

## Lista 1 de EAE0205 — Microeconomia II

Estes exercícios cobrem todo o conteúdo de Equilíbrio Geral

**Questão 1.** Considere dois indivíduos – A e B – cujas preferências são representadas pelas funções de utilidade

$$u_A(x_{1A}, x_{2A}) = \alpha \ln x_{1A} + (1 - \alpha) \ln x_{2A}, \text{ e}$$

$$u_B(x_{1B}, x_{2B}) = \beta \ln x_{1B} + (1 - \beta) \ln x_{2B},$$

respectivamente. Esboce a curva de contrato em uma Caixa de Edgeworth nos seguintes casos:

- a)  $0 < \alpha = \beta < 1$
- b)  $0 < \beta < \alpha < 1$
- c)  $0 < \alpha < \beta < 1$
- d)  $0 = \alpha < \beta < 1$
- e)  $0 = \beta < \alpha = 1$

**Questão 2.** Em uma economia de trocas com dois bens e dois consumidores, com preferências homotéticas, convexas e diferenciáveis, mostre que se uma alocação sobre a diagonal da Caixa de Edgeworth pertencer à curva de contrato, então todo ponto na diagonal também será ótimo de Pareto.

**Questão 3.** Considere uma economia com dois consumidores e três bens, em que as preferências são representadas por

$$u_A(x_{1A}, x_{2A}, x_{3A}) = 1/4 \log x_{1A} + 1/4 \log x_{2A} + 1/2 \log x_{3A} \text{ e}$$

$$u_B(x_{1B}, x_{2B}, x_{3B}) = 1/2 \log x_{1B} + 1/3 \log x_{2B} + 1/6 \log x_{3B}.$$

As dotações iniciais são  $\omega^A = (3, 4, 2)$  e  $\omega^B = (1, 5, 3)$ .

- a) Verifique se a *Lei de Walras* é válida para esta economia.
- b) Encontre um equilíbrio competitivo para esta economia (preços e quantidades).

**Questão 4.** Considere dois indivíduos – A e B – cujas preferências são representadas respectivamente pelas funções de utilidade

$$u^A(x_1^A, x_2^A) = 2/3 \ln(x_1^A) + 1/3 \ln(x_2^A), \text{ e}$$

$$u^B(x_1^B, x_2^B) = 1/3 \ln(x_1^B) + 2/3 \ln(x_2^B).$$

As dotações iniciais são  $\omega^A = (1, 4)$  e  $\omega^B = (3, 1)$ .

- a) Esboce a situação em uma Caixa de Edgeworth e indique as alocações que são Pareto-superiores à dotação inicial.
- b) Encontre uma expressão algébrica para curva de contrato desta economia ( $x_2^A$  em função de  $x_1^A$ ).
- c) Verifique se a Lei de Walras é válida para esta economia.
- d) Encontre um equilíbrio competitivo para esta economia (preços e quantidades).

**Questão 5.** Seja uma economia com dois consumidores – 1 e 2 – e dois bens –  $x$  e  $y$ . As utilidades dos indivíduos são dadas por  $u_1(x, y) = 100 + 7x^{30/50}y^{6/10}$  e  $u_2(x, y) = 3x^5y^5$ . A dotação total da economia é igual a  $(\omega_x, \omega_y) = (10, 10)$ , dos quais o consumidor 1 possui  $(\omega_{x1}, \omega_{y1}) = (6, 1)$ . Seja  $P_x$  o preço do bem  $x$  e  $P_y$  o preço do bem  $y$ .

- a) Um planejador central deseja alocar os bens de forma a maximizar a utilidade do consumidor 1 mantendo o nível de utilidade do consumidor 2 constante em  $\bar{u}_2 = 18$ . Encontre a alocação que resolve este problema.
- b) Encontre o equilíbrio competitivo desta economia
- c) Para o consumidor 2, a utilidade na alocação do item a) é maior, menor ou igual à do item b)? Justifique a sua resposta.

**Questão 6.** Considere uma economia de trocas com dois consumidores – A e B – e dois bens – 1 e 2, cujas preferências são representadas por

$$u^A(x_1^A, x_2^A) = \min\{x_1^A, x_2^A\}, \text{ e}$$

$$u^B(x_1^B, x_2^B) = \min\{x_1^B, \beta x_2^B\}$$

Temos que  $\beta > 0$  e a dotação agregada dos bens é  $\omega = (10, 10)$ .

- a) Represente a curva de contrato em uma Caixa de Edgeworth quando  $\beta = 1$ .
- b) Represente a curva de contrato em uma Caixa de Edgeworth quando  $\beta = 1/2$ .
- c) Encontre uma alocação inicial e um vetor de preços  $(P_1, P_2)$  tal que a alocação  $(\mathbf{x}^A, \mathbf{x}^B) = (5, 5, 5, 5)$  seja um equilíbrio competitivo.

**Questão 7.** Considere uma economia simples com apenas um consumidor que é ao mesmo tempo produtor. Este indivíduo, doravante conhecido pelo costureiro nome de Robinson Crusóe e, possui uma dotação  $T = 1$  hora de trabalho por dia. Não há lazer e o tempo pode ser empregado para a produção de ostras ou tamarindos. Seja  $T^o$  o tempo dedicado às ostras e o tempo dedicado aos tamarindos, as funções de produção são dadas por  $o = \sqrt{T^o}$  e  $t = \sqrt{T^t}$ . A

restrição de recursos é dada por  $T^o + T^t = 1$ . Por fim, as preferências são dadas por  $U(o, t) = ot$ . Encontre a alocação eficiente de Pareto para esta economia. Sendo tamarindo o numerário, qual é o preço da ostra que suporta a alocação eficiente como um equilíbrio?

**Questão 8.** Em uma economia de trocas há dois bens –  $x$  e  $y$  – e dois indivíduos – A e B – cujas utilidades são dadas por  $U_A(x_A, y_A) = x_A^{.25} y_A^{.75}$  e  $U_B(x_B, y_B) = x_B y_B$ . As dotações individuais são  $\omega_A = (1, 0)$  e  $\omega_B = (0, 1)$ .

- a) Encontre o equilíbrio competitivo desta economia.
- b) Encontre uma expressão para a curva de contrato ( $y_A$  como função de  $x_A$ ).
- c) Qual redistribuição da dotação do agente B para o agente A é necessária para que no equilíbrio competitivo o consumo do bem  $x$  de ambos os agentes seja igual?

Surge agora nesta economia uma tecnologia que permite transformar 1 (uma) unidade do bem  $x$  em 1 (uma) unidade do bem  $y$ , ou vice-versa. Esta tecnologia é operada por uma firma competitiva, cuja propriedade é repartida entre os consumidores.

- d) Encontre o equilíbrio competitivo desta economia (com a presença da firma).
- e) Qual a produção da firma no equilíbrio?
- f) Compare o bem-estar dos consumidores nesta economia em relação ao obtido na ausência da firma.

**Questão 9.** Considere uma economia competitiva com duas firmas e um consumidor. Há dois bens de consumo –  $x$  e  $y$ , sendo cada um produzido por uma firma segundo as tecnologias  $x = 3 \ell_x$  e  $y = 2 \ell_y$ .  $\ell_x$  e  $\ell_y$  são as quantidades de trabalho empregadas na produção dos bens  $x$  e  $y$ , respectivamente. A oferta de trabalho é inelástica e igual a 1 ( $\ell_x + \ell_y = 1$ ). Finalmente, as preferências do consumidor são representadas pela função utilidade

$$u(x, y) = x^2 y^8.$$

- a) Encontre as alocações eficientes desta economia.
- b) Qual o equilíbrio competitivo (preços e alocações)? Normalize  $p_y = 1$ .

O governo institui um imposto sobre a produção do bem  $x$ . Para cada unidade do bem  $x$  produzida, a firma deve pagar ao governo \$0,50. A receita deste imposto será devolvida ao consumidor de forma *lump sum* (o consumidor recebe uma transferência fixa  $b$  do governo e considera esta valor independente de suas ações.)

- c) Encontre o equilíbrio competitivo desta economia (preços de  $x$  aos consumidores e produtores, alocações, e transferências).

d) Mostre que este equilíbrio não é eficiente.

**Questão 10.** Em uma economia de trocas há dois consumidores –  $A$  e  $B$  – e dois bens – 1 e 2. As preferências dos consumidores pelos bens são representadas pelas utilidades

$$u^A(x_1^A, x_2^A) = \ln x_1^A + 3 \ln x_2^A, \text{ e}$$

$$u^B(x_1^B, x_2^B) = 3 \ln x_1^B + 5 \ln x_2^B.$$

As dotações iniciais dos consumidores são  $\omega^A = (2, 0)$  e  $\omega^B = (1, 4)$ .

a) Encontre a curva de contrato desta economia ( $x_2^A$  em função de  $x_1^A$ ).

b) Qual o equilíbrio competitivo (preços e alocações)?

Uma alocação é  $(x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B)$  é livre de inveja se

$$u^A(x_1^A, x_2^A) \geq u^A(x_1^B, x_2^B) \quad \text{e} \quad u^B(x_1^B, x_2^B) \geq u^B(x_1^A, x_2^A).$$

Ou seja,  $A$  prefere a sua própria cesta àquela de  $B$ , e vice-versa.

c) A alocação que você encontrou no item b) é livre de inveja?

d) Mostre que a alocação resultante do equilíbrio competitivo quando  $\omega^A = \omega^B$  é livre de inveja. (Dica: para responder não precisa resolver o equilíbrio competitivo desta economia.)

**Questão 11.** Considere uma economia competitiva com 3 bens:  $X$  e  $Y$  são bens de consumo, e  $L$  é trabalho. Há dois consumidores –  $A$  e  $B$  – cujas respectivas funções de utilidade são dadas por

$$U_A(x_A, y_A) = x_A^2 y_A$$

$$U_B(x_B, y_B) = x_A y_A^2$$

Também existem duas firmas –  $F$  e  $G$  – que transformam trabalho em  $X$  e  $Y$ , respectivamente, segundo as funções de produção

$$f(L_F) = \sqrt{L_F}$$

$$g(L_G) = 2\sqrt{L_G}$$

Cada consumidor tem uma dotação inicial de 10 unidades de trabalho.  $A$  é proprietário de 25% da firma  $F$  e de 75% da firma  $G$ , enquanto  $B$  é proprietário de 75% da firma  $F$  e de 25% da firma  $G$ . Encontre o equilíbrio geral desta economia (normalize o salário  $w = 1$ ).

**Questão 12.** Uma economia competitiva tem um bem, um empresário e  $n$  trabalhadores. O empresário não trabalha na produção e tem suas preferências representadas pela utilidade  $u_e(x_e) = x_e$ , em que  $x_e$  é o consumo do bem. Cada trabalhador tem uma utilidade  $u_t(x_t, l) = x_t - l^2$ , onde  $x_t$  representa o consumo do bem pelo trabalhador, e  $l$  é sua oferta de trabalho. O preço do bem é  $p$ , e o salário é normalizado em  $w \equiv 1$ . O empresário é proprietário da firma que converte trabalho em bens segundo a tecnologia  $y = Al^{1/2}$ .

- a) Qual o equilíbrio competitivo (preços e alocações) desta economia em função de  $n$  e  $A$ ?
- b) Como o bem-estar de trabalhadores e capitalistas se altera em função de  $n$ ? Explique sua conclusão.
- c) Como o bem-estar de trabalhadores e capitalistas se altera em função de  $A$ ? Explique sua conclusão.