

Propriedades dos Determinantes e das Matrizes Inversas

Propriedades dos Determinantes

Sejam A e B quaisquer matrizes quadradas de ordem ($n \times n$). Para essas matrizes valem as seguintes propriedades dos determinantes das mesmas:

1. $\text{Det}(A) = \text{Det}(A^T)$;
2. $\text{Det}(A.B) = \text{Det}(A).\text{Det}(B)$;
3. Em geral, $\text{Det}(A+B) \neq \text{Det}(A) + \text{Det}(B)$;
4. A troca de posição de quaisquer duas linhas (ou colunas) da matriz A muda o sinal do seu determinante, mas não do seu valor numérico;
5. A multiplicação de qualquer linha (ou coluna) da matriz A, por qualquer escalar k, multiplicará o valor do seu determinante pelo mesmo escalar k;

6. A modificação da matriz A, com substituição de quaisquer de suas linhas (ou colunas), pela adição à mesma de qualquer outra linha (ou coluna) multiplicada por qualquer escalas k, não modifica o valor do seu determinante;
7. Se qualquer linha (ou coluna) da matriz A for um múltiplo de qualquer outra linha (ou coluna), então o valor do seu determinante será zero;
8. Se qualquer linha (ou coluna) da matriz A for nula, então o valor do seu determinante será zero.

Propriedades das Matrizes Inversas

Sejam A e B quaisquer matrizes quadradas de ordem $(n \times n)$, invertíveis. Para essas matrizes valem as seguintes propriedades das suas matrizes inversas:

1. $(A^{-1})^{-1} = A$;
2. $(A.B)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$;
3. $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.

Propriedades das Matrizes Inversas

Teorema: Para qualquer matriz quadrada A , de ordem $(n \times n)$, se qualquer uma das afirmações abaixo for verdadeira, então todas as demais também o são:

- a) A matriz A é invertível;
- b) A matriz A é não singular, ou seja, $\text{Det}(A) \neq 0$;
- c) A matriz A tem posto pleno, ou seja, igual a n ;
- d) O sistema de n equações lineares com n variáveis, expresso por $AX = B$ sempre apresenta uma única solução, qualquer que seja a matriz B , de ordem $(n \times 1)$

Fim