

SEM 5928 – Sistemas de Controle

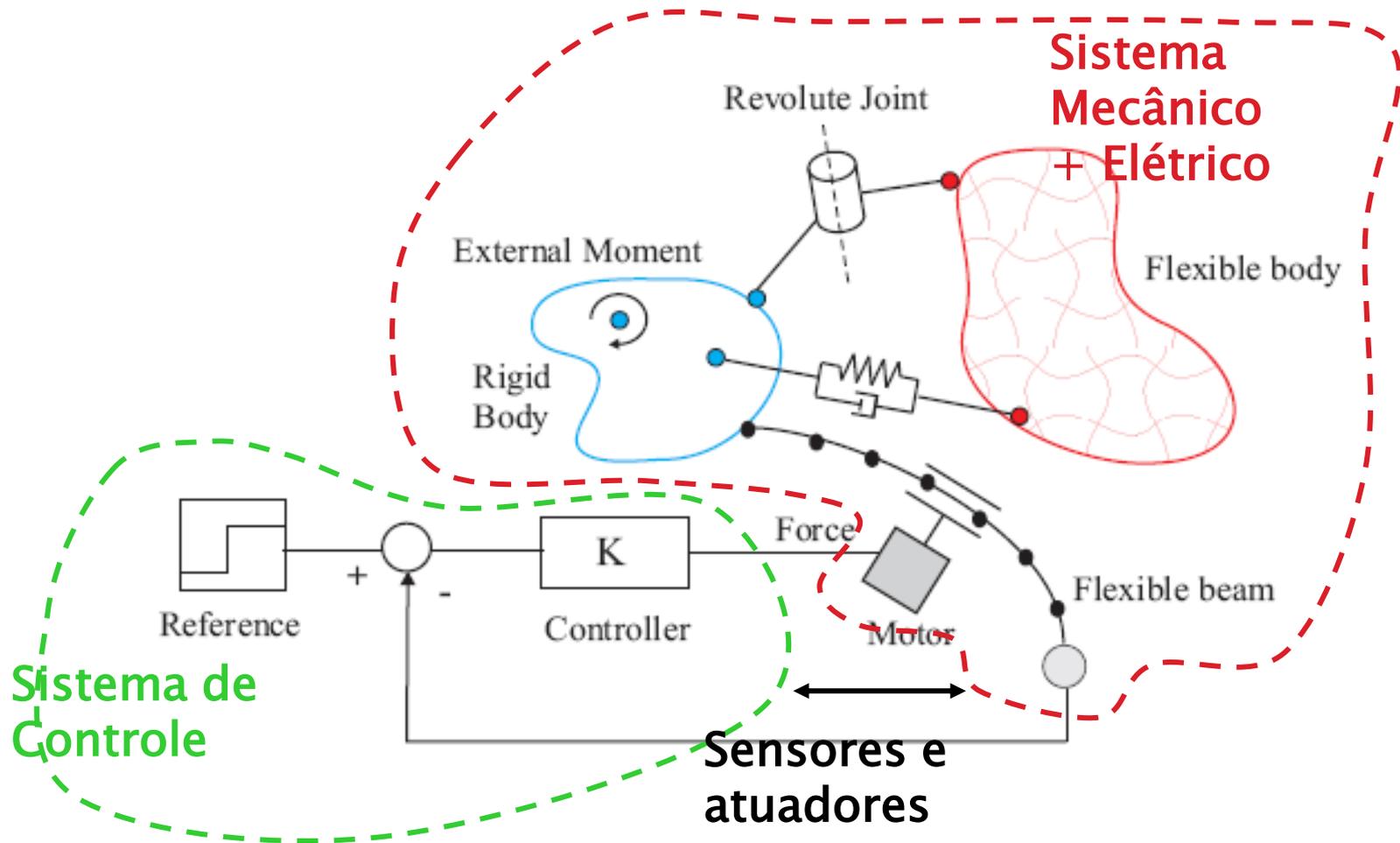
Parte I – Introdução/Modelos

Profa. Máira Martins da Silva

mairams@sc.usp.br

3373-8650

Motivação



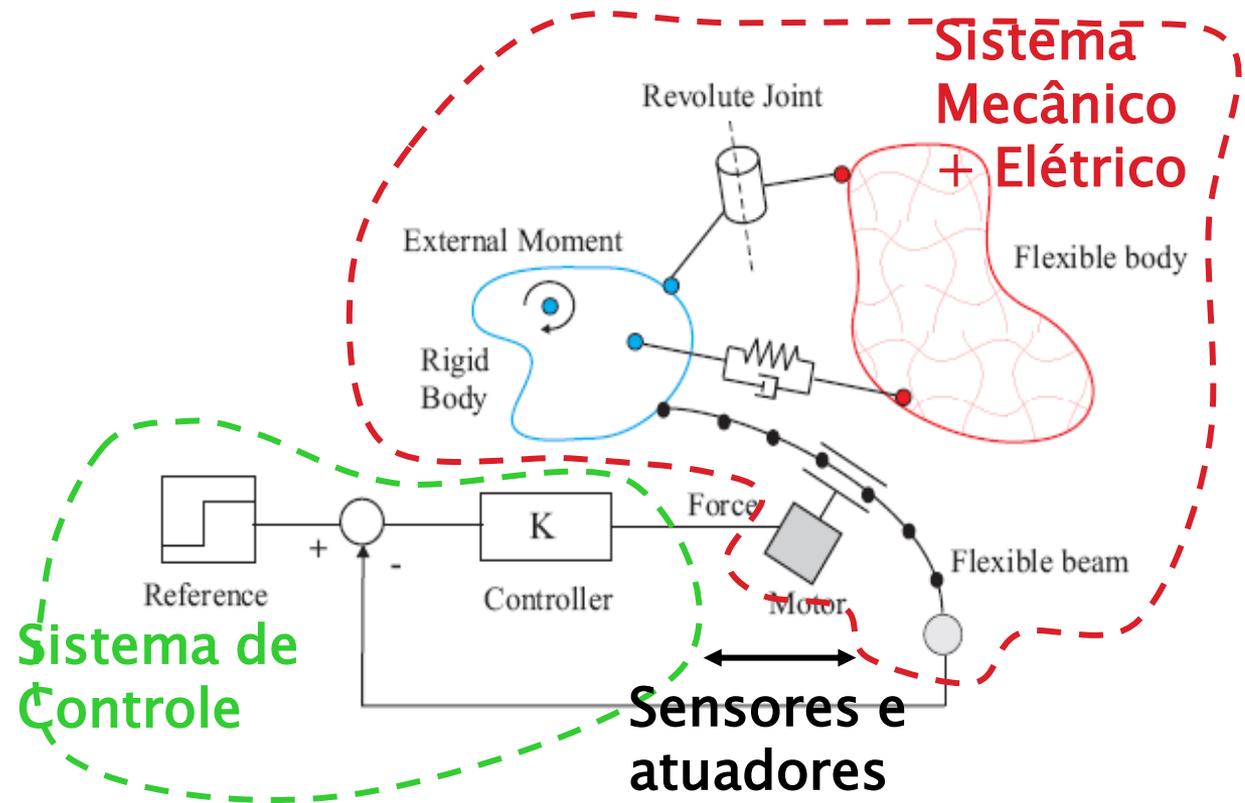
Motivação

- ▶ Para que implementar um sistema de controle?
 - Garantir a estabilidade do sistema
 - Garantir o desempenho do sistema (compromisso entre desempenho e gasto energético)

Mas como projetar esses controladores?

Precisamos conhecer o nosso sistema (a planta)!

Mas como?



Mas como projetar esses controladores?

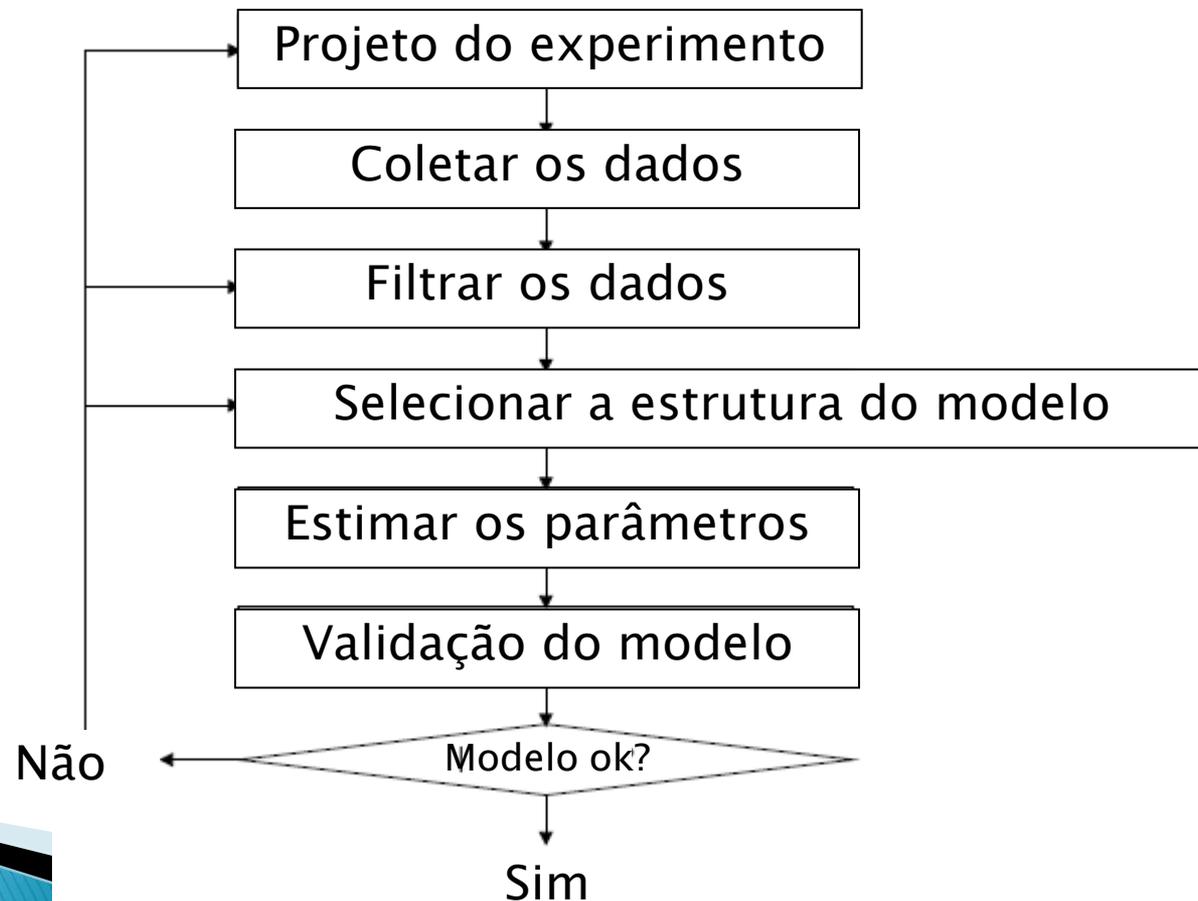
Utilizando modelos matemáticos ...

Os modelos matemáticos podem ser desenvolvidos de duas maneiras:

- **Modelo Experimental/Identificação de Sistemas:** utilizando experimentos e observações para obter as equações do sistema, em outras palavras o sistema precisa ser identificado;
- **Modelo Físico:** utilizando as leis da física (equações de Lagrange, eq. De Newton–Euler, Lei da Força de Lorentz, leis de Kirchhoff , equações de Maxwell, etc);

Identificação de sistemas

Modelo Experimental: Identificação de sistemas



Identificação de sistemas

Projeto do experimento

Uma das maiores motivações para a modelagem de sistemas mecatrônicos é o projeto de sistemas de controle. Assim a relação **saída/entrada** do sistema deve ser modelada considerando as ressonâncias e anti-ressonâncias.

A entrada é excitação de entrada usualmente é realizada pelos próprios atuadores do sistema mecatrônico:

- motores elétricos;
- atuadores piezo-elétricos;
- motores lineares;
- etc.

Identificação de sistemas

Projeto do experimento

O sinal de entrada para esses atuadores deve excitar toda a faixa de frequências relevantes para o sistema. Os sinais mais comuns são:

- chirp;
- swept sine (varredura senoidal);
- white noise (ruído branco);
- entrada impulso;
- sinal multisenos com fases aleatórias
- etc.



O projetista pode interferir no sinal

Atenção especial a amplitude do sinal pois a maioria dos sistemas são não-lineares para grandes amplitudes

Identificação de sistemas

Coleta de Dados

Os dados são coletados por sensores. Alguns deles podem fazer parte do sistema, outros podem ser provisoriamente usados para a identificação do sistema. Alguns sensores normalmente utilizados:

- encoder (tacômetros);
- acelerômetros;
- piezopatches;
- sensores de posição LVDT;
- camera (com sistema de identificação de imagens);
- etc.

Condicionadores de sinais, como filtros anti-aliasing, janelas para determinado tipo de sinais, etc ... , devem ser utilizados!

Identificação de sistemas

Seleção da Estrutura do Modelo

De acordo com os dados analisados e com a experiência do projetista, um modelo deve ser proposto.

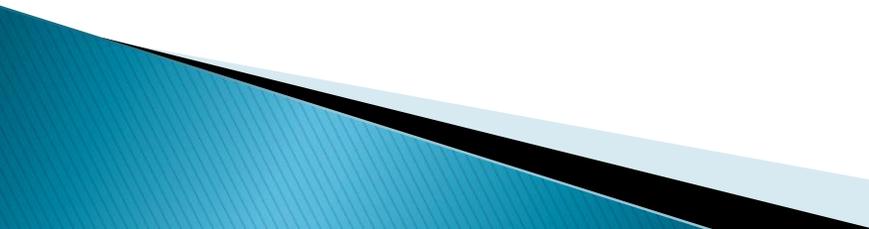
O que devemos prestar atenção?

- modos de corpos rígido;
- quantos graus de liberdade na faixa de frequência de interesse;
- linearidades e não-linearidades;
- atrito;

Identificação de sistemas

Identificação dos parâmetros

A identificação de parâmetros pode ser feita por dois tratamentos:

- **Abordagem Probabilística:** procurando obter o mínimo erro entre o medido e o calculado pelo modelo, essa abordagem usa o senso comum na metodologias. É de difícil interpretação e restritivo.
 - **Abordagem baseada em otimização:** descreve o problema de identificação como um problema de otimização. Qualquer função de custo, restrição, ganhos podem ser adotados. De fácil interpretação e flexível.
- 

Identificação de sistemas

A avaliação da qualidade do modelo depende muito da aplicação:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+a)}$$

$$a = -0.01, 0, 0.01$$

Resposta ao degrau em malha aberta

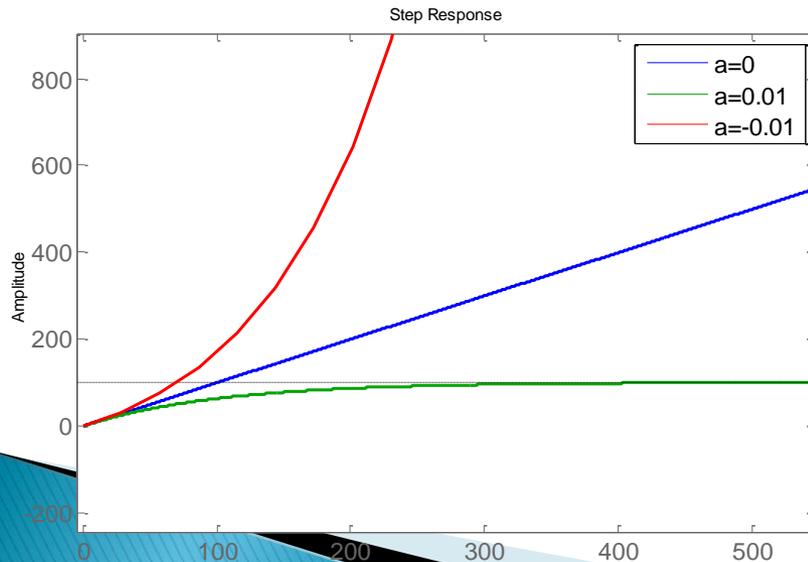
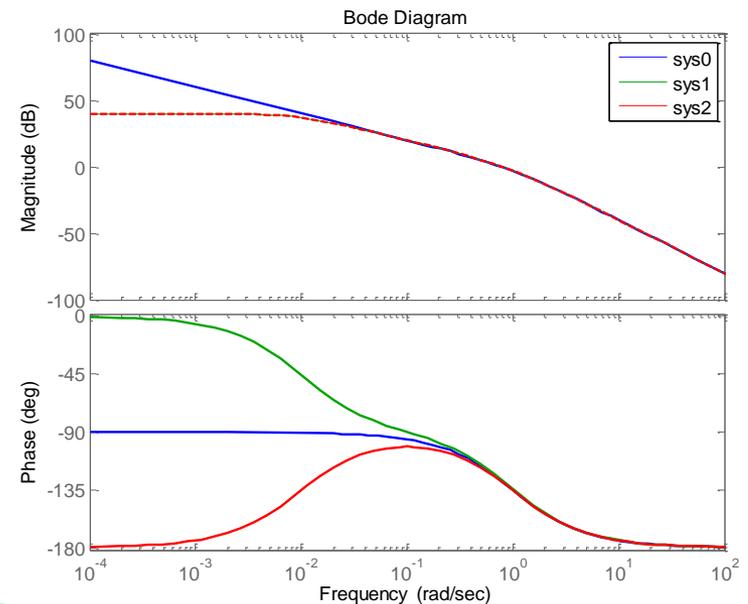


Diagrama de Bode

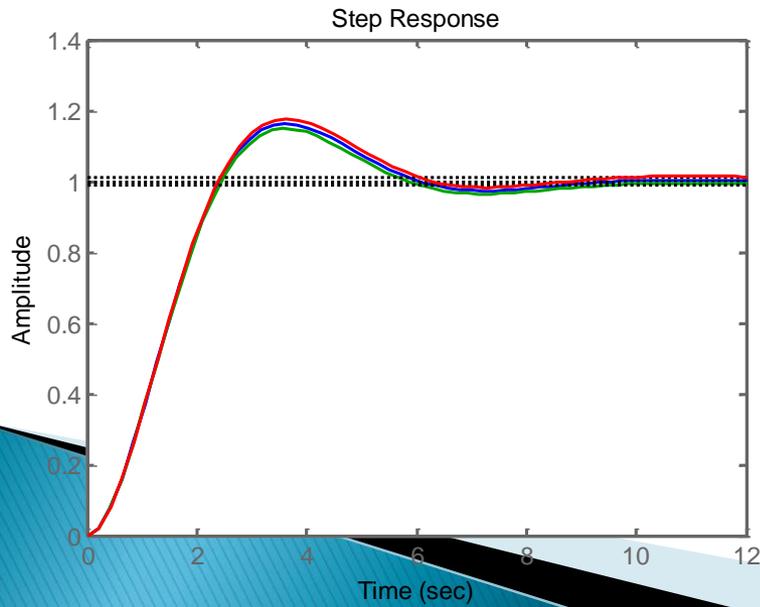


Identificação de sistemas

A avaliação da qualidade do modelo depende muito da aplicação:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+a)} \quad a = -0.01, 0, 0.01$$

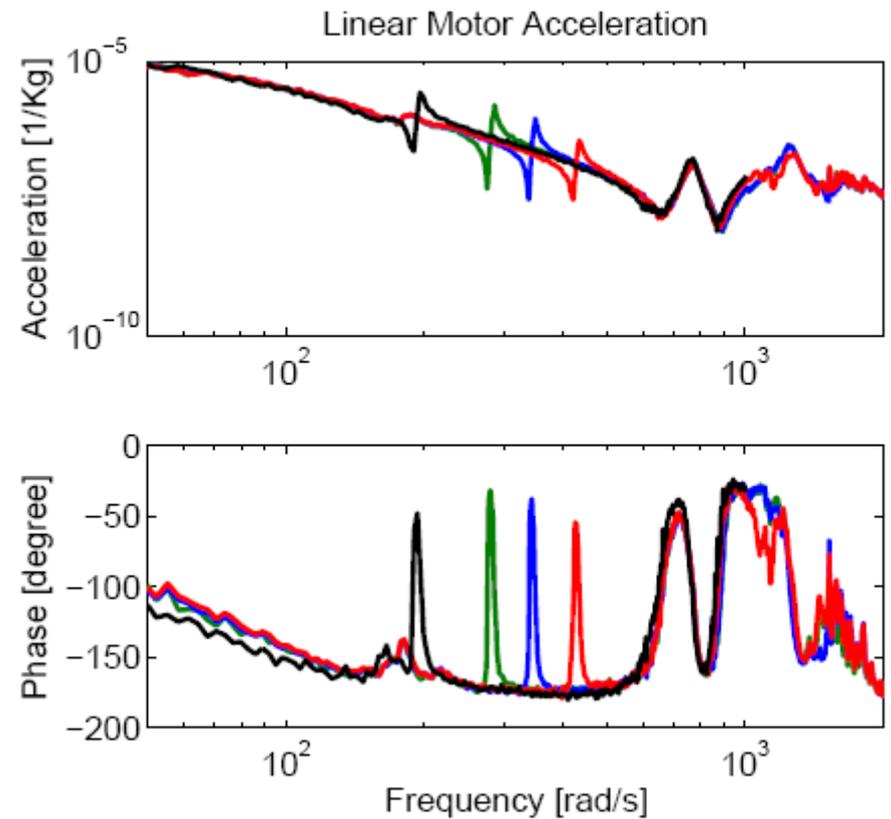
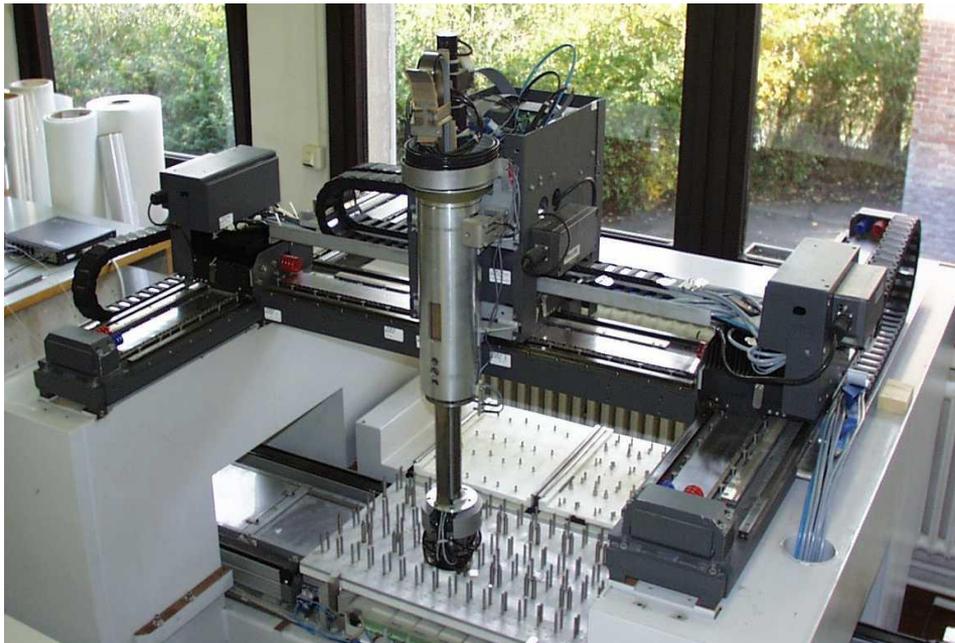
Resposta ao degrau em malha fechada



Os modelos são
equivalente para controle e
não para avaliações em
malha aberta !

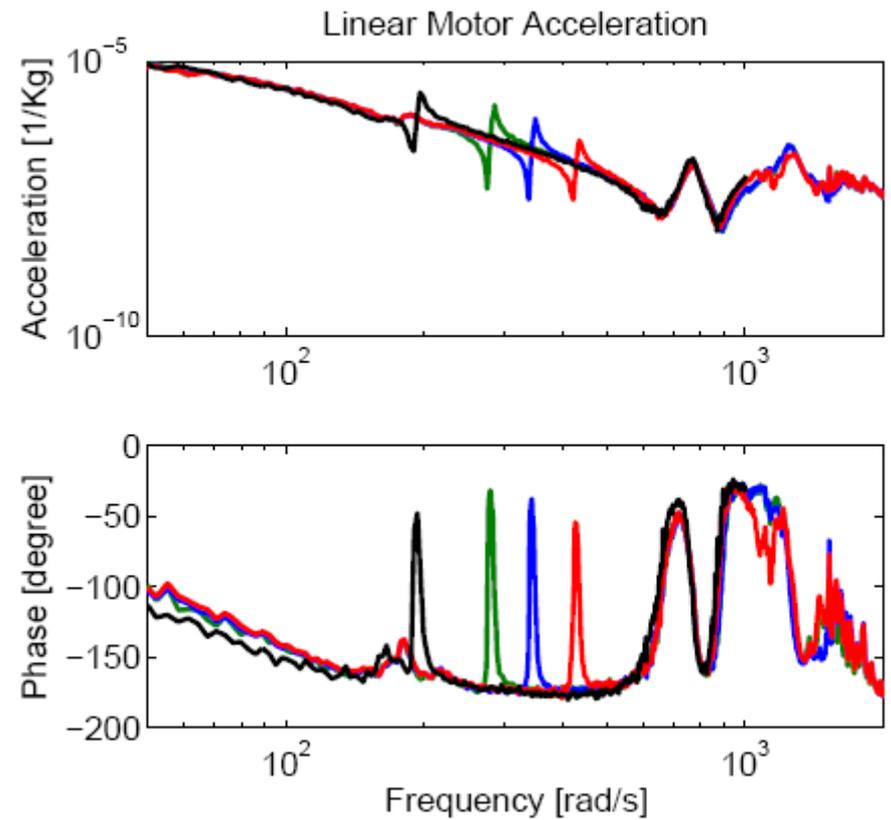
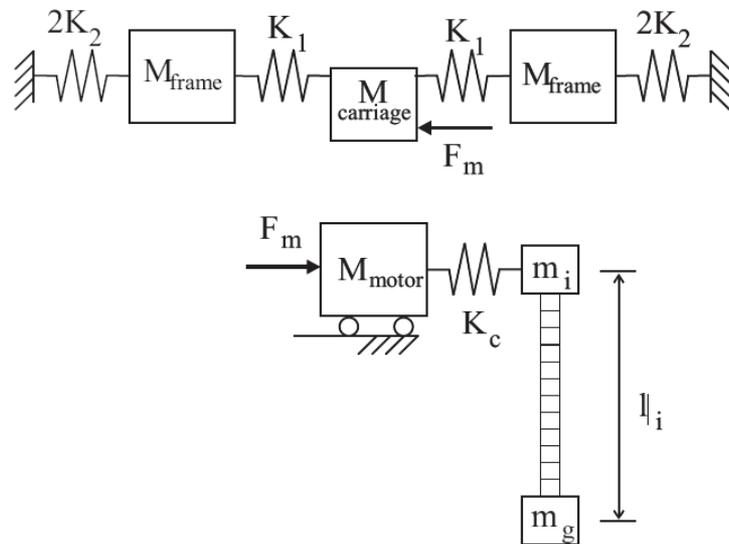
Identificação de sistemas

Exemplo



Identificação de sistemas

Exemplo



Modelos Físicos

- Projeto (estática, dinâmica, fadiga)
- Avaliação de incertezas
- otimização e melhoramento dos sistemas
- projeto de sistemas de controle
- Entre outras mil utilidades ...



Modelos Físicos

Modelos Mecânicos

- Leis de Newton/Euler
- Princípio de D'Alembert, Equações de Lagrange

Modelos Elétricos

- Leis de Kirchhoff (2 leis)
- Equações de Lagrange

Modelos Fluídicos e Térmicos

- Lei da conservação da massa
 - Lei da conservação da energia
- 

Modelos Físicos – Sistemas Mecânicos

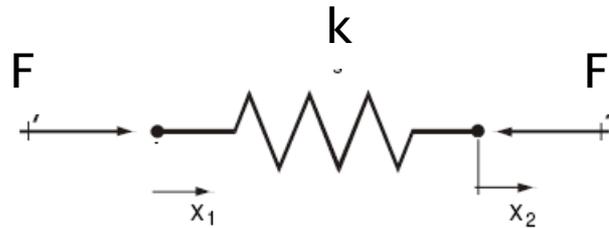
Três elementos básicos podem ser utilizados para modelar o movimento de corpos rígidos dinamicamente:

- o elemento **mola**
- o elemento **amortecedor**
- o elemento **inércia**

em suas versões translacionais e rotacionais.

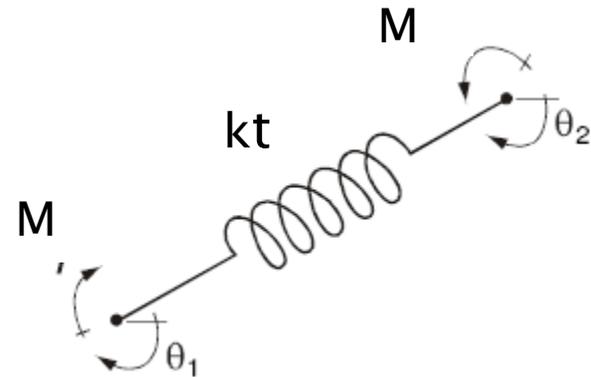


Modelos Físicos – Sistemas Mecânicos



$$F = k(x_1 - x_2) = kx$$

Mola



$$M = k_t(\theta_1 - \theta_2) = k_t\theta$$

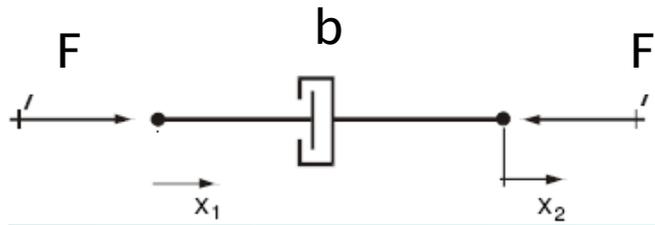
Energia Potencial

$$V = \frac{kx^2}{2}$$

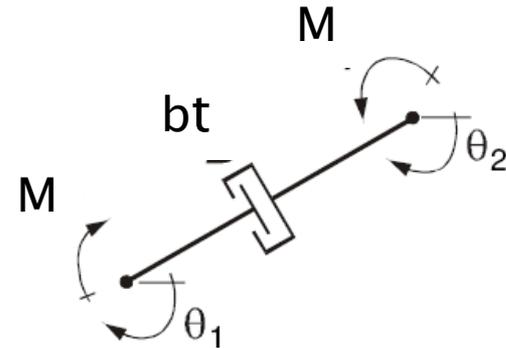
$$V = \frac{k_t\theta^2}{2}$$

Modelos Físicos – Sistemas Mecânicos

Amortecedor



$$F = b(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = b\dot{x}$$



$$M = b_t(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) = b_t\dot{\theta}$$

Energia Dissipada

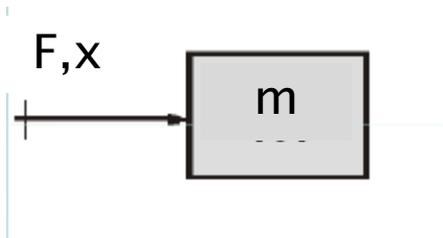
$$D = \frac{b\dot{x}^2}{2}$$

$$D = \frac{b_t\dot{\theta}^2}{2}$$

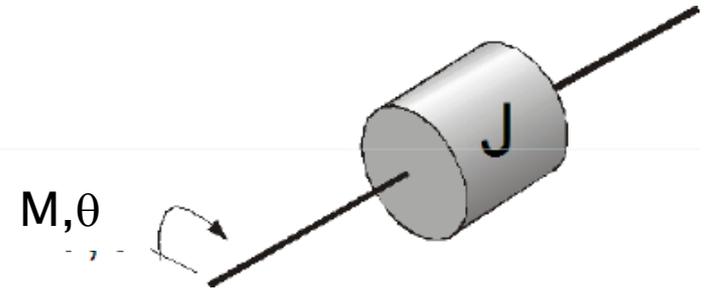
Modelos Físicos – Sistemas Mecânicos

Inércia (2D)

Translação



Rotação



Energia Cinética

$$T = \frac{m\dot{x}^2}{2}$$

$$T = \frac{J\dot{\theta}^2}{2}$$

3D

$$T = \frac{\dot{\theta}^T J \dot{\theta}}{2}$$

Modelos Físicos – Sistemas Mecânicos

Leis da Física

Leis de Newton, Equações de Newton–Euler
Princípio do Impulso e da Quantidade de movimento

2D

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\sum F_y = ma_y$$

$$\sum M = J\ddot{\theta}$$

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\sum F_z = ma_z$$

3D

$$\vec{H} = J\dot{\vec{\theta}}$$

$$\sum \vec{M} = \dot{\vec{H}}$$

Modelos Físicos – Sistemas Mecânicos

Leis da Física

Equações de Lagrange

Princípio do Hamilton para um sistema de coordenadas generalizadas

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_i} - \frac{\partial L}{\partial x_i} = Q_i$$

Coordenadas generalizadas: x_i

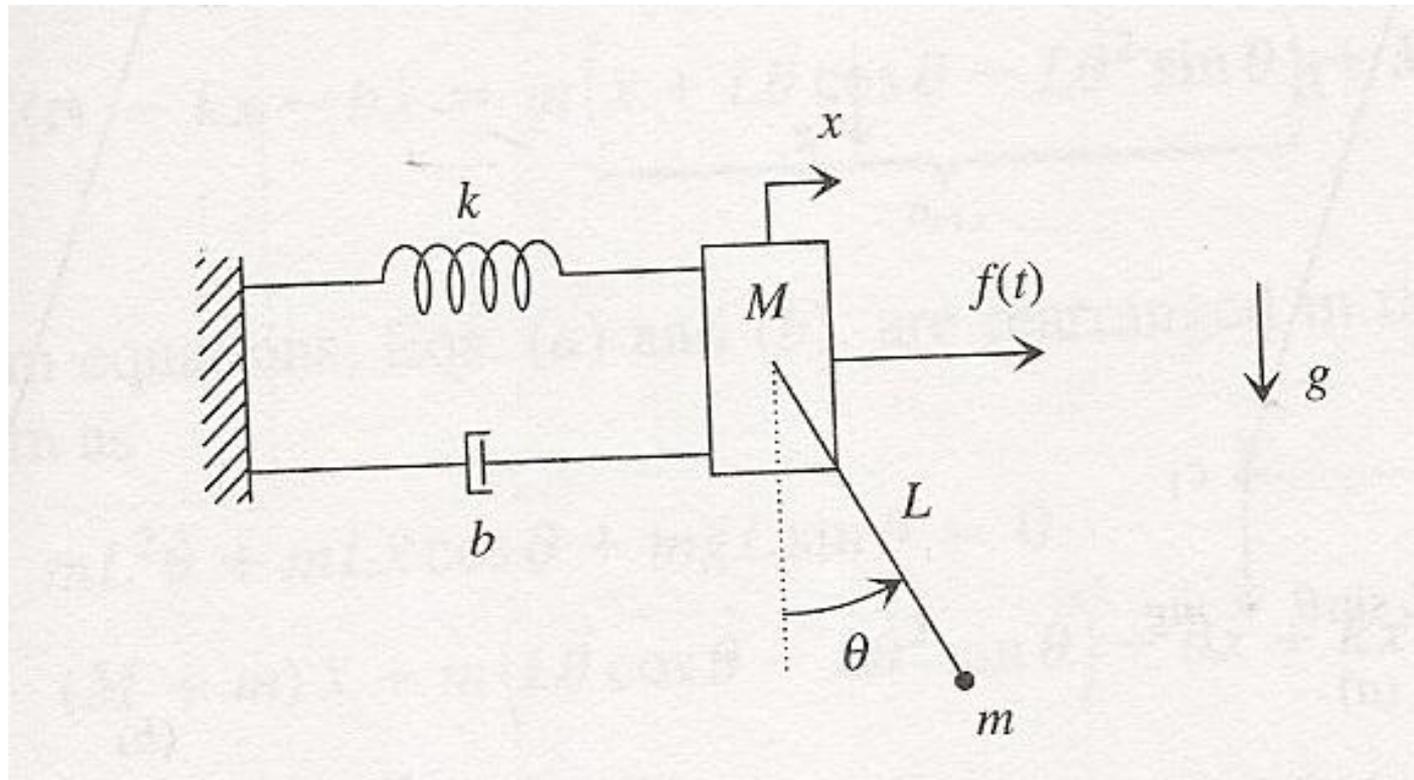
Lagrangiano: $L = T - V$

Força generalizadas: Q_i

$$\delta W_{NC} = Q_i \delta x_i$$

Modelos Físicos – Sistemas Mecânicos

Exemplo: Duas formulações por Newton–Euler e por Lagrange



Modelos Físicos – Sistemas Elétricos

Três elementos básicos de sistemas elétricos podem ser utilizados para modelar o comportamento dinâmico de circuitos elétricos:

- o elemento **capacitor**
- o elemento **resistor**
- o elemento **indutor**

Os circuitos elétricos estão sujeitos a carga elétrica q e ao fluxo magnético λ , função da corrente i e da tensão e

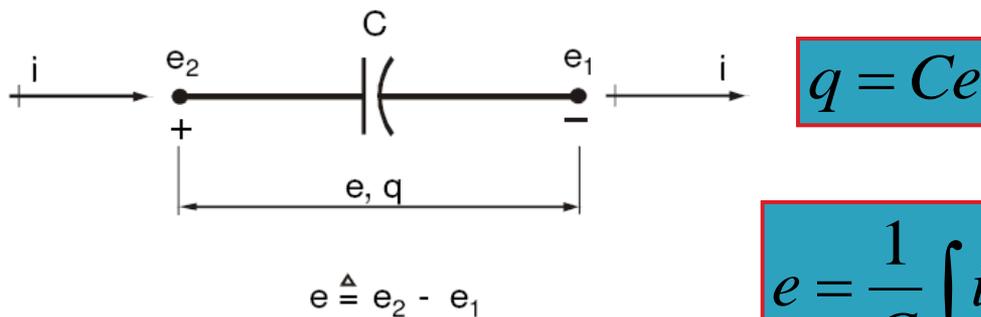
$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$e = \frac{d\lambda}{dt}$$

Modelos Físicos – Sistemas Elétricos

Capacitor

Elemento composto por duas superfícies separadas por um material dielétrico.



$$q = Ce$$

$$e = \frac{1}{C} \int idt$$

q : Carga no capacitor (Coulombs)
 e : tensão entre os terminais (Volts)

i : Corrente (Amperes)

C : Capacitância (Farads)

Energia Elétrica

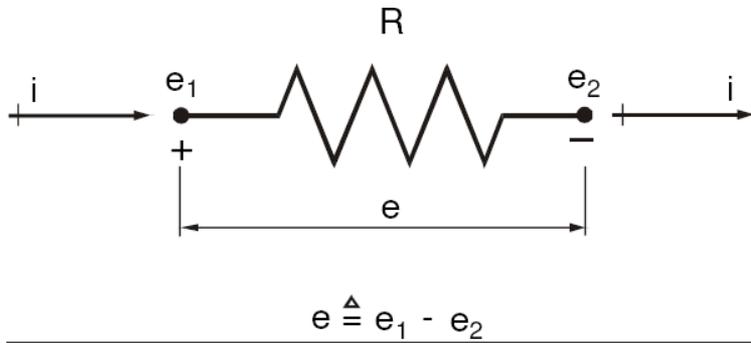
$$W_e(q) = \int_0^t eidt = \int_0^q edq = \frac{q^2}{2C}$$

Co-Energia Elétrica

$$W_e^*(e) = eq - \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} Ce^2$$

Modelos Físicos – Sistemas Elétricos

Resistor



$$e = Ri$$

e: Tensão (Volts)
i : Corrente
(Amperes)
 λ : Fluxo (Tesla)
R: Resistência
(Ohms)

Energia Dissipada (q)

$$D(q) = \frac{1}{2} R \dot{q}^2$$

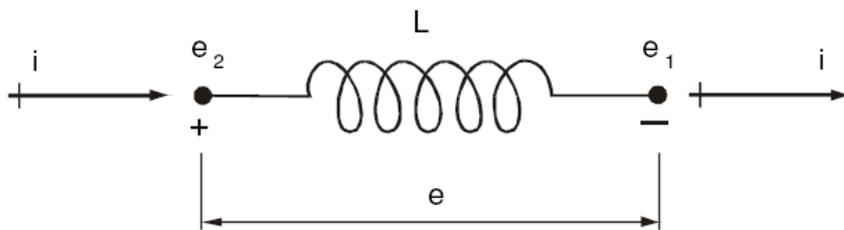
Energia Dissipada (λ)

$$D(\lambda) = \frac{1}{2R} \dot{\lambda}^2$$

Modelos Físicos – Sistemas Elétricos

Indutor

Ao passar por um indutor, a corrente elétrica gera um campo magnético.



$$\lambda = Li$$

λ : Fluxo magnético(Tesla)
 e : Tensão (Volts)
 i : Corrente (Amperes)
 L : Indutância (Henrys)

$$e = L \frac{di}{dt}$$

Energia Magnética

$$W_m(\lambda) = \int_0^t e i dt = \int_0^\lambda i d\lambda = \frac{\lambda^2}{2L}$$

Co-Energia Magnética

$$W_m^*(i) = \lambda i - W_m(\lambda) = \frac{1}{2} Li^2$$

Modelos Físicos – Sistemas Elétricos

Leis da Física

Leis de Kirchhoff

Lei das Correntes nos Nós: A somatória das correntes que chegam em um nó de um circuito é igual à somatória das correntes que saem deste nó.

Lei da Tensão nas Malhas: A somatória das diferenças de potencial elétrico ao longo de uma malha percorrida num mesmo sentido é igual a zero.

Modelos Físicos – Sistemas Elétricos

Leis da Física

Equações de Lagrange, Formulação de Carga

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L}{\partial q_k} = E_k$$

Lagrangiano: $L(\dot{q}_k, q_k) = W_m^*(\dot{q}_k) - W_e(q_k)$, $i_k = \dot{q}_k$
Trabalho dos
componentes não-
conservativos: $\delta W_{NC} = E_k \delta q_k$

Modelos Físicos – Sistemas Elétricos

Leis da Física

Equações de Lagrange, Formulação de Fluxo

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\lambda}_k} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{\lambda}_k} - \frac{\partial L}{\partial \lambda_k} = I_k$$

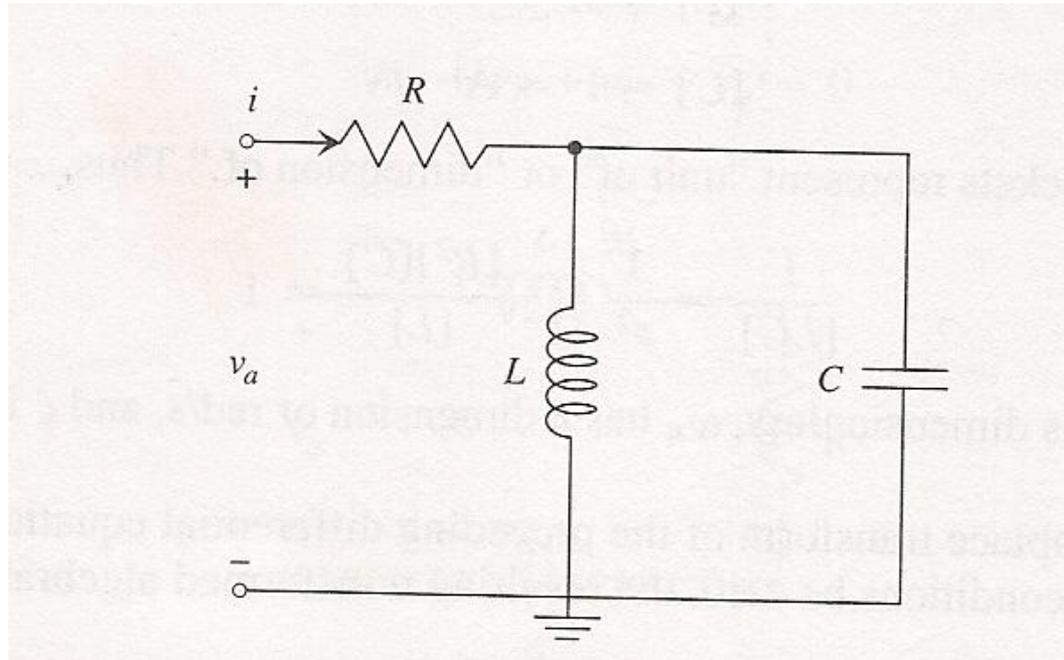
Lagrangiano:
Trabalho dos
componentes não-
conservativos:

$$L(\dot{\lambda}_k, \lambda_k) = W_e^*(\dot{\lambda}_k) - W_m(\lambda_k), \quad e_k = \dot{\lambda}_k$$

$$\delta W_{NC} = I_k \delta \lambda_k$$

Modelos Físicos – Sistemas Elétricos

Exercício: Duas Formulações (carga e Fluxo)



Modelos Físicos – Transdutores



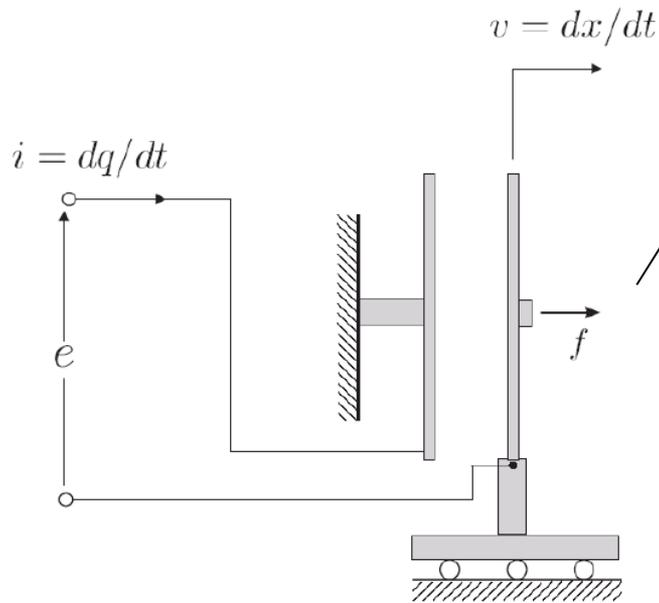
Existem dois tipos de transdutores:

1. Os que transferem e podem armazenar energia:
 - i. Transdutor capacitivo: capacitor com placa móvel
 - ii. Transdutor indutivo: indutor com núcleo móvel
2. Os que somente transferem energia
 - i. Bobina móvel
 - ii. Motor elétrico

Modelos Físicos – Transdutores

Capacitor com placa móvel

Armazena energia, transformando energia mecânica em elétrica



Balanea a força de atração eletrostática

Comportamento do capacitor:

$$q = C(x)e$$

$$W_e(q) = \frac{q^2}{2C(x)}$$

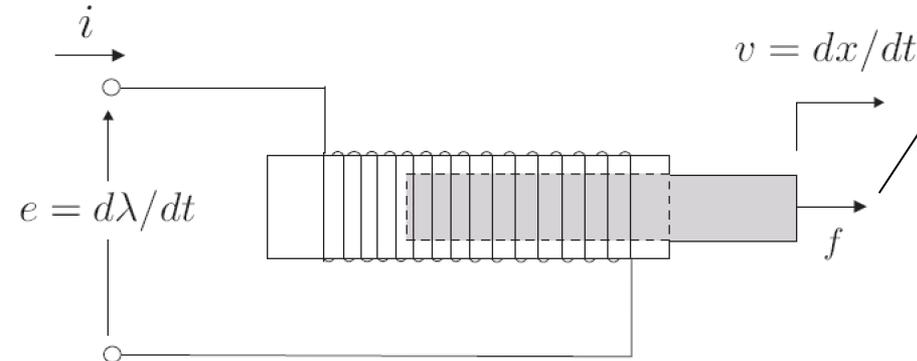
Por ser um sistema conservativo:

$$f = \frac{\partial W_e}{\partial x} = -\frac{q^2}{2C(x)^2} C'(x) = -\frac{e^2}{2} C'(x)$$

Modelos Físicos – Transdutores

Indutor com núcleo móvel

Armazena energia, transformando energia mecânica em magnética



Segura o núcleo em equilíbrio

Comportamento do indutor:

$$\lambda = L(x)i$$

$$W_m(\lambda) = \frac{\lambda^2}{2L}$$

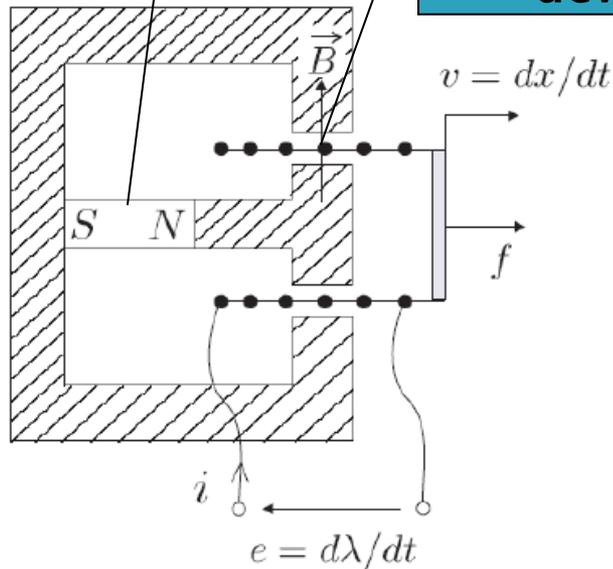
Por ser um sistema conservativo:

$$f = \frac{\partial W_m}{\partial x} = -\frac{\lambda^2}{2L(x)^2} L'(x) = -\frac{i^2}{2} L'(x)$$

Modelos Físicos – Transdutores

Imã permanente

Fluxo magnético devido ao imã



Bobina móvel

A Lei de Lorentz afirma que uma partícula de carga em movimento em um campo magnético fica sujeita a força de Lorentz:

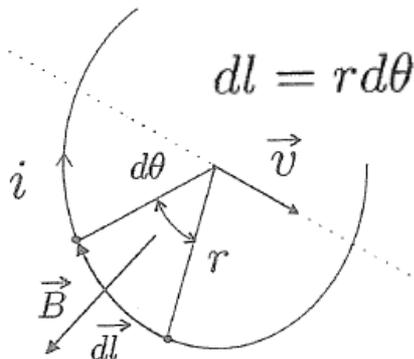
$$\vec{f} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Para um comprimento elementar:

$$d\vec{f} = i d\vec{l} \times \vec{B} = ir d\theta B$$

Integrando sobre $d\theta$, a queda de tensão na bobina é

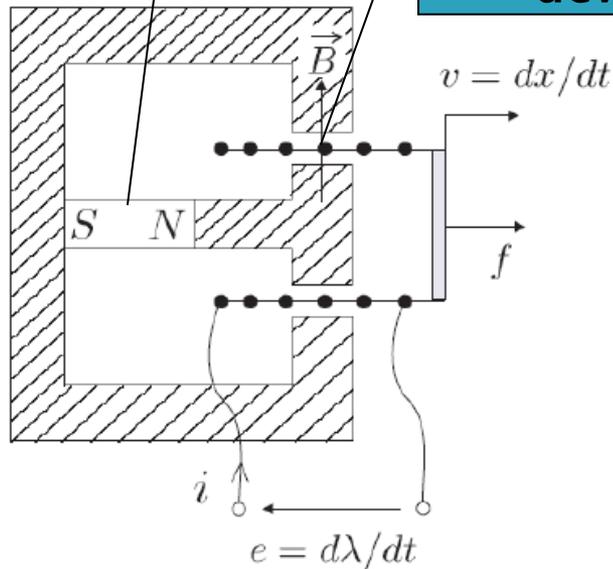
$$f = -i 2\pi n r B = -Ti$$



Modelos Físicos – Transdutores

Imã permanente

Fluxo magnético devido ao imã



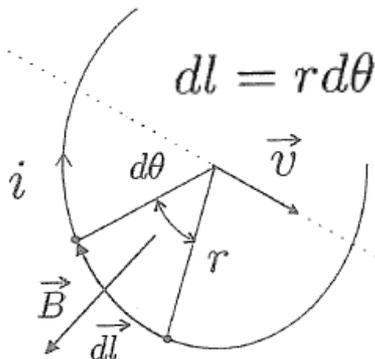
Bobina móvel

A Lei de Faraday afirma que o incremento da tensão de em um comprimento elementar dl na direção da corrente induzida pelo movimento da bobina é:

$$de = \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{l} = -vBr d\theta$$

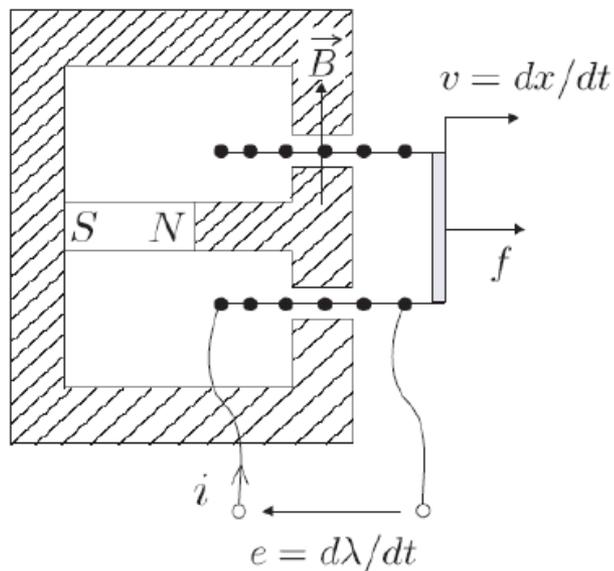
Integrando sobre $d\theta$, a queda de tensão na bobina é

$$e = 2\pi nrBv = Tv$$

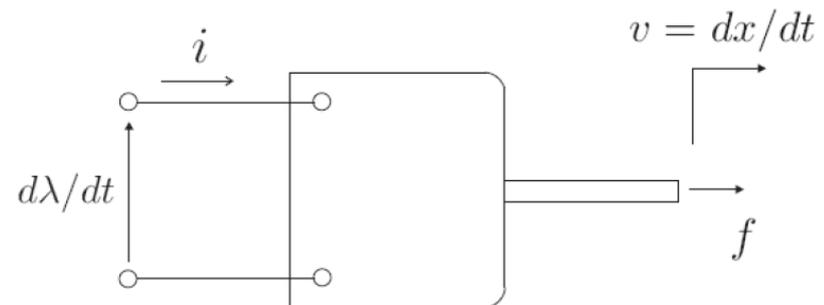


Modelos Físicos – Transdutores

Bobina móvel



Representação simbólica



$$\begin{aligned} e &= Tv && \text{(Faraday)} \\ -Ti &= f && \text{(Lorentz)} \end{aligned}$$

Unidade de T: V.s/m ou N/A

Modelos Físicos – Transdutores

MODELAGEM DE SISTEMAS ELETRO-MECÂNICOS



2º Lei de Newton, Equações de Newton-Euler

Equações de Lagrange

Modelos Físicos – Transdutores

MODELAGEM DE SISTEMAS ELETRO-MECÂNICOS



- Equações de Maxwell (Lei de Ámpere, as Leis de Gauss e a Lei de Faraday)
- Lei de Lorentz

Modelos Físicos – Transdutores

MODELAGEM DE SISTEMAS ELETRO-MECÂNICOS



Equações de Maxwell (Lei de Ámpere, as Leis de Guauss e a Lei de Faraday)

Lei de Lorentz

Equações de Lagrange para sistemas eletro-mecânicos

Modelos Físicos – Transdutores

EQUAÇÕES DE LAGRANGE, FORMULAÇÃO DE CARGA

Lagrangiano $L(\dot{x}_i, x_i, \dot{q}_k, q_k) = T + W_m^* - V - W_e$

$$\delta W_{NC} = \sum_{i=1}^m Q_i \delta x_i + \sum_{k=1}^n E_k \delta q_k$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_i} - \frac{\partial L}{\partial x_i} = Q_i \quad i = 1 \dots m$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L}{\partial q_k} = E_k \quad k = 1 \dots n$$

Modelos Físicos – Transdutores

EQUAÇÕES DE LAGRANGE, FORMULAÇÃO DE FLUXO

Lagrangiano $L(\dot{x}_i, x_i, \dot{\lambda}_k, \lambda_k) = T + W_e^* - V - W_m$

Trabalho Virtual dos componentes não conservativos $\delta W_{NC} = \sum_{i=1}^m Q_i \delta x_i + \sum_{k=1}^n I_k \delta \lambda_k$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_i} - \frac{\partial L}{\partial x_i} = Q_i \quad i = 1 \dots m$$

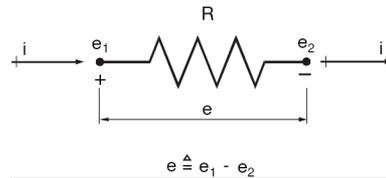
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\lambda}_k} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{\lambda}_k} - \frac{\partial L}{\partial \lambda_k} = I_k \quad k = 1 \dots n$$

Modelos Físicos – Transdutores

EQUAÇÕES DE LAGRANGE, ELEMENTOS DISSIPATIVOS

Formulação de fluxo

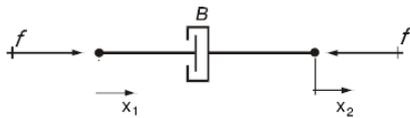
$$D(\lambda) = \frac{1}{2R} \dot{\lambda}^2$$



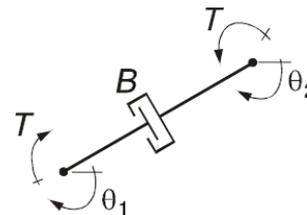
Formulação de carga

$$D(q) = \frac{1}{2} R \dot{q}^2$$

Parte Mecânica



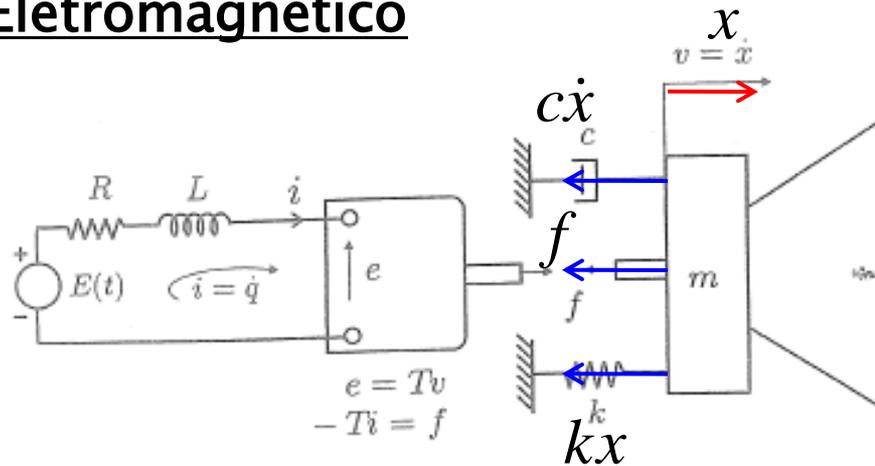
$$D = \frac{b\dot{x}^2}{2}$$



$$D = \frac{b_t \dot{\theta}^2}{2}$$

Modelos Físicos – Transdutores

Alto-falante Eletromagnético



Lei de Faraday (transdutor bobina móvel) $e = Tv$

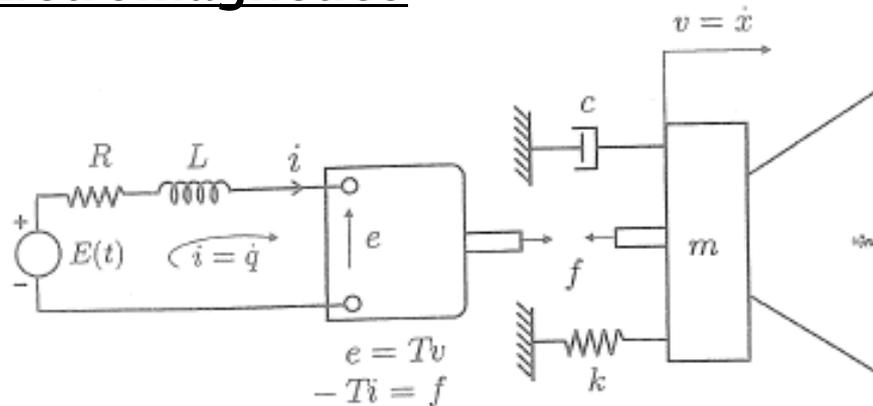
Lei de Lorentz (transdutor bobina móvel) $f = -Ti$

2º Lei de Newton (massa m) $-c\dot{x} - kx - f = m\ddot{x}$

Lei da Tensão das Malhas no Circuito $e + L\ddot{q} + R\dot{q} = E(t)$

Modelos Físicos – Transdutores

Alto-falante Eletromagnético

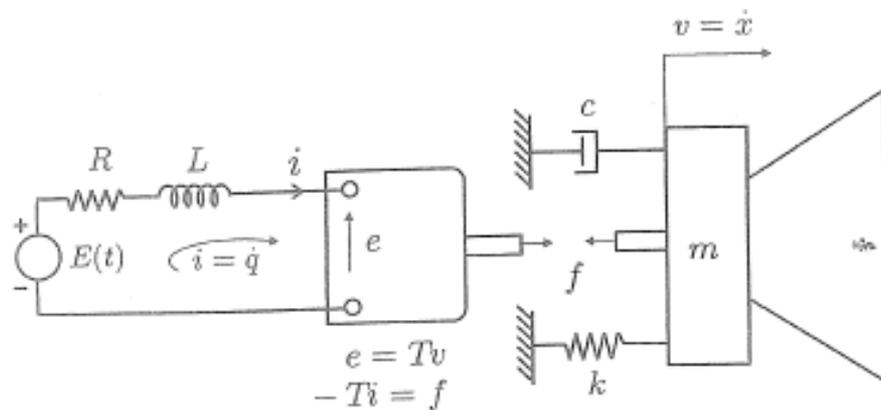


$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx - T\dot{q} = 0$$

$$T\dot{x} + L\ddot{q} + R\dot{q} = E(t)$$

Modelos Físicos – Transdutores

Alto-falante Eletromagnético



Equações de Lagrange,
Formulação de carga

$$L(\dot{x}, x, \dot{q}, q) = T + W_m^* - V$$

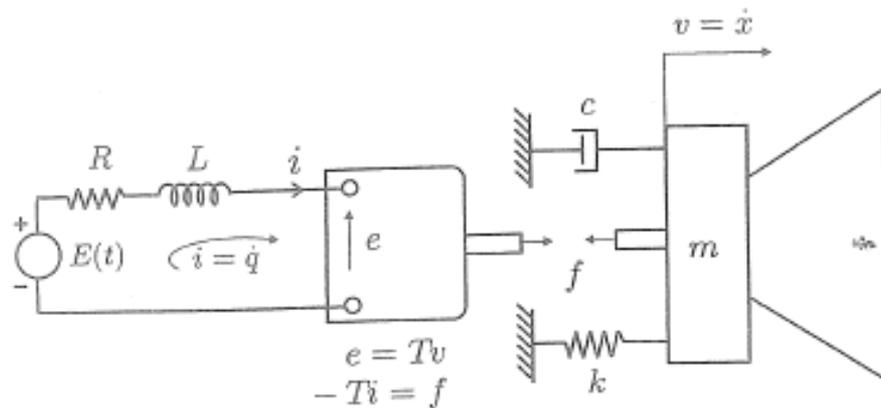
Energia cinética: $T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$

Energia potencial: $V = \frac{1}{2} k x^2$

Energia dissipada: $D = \frac{1}{2} c \dot{x}^2 + \frac{1}{2} R \dot{q}^2$

Modelos Físicos – Transdutores

Alto-falante Eletromagnético



Equações de Lagrange,
Formulação de carga

$$L(\dot{x}, x, \dot{q}, q) = T + W_m^* - V$$

Trabalho dos
componentes não-
conservativos:

$$\delta W_{NC} = E \delta q$$

Energia magnética
do transdutor:

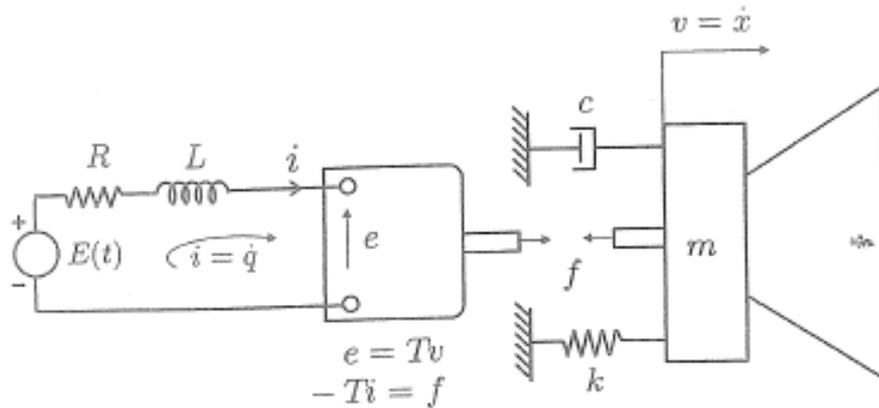
$$W_m^* \text{ transdutor} = \int_0^t e i dt = \int_0^t T v dt = T i (x - x_0)$$

Energia magnética:

$$W_m^* = \frac{1}{2} L \dot{q}^2 + T \dot{q} (x - x_0)$$

Modelos Físicos – Transdutores

Alto-falante Eletromagnético



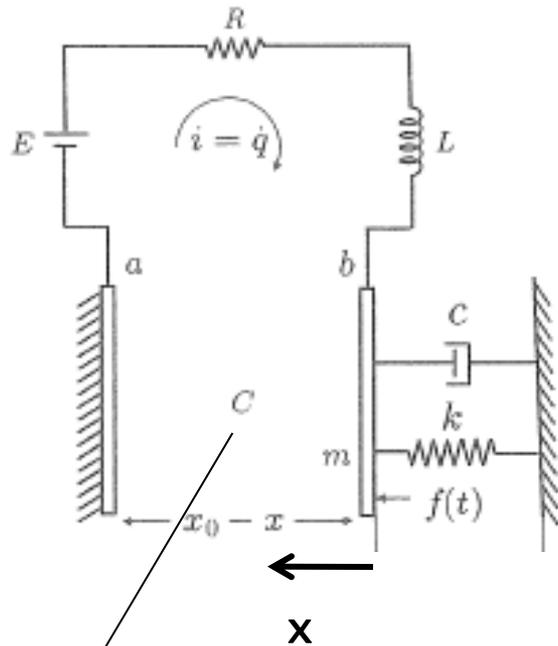
Equações de Lagrange,
Formulação de carga

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} &= E \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx - T\dot{q} &= 0 \\ T\dot{x} + L\ddot{q} + R\dot{q} &= E(t) \end{aligned}$$

Modelos Físicos – Transdutores

Dispositivo Capacitivo



$$C(x) = \frac{\epsilon A}{x_0 - x}$$

No equilíbrio, a carga q_0 no capacitor produz uma força de atração entre as placas que é balanceada pela ação da mola.

X_0 : distância entre os terminais

X_1 : alongamento da mola no equilíbrio

Força eletrostática:

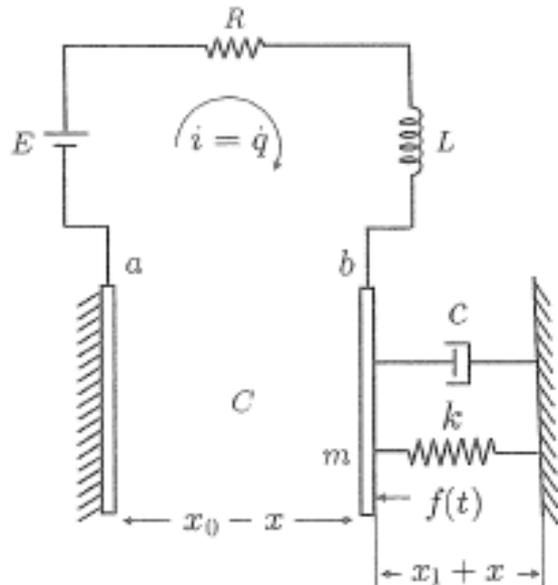
$$f_e = - \left(\frac{\partial W_e}{\partial x} \right)_0 = - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{q^2}{2C(x)} \right]_0 = \frac{q_0^2}{2\epsilon A}$$

No equilíbrio: $kx_1 = \frac{q_0^2}{2\epsilon A}$

Modelos Físicos – Transdutores

Dispositivo Capacitivo

Equações de Lagrange,
Formulação de carga



$$L(\dot{x}, x, \dot{q}, q) = T + W_m^* - V - W_e$$

$$T^* = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$$

$$D = \frac{1}{2} c \dot{x}^2 + \frac{1}{2} R \dot{q}^2$$

$$V = \frac{1}{2} k (x + x_1)^2$$

$$\delta W_{nc} = E(t) \delta q + f \delta x$$

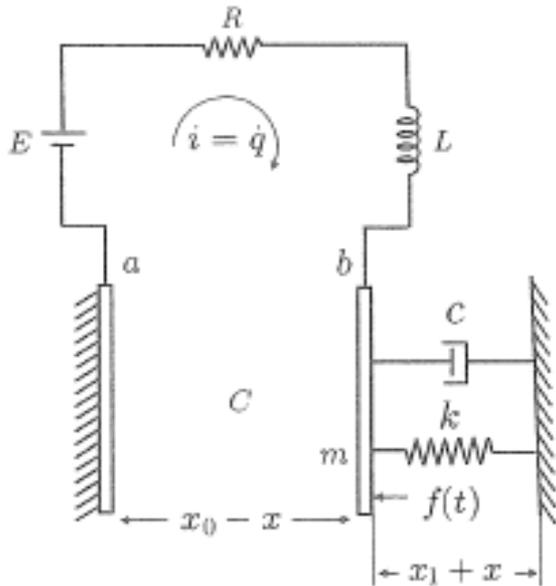
$$W_m^* = \frac{1}{2} L \dot{q}^2$$

$$W_e = \frac{1}{2C} (q_0 + q)^2 = \frac{x_0 - x}{2\epsilon A} (q_0 + q)^2$$

$$L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} L \dot{q}^2 - \frac{1}{2} k (x + x_1)^2 - \frac{x_0 - x}{2\epsilon A} (q_0 + q)^2$$

Modelos Físicos – Transdutores

Dispositivo Capacitivo



$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} = f$$

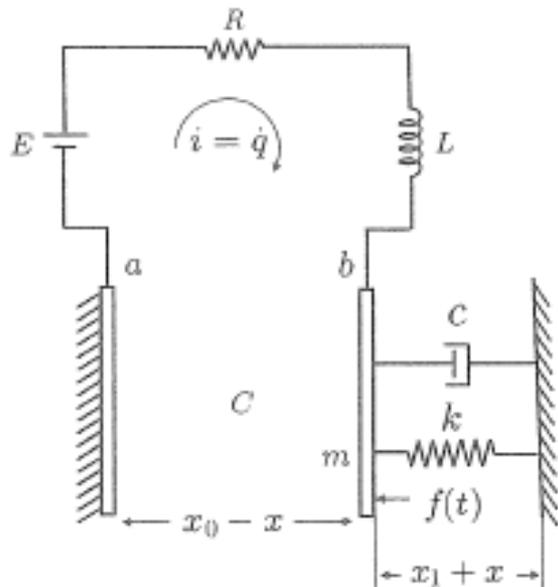
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = E$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k(x + x_1) - \frac{(q_0 + q)^2}{2\epsilon A} = f$$

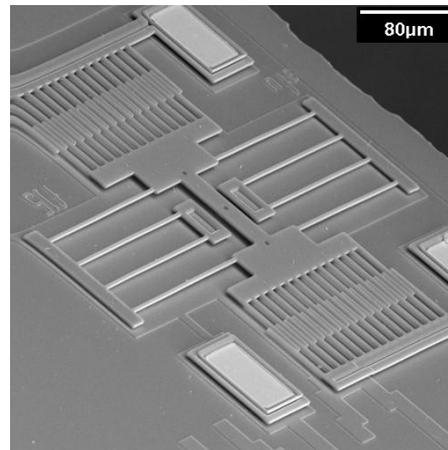
$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{x_0 - x}{\epsilon A} (q_0 + q) = E$$

Modelos Físicos – Transdutores

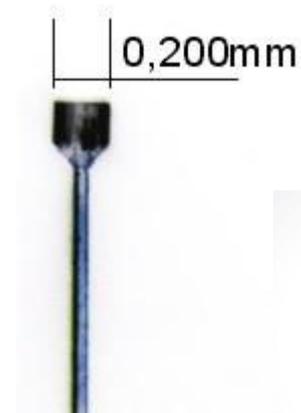
Dispositivo Capacitivo



Comb Drive



Sensor de Pressão



Wii



Força eletrostática

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k(x + x_1) - \frac{(q_0 + q)^2}{2\epsilon A} = f$$

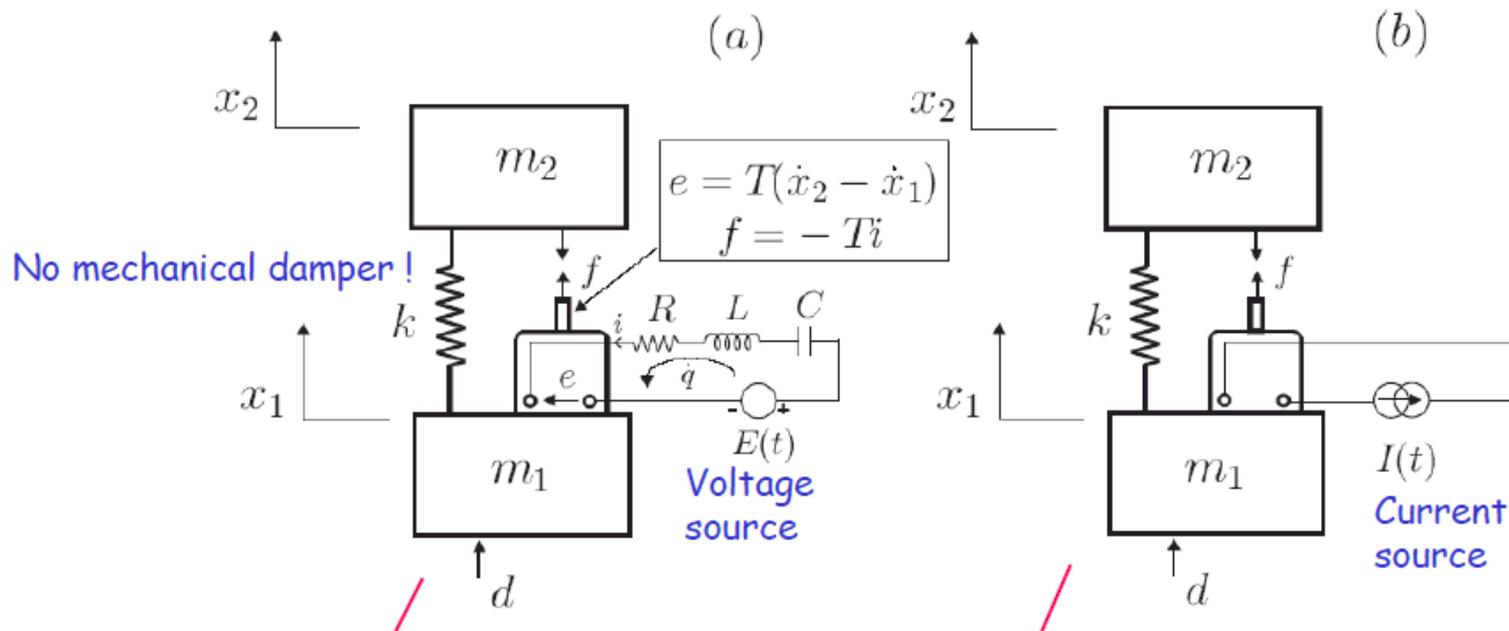
➡ Atuador

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{x_0 - x}{\epsilon A}(q_0 + q) = E$$

➡ Sensor

Modelos Físicos – Transdutores

Suspensão Ativa

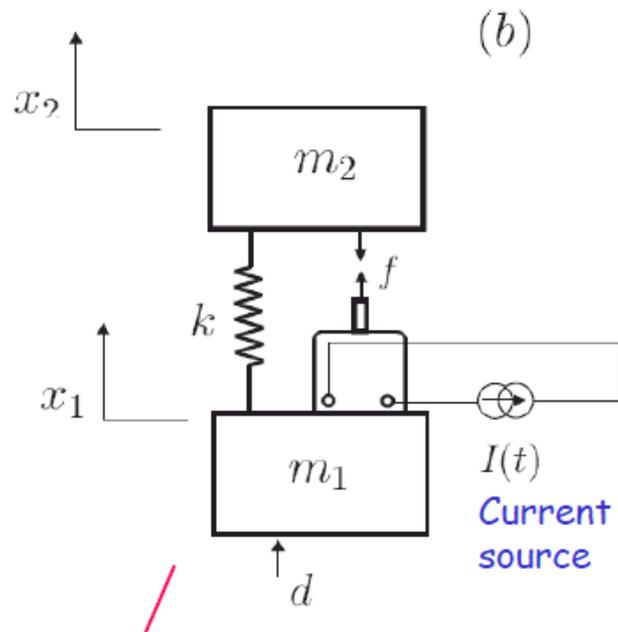


Modo de Corrente: a corrente i não é variável do problema, coordenadas generalizadas x

Modo de Tensão: a corrente é variável do problema, coordenadas generalizadas x, q

Modelos Físicos – Transdutores

Suspensão Ativa



Modo de Corrente: a corrente i não é variável do problema, coordenadas generalizadas x_1, x_2

Formulação Lagrange Carga

$$L = T - V + \cancel{W_m^*} - \cancel{W_e} = 0$$

Trabalho = $\int f x$

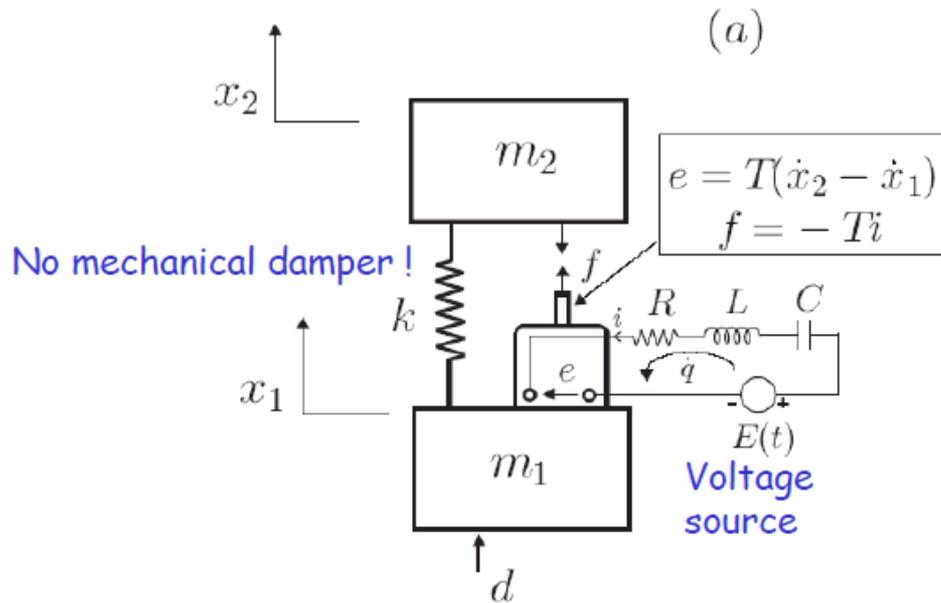
$$L = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2 + T i (x_2 - x_1 - x_0) - \frac{1}{2} k (x_2 - x_1)^2$$

$$m_1 \ddot{x}_1 + k(x_1 - x_2) + T i = d$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + k(x_2 - x_1) - T i = 0$$

Modelos Físicos – Transdutores

Suspensão Ativa



Modo de Tensão: a

corrente é variável do problema, coordenadas generalizadas x, q

Formulação Lagrange Carga

$$L = T - V + \cancel{W_m^*} - \cancel{W_e}$$

Trabalho = $fx \quad q^2/2C$

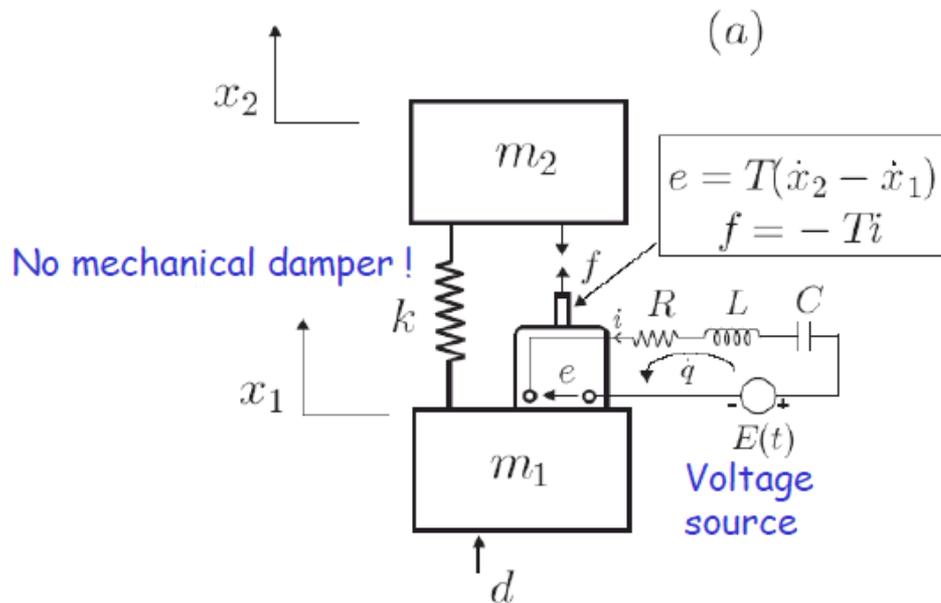
$$L = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} L \dot{q}^2 + T \dot{q} (x_2 - x_1 - x_0) - \frac{1}{2} k (x_2 - x_1)^2 - \frac{q^2}{2C}$$

$$D = \frac{1}{2} R \dot{q}^2$$

$$\delta W_{nc} = d \delta x_1 + E \delta q$$

Modelos Físicos – Transdutores

Suspensão Ativa



Modo de Tensão: a

corrente é variável do problema, coordenadas generalizadas x, q

Formulação Lagrange Carga

$$L = T - V + \cancel{W_m^*} - \cancel{W_e}$$

Trabalho = $fx \quad q^2/2C$

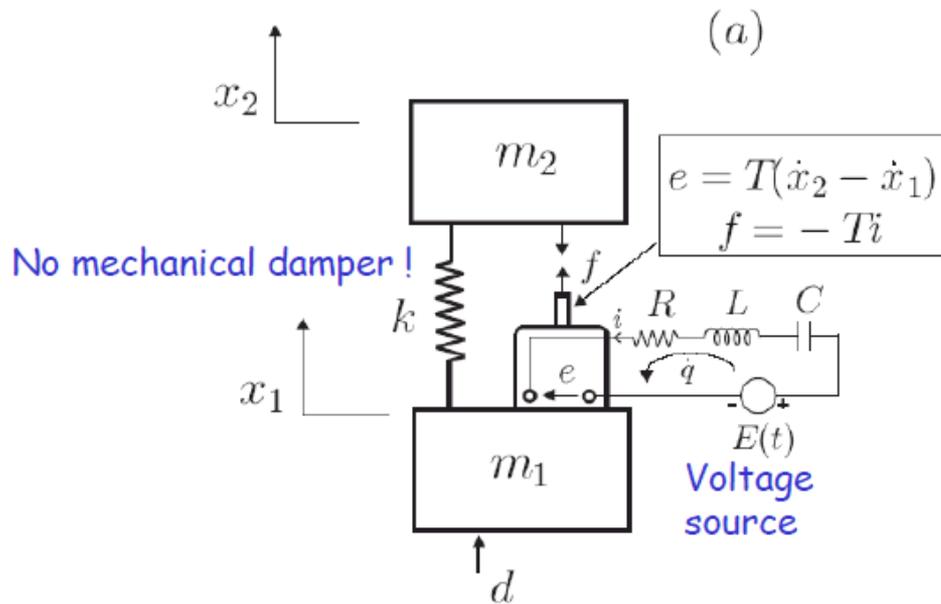
$$m_1 \ddot{x}_1 + k(x_1 - x_2) + T\dot{q} = d$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + k(x_2 - x_1) - T\dot{q} = 0$$

$$L\ddot{q} + T(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + R\dot{q} + \frac{q}{C} = E$$

Modelos Físicos – Transdutores

Suspensão Ativa



$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + k(x_1 - x_2) + T\dot{q} &= d \\ m_2 \ddot{x}_2 + k(x_2 - x_1) - T\dot{q} &= 0 \\ T(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + R\dot{q} &= 0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + \frac{T^2}{R}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k(x_1 - x_2) &= d \\ m_2 \ddot{x}_2 + \frac{T^2}{R}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k(x_2 - x_1) &= 0 \end{aligned}$$

Modo de Tensão: a

corrente é variável do problema, coordenadas generalizadas x, q

Formulação Lagrange
Carga

Somente shunt resistivo

Modelos Físicos – Transdutores

Exercício: A Fig.(b) ilustra um atuador inercial (shaker) que pode ser utilizado para controle de vibrações entre outros, como ilustrado na Fig.(a).

1. encontre as equações que descrevem o comportamento dinâmico do sistema eletromecânico ilustrado pela Fig.(a) se o atuador está conectado em modo de corrente (substituindo a caixa cinza pelos componentes eletrônicos adequados).
2. desenhe o diagrama de blocos para a implementação de um sistema de controle da vibração da massa m ilustrando o distúrbio do sistema, os sensores e atuadores (as variáveis utilizadas) e o controlador utilizando modo de corrente.
3. encontre as equações que descrevem o comportamento dinâmico do sistema eletromecânico ilustrado pela Fig.(a) se o atuador está conectado em modo de tensão (substituindo a caixa cinza pelos componentes eletrônicos adequados).

Modelos Físicos – Transdutores

Exercício:

