1a. Lista de Exercícios de MAT 121

Bacharelado em Física - Noturno - 2o. sem. 2015 - Turma 24

Lista feita pela **Profa. Maria Izabel Ramalho Martins**

I. Integrais definidas

1. Verifique quais das funções dadas abaixo são integráveis no intervalo indicado. Justifique.

a. $f(x) = \dfrac{x^3}{4+2x^2}$, $x \in [1, 3]$ **b.** $f(x) = 3\, e^{-x^2}$, $x \in [0,\ 1]$ **c.** $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\text{sen } x}{x} & \text{se } 0 < x \leq \pi/2 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$

d. $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{|\,x\,|} & \text{se } x \in [-1, 1], x \neq 0 \\ 3 & \text{se } x = 0 \end{cases}$ **e.** $f(x) = \begin{cases} \text{sen}\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } 0 < x \leq 1/\pi \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$

f. $f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$, $x \in [2,\ 5]$

2. Seja a função $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 2, & \text{se } x > 1 \end{cases}$. Considere a função $G(t) = \displaystyle\int_{-1}^{t} f(x)\ dx$, com $t \geq -1$.

a. Determine a expresão de G. **b.** G é derivável em $t = 1$? Justifique. **c.** Determine G'.

3. Seja $y = f(x)$ a função dada no exercício 2 e considere a função $H(t) = \displaystyle\int_{1}^{t} f(x)\ dx$, com $t \geq -1$.

a. Determine a expressão de H. **b.** Determine H', onde existir.

4. Seja a função $F(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)\ dt$, onde $f(t) = \begin{cases} t^3 & \text{se } 0 \leq t \leq 1 \\ \dfrac{1}{t^2} & \text{se } x > 1 \end{cases}$.

a. Determine o domínio de F e sua expressão. **b.** Determine a função F'. Justifique.

5. Determine F', das funções F indicadas abaixo, onde existir. Justifique.

a. $F(t) = \displaystyle\int_{-2}^{t} \frac{x}{2+x^4}\ dx$ **b.** $F(u) = \displaystyle\int_u^1 \text{sen}(t^5)\ dt$ **c.** $F(x) = \displaystyle\int_{2x}^{x^2} x^2\, e^{-t}\ dt$

d. $F(x) = \displaystyle\int_0^{x^4} (x-t)\ \text{sen}(t^4)\ dt$ **e.** $F(x) = \displaystyle\int_{\text{sen } x}^{\cos x} e^{t^2}\ dt$

6. Seja $F(x) = \displaystyle\int_1^x e^{-t^2}\ dt$. Mostre que existe $\displaystyle\int_0^1 F(x)\ dx$ e calcule seu valor.
(*Dica:* Use integração por partes!)

7. Calcule os limites abaixo e justifique.

a. $\displaystyle\lim_{h\to 0}\left(\frac{1}{h}\int_2^{2+h}\sqrt{1+t^3}\,dt\right)$ **b.** $\displaystyle\lim_{x\to 3}\left(\frac{x}{x-3}\int_3^x \frac{\text{sen } t}{t}\,dt\right)$

8. Seja $F : [1,\ +\infty[\to \mathbb{R}$ definida por $F(x) = \displaystyle\int_1^x \sqrt{t^3-1}\,dt$. Calcule $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{F(x^3)-F(8)}{\text{sen}(x-2)}$.

9. Mostre que a função $f(x) = \displaystyle\int_0^{1/x}\frac{1}{1+t^2}\,dt + \int_0^x \frac{1}{1+t^2}\,dt$ é constante no intervalo $]\,0,+\infty\,[$. Qual o valor dessa constante?

II. Treino de integral definida.

A. Calcule as integrais definidas indicadas abaixo:

1. $\displaystyle\int_0^x u\,e^{-u}\,du$, p/ $x>0$ **2.** $\displaystyle\int_1^u \frac{ln\,t}{t}\,dt$, p/ $u>1$ **3.** $\displaystyle\int_{-a}^a t^2\,e^{-t^3}\,dt$, p/ $a>0$

4. $\displaystyle\int_1^t \frac{1}{\sqrt[3]{x-9}}\,dx$, p/ $t<9$ **5.** $\displaystyle\int_0^u \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$, p/ $u<1$ **6.** $\displaystyle\int_0^x \frac{1}{\sqrt[3]{e^u}}\,du$, p/ $x>0$

7. $\displaystyle\int_1^a \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$, p/ $a>1$ **8.** $\displaystyle\int_0^u \text{tg}^2\,x\,\sec^2\,x\,dx$, p/ $0<u<\pi/2$ **9.** $\displaystyle\int_b^1 \frac{e^{1/t}}{t^2}\,dt$, p/ $0<b<1$

10. $\displaystyle\int_b^1 \frac{1+u}{\sqrt[3]{u}}\,du$, com $0<b<1$ **11.** $\displaystyle\int_b^2 \frac{1}{x\,(ln\,x)^2}\,dx$, com $1<b<2$