Respostas Finais – Lista 3

Lei de Gauss; Aplicações

Q 23.1)

Considere que o Campo Elétrico é função de ponto. No caso de partículas carregadas, o Campo Elétrico produzido por uma carga num ponto depende da distância da carga a esse ponto.

Considere que a Lei de Gauss diz que o fluxo do campo elétrico de uma distribuição de carga qualquer através de uma superfície imaginária qualquer depende apenas da quantidade e do sinal dessa distribuição de carga que está no interior da superfície. Considere as duas possibilidades: (i) A carga permanece no interior da superfície; (ii) a carga é removida do interior da superfície.

Q 23.4)

Considere o que é preciso conhecer para utilizar a Lei de Gauss. Não é necessário (nem sempre possível) ter a mesma informação para utilizar a Lei de Coulomb. Além disso, considere o que a Lei de Coulomb fornece, e o que a Lei de Gauss fornece, pois não fornecem a mesma coisa.

Q 23.4)

Calcule o fluxo do campo elétrico de uma carga pontual sobre uma superfície gaussiana esférica. Utilize a hipótese de que o módulo do campo elétrico de uma carga pontual cai com o cubo da distância à carga. Utilize também uma superfície gaussiana esférica centrada na carga, conforme a sugestão do enunciado.

O resultado indica alguma dependência do fluxo com a geometria da esfera? Sem a necessidade de calcular, considere, a partir desse resultado, o

que aconteceria se ao invés de utilizar uma esfera, fosse utilizada uma superfície de formato qualquer.

Q 23.2-)

Sabendo que não há carga no interior do cubo, considere o que a Lei de Gauss informa sobre o fluxo total desse campo elétrico através a superfície do cubo. O resultado concorda com a soma dos fluxos através de cada superfície do cubo?

Q 23.3-)

Esse exercício é bastante semelhante ao anterior, com a diferença de que não utilizamos números explicitamente. As conclusões devem ser as mesmas do exercício anterior.

Q 23.9-)

a) Considere que se o campo elétrico é uniforme, então deve ter a mesma direção, sentido e intensidade em todos os pontos do espaço (ou em todos os pontos de uma superfície). Um campo assim pode ser, por exemplo, igual a um dos dois exercícios anteriores. Considere: (i) o fluxo de um campo assim sobre os vários diferenciais de superfície de toda uma superfície fechada qualquer, isto é, sua orientação em relação às normais desses diferenciais de superfície ; (ii) de acordo com a Lei de Gauss, esse fluxo dá informação sobre a quantidade de carga que existe nessa região.

$$(i) \quad \phi = \oiint \vec{E} \cdot \vec{n} \, dS \quad ; \quad (ii) \quad \phi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

b) Considere que existem duas situações possíveis: (I) Escolhemos uma região na qual não há carga, mas há carga próxima a essa região. (ii) Escolhemos uma região na qual não há carga, e também não há cargas próximas.

Q 23.12)

a) $\vec{E} = 7,45 \frac{N}{C} \hat{e}_r$ em coordenadas esféricas

b) $\vec{E} = \vec{0}$

X1-)

Se o ponto P está a uma distância do centro da esfera $r < R$ (menor que o raio da esfera):

$$\vec{E}(r) = \frac{K Q}{R^3} r \hat{e}_r$$

Se o ponto P está a uma distância do centro da esfera $r > R$ (maior que o raio da esfera):

$$\vec{E}(r) = \frac{K Q}{r^2} \hat{e}_r$$

Para que o Campo Elétrico possa ser contínuo, define-se que na superfície da esfera:

$$\vec{E}(r = R) = \frac{K Q}{R^2} \hat{e}_r$$

Onde $\hat{e}_r$ é o versor da direção radial em coordenadas esféricas

X2-)

Se o ponto P está a uma distância do centro da esfera $r < R$ (menor que o raio do cilindro):

$$\vec{E}(r) = \frac{Q}{2 \pi \varepsilon_0 L a^2} r \hat{e}_r$$

Se o ponto P está a uma distância do centro da esfera $r > R$ (maior que o raio do cilindro):

$$\vec{E}(r) = \frac{Q}{2 \pi \varepsilon_0 L r} \hat{e}_r$$

Para que o Campo Elétrico possa ser contínuo, define-se que na superfície do cilindro:

$$\vec{E}(r = R) = \frac{Q}{2 \pi \varepsilon_0 L a} \hat{e}_r$$

Onde $\hat{e}_r$ é o versor da direção radial em coordenadas cilíndricas

X3-)

$$\vec{E} = \begin{cases} \vec{0}, & \text{na região fora das placas} \\ \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{r}, & \text{na região entre as placas} \end{cases}$$

Onde $\hat{r}$ é o versor do vetor posição da placa negativa em relação à placa positiva (apontando da placa positiva para a negativa)

Q23.24-)

Considerando que um condutor em equilíbrio eletrostático não pode ter campo elétrico interno, pois isso contrariaria a hipótese de equilíbrio eletrostático.

$$\vec{E} = \begin{cases} \vec{0}, & \text{se } r < a \\ \frac{Kq}{r^2}, & \text{se } a < r < b \\ \vec{0}, & \text{se } b < r < c \\ \frac{Kq}{r^2}, & \text{se } r > c \end{cases} \hat{e}_r$$

Onde $\hat{e}_r$ está em coordenadas esféricas

c) A carga sobre a superfície interna da esfera oca é **- q**

d) A carga sobre a superfície externa da esfera oca é **+ q**

Nos itens c) e d), considere que a Lei de Gauss informa que o campo elétrico sobre uma superfície fechada é proporcional à carga interna à essa superfície. Considere também que uma superfície posta no interior do condutor não pode ter campo elétrico.

Q23.46-)

a) $Q_{Total} = 0$

b) Do resultado do item anterior, na região $r \geq R$, $\vec{E} = \vec{0}$

c) Considerando uma distância r_0 da origem da esfera, com $r_0 \leq R$, o campo elétrico será:

$$\vec{E} = \frac{\rho_0 r_0}{3 \epsilon_0} \left[1 - \frac{r_0}{R} \right] \hat{e}_r$$

Onde $\hat{e}_r$ está em coordenadas esféricas

e) Calcule o valor de r_0 que resolve a equação $\frac{d\vec{E}}{dr_0} = 0$.

Obtém-se que $\vec{E}_{m\acute{a}x} = \frac{\rho_0 R}{12 \epsilon_0} \hat{e}_r$

Onde $\hat{e}_r$ está em coordenadas esféricas

Q23.49-)

a) Considere que, como a carga não esta centrada na origem de um sistema de coordenadas, ao mesmo tempo em que se pretende escrever o campo elétrico em um ponto que será localizado em relação à origem desse sistema, e não em relação á origem da esfera. Nesse sentido, escreva uma equação que relaciona três vetores: O vetor posição de um ponto em relação à origem da esfera ($\vec{r}'$) ; O vetor posição da origem da esfera em relação à origem de um sistema de coordenadas ($\vec{b}$) ; O vetor posição de um ponto em relação á origem de um sistema de coordenadas ($\vec{r}$).

Calculando o campo elétrico devido esfera num ponto interior à esfera utilizando um vetor $\vec{r}'$, será possível fazer substituições adequadas de tal modo a mostrar que:

$$\vec{E} = \frac{\rho (\vec{r} - \vec{b})}{3 \epsilon_0}$$

b) Considere a dica dada no enunciado.

$$\vec{E} = \frac{\rho \vec{b}}{3 \epsilon_0}$$

X4-) Consulte as notas de aula sobre Lei de Gauss, página 4.