

Gabarito do desafio

①

Função de transferência em malha fechada

$$\frac{K_a K}{S(\zeta_m s + 1)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{K_a K}{S(\zeta_m s + 1)}} = \frac{K_a K \cdot \cancel{S(\zeta_m s + 1)}}{\cancel{S(\zeta_m s + 1)} [S(\zeta_m s + 1) + K_a K]} =$$

$$= \frac{K_a K}{S(\zeta_m s + 1) + K_a K} = \frac{K_a K}{\zeta_m s^2 + s + K_a K} = \frac{K_a K / \zeta_m}{s^2 + \frac{s}{\zeta_m} + \frac{K_a K}{\zeta_m}}$$

$$\left[G(s) = \frac{K_a K / \zeta_m}{s^2 + \frac{1}{\zeta_m} s + \frac{K_a K}{\zeta_m}} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \right]$$

Resposta mais rápida possível, sem sobressinal: $\zeta = 1$

$$\therefore \frac{1}{\zeta_m} = 2\omega_n$$

$$\text{Tempo de acomodação (usando critério 2\%) : } \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{\omega_n} = 0,25s \Rightarrow \omega_n = 16$$

$$2\zeta_m = \frac{1}{\omega_n}$$

$$8\zeta_m = 0,25s \therefore \zeta_m = \frac{1}{32}$$

$$\text{Além disso } \frac{K_a \cdot K}{\zeta_m} = \frac{\omega_n^2}{\omega_n} \Rightarrow K_a \cdot K = \zeta_m \omega_n^2 = \frac{16^2}{32}$$

$$K_a \cdot K = 8$$

Para $f = 2\text{Hz}$ ($4\pi \text{ rad/s}$), o ganho da função de transferência do motor deve ser de 1,5 dB. ②

$$G_m(s) = \frac{K}{s \left(\frac{1}{32}s + 1 \right)}$$

Veja que a função de transferência do motor tem uma constante, um polo real em $s = -32$ e um polo na origem. Fazendo de forma aproximada, sabe-se que o polo real gera 0 dB até a freq. de canto $\omega = 32 \text{ rad/s}$. As baixas frequências são influenciadas por constante e polo na origem.

Portanto,

$$1,5 \text{ dB} = \overbrace{20 \log |K|}^{\text{constante}} - \overbrace{20 \log (4\pi)}^{\text{polo na origem}}$$

$$\frac{1,5 + 20 \log (4\pi)}{20} = \log |K|$$

$$\frac{1,5 + 20 \times 4,099}{20} = \log |K|$$

$$\boxed{K \approx 15}$$

Caso utilizemos a formulação correta (não custa nada, conhecemos!!!)

$$1,5 \text{ dB} = \overbrace{20 \log |K|}^{\text{constante}} - \overbrace{20 \log (4\pi)}^{\text{polo na origem}} - \overbrace{20 \log \sqrt{1 + (4\pi/32)^2}}^{\text{polo real}}$$

$$1,5 \text{ dB} = 20 \log |K| - 21,98 - 0,62$$

$$\boxed{K \approx 16}$$

(3)

Se $K \approx 16$ (sim, usei o valor sem aproximação. Não, não vou duvidar pontos se você usar o valor aproximado $K \approx 15$), então:

$$K_a = \frac{8}{16} \approx 0,5$$

Parâmetros,

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\sigma}_m = \frac{1}{32} \approx 0,03125 \\ K_a = 0,5 \\ K = 16 \end{array} \right.$$