

5ª Lista de Exercícios – Eletromagnetismo II

Data da Entrega: 1 de Julho/2015

5.1 Considere o padrão de difração causado por uma onda plana que incide numa fenda vertical de abertura $2a$. Suponha que a luz é projetada numa tela a uma distância L do anteparo.

- (a) Usando a aproximação de Fraunhofer, calcule a intensidade da luz projetada na tela. **(0.5)**
- (b) Use a expressão de Fresnel (em termos do Seno e Cosseno de Fresnel) para calcular a intensidade da luz projetada na tela. Calcule, em particular, a intensidade da luz na região central ($x \sim 0$) da tela. Compare com o resultado do item anterior. **(1.5)**

5.2 Considere o padrão de difração causado por uma onda plana que incide num orifício circular de raio a . Suponha que a luz é projetada numa tela a uma distância L do anteparo.

- (a) Usando a aproximação de Fraunhofer, calcule a intensidade da luz projetada na tela. **(1.0)**
- (b) Use a expressão de difração de Fresnel para corrigir o resultado do item anterior. Nesse exercício você tem que fazer aproximações, mas proceda com muito cuidado, prestando atenção à região onde valem essas aproximações. Calcule, em particular, a intensidade da luz na região central da tela e os primeiros anéis. Compare com o resultado do item anterior, em particular no que diz respeito à divisão entre os anéis mais centrais? Faça gráficos, se achar que isso ajuda. **(2.0)**

Dica: Utilize as identidades

$$\int_0^a dt t J_0(t) = a J_1(a) \quad , \quad \int_0^a dt t^3 J_0(t) = a^2 [2J_2(a) - aJ_3(a)] \quad ,$$

e o limite para $t \rightarrow 0$ da função de Bessel, $J_n(t) \approx (2^{-n}/n!)t^n + \dots$.

5.3 – Num problema de difração sempre podemos substituir uma abertura por um espelho com o mesmo formato: a luz refletida pelo espelho corresponde à luz que passa pela abertura. Isso permite que tratemos o problema de difração num telescópio como um problema de difração por uma abertura circular.

Considere um telescópio cujo espelho tenha um raio a (vamos assumi-lo plano). Duas estrelas são refletidas pelo espelho, de forma que elas aparecem separadas por um ângulo muito pequeno. A luz incidente no telescópio é, portanto, dada aproximadamente por ondas planas que se propagam em direções ligeiramente diferentes, vistas da Terra. Como visto no exercício anterior, o padrão de interferência de uma fonte de ondas que se propaga por uma janela circular é dado por:

$$I \sim \left[\frac{J_1(ka\theta)}{ka\theta} \right]^2 \quad ,$$

onde $\theta \simeq \rho/r \ll 1$ é o ângulo desde o centro do anteparo (esse ponto seria a imagem do centro do espelho/abertura). Como temos duas estrelas, teremos dois padrões de interferência sobrepostos.

- (a) De acordo com o “critério de Rayleigh”, os padrões se tornam indistinguíveis *se* o máximo de um dos padrões recai sobre o primeiro mínimo do outro padrão. Mostre que isso requer uma separação angular das fontes de aproximadamente $1.22\lambda/a$. **(2.0)**
- (b) Compute essa separação para o Telescópio espacial Hubble, que possui $a = 1.2$ m, assumindo a luz com $\lambda = 550$ nm. **(0.5)**
- (c) Compute essa separação para o Telescópio GMT, que possui $a = 27$ m, assumindo a luz com $\lambda = 550$ nm. **(0.5)**
- (d) Compute essa separação para o Radiotelescópio Arecibo, que possui $a = 150$ m (!!!). Considere uma onda de rádio típica, com $\lambda = 10$ cm. Qual desses telescópios possui a melhor resolução? **(0.5)**
- (e) Encontre um comprimento de onda e um raio de telescópio para os quais a difração de Fresnel seria uma aproximação mais adequada para estimar a largura da banda central. Não é preciso fazer cálculos detalhados – apenas uma estimativa grosso-modo. **(1.5)**