

# Proposta de Trabalho: Modelo biomecânico de um ligamento

Entregar até 28 de Setembro

## 1 Problema

É possível modelar matematicamente o comportamento viscoelástico de um ligamento sujeito a forças de tração, através da associação em série e em paralelo de molas e amortecedores ideais. Uma mola ideal não possui massa, pode ser estendida indefinidamente sem apresentar uma deformação residual quando relaxada, quando sujeita a uma força que se deforma instantaneamente e exerce sobre objetos presos a sua extremidade uma força de magnitude proporcional a essa deformação  $F_m = kx_m$ . Um amortecedor ideal pode ser representado por um cilindro repleto de um fluido viscoso e com um pistão furado, permitindo a passagem do fluido de um lado para outro do pistão. O amortecedor ideal também não possui massa, só está sujeito ao atrito viscoso e, sobre objetos presos a sua extremidade, exerce uma força proporcional à velocidade de deslocamento do pistão  $F_a = b\dot{x}_a$ . Devido ao fato de existirem furos que permitem a passagem do fluido de um lado para outro do pistão, esse sistema mecânico não pode ser deslocado instantaneamente, diferente da mola ideal, a menos que atue sobre ele uma força infinita.

Um ligamento, quando é subitamente tracionado, se estende imediatamente. Se a força de tração sobre ele for mantida constante, o tecido continua distendendo a uma taxa cada vez menor. Como o ligamento não se estende indefinidamente, à medida que o tempo passa, o comprimento atinge um limiar e permanece constante, como mostra a figura 1. Se, pelo contrário, após uma súbita extensão, o ligamento for mantido com o comprimento constante, a força sobre ele cresce instantaneamente e cai assintoticamente para um valor menor, diferente de zero, como mostra a figura 2.

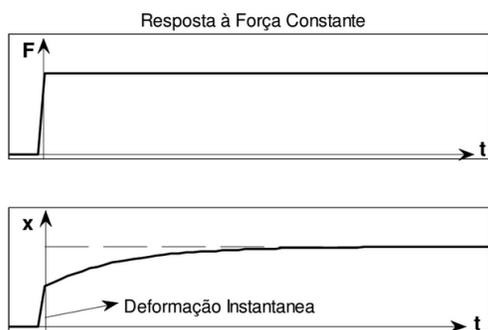


Figura1: Resposta do tecido à uma força constante

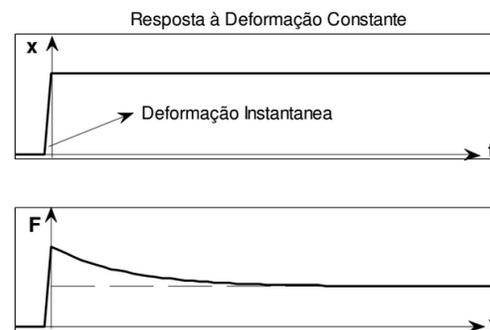


Figura2: Resposta do tecido à uma deformação constante

## 2 Propostas de Abordagem

A seguir então fica feita uma PROPOSTA de como procurar analisar esse problema, entretanto fica claro que o aluno está livre para escrever e estruturar o trabalho da maneira que preferir.

- (a) Existem três modelos que relacionam a força  $F$  e a deformação  $x$ : O modelo de Maxwell, o modelo de Voight e o modelo de Kelvin. Esplique cada um desses modelos o mais detalhadamente possível e escreva/resolva as equações. Por exemplo, nós temos que para o modelo de Maxwell vale que a relação entre  $F$  e  $x$  se dá através da associação em série de uma mola ideal e de um amortecedor ideal. Nesse modelo a força que atua sobre a mola e o amortecedor é a mesma e a distensão total é igual à soma da distensão da mola e do pistão para uma situação de equilíbrio no tecido. Nós temos que  $x = x_m + x_a$  e  $F_m = F_a = F$  e portanto a equação que descreve a relação entre a tração, a deformação e suas derivadas primeiras será

$$\frac{dF}{dt} + \frac{k}{b}F = k \frac{dx}{dt}$$

- (b) Resolva se possível as equações que vão surgir para valores de condição inicial adequados ( $x(0) = x_0$ ), analise diferentes casos por exemplo se a força  $F$  for constante, sabendo que um amortecedor ideal não pode ser deslocado instantaneamente por uma força finita, ou seja,  $x_a(0) = 0$ .
- (c) Tente entender como limites impostos nessa equação estão relacionados com efeitos físicos no modelo.
- (d) O que acontece se a distensão do ligamento for independente do tempo, ou seja, for constante?
- (e) Tente descobrir o que se pode fazer e como se pode tornar esses modelos mais realistas ou, de algum modo, utilizar outros modelos mais simplificados com soluções mais gerais e mais simples de se obter para analisar um ligamento.
- (f) No modelo de Voight estão associadas em paralelo uma mola ideal e um amortecedor ideal, de modo a satisfazer  $F = F_m + F_a$  e  $x = x_m = x_a$  e no modelo de Kelvin o que ocorre é uma associação paralelo de uma mola ideal com um sistema formado por uma outra mola ideal em série com um amortecedor ideal. Tente utilizar essas ideias.

O aluno é totalmente livre para fazer quaisquer dessas análises ou outras que achar interessantes. Quanto mais conceitos forem utilizados e quanto mais informação o aluno obtiver a partir de suas pesquisas melhor.