

Métodos Empíricos de Pesquisa II

▶ Testes de Hipóteses

Aula de hoje

▶ Tópicos

- ▶ Testes de Hipóteses

▶ Referências

- ▶ Barrow, M. Estatística para economia, contabilidade e administração. São Paulo: Ática, 2007, Cap. 5
- ▶ Morettin, P. e W. Bussab. Estatística básica. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2005. Cap. 11



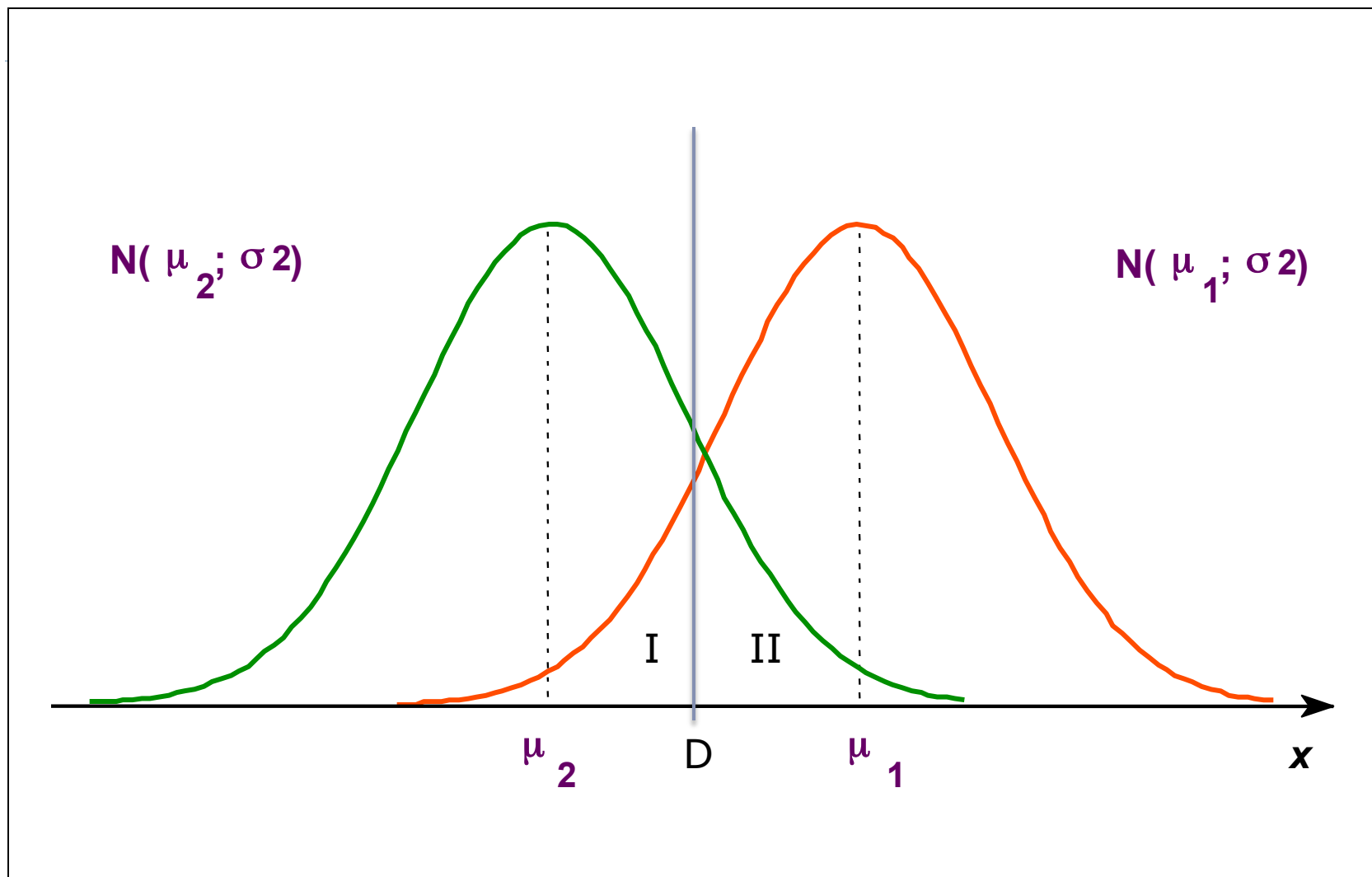
Revisão

Objetivo

- ▶ **Objetivo:** Decidir se uma hipótese é verdadeira ou falsa com base em uma amostra de dados
- ▶ **Por exemplo:**
- ▶ Dois partidos políticos estão debatendo sobre o nível de corrupção no país. Um dos partidos diz que a corrupção aumentou em relação ao governo anterior. O outro partido diz que não.

Testes de Hipóteses

		Situação real	
		H_0 é verdadeira	H_0 é falsa
Nossa Decisão	Rejeitar H_0	<i>Erro Tipo I</i> (Rejeitar H_0 , quando H_0 é verdadeira)	Decisão correta
	Não Rejeitar H_0	Decisão correta	<i>Erro Tipo II</i> (Não Rejeitar H_0 , quando H_0 é falsa)



Testes de Hipóteses

- ▶ Regra de Decisão:
- ▶ A região à esquerda de D é chamada região de rejeição
- ▶ A região à direita de D é chamada região de não-rejeição

Testes de Hipóteses

- ▶ Onde devemos colocar a nossa linha de decisão?
- ▶ Por convenção, na maioria dos casos consideramos a probabilidade de erro do tipo I como 5%.
- ▶ Esse é denominado nível de significância (α) do teste e o nível de confiança da decisão é de $(1-\alpha)$.

Testes de Hipóteses

- ▶ Em amostras grandes, as etapas do teste são:
 1. Escrever as hipóteses alternativas e nulas
 2. Escolher o nível de significância do teste α
 3. Calcular o **valor crítico** do teste z^*
 4. Calcular o z score associado à média amostral, conhecido como a **estatística do teste**
 5. Decidir: Se o valor de z estiver na região de rejeição determinada por z^* , rejeitar H_0 com um nível de confiança de $1-\alpha$

Testes de Hipóteses

- ▶ Escolha do nível de significância:
- ▶ Por convenção, geralmente escolhemos 5%.
- ▶ Porém, escolher um nível de significância menor se o custo relacionado a erros do tipo I forem relativamente altos.

Testes de Hipóteses

- ▶ O teste t deve ser utilizado quando:
 - ▶ O tamanho da amostra é pequeno; e
 - ▶ A distribuição da população de origem é normal; e
 - ▶ A variância da amostra é utilizada para se estimar a variância da população



Aula de Hoje

Testes de Hipóteses

- ▶ **Definição:**
 - ▶ **P-value** é a probabilidade de erro do tipo I caso a estatística do teste fosse utilizada como valor crítico.
 - ▶ **O p-value pode ser utilizado no teste de hipóteses:**
 - ▶ Nesse caso, rejeita-se H_0 se o p-value for inferior ao nível de significância escolhido.
 - ▶ Isso é equivalente a rejeitar H_0 se a estatística de teste estiver na região de rejeição do teste.

Testes de Hipóteses

- ▶ Suponha que foram coletados dados de 100 franquias da marca X com faturamento semanal médio de R\$ 4971 e desvio-padrão de R\$ 143. Podemos rejeitar a hipótese de que o faturamento semanal médio de todas as franquias da marca X é de R\$ 5000?

Testes de Hipóteses

- ▶ A estatística do teste é $z = -2,03$ ($< -1,96$) e rejeitamos H_0 .
- ▶ Nesse caso, dizemos que a média de R\$4971 é significativamente diferente de R\$5000, em termos estatísticos.
- ▶ Porém, a magnitude da diferença ou magnitude do efeito pode ser insignificante, em termos econômicos.

Testes de Hipóteses

- ▶ **Definição:**

- ▶ O **poder de um teste** é probabilidade de rejeitar H_0 quando é falsa.

- ▶ Pode ser definido da seguinte maneira:

- ▶ Poder de um teste = $1 - \text{Pr}(\text{erro do tipo II})$

- ▶ **Como já vimos, gostaríamos de reduzir ao máximo a probabilidade de erro no teste de hipóteses**

- ▶ Reduzir a probabilidade de erro do tipo II é equivalente a aumentar o poder de um teste

Testes de Hipóteses

- ▶ Suponha que desejamos testar se o níveis produtivos médios de duas firmas concorrentes são equivalentes. Para isso, coletamos os dados de produção diária:

	Firma 1	Firma 2
Produção Diária Média	420	408
Desvio Padrão	25	40
Número de Obs	55	51

Testes de Hipóteses

- ▶ Com base nas aulas anteriores, sabemos as distribuições da diferença das médias amostrais.
- ▶ Nesse caso, as variâncias das populações são desconhecidas mas podem ser estimadas pelas variâncias amostrais.

Testes de Hipóteses

▶ As etapas do teste são:

1. Escrever as hipóteses alternativas e nulas
2. Escolher o nível de significância do teste α
3. Calcular o z score, conhecido como a **estatística do teste**
4. Calcular o **valor crítico** do teste z^* ,
5. Decidir: Se o valor de z estiver na região de rejeição determinada pelo valor de z^* , rejeitar H_0 com um nível de confiança de $1-\alpha$

Testes de Hipóteses

- ▶ Suponha que desejamos testar se os gastos médios com pesquisa e desenvolvimento “P&D” dos países A e B são equivalentes. Para isso, coletamos os dados de gastos com “P&D” de algumas empresas desses países:

	País A	País B
Gasto Médio (em milhões de dólares)	7	6.5
Desvio Padrão	0.6	0.9
Número de Obs	20	15

Testes de Hipóteses

▶ As etapas do teste são:

1. Escrever as hipóteses alternativas e nulas
2. Escolher o nível de significância do teste α
3. Calcular a estatística t , conhecida como a **estatística do teste**
4. Calcular o **valor crítico** do teste t^* ,
5. Decidir: Se o valor de t estiver na região de rejeição determinada pelo valor de t^* , rejeitar H_0 com um nível de confiança de $1-\alpha$

Testes de Hipóteses

- ▶ **Voltemos ao problema visto anteriormente:**
 - ▶ Suponha que foram coletados dados de 100 franquias da marca X com faturamento semanal médio de R\$ 4971 e desvio-padrão de R\$ 143. Podemos rejeitar a hipótese de que o faturamento semanal médio de todas as franquias da marca X é de R\$5000?

Testes de Hipóteses

- ▶ Vimos que a estatística do teste é $z = -2,03$ ($< -1,96$) e rejeitamos H_0 .
- ▶ Adicionalmente, se construirmos o intervalo de confiança de 95%, obteremos:

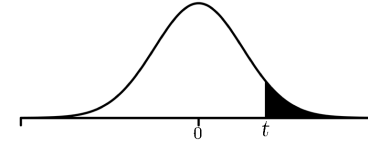
[4942,97, 4999,03]

- ▶ Notem que 5000 não está dentro do intervalo de confiança de 95%.

Testes de Hipóteses

- ▶ De fato, sempre que um valor fique fora do intervalo de confiança de 95% ao redor da estimativa, ele será rejeitado como valor verdadeiro num teste de hipóteses com o mesmo nível de confiança.
- ▶ Dessa forma, o teste de hipóteses pode ser realizado através da construção de um intervalo de confiança.
- ▶ Porém, o intervalo de confiança nos dá uma idéia das estimativas dos valores de um parâmetro, mesmo quando a hipótese nula é rejeitada.

Estimação com amostras pequenas



Critical Values for Student's t -Distribution.

df	Upper Tail Probability: $\Pr(T > t)$									
	0.2	0.1	0.05	0.04	0.03	0.025	0.02	0.01	0.005	0.0005
1	1.376	3.078	6.314	7.916	10.579	12.706	15.895	31.821	63.657	636.619
2	1.061	1.886	2.920	3.320	3.896	4.303	4.849	6.965	9.925	31.599
3	0.978	1.638	2.353	2.605	2.951	3.182	3.482	4.541	5.841	12.924
4	0.941	1.533	2.132	2.333	2.601	2.776	2.999	3.747	4.604	8.610
5	0.920	1.476	2.015	2.191	2.422	2.571	2.757	3.365	4.032	6.869
6	0.906	1.440	1.943	2.104	2.313	2.447	2.612	3.143	3.707	5.959
7	0.896	1.415	1.895	2.046	2.241	2.365	2.517	2.998	3.499	5.408
8	0.889	1.397	1.860	2.004	2.189	2.306	2.449	2.896	3.355	5.041
9	0.883	1.383	1.833	1.973	2.150	2.262	2.398	2.821	3.250	4.781
10	0.879	1.372	1.812	1.948	2.120	2.228	2.359	2.764	3.169	4.587
11	0.876	1.363	1.796	1.928	2.096	2.201	2.328	2.718	3.106	4.437
12	0.873	1.356	1.782	1.912	2.076	2.179	2.303	2.681	3.055	4.318
13	0.870	1.350	1.771	1.899	2.060	2.160	2.282	2.650	3.012	4.221
14	0.868	1.345	1.761	1.887	2.046	2.145	2.264	2.624	2.977	4.140
15	0.866	1.341	1.753	1.878	2.034	2.131	2.249	2.602	2.947	4.073
16	0.865	1.337	1.746	1.869	2.024	2.120	2.235	2.583	2.921	4.015
17	0.863	1.333	1.740	1.862	2.015	2.110	2.224	2.567	2.898	3.965
18	0.862	1.330	1.734	1.855	2.007	2.101	2.214	2.552	2.878	3.922
19	0.861	1.328	1.729	1.850	2.000	2.093	2.205	2.539	2.861	3.883
20	0.860	1.325	1.725	1.844	1.994	2.086	2.197	2.528	2.845	3.850

21	0.859	1.323	1.721	1.840	1.988	2.080	2.189	2.518	2.831	3.819
22	0.858	1.321	1.717	1.835	1.983	2.074	2.183	2.508	2.819	3.792
23	0.858	1.319	1.714	1.832	1.978	2.069	2.177	2.500	2.807	3.768
24	0.857	1.318	1.711	1.828	1.974	2.064	2.172	2.492	2.797	3.745
25	0.856	1.316	1.708	1.825	1.970	2.060	2.167	2.485	2.787	3.725
26	0.856	1.315	1.706	1.822	1.967	2.056	2.162	2.479	2.779	3.707
27	0.855	1.314	1.703	1.819	1.963	2.052	2.158	2.473	2.771	3.690
28	0.855	1.313	1.701	1.817	1.960	2.048	2.154	2.467	2.763	3.674
29	0.854	1.311	1.699	1.814	1.957	2.045	2.150	2.462	2.756	3.659
30	0.854	1.310	1.697	1.812	1.955	2.042	2.147	2.457	2.750	3.646
31	0.853	1.309	1.696	1.810	1.952	2.040	2.144	2.453	2.744	3.633
32	0.853	1.309	1.694	1.808	1.950	2.037	2.141	2.449	2.738	3.622
33	0.853	1.308	1.692	1.806	1.948	2.035	2.138	2.445	2.733	3.611
34	0.852	1.307	1.691	1.805	1.946	2.032	2.136	2.441	2.728	3.601
35	0.852	1.306	1.690	1.803	1.944	2.030	2.133	2.438	2.724	3.591
36	0.852	1.306	1.688	1.802	1.942	2.028	2.131	2.434	2.719	3.582
37	0.851	1.305	1.687	1.800	1.940	2.026	2.129	2.431	2.715	3.574
38	0.851	1.304	1.686	1.799	1.939	2.024	2.127	2.429	2.712	3.566
39	0.851	1.304	1.685	1.798	1.937	2.023	2.125	2.426	2.708	3.558
40	0.851	1.303	1.684	1.796	1.936	2.021	2.123	2.423	2.704	3.551
41	0.850	1.303	1.683	1.795	1.934	2.020	2.121	2.421	2.701	3.544
42	0.850	1.302	1.682	1.794	1.933	2.018	2.120	2.418	2.698	3.538
43	0.850	1.302	1.681	1.793	1.932	2.017	2.118	2.416	2.695	3.532
44	0.850	1.301	1.680	1.792	1.931	2.015	2.116	2.414	2.692	3.526
45	0.850	1.301	1.679	1.791	1.929	2.014	2.115	2.412	2.690	3.520
46	0.850	1.300	1.679	1.790	1.928	2.013	2.114	2.410	2.687	3.515
47	0.849	1.300	1.678	1.789	1.927	2.012	2.112	2.408	2.685	3.510
48	0.849	1.299	1.677	1.789	1.926	2.011	2.111	2.407	2.682	3.505
49	0.849	1.299	1.677	1.788	1.925	2.010	2.110	2.405	2.680	3.500
50	0.849	1.299	1.676	1.787	1.924	2.009	2.109	2.403	2.678	3.496
60	0.848	1.296	1.671	1.781	1.917	2.000	2.099	2.390	2.660	3.460
70	0.847	1.294	1.667	1.776	1.912	1.994	2.093	2.381	2.648	3.435
80	0.846	1.292	1.664	1.773	1.908	1.990	2.088	2.374	2.639	3.416
90	0.846	1.291	1.662	1.771	1.905	1.987	2.084	2.368	2.632	3.402
100	0.845	1.290	1.660	1.769	1.902	1.984	2.081	2.364	2.626	3.390
120	0.845	1.289	1.658	1.766	1.899	1.980	2.076	2.358	2.617	3.373
140	0.844	1.288	1.656	1.763	1.896	1.977	2.073	2.353	2.611	3.361
180	0.844	1.286	1.653	1.761	1.893	1.973	2.069	2.347	2.603	3.345
200	0.843	1.286	1.653	1.760	1.892	1.972	2.067	2.345	2.601	3.340
500	0.842	1.283	1.648	1.754	1.885	1.965	2.059	2.334	2.586	3.310
1000	0.842	1.282	1.646	1.752	1.883	1.962	2.056	2.330	2.581	3.300
∞	0.842	1.282	1.645	1.751	1.881	1.960	2.054	2.326	2.576	3.291

Distribuição Normal : Valores de $P(Z \leq z) = A(z)$

Segunda decimal de z

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Parte inteira e primeira decimal de z