Aula 03

Bibliografia: Tirole, cap. 02

Cláudio R. Lucinda

FEA-RP/USP



Objetivos da Aula

1 Monopólio



Monopólio Multiproduto

- Vamos começar modelando um monopólio multiproduto.
- Ele possui poder de monopólio sobre todos os produtos que vende.
- O problema dele é cobrar um vetor de preços $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \cdots, p_n)$, e vendendo quantidades $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \cdots, q_n)$, sendo que $q_i = D_i(\mathbf{p})$ é a demanda pelo produto i.
- O Custo de produzir o vetor $\mathbf{q}$ é dado por $C(\mathbf{q})$



Monopólio Multiproduto

- Evidentemente, existem diferenças na solução do problema se a demanda e/ou os custos são inter-relacionados. O problema geral é especificado como sendo:

$$\Pi = \sum_{i=1}^{n} p_i D_i(\mathbf{p}) - C(D_1(\mathbf{p}), \cdots, D_n(\mathbf{p}))$$

- Dá a seguinte CPO:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial p_i} = \left(D_i + p_i \frac{\partial D_i}{\partial p_i} \right) + \sum_{j \neq i}^{n} p_j \frac{\partial D_j}{\partial p_j} - \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial C}{\partial q_j} \frac{\partial D_j}{\partial p_i} = 0$$



Monopólio Multiproduto – Demandas IR

- Se supusermos que a demanda é inter-relacionada e os custos são independentes entre si (ou seja, $C(\mathbf{q}) = \sum_i C_i(q_i)$), temos que a equação acima se torna:

$$\frac{p_i - c_i}{p_i} = \frac{1}{\varepsilon_{ii}} - \sum_{j \neq i} \frac{(p_j - C_j) D_j \varepsilon_{ij}}{R_i \varepsilon_{jj}}$$

- Em que ε_{ij} é a demanda do bem j com relação ao preço do bem i (notação do Tirole....) e $R_i = p_i q_i$
- Neste caso, as margens são diferentes do caso de demandas completamente independentes a depender dos sinais de ε_{ij}.



Monopólio Multiproduto – Demandas IR(II):

- Vamos supor que os produtos são substitutos imperfeitos, ou seja, $\varepsilon_{ij} < 0$.
- Neste caso, as margens são maiores do que o inverso da elasticidade preço da demanda. A intuição aqui é que, como os produtos são substitutos e produzidos pela mesma empresa, pode-se elevar o preço dos mesmos um pouco, pois os consumidores que fogem de um produto caem na mão de outros produtos da mesma empresa.
- Caso os produtos são complementos, $\varepsilon_{ij} > 0$.
- Neste caso, como a elevação dos preços reduz a demanda pelos outros produtos da mesma empresa, é necessário abaixar o preço em relação ao inverso da elasticidade.



Precificação de Ramsey

- Uma discussão interessante de situações de precificação de monopólio multiproduto é a chamada "precificação de Ramsey".
- Ou seja, qual seria o conjunto de preços que um regulador deveria estabelecer para maximizar o bem-estar social e, ao mesmo tempo, permitir que o mesmo consiga pagar seus custos?
- Essa discussão é derivada dos insights de Frank Ramsey sobre taxação e de Boiteux nos anos 50 para a reculação de Electricité de France.



Precificação de Ramsey (II)

- Vamos supor que os custos são independentes, o que dá uma função custo $C(\mathbf{q}) = k_0 + \sum_{i=1}^{n} c_i q_i$.
- Adicionalmente, vamos supor que tenhamos a área debaixo das curvas de demanda como sendo $S(\mathbf{q})$ – excedente bruto do consumidor. Além disso, lá de Micro I temos que $\partial S / \partial q_i = p_i$.
- Neste caso, o problema de otimização fica sendo:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{q}} \quad & S(\mathbf{q}) - C(\mathbf{q}) \\ t.q. \quad & \sum_{i=1}^{n} p_i q_i - C(\mathbf{q}) \geq 0 \end{aligned}$$



Precificação de Ramsey (III):

- O lagrangiano do problema é dado por:

$$L = S(\mathbf{q}) - C(\mathbf{q}) + \lambda(\sum_{i=1}^{n} p_i q_i - C(\mathbf{q}))$$

- O que dá as seguintes confições de primeira ordem para um produto qualquer q_i:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\partial S}{\partial q_i} - c_i + \lambda \left(p_i - c_i + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial p_j}{\partial q_i} q_j \right)$$



Precificação de Ramsey (IV):

- Igualando as CPO a zero e reorganizando, temos:

$$
\begin{aligned}
p_i - c_i + \lambda \left(p_i - c_i + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial p_j}{\partial q_i} \frac{p_j q_j}{p_j q_i} q_i \right) &= 0 \\
\frac{p_i - c_i}{p_i} + \lambda \left(\frac{p_i - c_i}{p_i} + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial p_j}{\partial q_i} \frac{p_j q_j q_i}{p_j q_i p_i} \right) &= 0 \\
\frac{p_i - c_i}{p_i} + \lambda \left(\frac{p_i - c_i}{p_i} + \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{\varepsilon_{ij}} \frac{p_j q_j}{q_i p_i} \right) &= 0
\end{aligned}
$$



Precificação de Ramsey (V):

- Definindo a superelasticidade da demanda como sendo uma média ponderada das elasticidades preço e cruzadas, multiplicada pela razão entre as receitas dos diferentes serviços:

$$\frac{1}{\eta_i^*} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{\varepsilon_{ij}} \frac{p_j q_j}{q_i p_i}$$

- Chegamos à seguinte regra de precificação para os produtos:

$$\frac{p_i - c_i}{p_i} = \frac{\lambda}{1 + \lambda} \frac{1}{\eta_i^*}$$

- Se as demandas são independentes, temos que a superelasticidade simplifica pra regra tradicional para preço de monopólio multiproduto.



Monopolista de Bens Duráveis

- Vamos supor que o consumidor possa desfrutar dos bens por vários períodos.
- Neste caso, o preço que os consumidores estão dispostos a consumir hoje depende da expectativa de preço em consumir amanhã.
- Modelo de dois períodos, $t = 1, 2$.
- O bem produzido em 1 pode ser usado em 2.
- Todo mundo tem fator de desconto $\delta = \frac{1}{(1+r)}$, e em cada período $D = 1 - p$



Monopolista de Bens Duráveis (II):

- Alugar versus vender?
- Supondo que se ele vender, surge um mercado de bens usados. Se o monopolista alugar, em cada período, o preço selecionado é o que maximiza $p_t D_t$, e produz $\frac{1}{2}$ no primeiro período e zero no segundo (porquê?)
- Neste caso, o lucro do monopolista é dado por $\Pi = \frac{1}{4} + \delta\frac{1}{4}$



Monopolista de Bens Duráveis (III):

- Se ele vender, o problema é que no segundo período, a demanda se torna $p_2 = 1 - q_1 - q_2$, que dá um preço ótimo de $q_2^* = (1 - q_1)/2$ e lucros de $(1 - q_1)^2/4$.
- No primeiro período, a disposição a pagar vai depender de quanto o consumidor espera pagar no segundo período. Neste caso, o máximo que o consumidor estaria disposto a pagar pelo bem durante os dois períodos é o preço de hoje e a expectativa de amanhã, descontado:

$$p_1 = (1 - q_1) + \delta p_2^e$$



Monopolista de Bens Duráveis (IV):

- Se o consumidor tiver uma expectativa correta sobre o preço futuro, temos que a demanda no primeiro período fica sendo $p_1 = (1 - q_1)(1 + \delta/2)$
- Observações importantes:
  - O preço que ele consegue cobrar é menor do que se ele se comprometesse a não produzir no segundo período.
  - A função lucro intertemporal é dada por:

$$\Pi = \left[q_1(1 - q_1)\left(1 + \frac{\delta}{2}\right) + \delta\frac{(1 - q_1)^2}{4} \right]$$



Monopolista de Bens Duráveis (V):

- Neste caso, temos que $q_1 = 2/(4+\delta)$, e $p_1 = \frac{(2+\delta)^2}{2(4+\delta)}$, e o lucro é menor do que o caso de aluguel.
- Por isso, ele preferiria alugar. Intuitivamente, o monopolista no primeiro período não consegue cobrar tão alto porque depois ele vai vender mais barato.
- Conjectura de Coase: Se o monopolista pudesse alterar os seus preços continuamente, ele não teria nenhum poder de mercado!
  - Uma vez que o monopolista daqui a pouco vai cobrar um preço próximo do competitivo, isso significa que ele não vai conseguir elevar o preço agora!

