



USP



EESC • USP



**SEM0137 - Aula 2**

# Cinemática Direta de Manipuladores Robóticos

**Prof. Assoc. Marcelo Becker**

USP - EESC - SEM

LabRoM

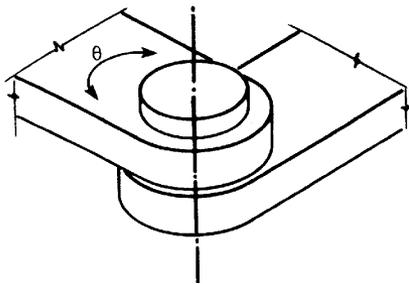
# Sumário da Aula

- **Recordação: Juntas e Elos**
- Cinemática Direta
- Espaço de Trabalho
- Exemplos em Robôs Industriais
- Exercícios Recomendados
- Bibliografia Recomendada

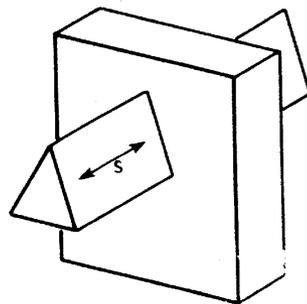
# Recordação: Juntas e Elos

- Juntas (*Joints*)

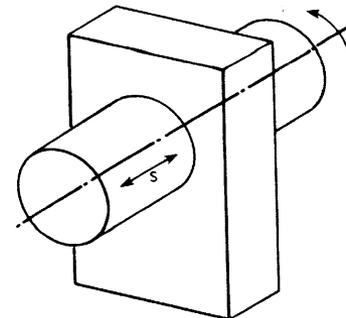
Definição: elemento que conecta 2 corpos e que permite a transmissão de movimento, força ou torque. Atuam como restrições geométricas.



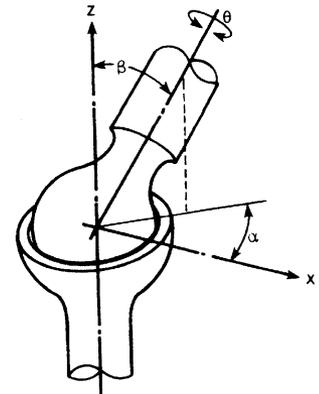
Rotacional



Prismática

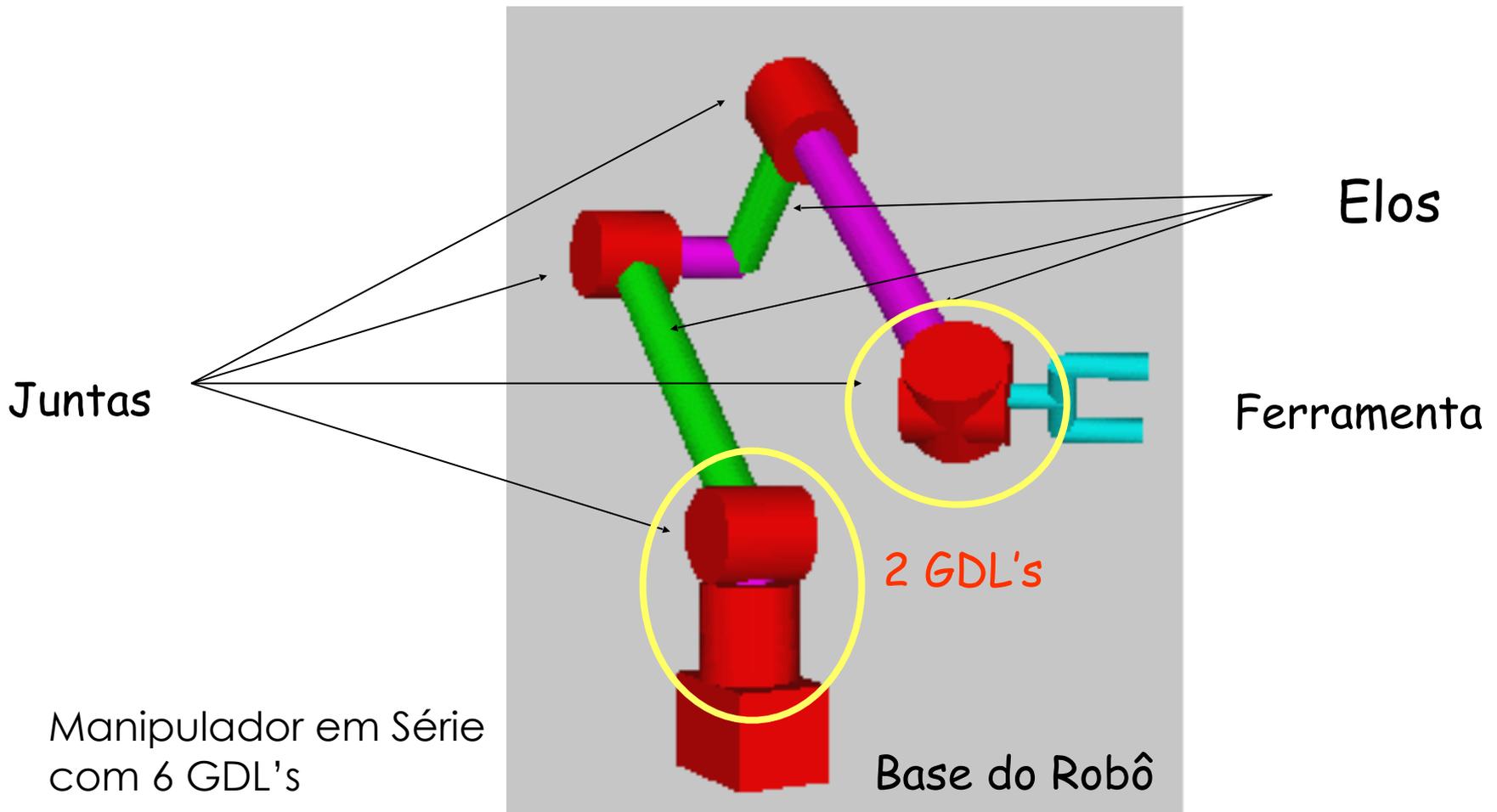


Cilíndrica



Esférica

# Recordação: Juntas e Elos



# Sumário da Aula

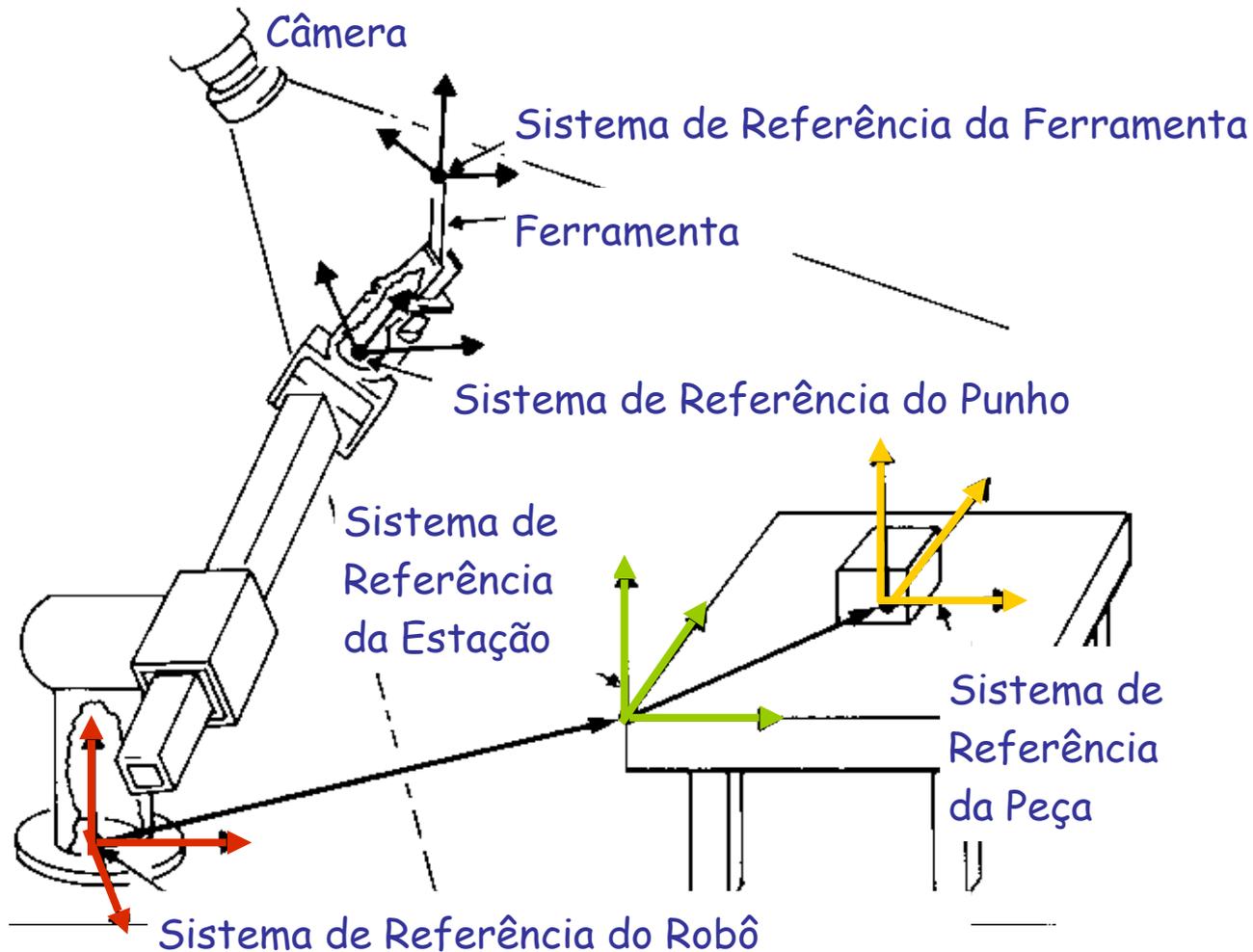
- 
- **Cinemática Direta**
- Espaço de Trabalho
- Exemplos em Robôs Industriais
- Exercícios Recomendados
- Bibliografia Recomendada

# Cinemática Direta

→ Descrição de Posição e Orientação

- Localização dos Objetos:
  - Elos e Juntas do manipulador, Peças, Ferramentas, etc.
  - Especificação de:
    - Juntas e Elos
    - Sistemas de Referência Fixo e Móveis
    - Área de Trabalho

# Cinemática Direta



# Cinemática Direta

## Matrizes de Transformação

- Co-senos diretores
  - 9 parâmetros
- Ângulos de Euler
  - 3 parâmetros (3 rotações)

- Parâmetros de Denavit-Hartenberg
  - Rotações e Translações - Robótica

# Cinemática Direta

## Matrizes de Transformação

- Matrizes de Transformação  $T_\theta$  (Rotação) 3x3 não fornecem informações relativas à Translação...
- Matrizes 4x4:

Matriz de Rotação    Vetor de Posição

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & P_{3 \times 1} \\ f_{1 \times 3} & e_{1 \times 1} \end{bmatrix}$$

Perspectiva    Escala

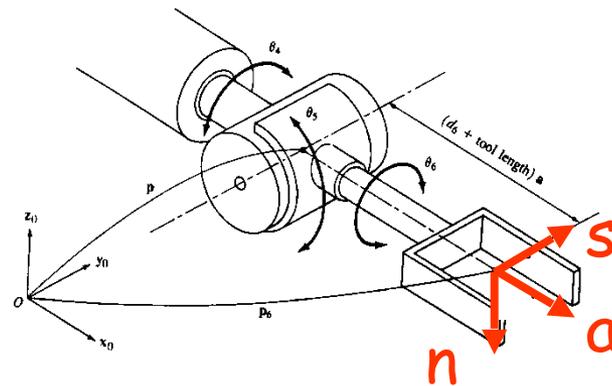
Matriz Homogênea

# Cinemática Direta

## Matrizes de Transformação

- Assim:

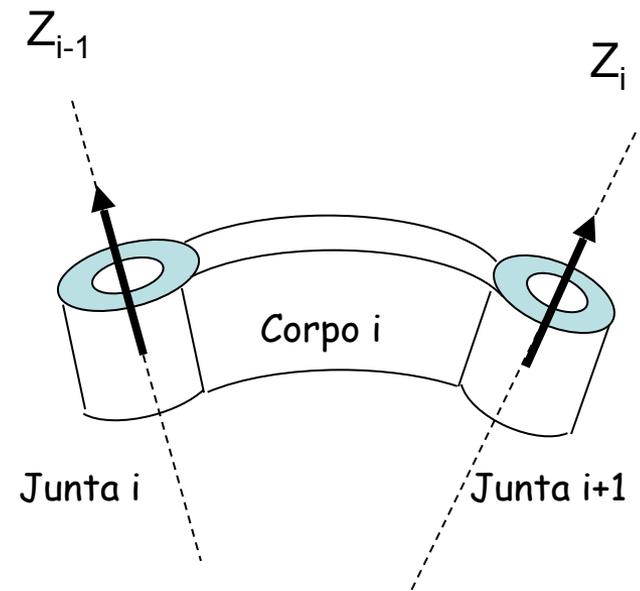
$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Yaw} & \text{Pitch} & \text{Roll} & \\ n & s & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



# Cinemática Direta

## Denavit-Hartenberg

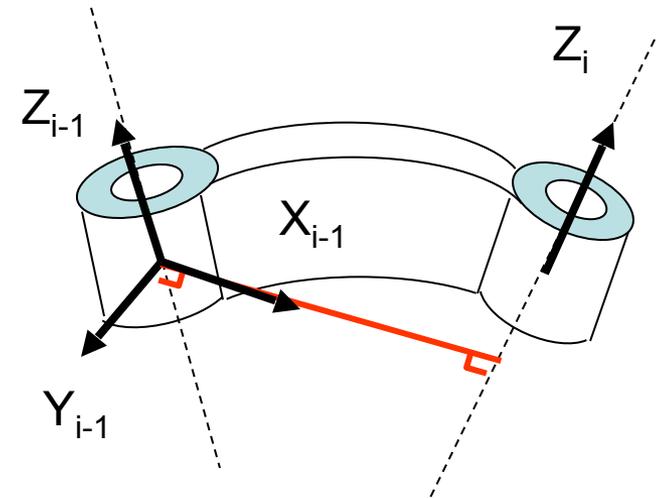
- 3 Rotações e 3 Translações
- 1º Passo:
  - Numerar as juntas do mecanismo, iniciando pela junta onde o motor está acoplado;
  - Identificar o eixo de movimento de cada junta;
  - Determinar o sentido de movimento positivo e nomeá-lo como eixo  $Z_{i-1}$ ;



# Cinemática Direta

## Denavit-Hartenberg

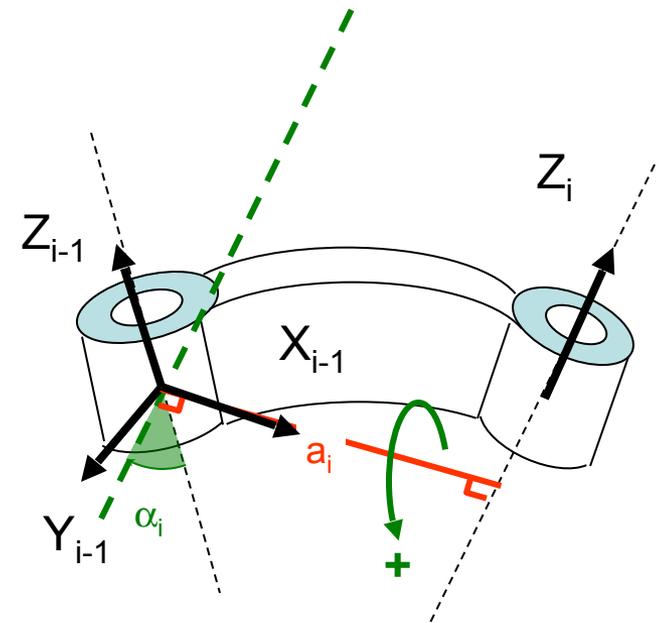
- 2º Passo:
  - Encontrar o eixo perpendicular a  $Z_i$  e  $Z_{i-1}$  (em vermelho);
  - O eixo  $X_{i-1}$  encontra-se na direção deste eixo (orientação positiva arbitrária)...;
  - O eixo  $Y_{i-1}$  é obtido pela regra da mão direita;



# Cinemática Direta

## Denavit-Hartenberg

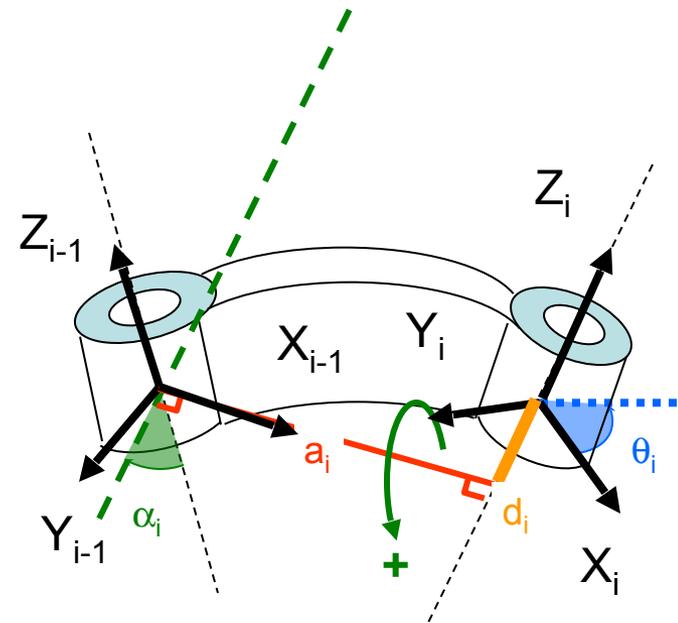
- 3º Passo:
  - Definir as variáveis de Denavit-Hartenberg:  $a_i$ ,  $\alpha_i$ :
    - $a_i$ : distância ao longo de  $X_{i-1}$ , de  $Z_i$  a  $Z_{i-1}$ , com orientação positiva baseada no sentido de  $X_{i-1}$ ;
    - $\alpha_i$ : ângulo entre  $Z_i$  e  $Z_{i-1}$ , com orientação positiva baseada no sentido anti-horário;



# Cinemática Direta

## Denavit-Hartenberg

- 4º Passo:
  - Definir as variáveis de Denavit-Hartenberg:  $\theta_i$  e  $d_i$ :
    - $d_i$ : distância ao longo de  $Z_i$ , de  $X_i$  a  $X_{i-1}$ , com orientação positiva baseada na origem do sistema de coordenadas  $X_i Y_i Z_i$ ;
    - $\theta_i$ : ângulo entre  $X_i$  e  $X_{i-1}$ , com orientação positiva baseada no sentido anti-horário;

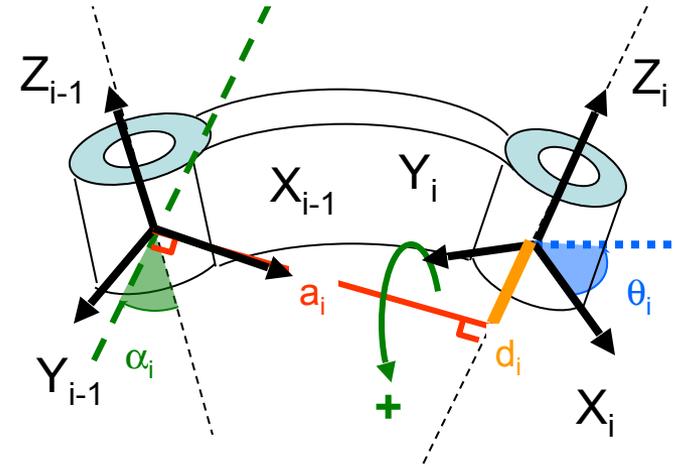


# Cinemática Direta

## Denavit-Hartenberg

- 5º Passo:
  - Matriz de Transformação:

$$\Omega^{i-1} = {}^{i-1}T_i \cdot \Omega^i$$



$${}^{i-1}T_i = T_{z,d} \cdot T_{z,\theta} \cdot T_{x,a} \cdot T_{x,\alpha}$$

←

Translação em  $Z_i$ 
Rotação em  $Z_i$ 
Translação em  $X_{i-1}$ 
Rotação em  $X_{i-1}$

# Cinemática Direta

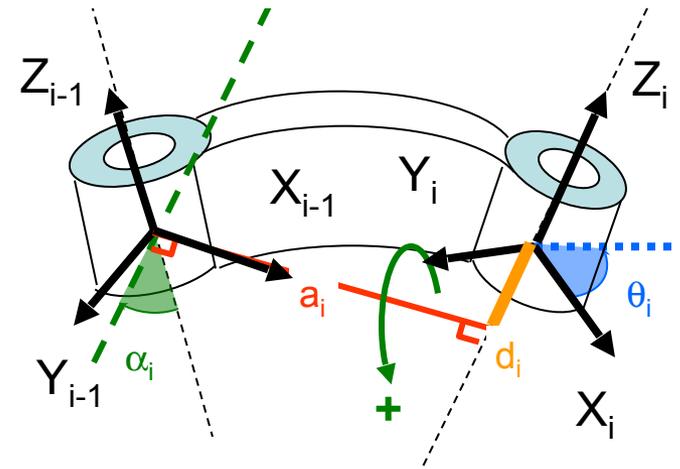
## Denavit-Hartenberg

- 5º Passo (cont.):
  - Matriz de Transformação:

$$\Omega^{i-1} = {}^{i-1}T_i \cdot \Omega^i$$

c: cos s: sin

$${}^{i-1}T_i = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{Translação em } Z_i} \underbrace{\begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & 0 \\ s\theta_i & c\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{Rotação em } Z_i} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{Translação em } X_{i-1}} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha_i & -s\alpha_i & 0 \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{Rotação em } X_{i-1}}$$

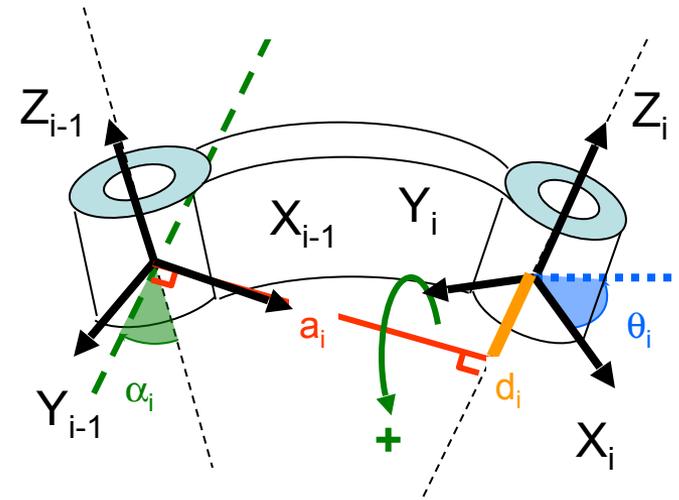


# Cinemática Direta

## Denavit-Hartenberg

Matriz de Transformação:

$$\Omega^{i-1} = {}^{i-1}T_i \cdot \Omega^i$$



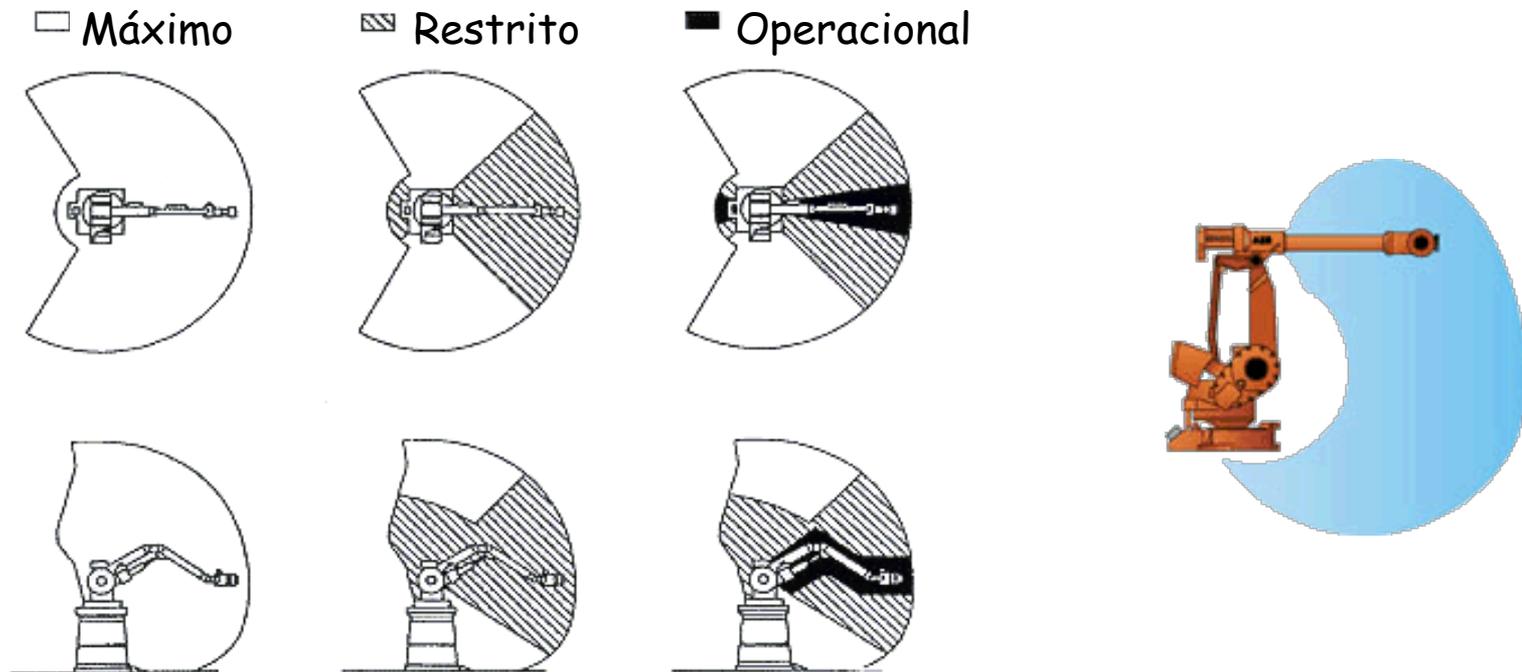
$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} c\theta_i & -ca_i \cdot s\theta_i & s\theta_i \cdot sa_i & a_i \cdot c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i \cdot ca_i & -sa_i \cdot c\theta_i & a_i \cdot s\theta_i \\ 0 & sa_i & ca_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Sumário da Aula

- 
- 
- **Espaço de Trabalho**
- Exemplos em Robôs Industriais
- Exercícios Recomendados
- Bibliografia Recomendada

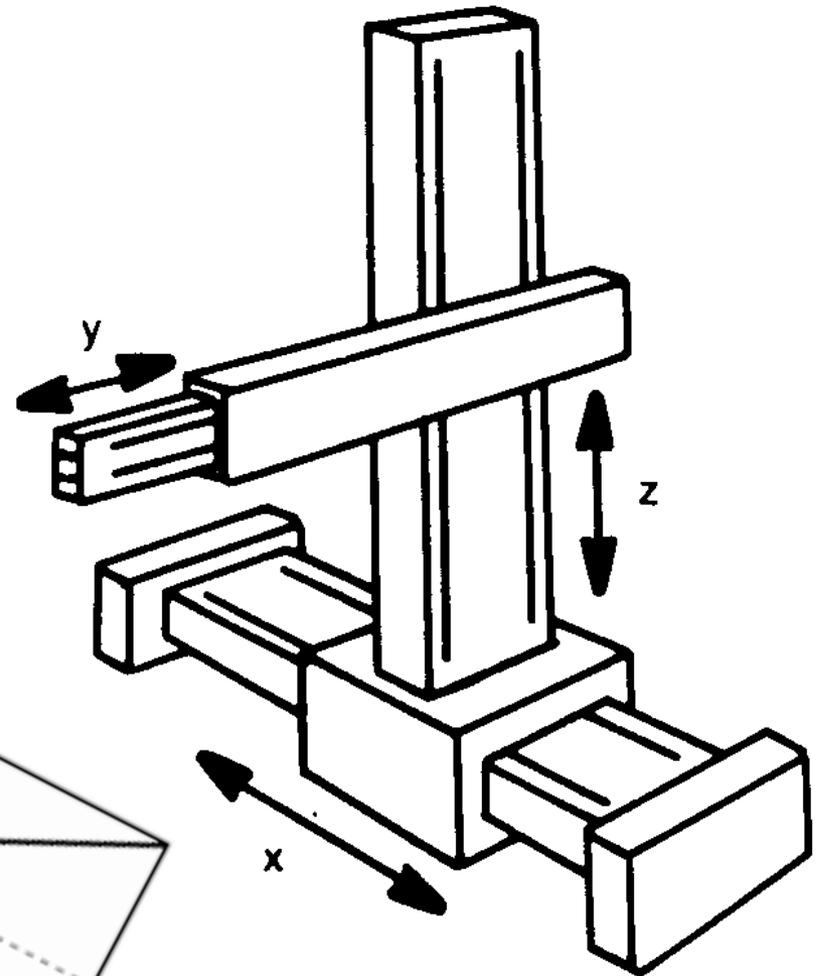
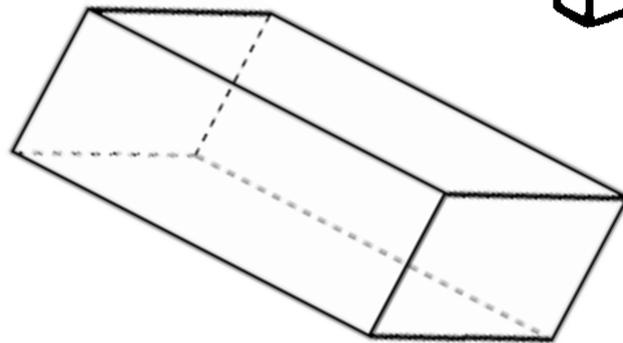
# Espaço de Trabalho

- Também chamado de “Envelope”



# Espaço de Trabalho

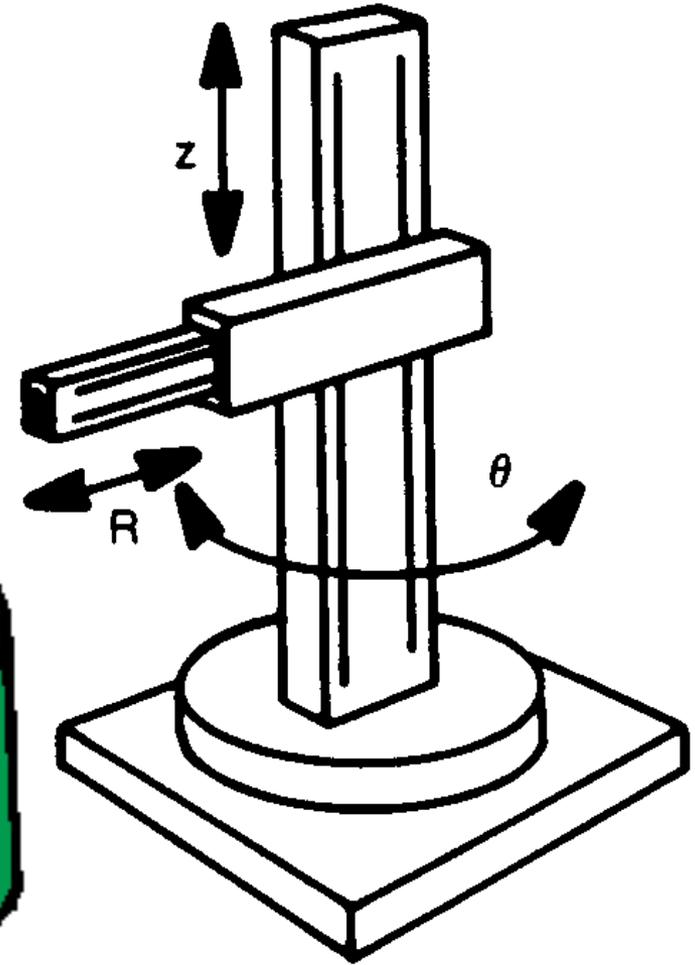
- Espaço de Trabalho paralelepípedo, mas Ineficiente...
- Simples de programar, simples de controlar



**Cartesiano TTT**

# Espaço de Trabalho

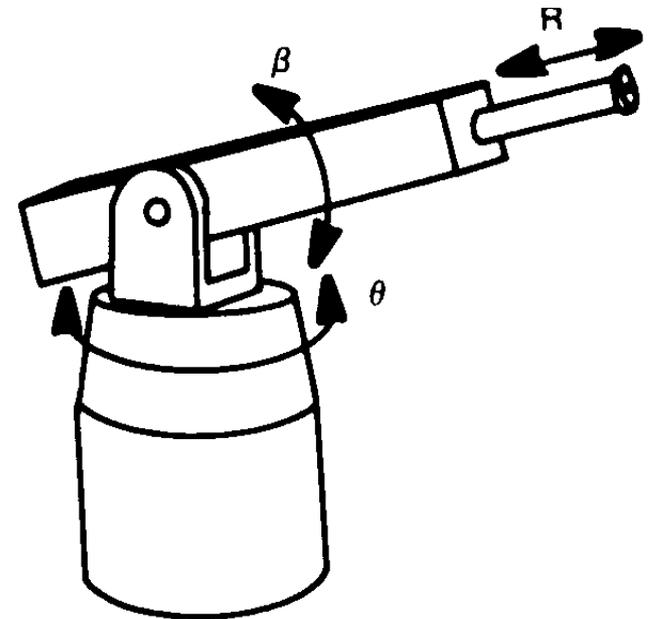
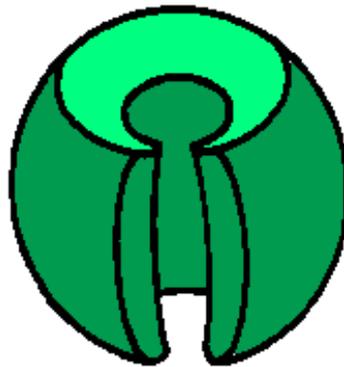
- Espaço de Trabalho Cilíndrico.
- Alcance limitado



**Cilíndrico TTR**

# Espaço de Trabalho

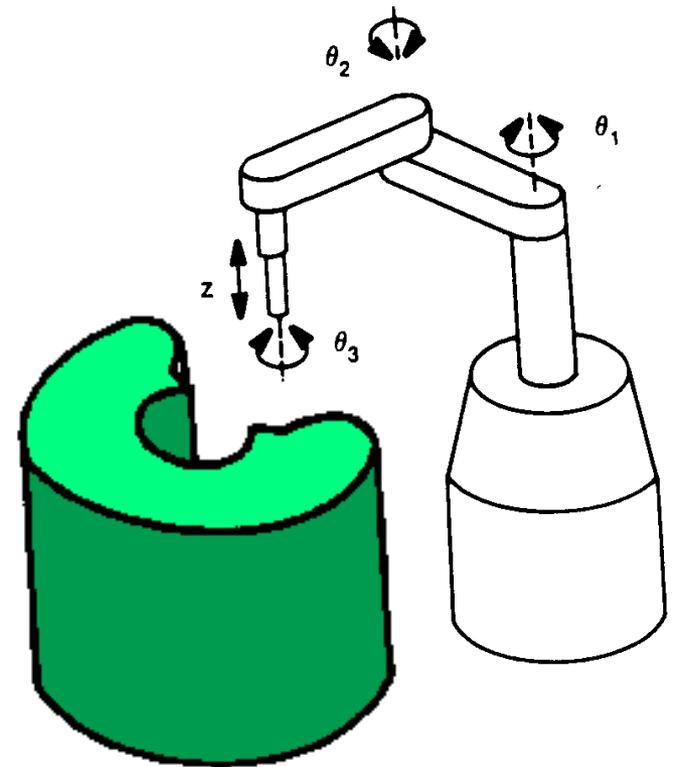
- Suporta carregamentos pesados
- Freqüentemente montado em robôs móveis para operações rápidas de *pick and place*.
- Difícil de Programar



**Esférico (Polar) RRT**

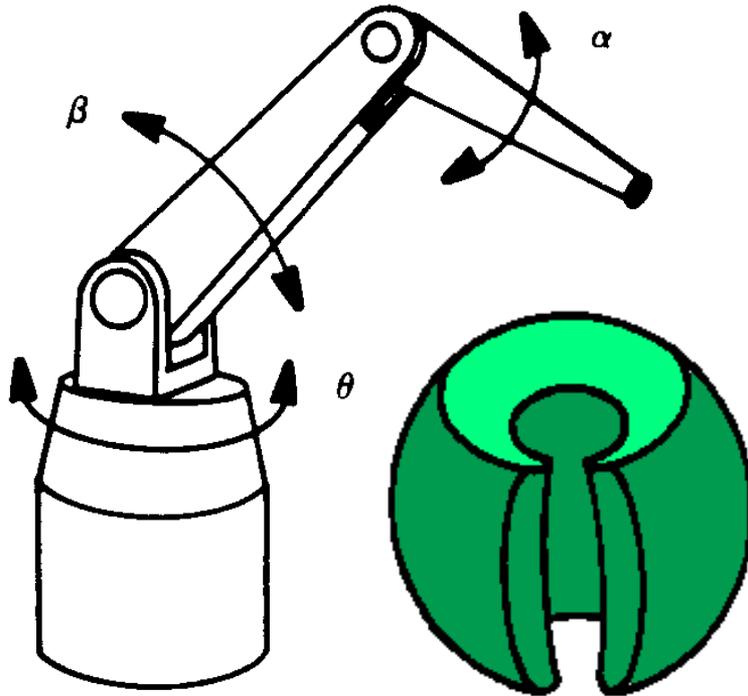
# Espaço de Trabalho

- Muito Rápido, mas suporta pouca carga
- Frequentemente empregado em operações de montagem.



**SCARA**

# Espaço de Trabalho



## Articulado RRR

- Mais difícil de ser programado

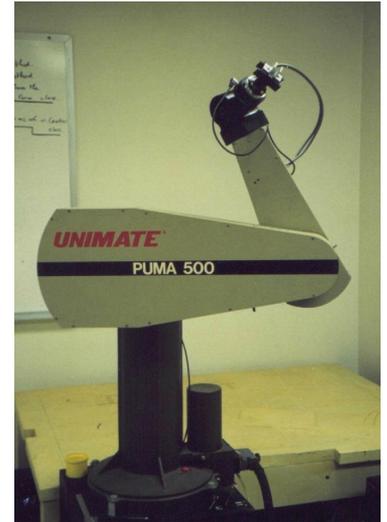
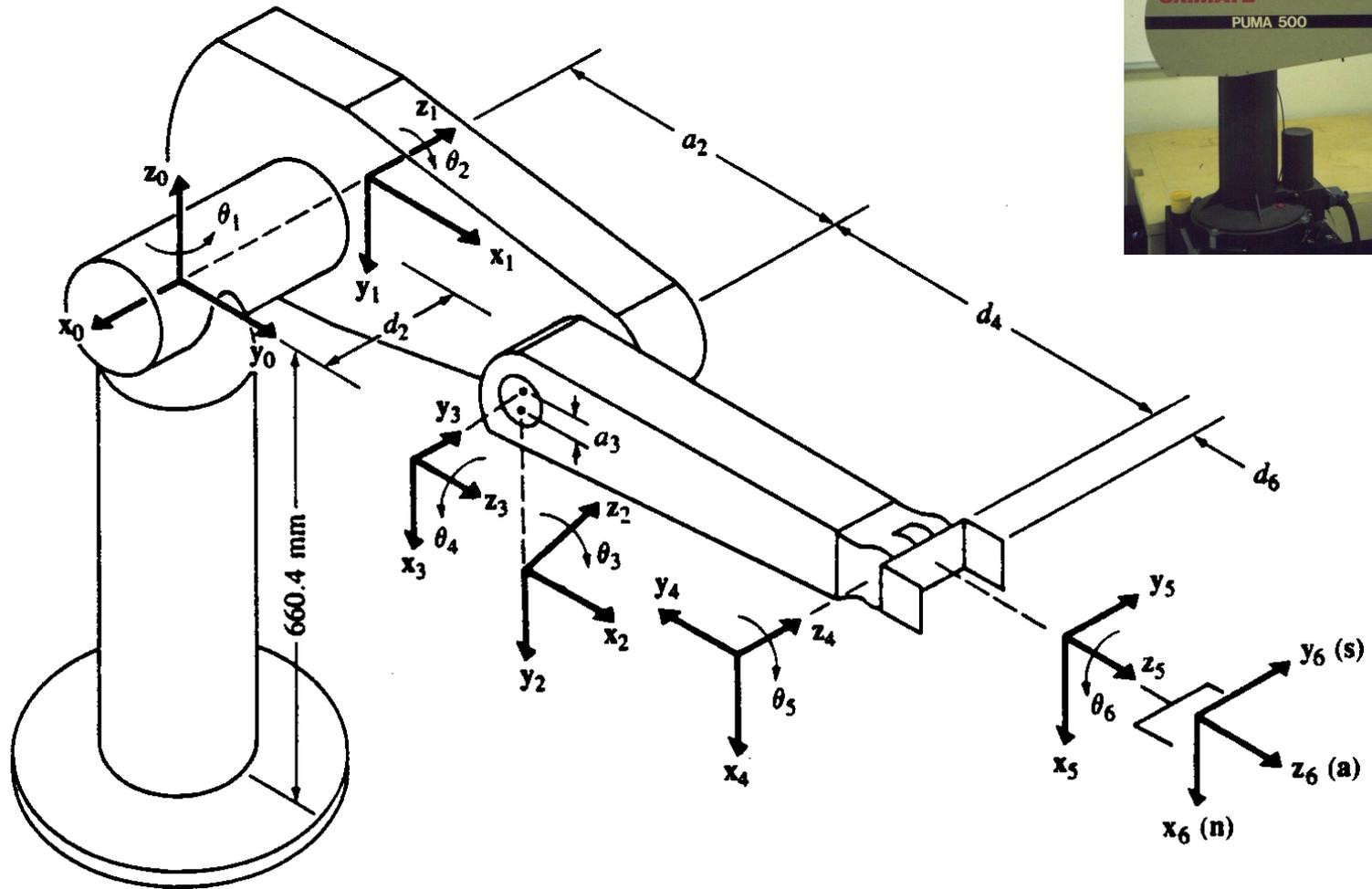


# Sumário da Aula

- 
- 
- 
- **Exemplos em Robôs Industriais**
- Exercícios Recomendados
- Bibliografia Recomendada

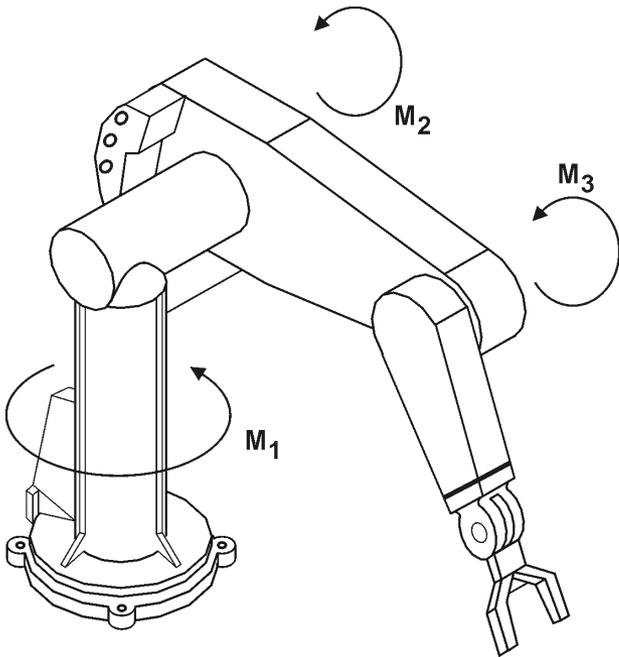
# Exemplo 1

## Robô PUMA 560



# Exemplo 1

## Robô PUMA 560

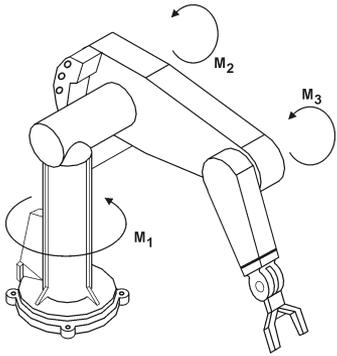


Parâmetros de Denavit-Hartenberg					
Junta	$\alpha_i$	$a_i$	$d_i$	$\theta_i$	range
1	$-90^\circ$	0	0	$90^\circ$	$-160^\circ \sim 160^\circ$
2	$0^\circ$	$a_2$	$d_2$	$0^\circ$	$-225^\circ \sim 45^\circ$
3	$90^\circ$	$a_3$	0	$90^\circ$	$-45^\circ \sim 255^\circ$
4	$-90^\circ$	0	$d_4$	$0^\circ$	$-110^\circ \sim 170^\circ$
5	$90^\circ$	0	0	$0^\circ$	$-100^\circ \sim 100^\circ$
6	$0^\circ$	0	$d_6$	$0^\circ$	$-266^\circ \sim 266^\circ$

$$\Omega^0 = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdot {}^2T_3 \cdot {}^3T_4 \cdot {}^4T_5 \cdot {}^5T_6 \cdot \Omega^6$$

# Exemplo 1

## Robô PUMA 560



$$\Omega^0 = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdot {}^2T_3 \cdot {}^3T_4 \cdot {}^4T_5 \rightarrow {}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} c\theta_i & -c\alpha_i \cdot s\theta_i & s\theta_i \cdot s\alpha_i & a_i \cdot c\theta_i \\ s\theta_i & c\alpha_i \cdot c\theta_i & -s\alpha_i \cdot c\theta_i & a_i \cdot s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & 0 & -s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & 0 & c\theta_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & a_2 \cdot c\theta_2 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & a_2 \cdot s\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2T_3 = \begin{bmatrix} c\theta_3 & 0 & s\theta_3 & a_3 \cdot c\theta_3 \\ s\theta_3 & 0 & -c\theta_3 & a_3 \cdot s\theta_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

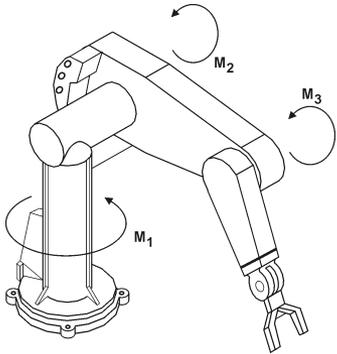
$${}^3T_4 = \begin{bmatrix} c\theta_4 & 0 & -s\theta_4 & 0 \\ s\theta_4 & 0 & c\theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^4T_5 = \begin{bmatrix} c\theta_5 & 0 & s\theta_5 & 0 \\ s\theta_5 & 0 & -c\theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^5T_6 = \begin{bmatrix} c\theta_6 & -s\theta_6 & 0 & 0 \\ s\theta_6 & c\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Exemplo 1

## Robô PUMA 560



$$\Omega^0 = {}^0T_6 \cdot \Omega^6 \quad \Rightarrow \quad {}^0T_6 = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Robô PUMA

$$c_i: \cos\theta_i \quad s_i: \sin\theta_i \quad c_{ij}: \cos(\theta_i+\theta_j) \quad s_{ij}: \sin(\theta_i+\theta_j)$$

$$n_x = c_1 \cdot [c_{23} \cdot (c_4 \cdot c_5 \cdot c_6 - s_4 \cdot s_6) - s_{23} \cdot s_5 \cdot c_6] - s_1 \cdot (s_4 \cdot c_5 \cdot c_6 - c_4 \cdot s_6)$$

$$n_y = s_1 \cdot [c_{23} \cdot (c_4 \cdot c_5 \cdot c_6 - s_4 \cdot s_6) - s_{23} \cdot s_5 \cdot c_6] + c_1 \cdot (s_4 \cdot c_5 \cdot c_6 - c_4 \cdot s_6)$$

$$n_z = s_{23} \cdot (c_4 \cdot c_5 \cdot c_6 - s_4 \cdot s_6) - c_{23} \cdot s_5 \cdot c_6$$

# Exemplo 1

## Robô PUMA 560

$$s_x = c_1 \cdot [-c_{23} \cdot (c_4 \cdot c_5 \cdot s_6 - s_4 \cdot c_6) - s_{23} \cdot s_5 \cdot s_6] - s_1 \cdot (-s_4 \cdot c_5 \cdot s_6 + c_4 \cdot c_6)$$

$$s_y = s_1 \cdot [-c_{23} \cdot (c_4 \cdot c_5 \cdot s_6 - s_4 \cdot c_6) - s_{23} \cdot s_5 \cdot s_6] + c_1 \cdot (-s_4 \cdot c_5 \cdot s_6 + c_4 \cdot c_6)$$

$$s_z = s_{23} \cdot (c_4 \cdot c_5 \cdot s_6 - s_4 \cdot c_6) + c_{23} \cdot s_5 \cdot s_6$$

$$a_x = c_1 \cdot (c_{23} \cdot c_4 \cdot s_5 + s_{23} \cdot c_5) - s_1 \cdot s_4 \cdot s_5$$

$$a_y = s_1 \cdot (c_{23} \cdot c_4 \cdot s_5 + s_{23} \cdot c_5) + c_1 \cdot s_4 \cdot s_5$$

$$a_z = -s_{23} \cdot c_4 \cdot s_5 + c_{23} \cdot c_5$$

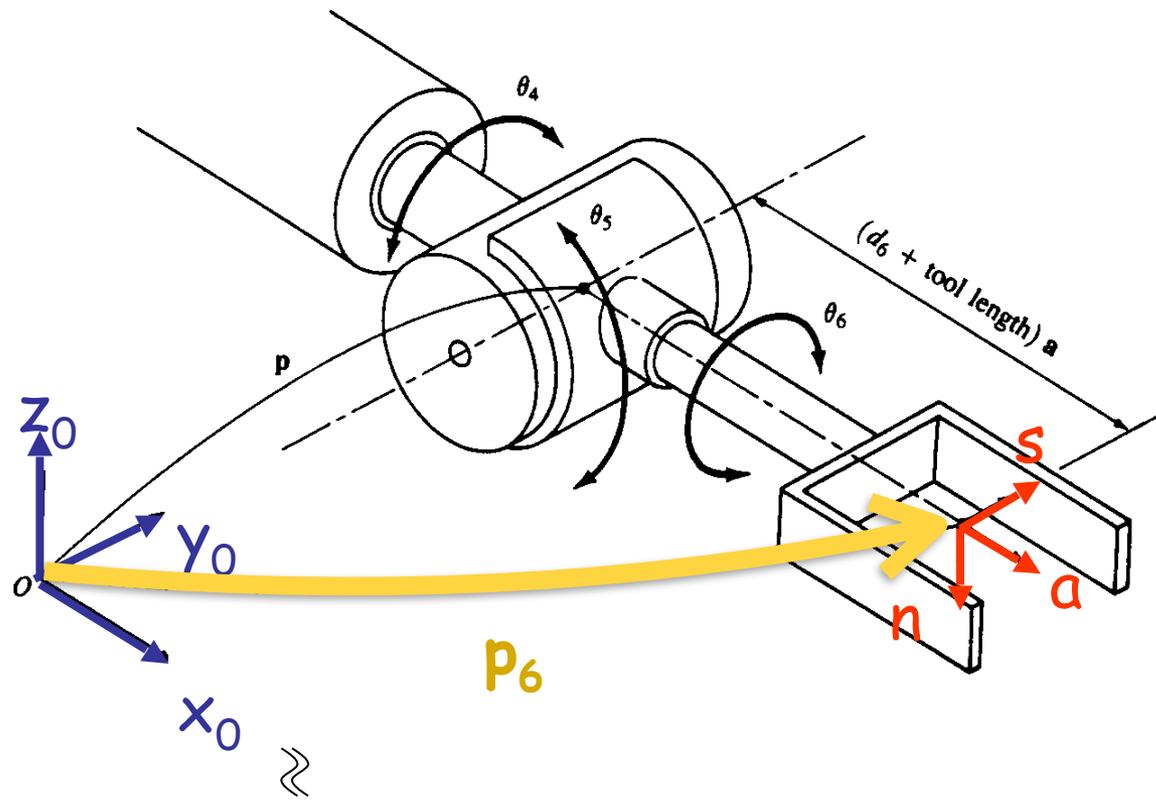
$$p_x = c_1 \cdot [d_6 \cdot (c_{23} \cdot c_4 \cdot s_5 + s_{23} \cdot c_5) + s_{23} \cdot d_4 + c_{23} \cdot a_3 + c_2 \cdot a_2] - s_1 \cdot (d_6 \cdot s_4 \cdot s_5 + d_2)$$

$$p_y = s_1 \cdot [d_6 \cdot (c_{23} \cdot c_4 \cdot s_5 + s_{23} \cdot c_5) + s_{23} \cdot d_4 + c_{23} \cdot a_3 + c_2 \cdot a_2] - c_1 \cdot (d_6 \cdot s_4 \cdot s_5 + d_2)$$

$$p_z = d_6 \cdot (c_{23} \cdot c_5 - s_{23} \cdot c_4 \cdot s_5) + c_{23} \cdot d_4 - s_{23} \cdot a_3 - s_2 \cdot a_2$$

# Exemplo 1

## Robô PUMA 560



# Exemplo 2

## Robô ABB IRB 2400

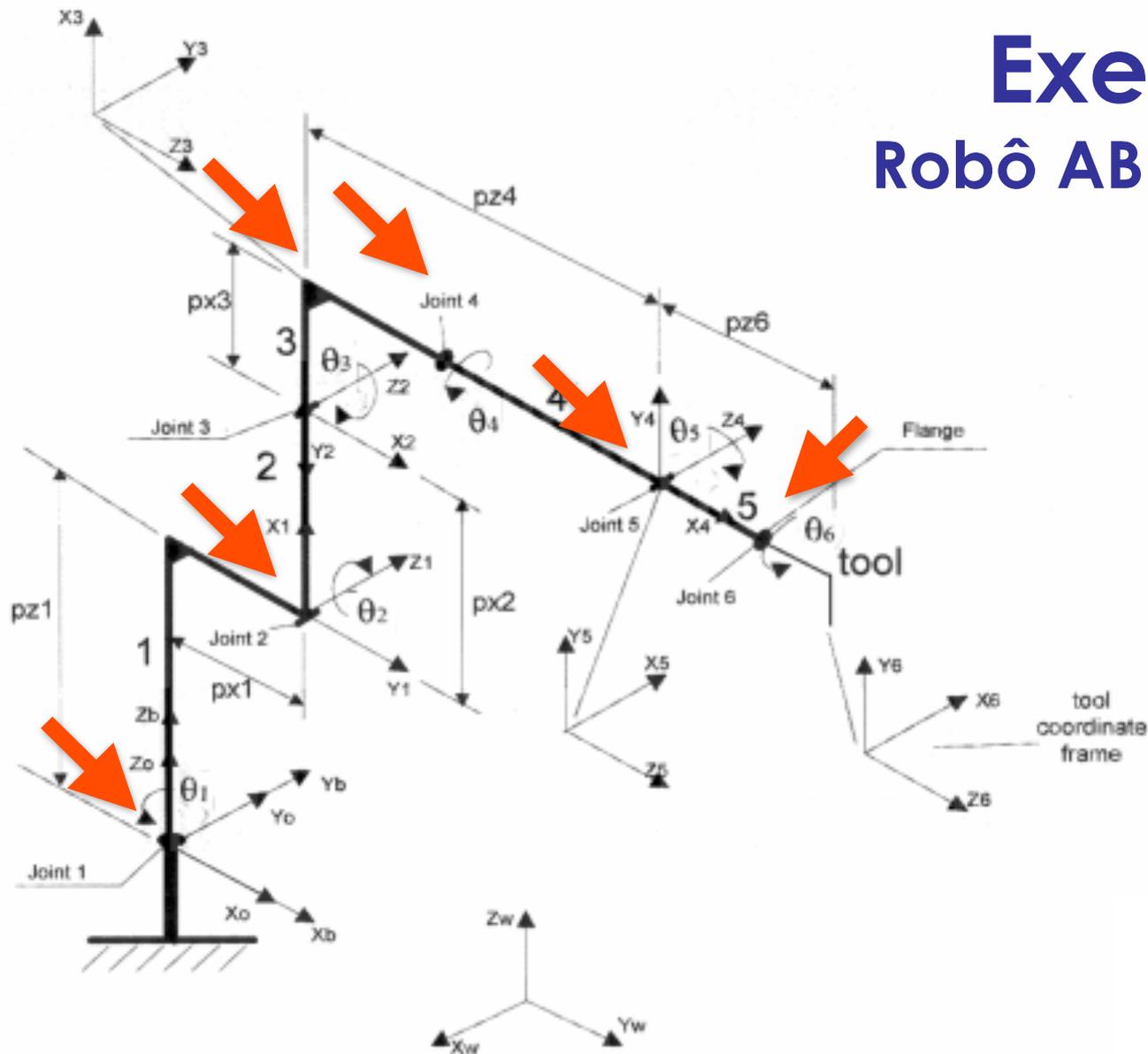


Figure 3. Skeleton of the ABB IRB-2400 Robot with coordinate frames in the zero position and geometric variables for kinematic modeling. (Out of scale).

# Sumário da Aula

- 
- 
- 
- 

- **Exercícios Recomendados**

- Bibliografia Recomendada

# Exercícios Recomendados

- Grupo:
  - No máximo 5 alunos
- Exercícios:
  - Livro do Craig (2005): pp. 92-100
    - Incluindo os exercícios computacionais!!!

# Sumário da Aula

- 
- 
- 
- 
- 

## • Bibliografia Recomendada

# Bibliografia Recomendada

- **Craig, J.C.**, 2005, *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*, 3<sup>rd</sup> Edition, Pearson Education Inc., ISBN 0-201-54361-3
- **Fu, K.S., Gonzales, R.C.**, and **Lee, C.S.G.**, 1987, *Robotics: Control, Sensing, Vision, and Intelligence*, McGraw-Hill Int. Editions, ISBN 0-07-100421-1.
- **Paul, R. P.**, 1981, *Robot Manipulators. Mathematics, Programming and Control*, The MIT Press.
- **Hartenberg, R. S.** and **Denavit, J.**, 1964, *Kinematic Synthesis of Linkages*, McGraw Hill, ISBN 64-23251.
- **Corke, P.**, *Robotics Toolbox for MatLab (Release 7)*.