

## 5.5 Banco de filtros especular na fre- quência de quadratura

Os bancos de filtros decompõem um sinal  $s(n)$  em  $M$  sinais  $s_0(n), s_1(n), \dots, s_{M-1}(n)$  através de seu banco de análise  $H_0(z), H_1(z), \dots, H_{M-1}(z)$ .

Nesta seção, faremos uma primeira análise de bancos com  $M=2$  sub-bandas que cobrem a banda-base  $(-\pi, \pi]$  rad/an, sendo  $H(z)$  o filtro passa-baixas

$$H_0(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & 0 \leq |\omega| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2} < |\omega| \leq \pi, \end{cases} \quad (1)$$

portanto, com frequência de corte em  $\frac{\pi}{2} \text{ rad/am}$ , a frequência de quadratura. O filtro complementar do banco de análise é o passa-altas

$$H_1(z) = H_0(-z) \quad (2)$$

com resposta em frequência  $H_1(e^{j\omega})$  em simetria especular com  $H_0(e^{j\omega})$  em torno de  $\omega_c = \pi/2 \text{ rad/am}$ .

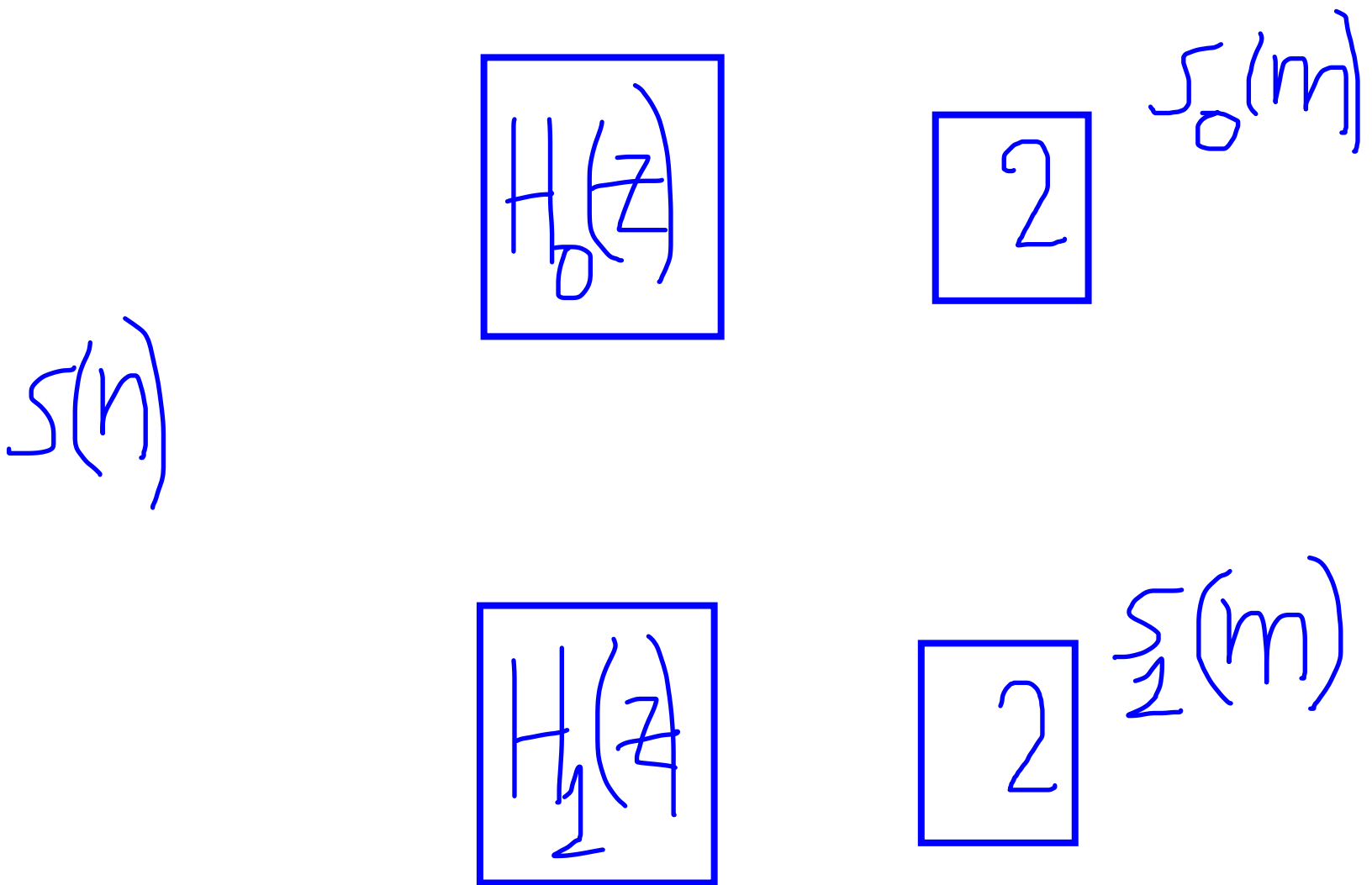


Fig. 1. Banco de filtros QMF de análise.

Costuma-se usar bancos de filtros criticamente amostrados, isto é, a taxa de amostragem conjunta dos sinais  $s_0(m)$  e  $s_1(m)$  das sub-bandas é igual à taxa de  $s(n)$ . Por isso, dizem-se os sinais 2 vezes através dos compressores de taxa na Fig. 1.

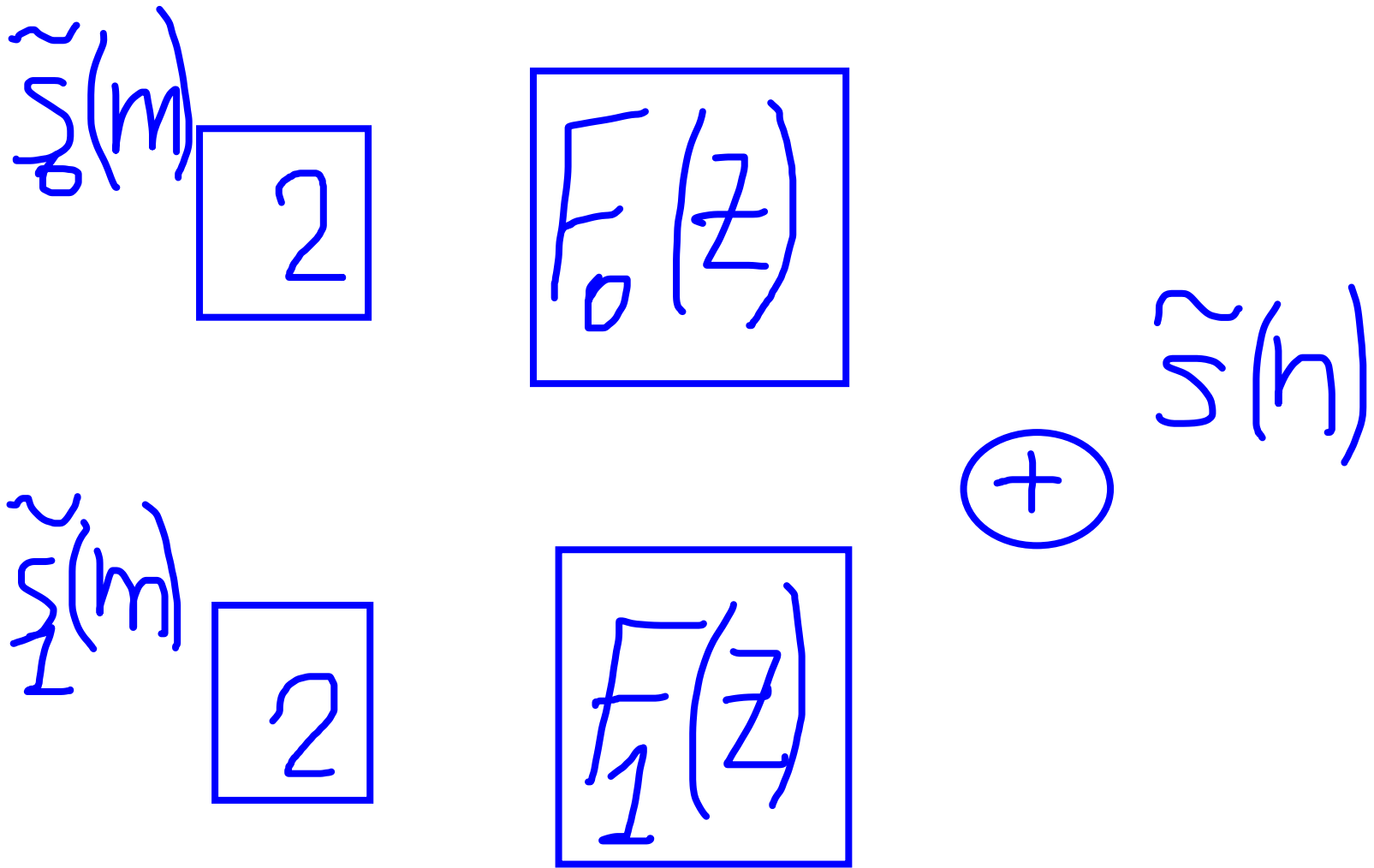


Fig.2. Banco de filtros QMF de síntese.

Os sinais  $s_0(m)$  e  $s_1(m)$  derivados da saída do banco de análise são processados ou modificados por outro processo ou dispositivo de interesse, produzindo os sinais  $\tilde{s}_0(m)$  e  $\tilde{s}_1(m)$  finalmente entregues ao banco de síntese da Fig. 2 para reconstruir o sinal  $\tilde{s}(n)$ .

Estamos interessados em estabelecer condições para a reconstrução perfeita pela análise seguida de síntese sem modificações, isto é, tomamos

$$\tilde{S}_0(m) \equiv S_0(m)$$

$$\text{e } \tilde{S}_1(m) \equiv S_1(m).$$

Tomamos como filtro passa-baixas do



banco de síntese

$$F_0(t) = 2 H_0(z). \quad (3) (*)$$

Do banco de síntese,  
aplicando a compressão  
da taxa de  $M=2$  vezes  
conforme a Seção 5.2  
obtemos

$$S_0(z) = \frac{1}{2} [H_0(z^{1/2}) S(z^{1/2}) + H_0(-z^{1/2}) S(-z^{1/2})]$$

e

---

\*)  $F_0(t)$  é filtro de interpolação.

$$S_1(z) = \frac{1}{2} [H_1(z^{1/2}) S(z^{1/2}) + H_1(-z^{1/2}) S(-z^{1/2})]$$

Na saída do banco de síntese, obtemos

$$\tilde{S}(z) = F_0(z) S_0(z^2) + F_1(z) S_1(z^2)$$

e, substituindo  $S_0(z)$  e  $S_1(z)$ , obtemos

$$\tilde{S}(z) = \frac{1}{2} [H_0(z) F_0(z) + H_1(z) F_1(z)] S(z) \\ + \frac{1}{2} [H_0(z) F_0(z) + H_1(-z) F_1(z)] S(-z)$$

Em que a condição de  
reconstrução perfeita é  

$$\frac{1}{2} [H_0(z) F_0(z) + H_1(z) F_1(z)] = 1$$
e a condição de cancela-  
mento das distorções de  
rebrimento e imageamento  
entre si é

$$\frac{1}{2} [H_0(z) F_0(z) + H_1(-z) F_1(z)] = 0,$$

que fica perfeitamente  
satisfeita tomando-se

$$F_1(z) = -2 H_0(-z). \quad (4)$$

Assim substituindo (2), (3)  
e (4) na condição de RP  
(reconstrução perfeita), ob-  
temos

$$H_0^2(z) - H_0^2(-z) = 1$$

ou, na circunferência unitária,

$$H_0^2(e^{j\omega}) - H_0^2(-e^{j\omega}) = 1 \quad (5)$$

Portanto, o problema do projeto do QMF resume-se a solução das equações (1) e (5), que não admitem solução simultânea. Porém, podem ser aproximadas satisfatoria-

mente para filtros FIR de resposta impulsiva curta com comprimento  $L=16$  e  $L=32$ . A condição de RP é satisfeita exatamente para comprimento  $L=2$ . Qual é  $H_0(z)$  neste caso? Mas  $H_0(z)$  neste caso é uma aproximação grosseira da especificação (1).

Como observação final, a  
condição de RT para fil-  
tros FIR causais fica

$$H_0^2(e^{j\omega}) - H_0^2(-e^{j\omega}) = e^{j2\omega M} \quad (6)$$

sendo  $M$  o atraso de grupo  
de  $H_0(z)$ .