Lista 3: Prof. Cristiano

Q23.1 Uma carga puntiforme q está no interior de uma superfície gaussiana esférica. Se a carga for removida para um ponto afastado do centro dessa superfície esférica, o campo elétrico em um ponto sobre essa superfície se modifica? O fluxo total através da superfície gaussiana sofre alteração? Explique.

Q23.4 A lei de Gauss e a lei de Coulomb são *completamente* equivalentes? Existe alguma situação na eletrostática em que uma é válida e a outra não? Explique.

Q23.6 Caso o campo elétrico de uma carga puntiforme fosse proporcional a $1/r^3$ em vez de $1/r^2$, a lei de Gauss ainda seria válida? Explique seu raciocínio. (*Dica:* Considere uma superfície gaussiana esférica centralizada sobre uma única carga puntiforme.)

23.2 O cubo na Figura 23.28 possui uma aresta $L = 10{,}0$ cm. O campo elétrico é uniforme, paralelo ao plano xy formando um ângulo de 36,9° medido do eixo $+Ox$ para o eixo $+Oy$ e possui módulo $E = 4{,}00 \times 10^3$ N/C. a) Qual é o fluxo elétrico através de cada uma das seis faces do cubo S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 e S_6? b) Qual é o fluxo elétrico total através de todas as faces do cubo?

23.3 Um cubo possui uma aresta de comprimento $L = 10{,}0$ cm. Ele é colocado com um vértice na origem como indica a Figura 23.28. O campo elétrico é uniforme e dado por $\vec{E} = -B\hat{\imath} + C\hat{\jmath} - D\hat{k}$, onde B, C e D são constantes positivas. a) Qual é o fluxo elétrico através de cada uma das seis faces do cubo S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 e S_6? b) Determine o fluxo elétrico total através de todas as faces do cubo.

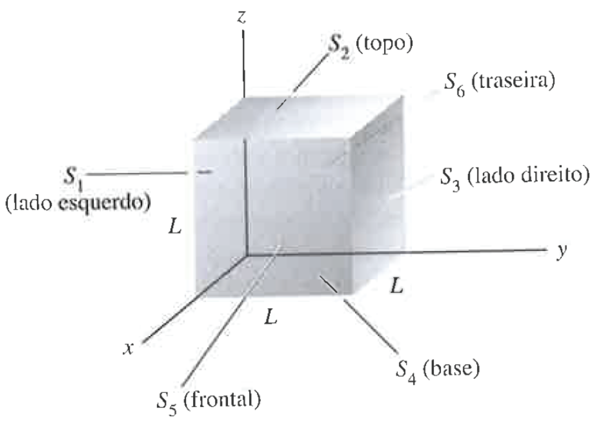
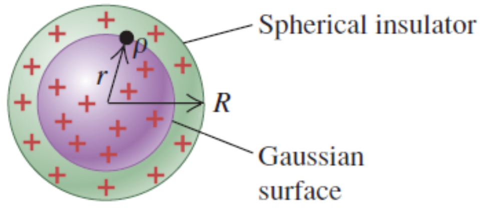


FIGURA 23.28 Exercícios 23.2 e 23.3

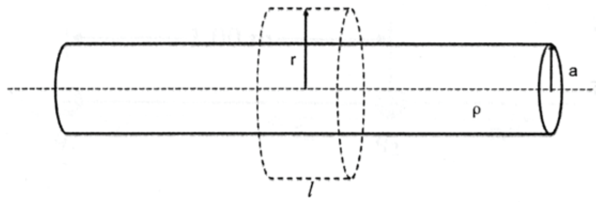
23.9 Em uma certa região do espaço, existe um campo elétrico $\vec{E}$ uniforme. a) Use a lei de Gauss para provar que essa região deve ser eletricamente neutra, ou seja, a densidade de carga ρ deve ser igual a zero. b) A recíproca é verdadeira? Ou seja, em uma região do espaço na qual não existe nenhuma carga, o campo elétrico $\vec{E}$ deve ser uniforme? Explique seu raciocínio.

23.12 Uma esfera metálica sólida sem buracos com raio igual a 0,450 m possui uma carga líquida de 0,250 nC. Encontre o módulo do campo elétrico a) em um ponto situado fora da esfera a uma distância de 0,100 m de sua superfície; b) em um ponto interno a uma distância de 0,100 m abaixo da superfície.

X1) Uma carga positiva Q é distribuída uniformemente ao longo do volume de uma **esfera isolante** de raio R. Encontre a magnitude do campo elétrico em um ponto *P* localizado a uma distância *r* do centro da esfera.



X2) Uma carga positiva Q é distribuída uniformemente ao longo do volume de uma **cilindro isolante** de raio R e infinitamente longo. Encontre a magnitude do campo elétrico em um ponto *P* localizado a uma distância *r* perpendicular ao eixo principal do cilindro. Dica: construa uma superfície Gaussiana no interior do cilindro e outra na parte externa do cilindro.



X3) Duas grandes placas condutoras possuem cargas com mesmo sinal mas sinais opostos. As densidades superfícies de carga são σ e -σ. Use a lei de Gauss para encontrar o campo nas regiões fora e entre as placas. Dica: assuma que as placas são grandes de modo a desprezar efeitos de borda.

23.24 Uma esfera dentro de uma esfera. Uma esfera condutora sólida de raio a possui carga q. Ela está no interior de uma esfera condutora oca concêntrica com raio interno b e raio externo c. A esfera condutora oca não possui nenhuma carga líquida. a) Deduza uma expressão para o módulo do campo elétrico em função da distância r ao centro para as regiões $r < a$, $a < r < b$, $b < r < c$ e $r > c$. b) Faça um gráfico do módulo do campo elétrico em função da distância r de $r = 0$ até $r = 2c$. c) Qual é a carga sobre a superfície interna da esfera oca? d) Qual é a carga sobre a superfície externa da esfera oca? e) Represente as cargas da pequena esfera usando quatro sinais de adição. Faça um esboço das linhas de campo do sistema no interior de um volume esférico de raio igual a $2c$.

23.46 Uma distribuição de cargas esfericamente simétrica porém não uniforme possui uma densidade $\rho(r)$ dada por:

$$\rho(r) = \rho_0(1 - 4r/3R) \qquad \text{para} \quad r \le R,$$
$$\rho(r) = 0 \qquad \text{para} \quad r \ge R,$$

onde ρ_0 é uma constante positiva. a) Calcule a carga total contida na distribuição de cargas. b) Obtenha uma expressão para o campo elétrico na região $r \ge R$. c) Determine uma expressão para o campo elétrico na região $r \le R$. d) Faça um gráfico do módulo do campo elétrico E em função da distância r. e) Encontre o ponto r para o qual o campo elétrico atinge seu valor máximo e calcule o valor desse campo elétrico máximo.

23.49 a) Uma esfera isolante com raio a possui uma densidade de carga uniforme ρ. A esfera não está centralizada na origem, porém seu centro está localizado no ponto $\vec{r} = \vec{b}$. Demonstre que o campo elétrico no interior da esfera é dado por $\vec{E} = \rho(\vec{r} - \vec{b})/3\epsilon_0$.
b) Uma esfera isolante com raio R possui um buraco esférico com raio a localizado no interior de seu volume e está centralizado em um ponto a uma distância b do centro da esfera, onde $a < b < R$ (uma seção reta da esfera é indicada na Figura 23.37). A parte maciça da esfera possui uma densidade de carga volumétrica ρ uniforme. Determine o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico $\vec{E}$ no interior do buraco e mostre que $\vec{E}$ é uniforme em todos os pontos do volume do buraco. (*Dica*: Use o princípio da superposição e o resultado do item (a).)

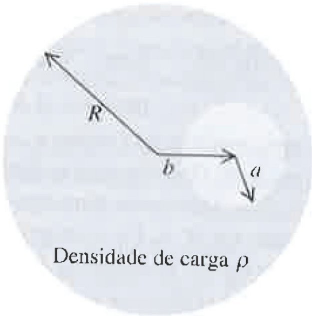


FIGURA 23.37 Problema 23.49.

X4) Partindo da Lei de Gauss na forma integral

$$\Phi_E = \oint \vec{\mathrm{E}} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{tot}}{\varepsilon_0}$$

Mostre que o divergente do campo Elétrico ***E*** se relaciona com a densidade de carga elétrica na forma,

$$\mathbf{div}\vec{\mathrm{E}} = \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathrm{E}} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho$$

Dica: escreva a carga como a integral de volume de uma densidade de carga e utilize o teorema da Divergência para um campo vetorial:

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n}\, da = \int_V \operatorname{div} \mathbf{E}\, dv,$$

Dica: Para as integrações acesse o site: http://www.wolframalpha.com/calculators/integral-calculator/

É um site de acesso grátis, fornecido pelo desenvolvedor do Mathematica™ para resolução de integrais.