

Questões

1. Da mecânica dos sólidos sabemos que o estado de tensão de um tubo de paredes finas, contendo um fluido com pressão P no seu interior, será dado por três tensões principais (z é a direção do eixo do tubo) que são:

- Tensão circunferencial (*hoop stress*), σ_θ .
- Tensão axial, σ_z .
- Tensão radial. σ_r .

A hipótese de parede fina (válida se a espessura da parede, t , for menor que $0,1D$, onde $D = 2r$ é o diâmetro do tubo) e assumindo-se que o tubo tem comprimento infinito, essas tensões são dadas por:

$$\begin{cases} \sigma_\theta = \frac{Pr}{t} \\ \sigma_z = \frac{Pr}{2t} \\ \sigma_r = 0 \end{cases} \quad (1)$$

O fato de que estamos tratando com um tubo de parede fina, permite supor que a parede se encontra em um estado plano de tensões (EPT), portanto a tensão correspondente à normal da espessura se anula ($\sigma_r = 0$).

Com base nessas informações responda:

- a. Qual será o círculo de Mohr que caracteriza as tensões na parede do tubo? Faça um desenho esquemático do tubo, contendo um elemento de volume que indique a orientação dessas tensões principais.
- b. Suponha que o material da parede do tubo tem limite de escoamento σ_e , estime o valor crítico da pressão que resultará em deformação plástica da parede do tubo.
- c. Esse tubo, após 11 meses de operação, falhou pelo surgimento de uma trinca de aproximadamente 1 cm de comprimento, que atravessou toda a espessura do tubo e estava orientada paralelamente à direção do seu eixo (ou seja, no plano rz). Você atribuiria essa falha a um mecanismo de fratura frágil ou dúctil? Justifique sua resposta.

Dica: Utilize os critérios de falha discutidos em aula para sua decisão.

2. Muito recentemente K. Fan *et al* publicaram um trabalho intitulado "Local fracture resistance behavior of interface regions of a dissimilar metal joint" (*Eng. Frac. Mech.* (2015), <http://dx.doi.org/10.1016/j.engfracmech.2015.02.007>). Trata-se de uma investigação por método de elementos finitos (FEM) da tenacidade à fratura de juntas soldadas

dissimilares usadas na indústria nuclear. A geometria da junta real é dada na Figura 1(a). Os autores usam uma aproximação comum no ramo em que a junta é modelada como um sanduíche de quatro diferentes metais que compõem a junta (ou seja, cada metal é considerado homogêneo, não há zona afetada pelo calor (ZAC) e a interface é reta e plana). A Figura 1(b) apresenta a geometria da simulação empregada pelos autores. A Tabela 1 reproduz os parâmetros dos quatro materiais conforme empregados pelos autores, esses parâmetros se referem a uma relação constitutiva de Ramberg-Osgood.

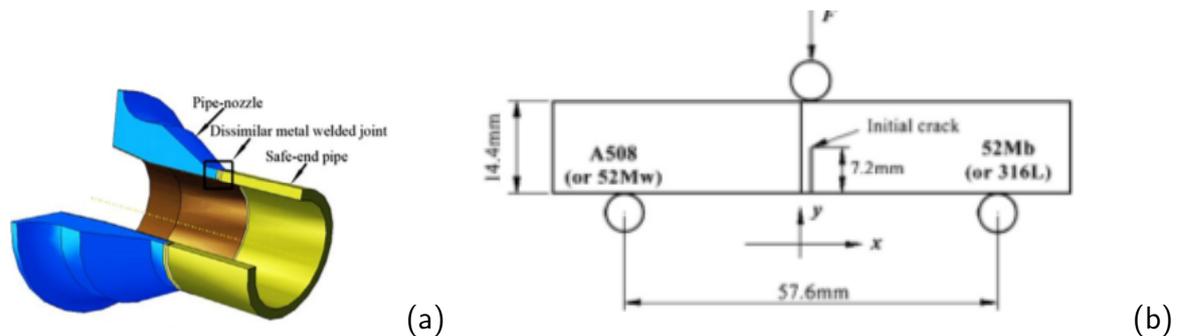


Figura 1: Representação da junta soldada dissimilar (a) e esquema dos corpos de prova virtuais (b) estudados por Fan *et al.*

Tabela 1: Parâmetros característicos do comportamento elasto-plástico dos quatro materiais que compõem a junta.

Material	Módulo de Young [GPa]	Coef. Poisson	σ_e [MPa]	ε_0 [MPa]	n'
A508	202,41	0,3	522	3,89	7,04
Alloy52Mb	178,13	0,3	495	10,73	4,28
Alloy52Mw	178,13	0,3	511	7,18	5,42
316L	156,15	0,3	311	15,23	2,49

Vamos explorar um pouco esse modelo. Considere a chapa hipotética representada na Figura 2. Ela é composta de um sanduíche dos materiais Alloy52Mw e 316L, sendo que a liga Alloy52Mw forma o centro do sanduíche. Note que a espessura total é a mesma para os dois materiais (pois há duas camadas de aço 316L). Suponha que valem as seguintes simplificações:

- I – A deformação ao longo do comprimento da chapa (direção “y”) deve ser a mesma nos dois materiais.
- II – A placa é larga o suficiente para podermos assumir que há um Estado Plano de Deformação, com a deformação se anulando ao longo da direção “z”.

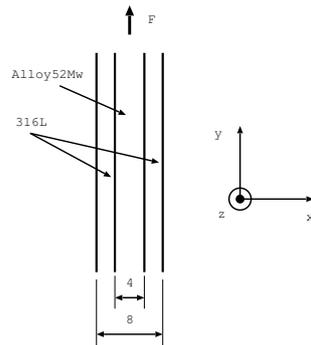


Figura 2: Configuração da chapa hipotética para o exercício 3.

- III – A placa é fina o suficiente para podermos assumir que a tensão se anula ao longo de toda a espessura da chapa (direção “x”).
- IV – A tensão ao longo da direção “y” no sanduíche é a metade da soma das tensões observadas no material Alloy52Mw e no material 316L.

Com base nessas informações e nas aproximações anteriormente descritas, resolva:

- a. Considere os dois materiais operando ainda no regime elástico e calcule o valor do módulo efetivo (ou seja, a razão entre a tensão e a deformação totais) na direção “y”.
- b. Assuma que a placa está sujeita a uma tensão de 75 MPa ao longo da direção “y” e desenhe o círculo de Mohr das tensões para o material 316L e o das deformações para o aço Alloy52Mw, o desenho pode ser esquemático, mas deve conter respectivamente os valores das tensões e das deformações principais.
- c. Usando o critério de escoamento de von Mises, calcule a tensão em que a primeira camada irá se deformar e responda como a deformação de escoamento dessa camada se compara com a deformação de escoamento do mesmo material em um carregamento uniaxial (note que a tensão **não** se anula ao longo da direção “z”).
- d. Calcule o valor do parâmetro de triaxialidade (β , definido na Equação 2) do material que irá se deformar nas condições do item c, compare com o valor esperado para um ensaio uniaxial do mesmo material no valor de tensão correspondente ao limite de escoamento e discuta o resultado.

Dica: Use a lei de Hooke generalizada.

$$\beta = \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} \quad (2)$$

com

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (3)$$

Solução

1. a. O círculo de Mohr solicitado é dado na Figura 3

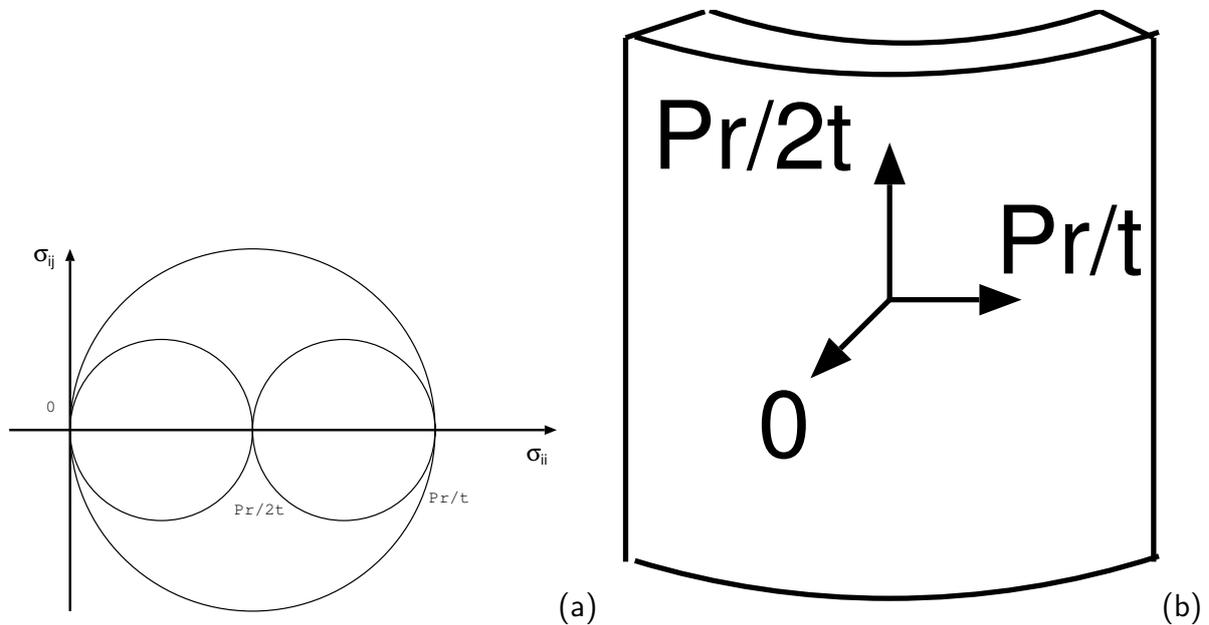


Figura 3: Círculo da Mohr do estado de tensão da parede do tubo (a) e representação esquemática do referencial das tensões principais.

- b. Lembramos da definição da tensão equivalente de von Mises:

$$\bar{\sigma} = \left\{ \frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \right\}^{0.5} \quad (4)$$

substituindo os valores das tensões principais temos:

$$\bar{\sigma} = \left\{ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{Pr}{2t} \right)^2 + \left(\frac{Pr}{2t} \right)^2 + \left(\frac{Pr}{t} \right)^2 \right] \right\}^{0.5} \quad (5)$$

ou ainda

$$\bar{\sigma} = \frac{Pr}{t} \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{6}{4} \right] \right\}^{0.5} = \frac{\sqrt{3}Pr}{2t} \quad (6)$$

A questão, entretanto, pergunta qual a pressão que levará o tubo a se deformar, a condição para que isso ocorra é:

$$\bar{\sigma} = \sigma_e \quad (7)$$

Portanto

$$P = \frac{2\sqrt{3}\sigma_e t}{3r} \quad (8)$$

- c. De acordo com o enunciado, o tubo rompeu em um plano perpendicular à máxima tensão normal, isso é característico de uma falha frágil.
2. No modelo descrito vamos identificar as direções 1, 2 e 3 com as direções x , y e z , as hipóteses podem ser reescritas como:

$$\begin{aligned} \text{I} - \varepsilon_{22}^{316} &= \varepsilon_{22}^{52} = \varepsilon \\ \text{II} - \varepsilon_{33}^{316} &= \varepsilon_{33}^{52} = 0 \\ \text{III} - \sigma_{11}^{316} &= \sigma_{11}^{52} = 0 \\ \text{IV} - \sigma &= \frac{1}{2}\sigma_{22}^{316} + \frac{1}{2}\sigma_{22}^{52} \end{aligned}$$

Além disso, temos que o referencial adotado é um referencial de deformações/tensões principais (prova: EPD ao longo da direção 3 e EPT ao longo da direção 1 são direções principais), portanto as tensões de cisalhamento e as deformações angulares se anulam. Assim, a lei de Hooke generalizada fica reduzida a:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (9)$$

Desenvolvendo, temos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \varepsilon_{11} = -\frac{\nu\sigma_{22}}{E} - \frac{\nu\sigma_{33}}{E} \\ \varepsilon = \frac{\sigma_{22}}{E} - \frac{\nu\sigma_{33}}{E} \\ 0 = -\frac{\nu\sigma_{22}}{E} + \frac{\sigma_{33}}{E} \end{cases} \quad (10)$$

Usando a última condição podemos isolar σ_{22} e escrever:

$$\frac{E\varepsilon}{1 - \nu^2} = \sigma_{22} \quad (11)$$

Respondendo as questões:

- a. Usando a condição IV temos

$$\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_{22}^{316} + \sigma_{22}^{52}) \Rightarrow \frac{1}{2} \left[\frac{E^{316}}{1 - (\nu^{316})^2} + \frac{E^{52}}{1 - (\nu^{52})^2} \right] \varepsilon \quad (12)$$

sendo assim, o módulo efetivo da chapa composta será:

$$E_{ef} = \frac{1}{2} \left[\frac{E^{316}}{1 - (\nu^{316})^2} + \frac{E^{52}}{1 - (\nu^{52})^2} \right] = 183.67 \text{ GPa} \quad (13)$$

b. Como $\sigma = 75$ MPa, temos da Equação 12:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_{ef}} = 0.000408 \quad (14)$$

Para o aço 316L (usando a Equação 11):

$$\sigma_{22}^{316} = 70.07 \text{MPa} \quad (15)$$

A segunda tensão principal é obtida da condição de EPT ao longo da direção 1:

$$\sigma_{11}^{316} = 0 \quad (16)$$

Por fim, a terceira tensão principal $\tilde{\sigma}_{33}$ obtida da Equação 10, por exemplo, usando:

$$\sigma_{22}^{316} = \frac{E\varepsilon}{1 - (\nu^{316})^2} \Rightarrow \varepsilon = \frac{\varepsilon}{1 - (\nu^{316})^2} - \nu^{316} \frac{\sigma^{316}}{E^{316}} \Rightarrow \sigma_{33}^{316} = \frac{\nu^{316}\varepsilon E^{316}}{1 - (\nu^{316})^2} = 21 \text{MPa} \quad (17)$$

Assim o círculo de Mohr solcitado para o aço 316L está representado na Figura 4.

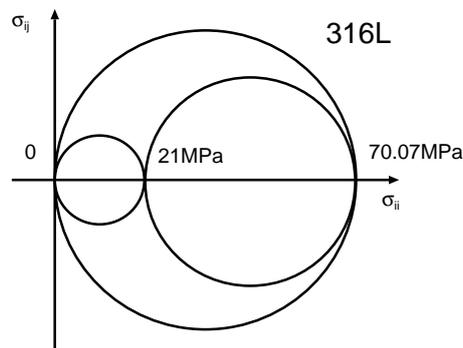


Figura 4: Círculo de Mohr das tensões para o aço 316L.

Para o aço Alloy52Mw teremos:

$$\varepsilon_{22}^{52} = \varepsilon = 0.000408 \quad (18)$$

Da condição de EPD ao longo da direção 1 temos:

$$\varepsilon_{11}^{52} = 0 \quad (19)$$

Por fim, a terceira deformação principal $\tilde{\varepsilon}_{33}$ obtida da equação 10, para tanto devemos calcular:

$$\sigma_{22}^{52} = 86.29\text{MPa} \quad (20)$$

e

$$\sigma_{33}^{52} = 23.96\text{MPa} \quad (21)$$

obtendo

$$\varepsilon_{11}^{52} = -0.000186 \quad (22)$$

O círculo de Mohr solicitado está na Figura 5.

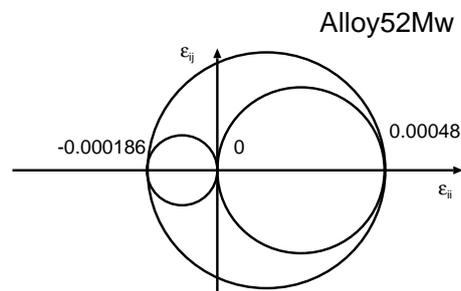


Figura 5: Círculo de Mohr das tensões para o aço Alloy52Mw.

- c. O critério de von Mises implica que o material se deforma quando:

$$\sigma_e \leq \bar{\sigma} = \sqrt{\left\{ \frac{1}{2} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2] \right\}} \quad (23)$$

Usando as equações derivadas anteriormente podemos escrever:

$$\bar{\sigma} = \frac{\varepsilon E}{1 - \nu^2} \times \sqrt{1 - \nu + \nu^2} = 0.89\sigma \quad (24)$$

A camada que irá se deformar primeiro é aquela que apresentará menor tensão de escoamento, como a tensão de escoamento é:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_e}{0.89} \quad (25)$$

Concluimos que o aço 316L será o primeiro a se deformar, a uma tensão de 349.4 MPa, a deformação correspondente será

$$\varepsilon = \frac{\bar{\sigma}}{E_{ef}} = 0.00190 \quad (26)$$

Para o caso uniaxial teríamos:

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma_e^{316}}{E^{316}} = 0.00199 \quad (27)$$

que é cerca de 5% maior.

d. Temos:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} = \frac{\varepsilon E^{316}}{1 - (\nu^{316})^2} \frac{(1 + \nu^{316})}{3} \quad (28)$$

Aplicando para o valor da deformação de escoamento da camada, temos $\sigma_m = 183670 \times 0.43 \times 0.00190 = 151.22$ MPa. A tensão de escoamento já foi calculada anteriormente e seu valor é $\bar{\sigma} = 349.4$ MPa, portanto o parâmetro de triaxialidade será:

$$\beta = \frac{151.22}{349.4} = 0.433 \quad (29)$$

No caso uniaxial a tensão média no escoamento será:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_e}{3} \quad (30)$$

Assim $\beta = 0.333$. Dessa forma a presença da outra camada de aço aumenta o parâmetro de triaxialidade em 29% no escoamento, o que contribui com a formação de cavidades, tornando o material mais propenso á fratura frágil.