

**FACULDADE DE ECONOMIA,
ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
FEA/USP**

São Paulo - Ago/2017

Lista 1 - Econometria I

Professora: Paula Pereda

EAE0324

Monitores: Bernardo Ostrovski e Igor Barreto

ALUNO:_____

ENTREGA: Dia 11.08.17, até o início da monitoria

Esta lista de exercícios tem o objetivo de revisar brevemente os principais conceitos vistos nos cursos de Estatística. Durante todo o semestre, será de enorme importância ter eles bem definidos para fazer uso nas diversas vezes que necessário.

1 Independência e Condicionalidade

Questão 1 Suponha que A e B sejam eventos independentes associados a um experimento. Se a probabilidade de A ou B ocorrerem for igual a 0,6, enquanto a probabilidade de ocorrência de A for igual a 0,4, determine a probabilidade de ocorrência de B.

Questão 2 Sejam A e B dois eventos associados a um experimento. Suponha que $P(A) = 0,4$, enquanto $P(A \cup B) = 0,7$. Seja $P(B) = p$.

1. Para que valor de p, A e B serão mutuamente excludentes?
2. Para que valor de p, A e B serão independentes?

Questão 3 Verifique que o *teorema da multiplicação* $P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$ pode ser estendido para três eventos da seguinte maneira: $P(A \cap B \cap C) = P(A|B \cap C)P(B|C)P(C)$.

2 Funções de Variáveis Aleatórias

Questão 4 Considere a variável aleatória X, onde $X = 0, 1, 2, \dots$. Suponha que $P(X = j) = (1 - a)a^j$, onde $j = 1, 2, \dots$

1. Qual o máximo valor de $a > 0$ para qual o modelo acima tem sentido?
Dica:

- a é uma constante $\forall j = 0, 1, 2, \dots$
- pela definição de probabilidade, $0 < P(X = j) < 1$.

2. Verifique que esta expressão representa uma legítima distribuição de probabilidade Dica:

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}.$$

Calcule $\mathbb{E}(X)$.

3 Distribuições de Probabilidade e suas Propriedades

Questão 5 Suponha que o vetor aleatório (X, Y) tenha densidade dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} 2e^{-x}e^{-2y}, & x > 0 \text{ e } y > 0 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

1. Calcule $f_Y(y)$.
2. Calcule $f_{Y|X}(y|x)$.
3. Calcule $\mathbb{E}(Y)$.
4. Calcule $\mathbb{E}(Y|X)$.

Questão 6 O que significa dizer que duas variáveis aleatórias, digamos X e Y , são independentes? E dizer que as duas são identicamente distribuídas? (Fique a vontade para dar exemplos que ajudem a embasar a sua resposta)

Questão 7 Seja X uma variável aleatória contínua que mede a frequência dos alunos nas monitorias e Y uma variável (contínua) que mede a nota dos mesmos em econometria I. Suponha ainda que ambas estão relacionadas de tal sorte que $Y = a + bX + u$, sendo $u \sim N(0, \sigma^2)$ uma variável aleatória com outros fatores que também influenciem a nota dos alunos no curso. Suponha ainda que X e u sejam variáveis independentes.

1. Obtenha $\mathbb{E}[Y]$.
2. Encontre $\mathbb{E}[Y|X]$.

3. Calcule $Var[Y|X]$.
4. A partir do que você encontrou no item 2, obtenha o efeito de um aumento marginal na frequência dos alunos em cima de $\mathbb{E}[Y|X]$ (Ou seja, calcule $\frac{\partial \mathbb{E}[Y|X]}{\partial X}$).
5. Imagine agora que os alunos não assistiram a nenhuma monitoria. Quanto você espera que seja a média da turma?

Questão 8 Sejam $X_i \sim N(0, 1)$ variáveis aleatórias independentes, com $i = 1, 2, \dots, 100$. Seja $Q = \sum_{i=1}^{100} (X_i)^2$. Responda:

1. Q é uma variável aleatória? Por que?
2. Se sim, qual a distribuição de Q ?
3. Defina T como sendo uma variável aleatória de tal forma que:

$$T = \frac{X}{\sqrt{Q}/10}.$$

Qual o nome da distribuição de T ? O que se pode dizer quanto a simetria (procure alguma imagem do gráfico dela) dessa distribuição? (*Curiosidade*: ela recebe esse nome pois certo autor, que trabalhava na famosa cervejaria *Guinness*, publicou um *paper* sobre tal distribuição, assinando com esse pseudônimo).

4 Testes de Hipóteses

Questão 9 Os alunos de certa universidade sempre tiveram bastante dificuldade no curso de econometria I, com uma média bem próxima de 5,0. Com o intuito de melhorar o desempenho de sua turma de 75 alunos, uma professora resolveu chamar dois discentes da pós-graduação para ajudarem. Após o semestre ela detectou que a média daquela turma havia sido de 6,0 pontos e desvio padrão próximo de 3,0. Como sempre muito solícito, você resolveu ajudar ela, montando um teste de hipóteses (use que $\sqrt{75} \approx 8,66$).

1. Qual a hipótese a ser testada?

2. Qual a estatística de teste você usaria? Qual a distribuição dela?
3. Obtenha o resultado do teste, considerando que a professora pediu para você trabalhar com um nível de significância de 0,10.
4. Se o nível de significância fosse 0,05 o resultado se manteria? E com 0,025?
5. Qual o tipo de erro que podemos estar cometendo, no caso do item 3? Qual a probabilidade de cometermos esse erro?

Questão 10 Ainda no contexto da questão anterior, no semestre seguinte a professora reparou que os alunos passaram a ficar muito tempo no celular durante as aulas. Novamente ela pede a sua ajuda para investigar se o uso de *Whatsapp* durante as aulas e monitorias do curso poderia alterar (para melhor ou pior) o desempenho da classe na nota final. A professora lhe informou que a média da turma (de 75 alunos) após o semestre havia sido de 4,4 pontos e desvio padrão próximo de 3,0.

1. Qual a hipótese a ser testada?
2. Qual a estatística de teste você usaria? Qual a distribuição dela?
3. Obtenha o resultado do teste, considerando que a professora pediu para você trabalhar com um nível de significância de 0,10.
4. Se o nível de significância fosse 0,05 o resultado se manteria? E com 0,025?
5. Qual a diferença do tipo desse teste de hipótese para o feito na questão anterior?