

Instituto de Física USP

Física V - Aula 09

Professora: Mazé Bechara

Aula 09 – Ondas eletromagnéticas. A natureza dual da radiação eletromagnética: os fótons.

1. **A lei de Stefan-Boltzmann a partir da expressão de Planck.** Aplicação relativa a corpo negro.
2. Revisão sobre **ondas eletromagnéticas: fontes, tipos de ondas que geram e suas frentes de ondas.**
3. **Atividade** sobre a Intensidade e distribuição de energia na frente das ondas monocromáticas simétricas: planas, cilíndricas e esféricas.
4. **A proposta de Einstein de granulação na energia da onda eletromagnética – os fótons.** Distinguindo a quantização de Einstein da de Planck.
5. O número de fótons por unidade de tempo nas frentes da onda eletromagnética monocromáticas. A compatibilidade possível entre as visões de Maxwell e Einstein na intensidade das fontes.

Resultados de Planck

$$\langle \varepsilon_T \rangle = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{h\frac{c}{\lambda}}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

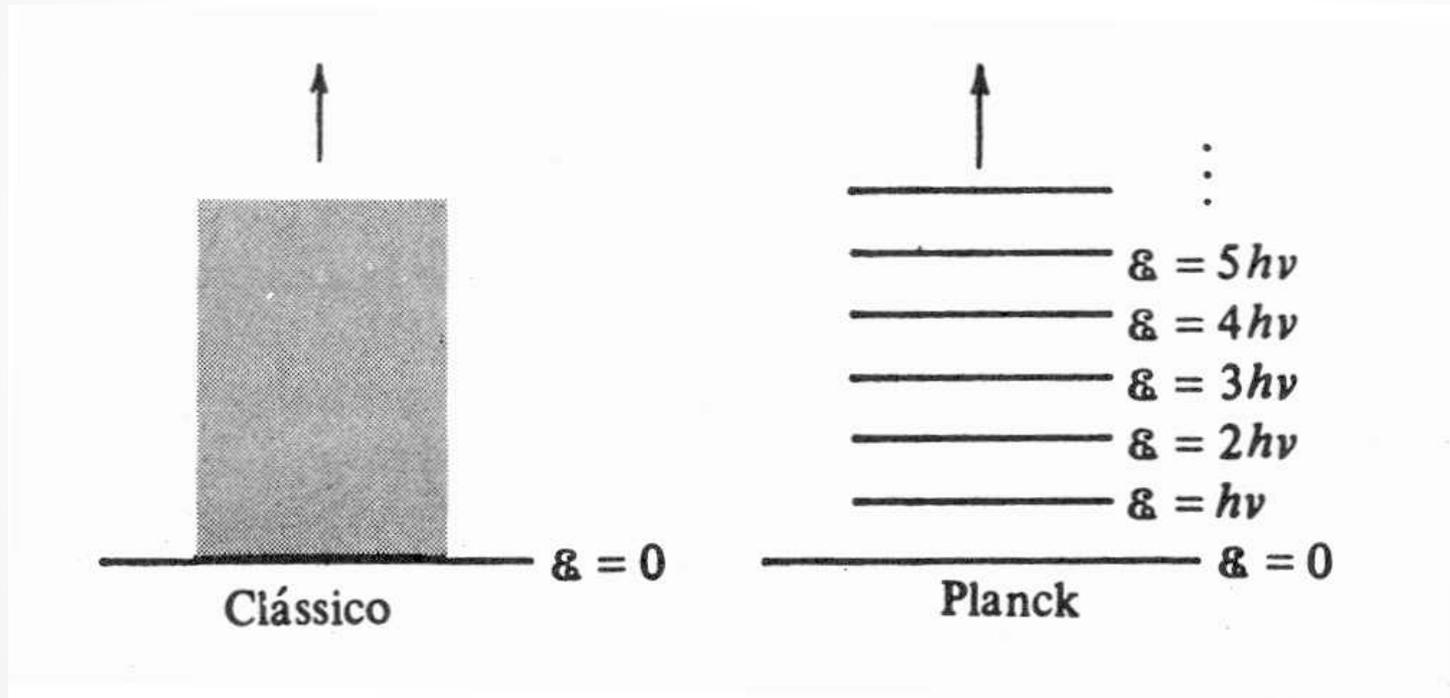
$$R_T(\nu) = \frac{2\pi\nu^3}{c^2} \frac{h}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$R_T(\lambda) = \frac{2\pi c^2}{\lambda^5} \frac{h}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

- **Observação importante: quando $h\nu \ll kT$, os resultados de Planck coincidem com os clássicos para a energia média de oscilador unidimensional (kT de Boltzmann) e para a radiança do corpo negro (expressão de Rayleigh Jens).**

Diagrama de energias de sistemas de muitos osciladores harmônicos unidimensionais – energias contínuas (clássico) e discretas (Planck)

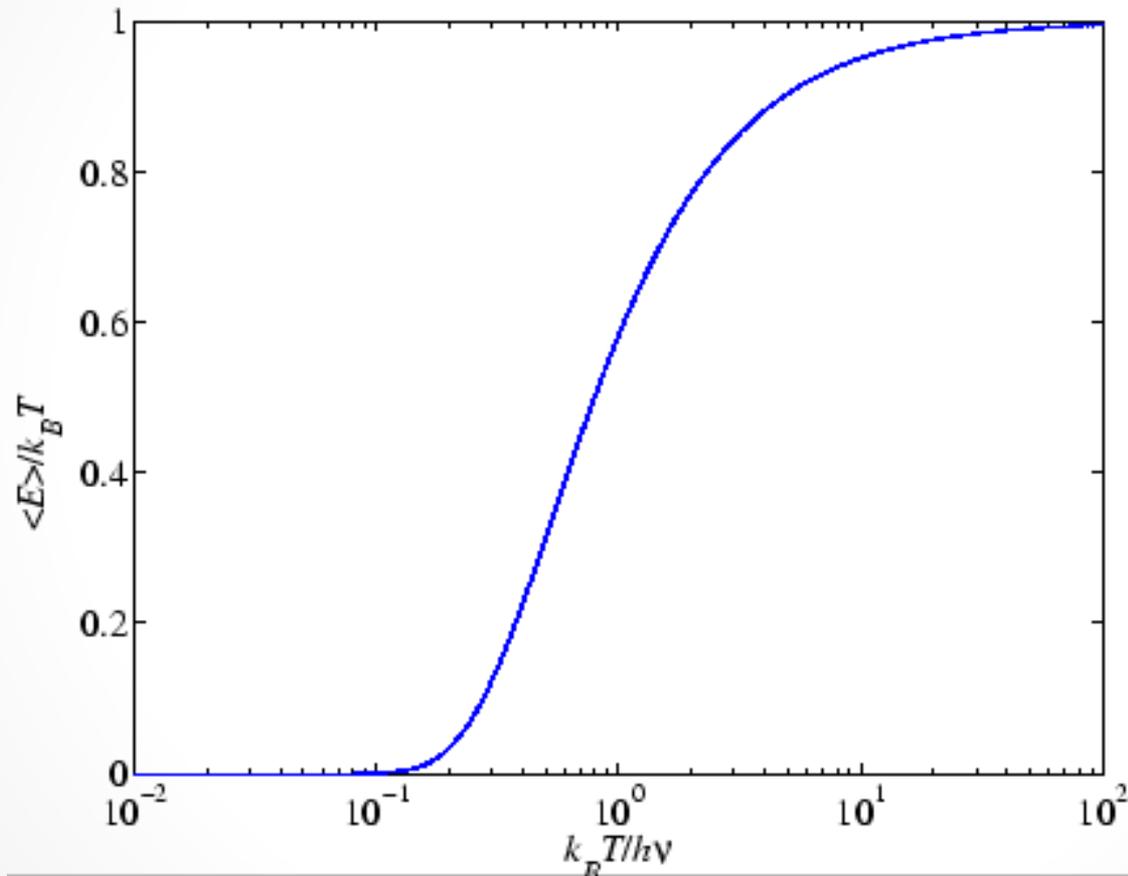
- O ponto de partida – proposta de Planck (1900): $\varepsilon_0 = h\nu$



A diferença de energia quantizada dos osciladores entre o estado n e o estado $n+1$, para qualquer frequência

• n	$\Delta\varepsilon/\varepsilon = 1/n$	%
• 1	1	100
• 10	0,1	10
• 100	0,01	1
• 500	0,002	0,2
• 1000	0,001	0,1

A energia média dos osciladores quantizados como função da razão entre temperatura e frequência



A lei de Stefan a partir da radiança de Planck.

Discutido em aula. Mostre!

- Integre a radiança espectral e obtenha a área sob a curva em termos da temperatura, e outras constantes universais da Física: k e h !

$$\int_0^{\infty} R_T(\nu) d\nu = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = 5,6705 \times 10^{-8} T^4 \frac{W}{m^2}$$

- Observação: Foi usado o resultado da integral (tabela):

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

Radiação do corpo negro - Aplicação

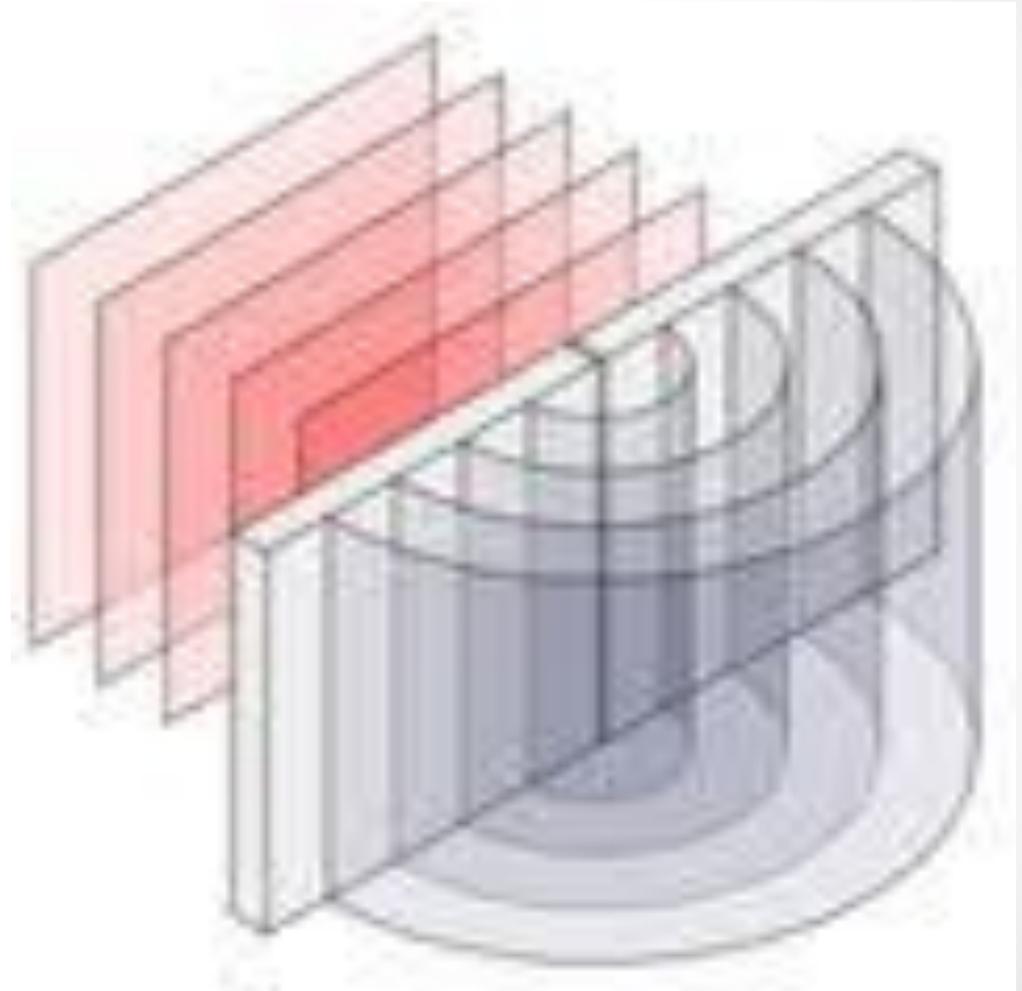
Uma lâmpada de filamento de tungstênio de 40W em funcionamento normal tem uma temperatura de 3300K.

- (a) **Determine o comprimento de onda mais provável** emitido pela lâmpada. Diga o seu entendimento conceitual desta grandeza.
- (b) **Determine numericamente a radiança** nesse comprimento de onda .
- (c) **A Determine o valor da radiança total em watts/m²**. Compare este número com o da resposta anterior e **comente**.
- (d) **Esboce o gráfico da radiança versus o comprimento de onda, colocando no gráfico todos os valores numéricos determinados nos itens anteriores**. Indique também no gráfico a região de luz visível.
- (e) **Seria essa lâmpada um sistema eficiente para sua função de iluminar?** De onde vem tal energia da lâmpada? Como se paga por ela? Justifique.
- (f) **Determine a área do filamento de tungstênio** da lâmpada em questão.
- (g) Você já observou essa lâmpada quando a tensão da casa não está regular? Que cor o filamento tem? O que indica sobre o comprimento de onda mais provável. Justifique.

Constantes relevantes

- $k = 1,381 \times 10^{-23} \text{ J/K} = 8,617 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$
- $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ Js} = 4,136 \times 10^{-15} \text{ eVs}$
- $hc = 12408 \times 10^{-10} \text{ eVm} = 1,9878 \times 10^{-15} \text{ Jm}$

Ondas Eletromagnéticas *planas* e cilíndricas

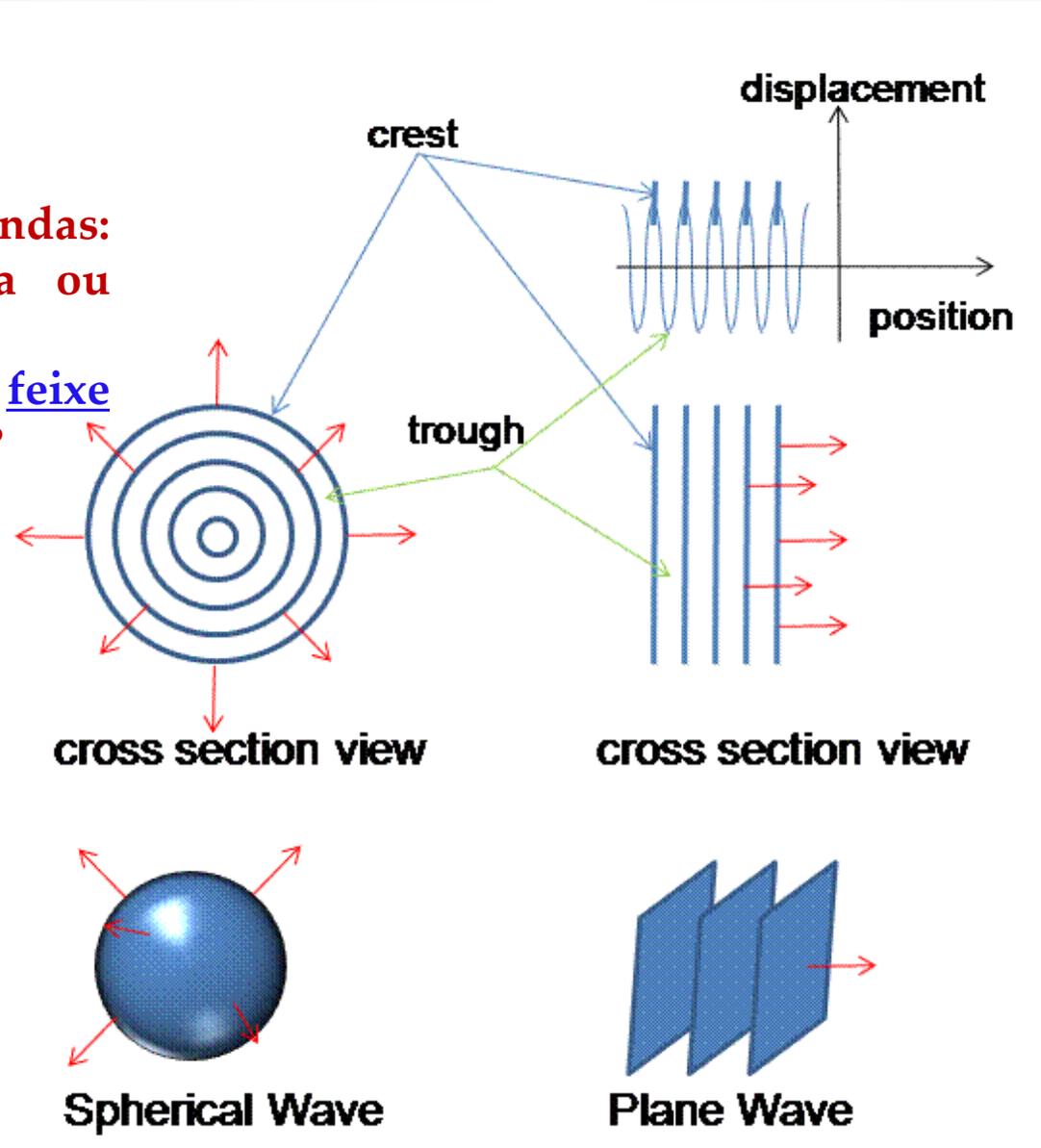


Qual **a onda plana**?

Qual a onda cilíndrica?

O que são as superfícies planas e cilíndricas dos desenhos?

Qual das ondas:
plana cilíndrica ou
esférica melhor
representa um feixe
de luz? Por que?



(Re)visão de ondas eletromagnéticas

1. Quais as grandezas que representam uma onda eletromagnética? Escreva estas grandezas no caso de uma onda monocromática, explicitando de que variáveis dependem.
2. Escreva a intensidade da uma onda **plana** monocromática. Esta intensidade é diferente para onda não monocromática? Explicita a dependência da intensidade no espaço, tempo e com a frequência. Justifique.
3. Idem para onda **esférica**. Justifique.
4. Idem para onda **cilíndrica**. Justifique.

Questões sobre ondas eletromagnéticas

1. Olhe para o teto. As várias lâmpadas são fontes de ondas eletromagnéticas? De que tipo: plana cilíndrica esférica ou outra? Há interferência das ondas das várias fontes da sala de aula?
2. Como se pode mostrar experimentalmente a interferência dessas fontes na sala de aula?
3. Você tem como provar o caráter ondulatório da luz aqui na sala de aula com estas fontes? Com outras fontes? Justifique.
4. A luz poderia ter natureza corpuscular com a observação da interferência? Justifique.

Ondas eletromagnéticas - resultados

1. Frentes de onda: superfícies nas quais o módulo dos campos elétrico e magnético da onda têm o mesmo módulo. Segue a simetria da fonte.
2. As intensidade são, portanto, uniformes e contínuas nas frentes de onda. Assim também a energia se distribui uniforme e continuamente sobre a superfície da frente de onda.
3. A intensidade das ondas monocromáticas independem do valor da frequência.

Ondas eletromagnéticas - resultados

4. A intensidade das ondas planas são iguais em todo o espaço, portanto a energia é a mesma em todas as frentes (planas) de onda.
5. A intensidade de ondas cilíndricas cai com o inverso da distância à fonte, portanto a energia por unidade de área cai com o inverso da distância à fonte.
6. A Intensidade das ondas esféricas cai com o inverso da distância ao quadrado à fonte, e portanto a energia por unidade de área diminui da mesma forma.

A intensidade das fontes de luz segundo Maxwell

$$I = \left\langle \frac{|\vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{B}(\vec{r}, t)|}{\mu_0} \right\rangle_t = \frac{E_o^2(r)}{2\mu_0 c}$$

- **Para onda plana (feixe):**

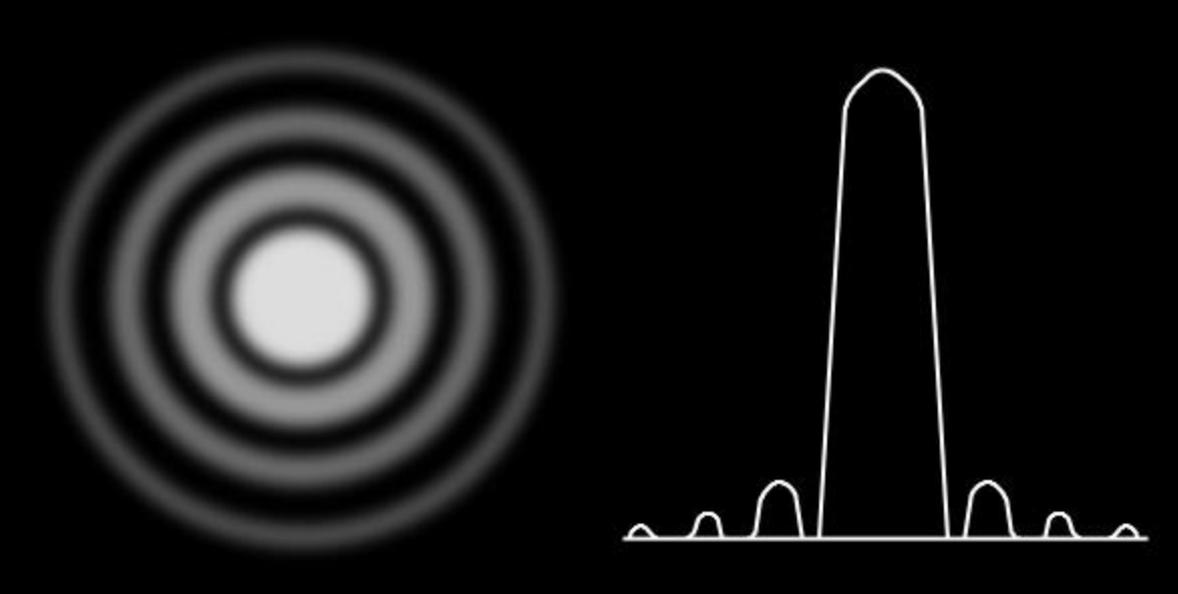
$$E = E_o = cte \quad \Rightarrow \quad I = \frac{E_o^2}{2\mu_0 c}$$

- **Para onda cilíndrica:**

$$E(r) = \frac{E_o}{\sqrt{r}} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{E_o^2}{2\mu_0 cr}$$

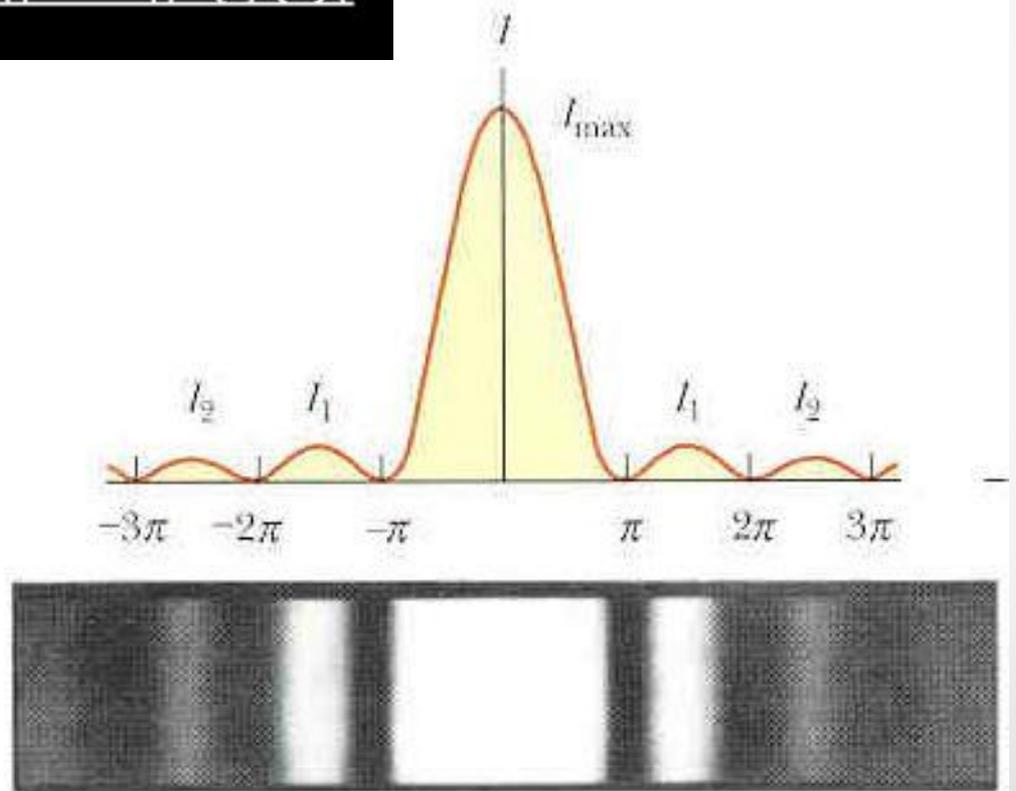
- **Para onda esférica:**

$$E(r) = \frac{E_o}{r} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{E_o^2}{2\mu_0 cr^2}$$

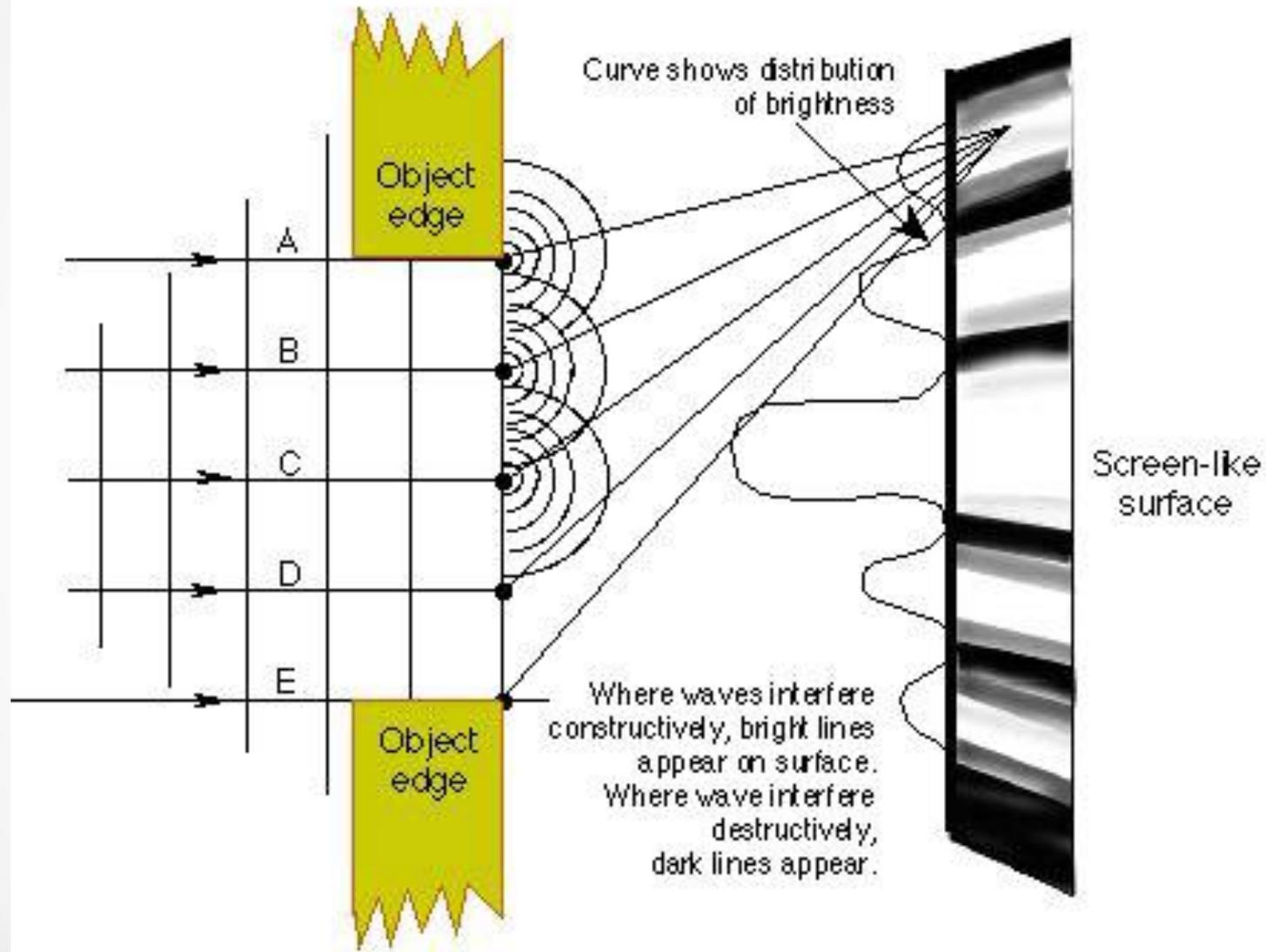


A “impressão digital”
de uma onda: padrões
de interferência.

Nas figuras são
mostrados os padrões
de difração de OEM,
por um orifício circular
(acima) e por uma
fenda vertical (ao lado).



Diffraction Pattern



Albert Einstein (1879 –1955)

Prêmio Nobel de Física em 1921



Foto de
Einstein por
volta de 1905

ARTIGO 5

Sobre um ponto de vista heurístico a respeito da produção e transformação da luz

HÁ UMA profunda diferença formal entre os conceitos teóricos que os físicos formaram a respeito dos gases e de outros corpos ponderáveis e a teoria de Maxwell dos processos eletromagnéticos no assim chamado espaço vazio. Embora consideremos o estado de um corpo como completamente determinado pelas posições e velocidades de um número muito grande mas ainda assim finito de átomos e elétrons, fazemos uso de funções espaciais contínuas para determinar o estado eletromagnético de um volume no espaço, de modo que um número finito de quantidades não pode ser considerado como suficiente para a determinação completa do estado eletromagnético do espaço. De acordo com a teoria de Maxwell, a energia é considerada uma função espacial contínua para todos os fenômenos puramente eletromagnéticos, e, portanto, também para a luz, enquanto, de acordo com o ponto de vista atual dos físicos, a energia de um corpo ponderável deve ser representada como uma soma sobre os átomos e elétrons. A energia de um corpo ponderável não pode ser dividida em um número arbitrariamente grande de partes arbitrariamente pequenas, mas, de acordo com a teoria de Maxwell (ou, de modo mais geral, de acordo com qualquer teoria ondulatória), a energia de um raio de luz, emitido de uma fonte puntiforme, espalha-se continuamente sobre um volume sempre crescente.

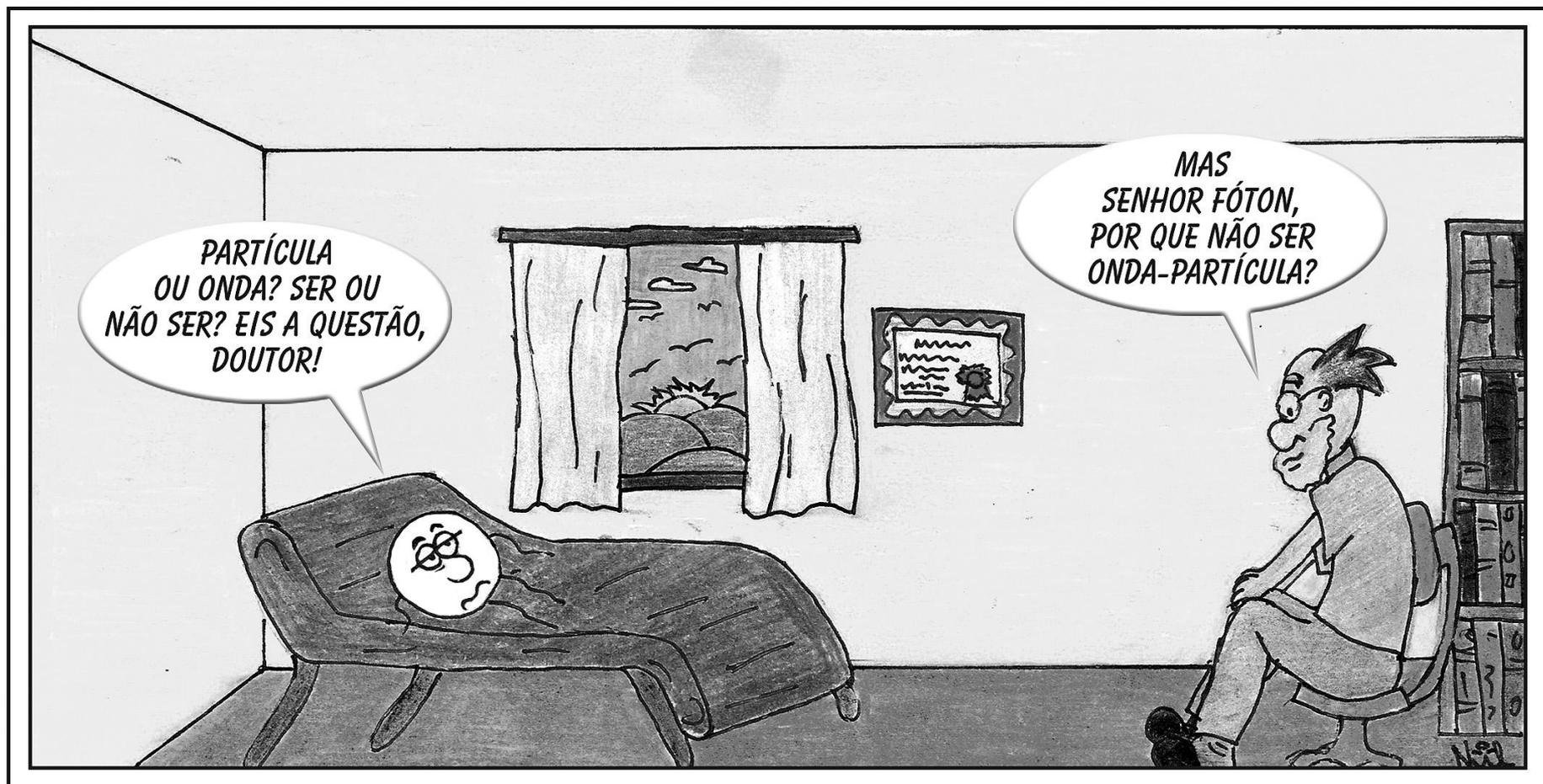
A teoria ondulatória da luz, que opera com funções espaciais contínuas, provou-se sobremaneira adequada na

descrição de fenômenos puramente ópticos, e provavelmente nunca será substituída por outra teoria. Deve-se ter em mente, porém, que as observações ópticas referem-se a médias temporais, e não a valores instantâneos; e é bastante concebível, a despeito da confirmação experimental completa da teoria da difração, reflexão, refração, dispersão, etc., que a teoria da luz, operando com funções espaciais contínuas, leve a contradições quando aplicada aos fenômenos de emissão e transformação da luz.

De fato, parece-me que as observações da “radiação de corpo negro”, fotoluminescência, produção de raios catódicos por luz ultravioleta e outros fenômenos associados à emissão ou transformação da luz podem ser mais facilmente entendidas se admitirmos que a energia da luz é distribuída de forma descontínua no espaço. De acordo com a hipótese aqui considerada, na propagação de um raio de luz emitido por uma fonte puntiforme, a energia não é continuamente distribuída sobre volumes cada vez maiores de espaço, mas consiste em um número finito de quanta de energia, localizados em pontos do espaço que se movem sem se dividir e que podem ser absorvidos ou gerados somente como unidades integrais.

Neste trabalho, desejo apresentar a cadeia de raciocínios e citar os fatos que me levaram por esse caminho, na esperança de que a abordagem aqui apresentada venha a se mostrar útil para alguns pesquisadores em suas investigações.

**Do livro: O Ano Miraculoso de Einstein
cinco artigos que mudaram a face da Física**



A intensidade da luz segundo Maxwell e Einstein - compatibilidade

- Partículas nas frentes de ondas eletromagnéticas: com velocidade da luz, c no vácuo, e energia proporcional a frequência.

$$\varepsilon_f = h\nu$$
$$I = \left\langle \frac{dU_{EB}}{dA dt} \right\rangle_t = \left\langle \frac{dN_f}{dA dt} \right\rangle_t h\nu$$

- Para I constante, seja onda plana, esférica ou cilíndrica, a intensidade independe da frequência. Depende apenas da distância à fonte, no caso das ondas esféricas e cilíndrica. :

$$I = \left\langle \frac{|\vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{B}(\vec{r}, t)|}{\mu_0} \right\rangle_t = \frac{E^2(r)}{2\mu_0 c} \implies \left\langle \frac{dN_f}{dA dt} \right\rangle_t \propto \nu^{-1}$$

Os fótons em um feixe de luz

1. Que tipo de onda: plana, cilíndrica, esférica ou outra melhor representa um feixe de luz? Justifique.
2. Represente lado a lado em uma figura a distribuição espacial da energia de um feixe de luz de **intensidade I** e **frequência ν** quando incide em uma placa plana: segundo Maxwell e segundo Einstein. Justifique.
3. Represente agora lado a lado a distribuição de energia sobre a placa plana do feixe de **mesma intensidade I** e o **dobro de frequência (2ν)**: segundo Maxwell e segundo Einstein. Justifique.

Fótons – partículas com energia (ε) e momento linear (p).

Relações entre as grandezas corpusculares (ε, p) e as
ondulatórias (ν, λ)

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = pc$$

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} = pc \quad \text{Fótons: } m_0 = 0$$