

Teorema Geral de Existência e Multiplicidade de Solução de Sistemas de Equações Lineares

Considere um sistema de n equações lineares envolvendo m variáveis, representado de forma matricial por $A.X = B$, sendo

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2m} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix} ; \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

Para esse sistema, considere os seguintes casos:

CASO 1 – O número de equações (n) é menor que o número de variáveis (m)

- Se B pode ser qualquer matriz coluna de parâmetros, então $A.X = B$ pode ter infinitas soluções ou não ter nenhuma solução;
- Se B for uma matriz coluna nula, ou seja, o sistema de equações é homogêneo, então $A.X = 0$ tem infinitas soluções;

- c) Se o Posto de A for igual ao número de equações (n), então $A.X = B$ tem infinitas soluções, qualquer que seja a matriz coluna B.

CASO 2 – O número de equações (n) é maior que o número de variáveis (m)

- a) Se B pode ser qualquer matriz coluna de parâmetros, então $A.X = B$ pode ter uma única solução, ou infinitas soluções, ou ainda não ter nenhuma solução;
- b) Se B for uma matriz coluna nula, ou seja, o sistema de equações é homogêneo, então $A.X = 0$ sempre apresenta solução: única ou infinitas delas;
- c) Se o Posto de A for igual ao número de variáveis (m), então $A.X = B$ pode apresentar uma única solução ou não ter solução, qualquer que seja a matriz coluna B

CASO 3 – O número de equações (n) é igual ao número de variáveis (m)

- a) Se B pode ser qualquer matriz coluna de parâmetros, então $A.X = B$ pode ter uma única solução, ou infinitas soluções, ou ainda não ter nenhuma solução;
- b) Se B for uma matriz coluna nula, ou seja, o sistema de equações é homogêneo, então $A.X = 0$ sempre apresenta solução: única ou infinitas delas;
- c) Se o Posto de A for igual ao número de equações (n) e variáveis (m), então $A.X = B$ sempre apresenta uma única solução, qualquer que seja a matriz coluna B