Eletromagnetismo II

Prof. Luís R. W. Abramo - 1° Semestre 2015

Preparo: Diego Oliveira

Aula 21

Fenômenos de Interferência

Primeiro, antes de começar com a descrição dos fenômenos de interferência usando a teoria escalar, vamos mostrar mais uma razão pela qual ela é similar ao eletromagnetismo (EM).

Quando tratamos de ondas em EM quase sempre consideramos apenas a influência do campo elétrico, desprezando os efeitos excitados pelo campo magnético. Isso se deve ao fato de $\vec{E} \gg \vec{B}$, mais precisamente:

$$\frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}|} \sim c,$$

assim, na prática, $\vec{E}$ é o que causa os efeitos observáveis.

Existem inúmeras comprovações experimentais da predominância do vetor $\vec{E}$, mas podemos destacar o experimento de Wiener, onde ficou evidente a predominância de $\vec{E}$ sobre $\vec{B}$. Para o aluno interessado, maiores detalhes podem ser encontradados em: J. Marion, Classical Electromagnetic Radiation 2ª ed., Academic Press, New York (1980), Cap.11 - pág. 333.

Coerência

O que é um feixe de luz?

Qualquer feixe de luz consiste, na verdade, de uma grande número de pulsos, isto é, fótons com energia $E = h\nu$, onde ν é a frequência angular. Esses pulsos são quase (mas não perfeitamente) monocromáticos. Para mostrar este fato, vamos considerar o seguinte exemplo.

Considere o pulso ($z = 0$):

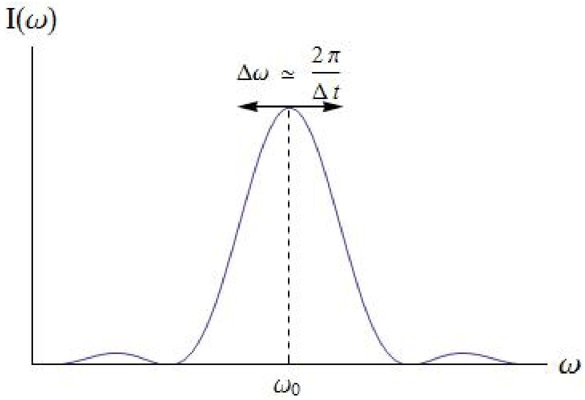
$$f(t) = \begin{cases} e^{i\omega_0 t}, & |t| \leq \frac{\Delta t}{2}, \\ 0 & |t| > \dfrac{\Delta t}{2} \end{cases}$$

Tomando a transformada de Fourier,

$$\begin{aligned} \tilde{f}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} dt\, e^{i\omega t} f(t) = \int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} dt\, e^{i\omega t - \omega_0 t} \\ &= \left. \frac{e^{i(\omega-\omega_0)t}}{i(\omega-\omega_0)} \right|_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} \end{aligned}$$

$$\boxed{\tilde{f}(\omega) = \frac{sen\,[(\omega-\omega_0)\ t]\,\Delta t/2}{(\omega-\omega_0)\,\Delta t/2}\Delta t,}$$

E o gráfico da intensidade como função da frequência é:



Vemos, portanto, que um pulso monocromático é nada mais nada menos que uma superposição de ondas, cujas frequências e períodos *devem* satisfazer a seguinte relação $\Delta\omega\Delta t \approx 2\pi$ (ou para k, $\Delta k \Delta x \approx 2\pi$).

A partir destes resultados, só podemos dizer que uma onda é perfeitamente monocromática se comprimento (Δx) e a duração (Δt) são necessariamente infinitos. Já ondas quase-monocromáticas podem ser mais ou menos monocromáticas, isto é, podemos considerá-las assim se, e somente se, seu comprimento (Δx) e duração (Δt) satisfizerem uma relação *a là* Heisenberg.

Coerência dos feixes de luz

As relações de incerteza que obtemos no item anterior indicam que a caracterização de um feixe de luz está ligada a posição e tempo. Por este motivo, definimos dois tipos de coerência numa onda:

No tempo, quando é possível definir um tempo de coerência τ_c,tal que o espaçamento das frentes de onda durante este tempo é regular (veja Fig.2).

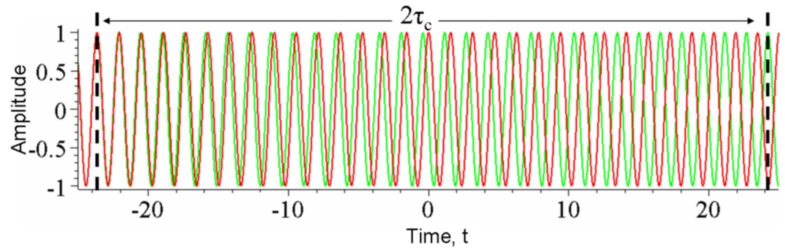


Fig.2: A amplitude de uma onda cuja fase varia com o tempo. A função em verde está atrasada em relação a função em vermelho por $2\tau_c$. Figura disponível em `http://en.wikipedia.org/wiki/File:Phase_drift.png`, acessada em 01/06/2015

No espaço, quando é possível definir um comprimento L_c e uma área A_c de coerência tal que a separação das frentes de onda de áreas iguais A_c é regular (vide Fig.3).

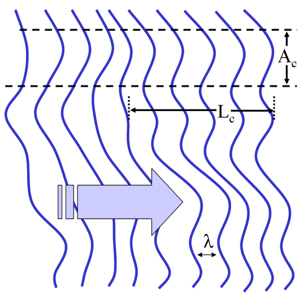


Fig.3: Representação da região finita da onda com coerência espacial `http://en.wikipedia.org/wiki/File:Spatial_coherence_finite.png`, acessada em 01/06/2015

É claro que nesta parte do curso temos interesse na coerência espacial, uma vez que o objetivo é o estudo da óptica geométrica para ondas estacionárias. Contudo, é muitíssimo importante salientar que ondas sem coerência não estão correlacionadas e, portanto, não há fenômenos de interferência. Para facilitar a visualização, façamos um exemplo simples.

Considere duas funções de onda quaisquer, não correlacionadas, incidindo em uma mesma região de um anteparo. A intensidade da onda total (soma das duas ondas) no anteparo é dada por:

$$I = \left\langle |\psi_T|^2 \right\rangle_t = \left\langle |\psi_1|^2 \right\rangle_t + \left\langle |\psi_2|^2 \right\rangle_t + \left\langle |\psi_2 \psi_1^*| \right\rangle_t + \left\langle |\psi_1 \psi_2^*| \right\rangle_t,$$

mas como as ondas não estão correlacionadas, podemos separar o termo cruzado (com ψ_1 e ψ_2) como segue:

$$\left\langle |\psi_1| \right\rangle_t \left\langle |\psi_2^*| \right\rangle_t + \left\langle |\psi_2| \right\rangle_t \left\langle |\psi_1^*| \right\rangle_t,$$

mas, como já sabemos, as médias sobre um ciclo de funções seno e cosseno são nulas! Assim, o termo cruzado responsável pela interferência interferência desaparece.

Aproveitando o embalo, vamos para um outro exemplo assumindo as mesmas configurações do aparato anterior, mas com funções de onda são dadas por:

$$\psi_1 = A_1 e^{i(kz-\omega t)} e^{i\delta_1}$$

$$\psi_2 = A_2 e^{i(kz-\omega t)} e^{i\delta_2}$$

A intensidade no anteparo agora é:

$$\begin{aligned}
I &= \left\langle Re(\psi_T) \right\rangle_t \\
&= \left\langle A_1^2 cos(kz-\omega t-\delta_1) + A_2^2 cos(kz-\omega t-\delta_2) + 2A_1A_2\, cos(kz-\omega t-\delta_1)\, cos(kz-\omega t-\delta_2) \right\rangle_t \\
&= \frac{1}{2}\left(A_1^2 + A_2^2\right) + A_1A_2 cos(\delta_1-\delta_2) \\
\Rightarrow I &= I_1 + I_2 + I_{12} \qquad \text{onde} \quad I_{12} = A_1A_2\, cos\phi \quad \phi = \delta_1 - \delta_2 \quad \text{diferença de fase.}
\end{aligned}$$

Neste segundo exemplo, vemos que o fenômeno de interferência pode ser facilmente identificado através da variação da fase ϕ devido aos picos ($\phi = \pm 2n\pi$) e aos vales ($\phi = \pm(2n+1)\pi$, em ambos os casos $n = 0,1,2,3...$) que representam a máxima e mínima interferência entre os feixes.