_i(x_i, S) = x_i + \alpha_i \ln S,$$

em que x_i é o consumo de cerveja do indivíduo i, e S é a quantidade de segurança provida pela sociedade. $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 2$, e $\alpha_3 = 5$. Cada indivíduo possui uma dotação inicial de R\$ 10 e o preço da cerveja é igual a R\$ 1. O custo de uma unidade de segurança é igual a R\$ 2.

a) Qual a provisão ótima de segurança nesta economia?

b) Caso segurança seja provida de forma voluntária por cada indivíduo ($S = S_1 + S_2 + S_3$, em que S_i é a contribuição do indivíduo i), qual será a provisão em equilíbrio?

c) Suponha que a sociedade organize um governo segundo um processo político em que prevalesça a opinião do eleitor mediano. Caso seja possível tributar a dotação inicial para prover segurança, qual seria o nível de segurança provido?

Surge agora a segurança privada, uma alternativa à segurança pública. Ambas são perfeitamente substitutíveis, e o gasto do indivíduo i em segurança beneficia somente a si próprio, de modo que função utilidade é

$$u_i(x_i, s_i, S) = x_i + \alpha_i \ln(s_i + S),$$

em que s_i é o consumo de segurança privada do indivíduo i, que ele controla perfeitamente. O preço da cerveja e da segurança privada são iguais a R$ 1, enquanto o da segurança pública é igual a R$ 2.

d) Qual a provisão ótima de segurança pública e privada nesta economia?

e) Caso segurança pública seja provida voluntariamente por cada indivíduo, qual será a provisão em equilíbrio de segurança pública e privada?

f) Suponha que a sociedade se organize segundo um processo político em que prevalesça a opinião do eleitor mediano. Caso seja possível tributar a dotação inicial para prover segurança, qual seria o nível de segurança pública provido pelo governo? Haveria consumo de segurança privada?

Questão 11. Em uma cidade com 1.000 (um mil) habitantes, há duas opções de transporte, ônibus e carro. Cada indivíduo recebe uma dotação de 10 unidades de um bem de consumo. As preferências são idênticas entre os indivíduos, sendo caracterizadas pela seguinte função utilidade:

$$U(x_i, c_i, b_i) = x_i + 5(b_i + c_i) - (b_i + c_i)^2 - (c_{-i})^2,$$

sendo x_i o valor consumido do bem de consumo pelo indivíduo i, b_i o número de horas em de utilização ônibus por i, c_i o número de horas utilizando carro por i, e c_{-i} o número médio de horas de uso de carros dos demais habitantes da cidade (ou seja, $c_{-i} = \frac{\sum_{j \neq i} c_j}{999}$, sendo que $\sum_{j \neq i} c_j$ é a soma das horas de uso de carros de todos os indivíduos, menos i). Uma tecnologia permite gerar uma hora de transporte em carro a partir de uma unidade do bem de consumo, e meia hora de transporte em ônibus a partir de uma unidade do bem de consumo. Assim, uma restrição de recursos agregada determina que a soma dos recursos usados com consumo do bem de consumo, horas de ônibus e horas de carro é igual à dotação agregada do bem de consumo, de 10.000 (dez mil):

$$\sum_{i=1}^{1.000} x_i + \sum_{i=1}^{1.000} 2b_i + \sum_{i=1}^{1.000} c_i = 10.000.$$

a) Encontre uma alocação eficiente de montantes de consumo do bem, horas de ônibus e horas de carro para cada indivíduo (Dica: você pode supor que um planejador dá o mesmo peso a todos os indivíduos, e simplesmente maximiza a soma de todas as utilidades. Dada a simetria entre indivíduos, o planejador pode escolher alocações de x, b e c idênticas para todos os indivíduos.)

b) Encontre um equilibrio competitivo nesta economia, normalizando o preço do bem de consumo para 1. Mostre que apenas uma opção de transporte será utilizada. Qual é esta opção e qual a quantidade utilizada? Este equilíbrio é eficiente? Justifique. (Dica: note que as funções de produção de b e c são lineares, com produtividade de 1 e 1/2 respectivamente)

c) Atendento ao clamor popular, o governo resolve subsidiar totalmente o uso de ônibus (assim o seu preço para os indivíduos será zero). Qual será a alocação competitiva de x, b e c de cada um dos indivíduos? Esta alocação é eficiente? Explique.

d) Suponha agora que um pedágio urbano seja implementado em substituição ao subsídio. Com este pedágio, uma hora de carro custa $(p_c + \tau)$, sendo τ uma tarifa a ser paga para cada hora de uso do carro. Mostre que para um certo valor de τ os consumidores estarão indiferentes entre usar carro ou ônibus. Dado este valor, existe um único equilíbrio competitivo? Existe um equilíbrio competitivo em que se adota uma alocação eficiente como a derivada em a)? Justifique.

Questão 12. Uma vila tem 2 moradores, chamados 1 e 2, cada um dos quais com uma dotação de 10 unidade de um certo bem. Este bem, além de ser consumido, pode ser usado para a produção de música, de acordo com a seguinte função de produção:

$$m = y^{0.5}$$

sendo m a produção total de música e y o montante total do bem usado como insumo na produção de música. A utilidade de cada um dos consumidores é dada por:

$$U_i(x_i, m) = x_i + \ln(m),$$

em que x_i é o consumo do bem pelo morador i. Note que esta utilidade depende da produção total de música (m).

a) Formule o problema que determina as alocações eficientes de x_1, x_2, y e m.

b) Suponha que uma firma competitiva produza música, vendendo cada unidade a um preço p. Os consumidores agem de maneira descentralizada e podem comprar música por conta própria, tomando como dado o montante de música comprado pelo outro indivíduo e o preço de uma unidade de música. Determine a oferta de música como função de p e a demanda de música do indivíduo 1 como função do preço e do montante de música comprado pelo indivíduo 2.

c) Qual será o montante de música total resultante de um equilíbrio competitivo nas condições do item b)? Como ele se compara ao montante obtido no item a)? Explique. (Dica: você pode assumir simetria entre os agentes, de forma que, em equilíbrio, todos tomarão as mesmas decisões)

d) Determine a alíquata de um subsídio à firma seja capaz de gerar m eficiente. (Dica: com este subsídio o preço do ponto de vista do consumidor será p e do ponto de vista da firma será $p + \tau$, sendo τ o valor da alíquota do subsídio.)

Questão 14. Existe em determinada cidade um grande lago, onde os 200 moradores podem pescar. O número de peixes que *cada* pescador captura (y) depende do número de pescadores que atuam no lago (x), de forma que $y = 250 - x$. Os peixes são vendidos para uma grande empresa, que paga \$1 por peixe. O custo de pescar, que inclui tanto o valor dos equipamentos necessários como o custo de oportunidade do tempo dos moradores, é de \$100.

a) Encontre o número socialmente ótimo de pescadores.

b) Qual o número de moradores que se dedicará à pesca caso o acesso ao lago seja livre?

c) O prefeito decide instituir um imposto de $\$t$ sobre cada peixe vendido para a empresa. O valor que esta paga pelo peixe continua igual a \$1, de modo que todo o peso do imposto recairá sobre os pescadores. Qual deve ser o valor de t para que o número de pescadores seja socialmente ótimo?

d) Agora o prefeito decide restringir o acesso ao lago. Para ter o direito de pescar no lago um morador deve adquirir uma licença da prefeitura pelo valor de $\$r$. Qual o valor de r para que a quantidade de pescadores seja ótima?

Questão 15. Uma fábrica vende seu produto por \$100 cada unidade e tem um custo de produção igual a $c(x) = (5/2)x^2$, em que x é o número de unidades produzidas. A produção gera o montante de poluição $z(= x)$, e impõe custos externos a terceiros. O montante de malefícios pode ser mensurado pela função $E(z) = 10z^2$.

a) Qual o valor de x que maximiza o lucro da firma?

b) Encontre o valor socialmente ótimo de x?

c) Qual deve ser o valor do imposto Pigouviano (sobre x) para que a firma produza a quantidade ótima de x?

Surge então uma tecnologia que permite o abatimento de unidades de poluição. Ou seja, $z = x - a$, de forma que a produção de x gera poluição, que é (parcialmente) abatida no montante a, de forma que só $z = x - a$ causará malefícios a terceiros. O custo de abatimento de a unidades de poluição é dado por $C(a) = 30a^2$.

d) Quais os valores socialmente ótimos de x e a?

e) Qual deve ser a alíquota do imposto sobre poluição emitida para que o resultado do item d) seja atingido?

f) Suponha agora que o único instrumento de política seja um imposto sobre o produto. É possível encontrar uma alíquota de imposto que gere as alocações do item d)? Se sim, encontre esta alíquota. Se não, descreva brevemente a razão.

Questão 16. Suponha que há dois bens: lixo (bem w) e dinheiro (bem m). Existe uma firma que faz estocagem de lixo numa pequena cidade chamada Laranjeiras. Esta firma consegue transformar 1 unidade de dinheiro em três unidades de estocagem de lixo (ou seja, há uma tecnologia linear do tipo $w = 3\,m$, sendo w a estocagem total de lixo e m o uso total de dinheiro usado para gerar esta estocagem). Existem dois consumidores, Rob e Tom. A utilidade de Tom, que não mora em Laranjeiras, é

$$U^T(w, y_T) = \ln(w) + 3\,y_T,$$

sendo w o total de lixo estocado e y_T a quantidade de dinheiro remanescente para Tom.

Rob, que mora em Laranjeiras e odeia o fato de haver lixo depositado em sua cidade, tem utilidade:

$$U^R(w, y_R) = 4\,\ln(1 - w) + y_R,$$

sendo w o total de lixo tóxico estocado e y_R a quantidade de dinheiro disponível para Rob (note que o valor de w nas duas utilidades é o mesmo, o total de lixo depositado em Laranjeiras)

Tanto Rob quanto Tom têm uma dotação inicial de dinheiro, $e_m^R = e_m^T = 10$, e não possuem tecnologia de estocagem de lixo.

a) Suponha primeiro que Rob não possa pagar a firma para não estocar lixo em sua cidade, enquanto Tom pode contratar w junto à firma, em um mercado competitivo. Calcule o equilíbrio walrasiano e mostre que ele não é eficiente pelo critério de Pareto.

b) Monte o problema que gera as alocações eficientes. Derive uma alocação eficiente em que Tom tem exatamente a mesma utilidade que no item a).

c) Suponha agora que Rob seja dono de Laranjeiras e a firma possa estocar lixo na cidade somente se pagar Rob por este direito. Calcule o equilíbrio walrasiano; em particular, calcule o preço que a firma tem que pagar a Rob por cada unidade de lixo estocada em Laranjeiras.

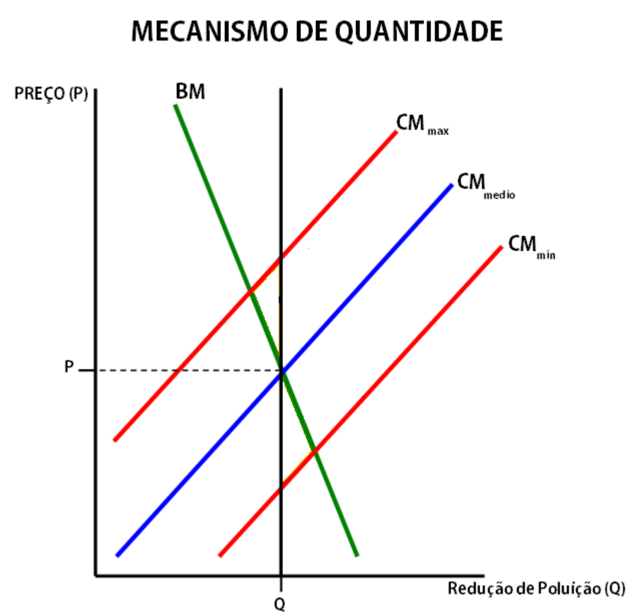
Questão 17. Há vários mecanismos de correção de externalidades negativas (poluição, digamos). Como será visto nesse tópico do curso, tanto o imposto Pigouviano (mecanismo de preço) quanto a regulação (mecanismo de quantidade) são equivalentes no sentido que ambos são capazes de reduzir poluição e levar a produção no setor poluidor para o nível socialmente ótimo. Essa equivalência de mecanismos não mais existe, todavia, se houver incerteza sobre o custo marginal de reduzir poluição.

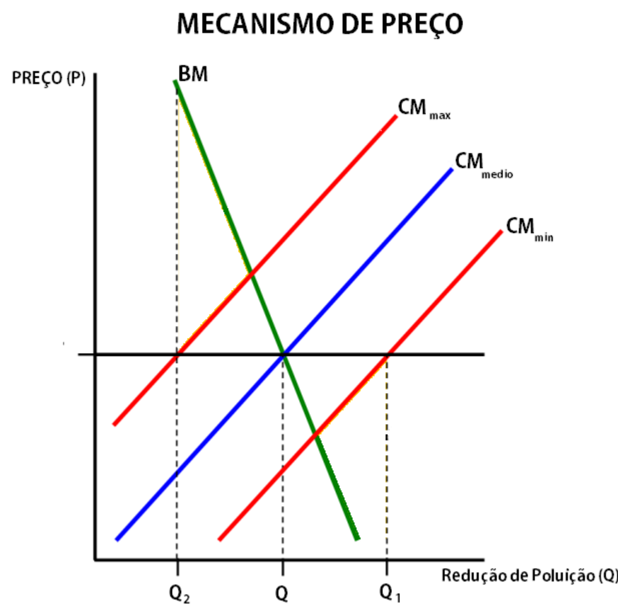
Vamos supor então que o regulador não sabe exatamente qual o custo marginal (CM) de reduzir a poluição em um dado setor. O regulador sabe, no entanto, que CM é no máximo CM_{max} e no mínimo CM_{min}, com média CM_{medio}. O melhor que o regulador pode fazer é escolher o mecanismo que maximizará o bem-estar social **esperado** (isto é, o excedente econômico médio ponderado). O regulador escolherá o mecanismo de quantidade se

$$E_{\theta}[B(Q^{*}) - C(Q^{*}, \theta)] > E_{\theta}[B(Q(p^{*})) - C(Q(p^{*}), \theta)]$$

onde $B(M, \cdot)$ e $C(M, \theta)$ medem o benefício e o custo do mecanismo M (M é preço ou quantidade). Essa expressão apenas diz que o regulador escolherá regular a externalidade via restrição de quantidade ("mecanismo de quantidade") se a perda de peso-morto médio dessa política for menor do que a perda de peso-morto esperada (média) da política regulatória baseada em preço ("mecanismo de preço").

Os dois gráficos na página seguinte descrevem as curvas de benefício e custo marginal (máxima, mínima e média) desse mercado. Cada gráfico ilustra a situação do mercado quando o mecanismo M é utilizado. Utilize os gráficos abaixo para responder: quando há incerteza sobre o custo marginal de reduzir uma externalidade negativa, e a curva de benefício marginal é "inelástica" (inclinação relativamente alta), qual a política ótima para remediar o problema de externalidade? Taxação (preço) ou Regulação (quantidade)? Explique sua resposta e tente justificar por que, nessa configuração, o mecanismo M é ótimo.




MECANISMO DE PREÇO
PREÇO (P)
BM
CM max
CM medio
CM min
Q2
Q
Q1
Redução de Poluição (Q)