

Mecânica Clássica 2 (Semestre 2 de 2017): Lista 4

1. Mostre que os parênteses de Poisson $[q_i, q_j] = [p_i, p_j] = 0$ e $[q_i, p_j] = \delta_{ij}$.
2. Demosntre as seguintes propriedades dos parênteses de Poisson:
 - a) $[F, F] = 0$.
 - b) $[F, C] = 0$, C sendo uma constante.
 - c) $[CF, G] = C[F, G]$.
 - d) $[F_1 + F_2, G] = [F_1, G] + [F_2, G]$.
 - e) $[F, G_1 G_2] = G_1[F, G_2] + [F, G_1]G_2$.
 - f) $\frac{\partial}{\partial t}[F, G] = [\partial F / \partial t, G] + [F, \partial G / \partial t]$.
 - g) $[F, [G, K]] + [G, [K, F]] + [K, [F, G]] = 0$.
3. Sendo $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$, mostre que $[J_y, J_z] = J_x$, $[J_z, J_x] = J_y$ e $[J_x, J_y] = J_z$.
4. Usando os parênteses de Poisson, mostre que a transformação $q = \sqrt{2P} \sin Q$, $p = \sqrt{2P} \cos Q$ é canônica.
5. Mostre que os parênteses de Poisson de duas constantes do movimento é uma constante do movimento.
6. **Teorema de Liouville** Mostre que o volume ocupado por um certo número de pontos do espaço de fase não muda com o tempo.