

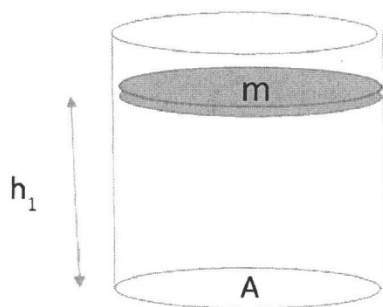
Nome: _____

N. USP: _____

Física II: Prova III

- Todas as respostas devem estar a tinta e em termos dos dados do problema. 17,18,19

- 1) Um cilindro está cheio com n moles de um gás ideal, nas condições normais de temperatura e pressão, e um pistão, cuja massa é m , mantém o gás dentro do cilindro da figura abaixo, podendo se mover sem atrito. A coluna de gás confinado tem uma altura h_1 , e uma seção transversal A . O pistão e o cilindro estão circundados por ar, também nas condições normais de temperatura e pressão. O pistão é largado do repouso e começa a cair. O movimento do pistão cessa depois que as oscilações param, com o pistão e o gás confinado em equilíbrio térmico com o ar circundante.
- a) Determine a altura da coluna de gás neste equilíbrio (h_2). (1.2 pontos)
- b) Suponha que o pistão seja empurrado para um pouco abaixo de sua posição de equilíbrio e depois liberado. Supondo que a temperatura do gás permaneça constante, determine a frequência de vibração do pistão. (1.3 pontos)



a) A pressão interna (P_i) na posição de equilíbrio é dada por

$$P_i = P_{atm} + \frac{mg}{A}$$

$$\text{mas } P_i = \frac{nRT}{V} = \frac{nRT}{h_2 A}$$

$$P_{atm} + \frac{mg}{A} = \frac{nRT}{h_2 A} \Rightarrow h_2 = \frac{nRT}{A P_{atm} + mg}$$

$$\text{mas } P_{atm} = \frac{nRT}{h_1 A} \Rightarrow h_1 A P_{atm} = nRT$$

$$h_2 = \frac{h_1 A P_{atm}}{A P_{atm} + mg} = \frac{h_1}{1 + \frac{mg}{A P_{atm}}}$$

- b) Supomos que o corpo se movimenta para baixo da posição de equilíbrio

nesta situação

$$- [P_i' A - P_i A] = m a y$$

Para heidos gases ideais temos

$$P_i' V' = P_i V$$

$$P_i' (V - Ay) = P_i V \Rightarrow P_i' = P_i \frac{V}{V - Ay}$$

$$P_i' = P_i \frac{Ah_2}{Ah_2 - Ay} = P_i \frac{1}{1 - \frac{y}{h_2}}$$

substituindo na eq. de movimento

$$- \left[P_i A \frac{1}{\left(1 - \frac{y}{h_2}\right)} - P_i A \right] = may$$

$$\left(1 - \frac{y}{h_2}\right)^{-1} \approx 1 + \frac{y}{h_2} \quad \text{p/ } y \ll h_2$$

$$- \frac{y}{h_2} P_i A = may$$

$$\text{mas } P_i = \frac{nRT}{h_2 A}$$

$$may = - \frac{nRT}{h_2^2} y$$

$$\omega^2 = \frac{nRT}{h_2^2 m}$$

2) Se a velocidade rms de um gás for maior do que aproximadamente 15 à 20% da velocidade de escape de um planeta, todas as moléculas do gás escapam da atmosfera deste planeta. Considere que um planeta X com velocidade de escape de 8 Km/s tenha uma temperatura de 280 K.

a) Usando o teorema da equipartição de energia calcule o valor da velocidade rms. Justifique. (0.4 pontos)

b) Calcule a velocidade rms para H₂, He, N₂ e O₂ neste planeta. (0.7 pontos)

c) Calcule a velocidade rms para H₂, He, N₂ e O₂ para a Terra (T=300 K, velocidade de escape 11.2 Km/s) (0.7 pontos)

d) Justifique quais são os gases esperados de serem encontrados nas atmosferas da Terra e do planeta X. (0.7 pontos)

(R=8.314 J/mol, K=0.08206 L.atm/mol.K; MH=1g/mol; MHe=4g/mol; MN=14g/mol e MO=16g/mol)

a) Para uma partícula do gás temos a energia cinética dada por

$$\left\langle \frac{1}{2} m v^2 \right\rangle = \frac{3}{2} kT$$

Cada grau de liberdade do sistema (v_x, v_y, e v_z) associa $\frac{1}{2} kT$

$$\langle v^2 \rangle = \frac{3kT}{m}$$

Considerando que temos N partículas em um mol ~~de~~

$$v_{rms} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kNT}{mN}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

b) No planeta X, T=280K

$$v_{H_2} \approx 1868 \text{ m/s}, v_{He} \approx 1321 \text{ m/s}, v_{N_2} \approx 500 \text{ m/s}$$

$$v_{O_2} \approx 467 \text{ m/s}$$

c) No planeta Terra, T=300K

$$v_{H_2} \approx 1934 \text{ m/s}, v_{He} \approx 1367 \text{ m/s}, v_{N_2} \approx 516 \text{ m/s}$$

$$v_{O_2} \approx 483 \text{ m/s}$$

d) Vamos supor que o limite para perda de um determinado gás é 15% da velocidade de escape (1.2Km/s para o planeta X e 1.68 Km/s para a Terra). Assim esperamos que no planeta X o H₂ e He irão escapar. No caso da Terra apenas o H₂ irá escapar.

3) Considere:

a) Um litro de água a 25°C é misturado com 1 kg de gelo a -10°C . Qual a temperatura final deste sistema? (1.2 pontos)

b) Quanto deve ser a quantidade de gelo a -10°C para ser misturada com um litro de água a 25°C de modo que sua temperatura final seja 1°C . (1.3 pontos)

Considere que o sistema água-gelo não perde/ganha calor do ambiente. Calor específico da água 4.18 KJ/KgK , calor específico do gelo 2.05 KJ/KgK , calor latente de fusão do água 333.5 KJ/Kg .

a) O calor necessário p/ levar o gelo de -10°C até 0°C é dado por

$$Q_1 = 1 \text{ kg} \times 2.05 \frac{\text{KJ}}{\text{kg K}} \times 10 \text{ K} = 20.5 \text{ KJ}$$

O calor necessário p/ ~~de~~ liquefazer o gelo

$$Q = m L = 1 \text{ kg} \times 333.5 \frac{\text{KJ}}{\text{kg}} = 333.5 \text{ KJ}$$

O calor que precisa ser retirado de 1 l de H_2O à 25°C é dado por

$$Q_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \text{ kg} \times 4.18 \frac{\text{KJ}}{\text{kg K}} (25) \text{ K} = 104.5 \text{ KJ}$$

Conclusão: O calor da água leva o gelo de -10°C à 0°C , mas não fornece calor suficiente para derreter todo o gelo. No final temos uma mistura de água e gelo à 0°C

b) O calor que deve ser retirado de 1 l de H_2O é

$$Q_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \text{ kg} \times 4.18 \frac{\text{KJ}}{\text{kg K}} 24.1 \text{ K} = 100.32 \text{ KJ}$$

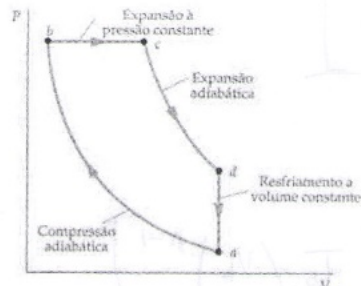
Este calor irá aquecer o gelo, derretê-lo
e aquecer a água resultante à 10°C

$$100.32 \text{ kJ} = m \times 2.05 \times 10 + m \times 333.5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + m \times 4.18 \times 1$$

$$100.32 = m (20.5 + 333.5 + 4.18)$$

$$m \approx 0.28 \text{ kg}$$

4) O ciclo Diesel, mostrado na figura abaixo, representa aproximadamente o comportamento de um motor diesel. O processo ab é uma compressão adiabática, o processo bc é uma expansão à pressão constante, o processo cd é uma expansão adiabática e o processo da é um resfriamento a volume constante. Determine o rendimento deste ciclo, em termos dos volumes V_a , V_b e V_c . (2.5 pontos)



O rendimento é dado em termos do calor que entra no sistema e o que sai. Assim, o calor não entra ou não sai nos trechos $a \rightarrow b$ ou $c \rightarrow d$. Assim o rendimento é dado por

$$\epsilon = 1 - \frac{|Q_c|}{|Q_h|}$$

O aquecimento ocorre no trecho $b \rightarrow c$

$$Q_{b \rightarrow c} = |Q_h| = C_p(T_c - T_b)$$

O resfriamento ocorre no trecho $d \rightarrow a$

$$Q_{d \rightarrow a} = |Q_c| = C_v(T_d - T_a)$$

Logo

$$\epsilon = 1 - \frac{C_v(T_d - T_a)}{C_p(T_c - T_b)} \quad \text{mas} \quad \frac{C_v}{C_p} = \frac{1}{\gamma}$$

nos processos adiabáticos temos

$$T_a V_a^{n-1} = T_b V_b^{n-1}$$

$$T_c V_c^{n-1} = T_d V_d^{n-1}$$

Logo

$$\epsilon = 1 - \frac{\left[T_c \frac{V_c^{n-1}}{V_d^{n-1}} - T_b \frac{V_b^{n-1}}{V_a^{n-1}} \right]}{\gamma (T_c - T_b)}$$

mas $V_a = V_d$

$$\epsilon = 1 - \frac{\left[\left(\frac{V_c}{V_a} \right)^{n-1} - \frac{T_b}{T_c} \left(\frac{V_b}{V_a} \right)^{n-1} \right]}{\gamma \left(1 - \frac{T_b}{T_c} \right)}$$

Mas no gás ideal $\frac{T_b}{T_c} = \frac{V_b}{V_c}$

$$\epsilon = 1 - \frac{\left[\left(\frac{V_c}{V_a} \right)^{n-1} - \frac{V_b}{V_c} \left(\frac{V_b}{V_a} \right)^{n-1} \right] \frac{V_c}{V_a}}{\gamma \left(1 - \frac{V_b}{V_c} \right) \frac{V_c}{V_a}}$$

$$\epsilon = 1 - \frac{\left[\left(\frac{V_c}{V_a} \right)^n - \left(\frac{V_b}{V_a} \right)^n \right]}{\gamma \left[\frac{V_c}{V_a} - \frac{V_b}{V_a} \right]}$$

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\gamma} \lim_{V_c \rightarrow V_b} \frac{(V_c - V_b) \gamma - 1}{(V_c - V_b) \gamma}$$