

# Revisão de Geometria: Triângulos

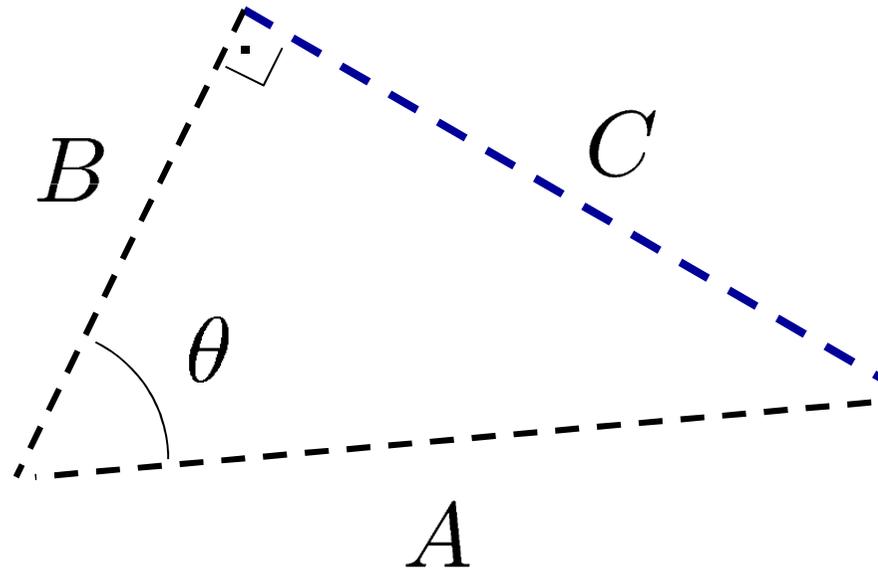
1- Considere o triângulo retângulo da figura abaixo com hipotenusa  $A$  e catetos  $B$  e  $C$ . O ângulo entre o cateto  $B$  e a hipotenusa  $A$  é  $\theta$ .

**A razão  $A/B$  é igual a:**

a)  $\cos(\theta)$

b)  $\sin(\theta)$

c)  $\frac{1}{\cos(\theta)}$



# Revisão de Geometria: Triângulos.

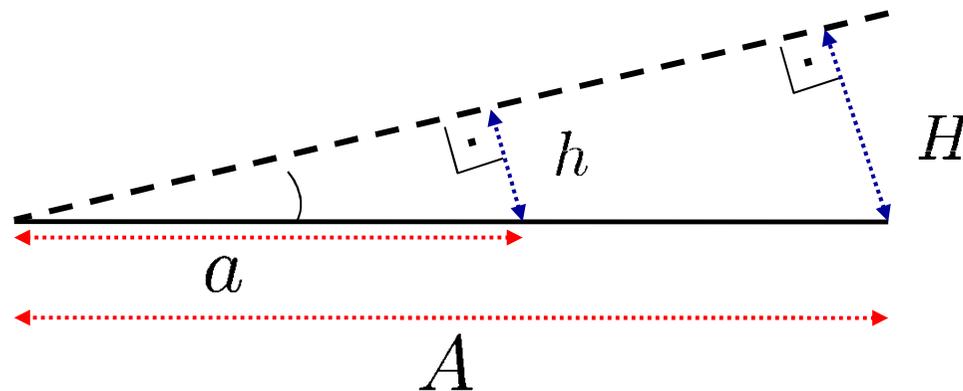
2- Dadas as distâncias  $A, H, a$  e  $h$  nos triângulos retângulos da figura abaixo, **quanto vale a razão  $H/h$ ?**

a)  $(A-a)/a$

b)  $A/a$

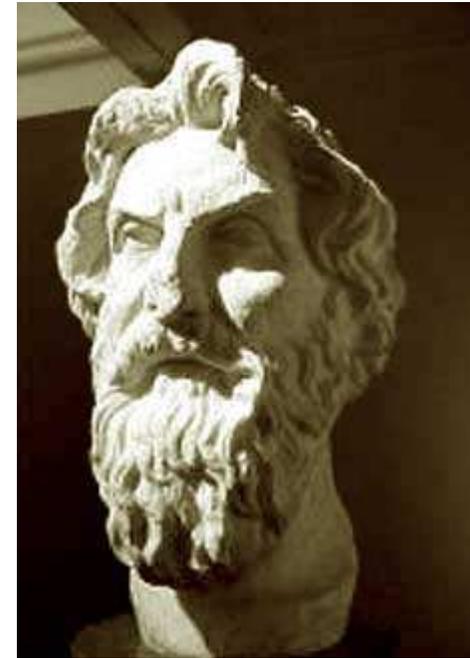
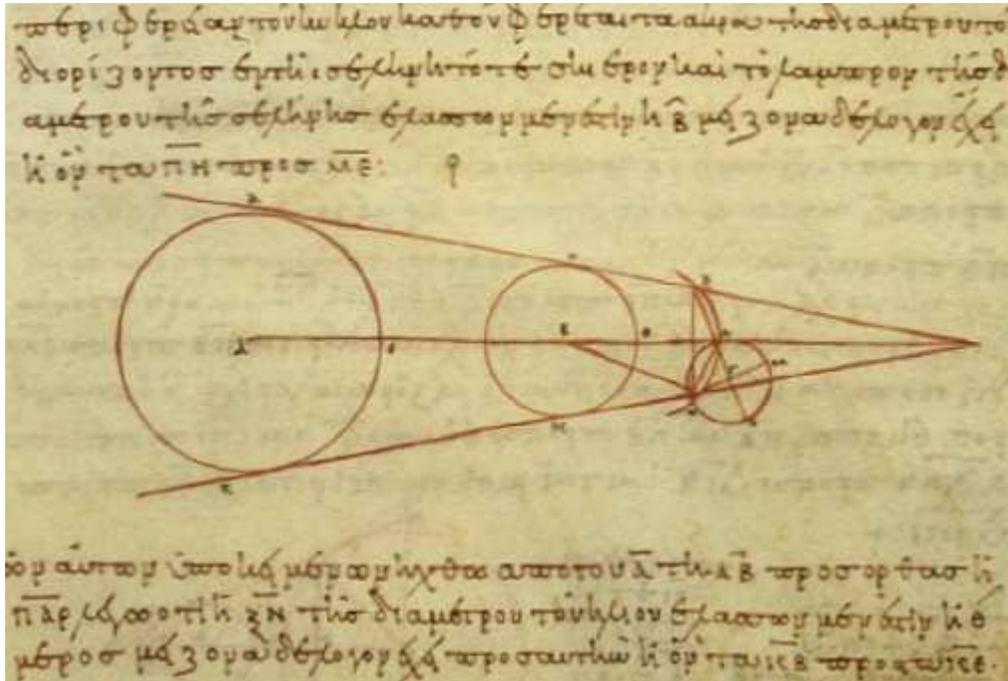
c)  $\frac{\sqrt{a^2 - h^2}}{\sqrt{A^2 - H^2}}$

d) Alternativas “a)” e “c)” estão corretas.



Semelhança de triângulos: Vide Livro 6 d'Os *Elementos* (Euclides, c.300ac).

# Aristarco de Samos (310-230 a.c.)



[http://en.wikipedia.org/wiki/Aristarchus\\_On\\_the\\_Sizes\\_and\\_Distances](http://en.wikipedia.org/wiki/Aristarchus_On_the_Sizes_and_Distances)

<http://www.russellcottrell.com/greek/aristarchus.asp>

- Um dos precursores da idéia de um universo Heliocêntrico, em contraponto ao geocentrismo de Aristóteles (384-322 a.c.).
- Tratado: *Sobre os tamanhos e as distâncias entre o Sol e a Lua*

# Aristarco de Samos (310-230 a.c.)

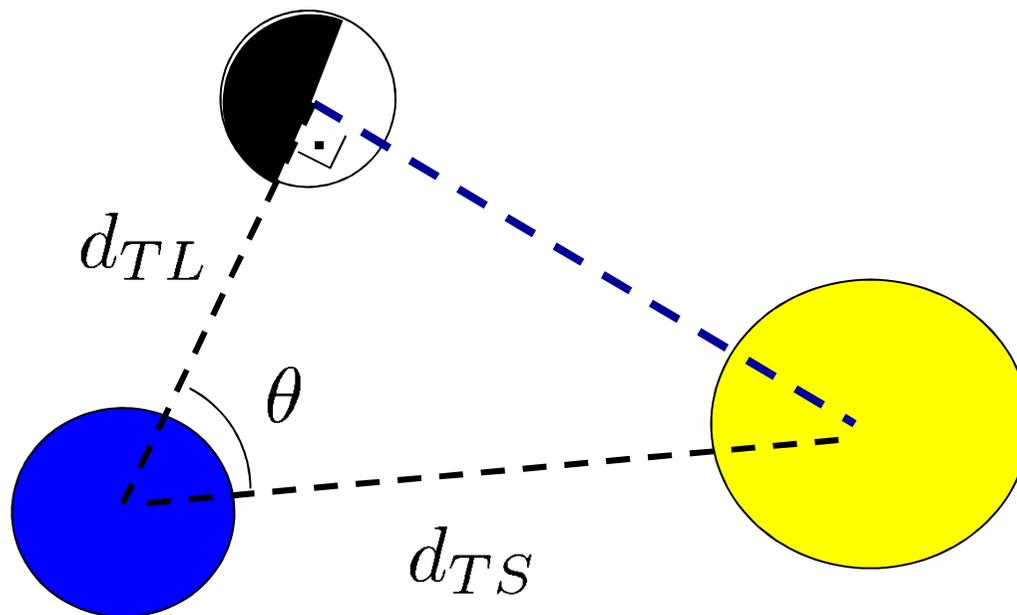
-Método aximomático (Euclides): 6 hipóteses → 18 proposições

## - Hipóteses:

1. *A Lua obtém sua luz do Sol.*
2. *A Terra se assemelha a um ponto e é o centro da esfera na qual a Lua se move.*
3. *Quando observamos a Lua iluminada pela metade, [o plano que contém] o grande círculo, que divide a escuridão e a parte luminosa, passa diretamente pelo nossos olhos.*
4. *A Lua tem uma distância angular do Sol igual a um quadrante menos 1/30 de um quadrante.*
5. *A largura da sombra da Terra [durante um eclipse total da Lua] é duas vezes o diâmetro da Lua.*
6. *A Lua ocupa 1/15 de um signo do zodíaco [isto é, 2°].*

## Tarefa 4, Parte 1: Distâncias Terra-Sol e Terra-Lua.

**Aristarco, séc III a.c.  
(Proposição 7)**



- Considere a Lua em quarto crescente (ou minguante).
- O ângulo aparente entre o Sol e a Lua (medido na Terra) é  $\theta$ .
- Aristarco mediu esse ângulo como sendo “29/30 de um quadrante”.
- Medidas modernas mostram que  $\theta \approx 89.85^\circ$  ( $89^\circ 51'$ ).

- Determine a razão  $\frac{d_{TS}}{d_{TL}}$  entre as distâncias Terra-Sol e Terra-Lua  
1) obtida por Aristarco e 2) a moderna.

# Razão entre os diâmetros Sol-Lua.

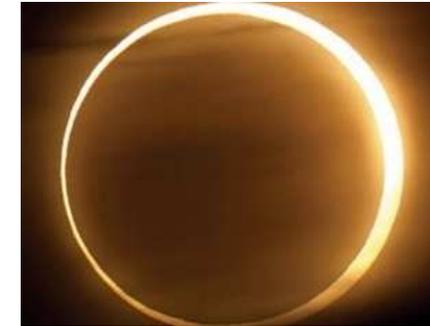
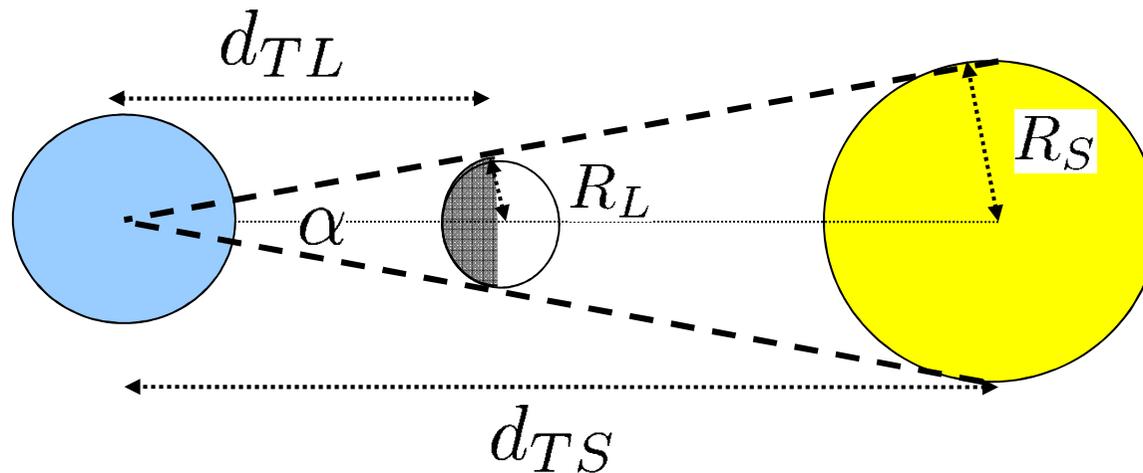


Foto: NASA

- Durante um Eclipse total, a Terra “entra” na sombra da Lua, ficando o Sol totalmente oculto.

- Assim, Aristarco determinou que o “tamanho aparente” do Sol e Lua vistos da Terra (ângulo  $\alpha$ ) eram idênticos (“1/15 de signo do Zodíaco”).

- Com base na razão  $\frac{d_{TS}}{d_{TL}}$  obtida anteriormente, calcule a razão entre os raios do Sol e da Lua  $\frac{R_S}{R_L}$  :

-a) Obtida por Aristarco

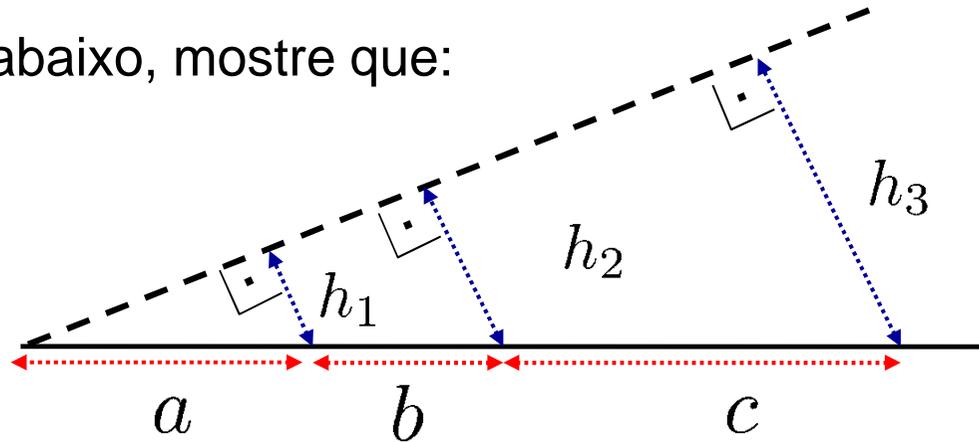
-b) Atual

LISTA 1

# Tarefa 4, Parte 2 – Triângulos.

a) Dados os triângulos na figura abaixo, mostre que:

$$\frac{h_1}{a} = \frac{h_2}{a+b} = \frac{h_3}{a+b+c}$$

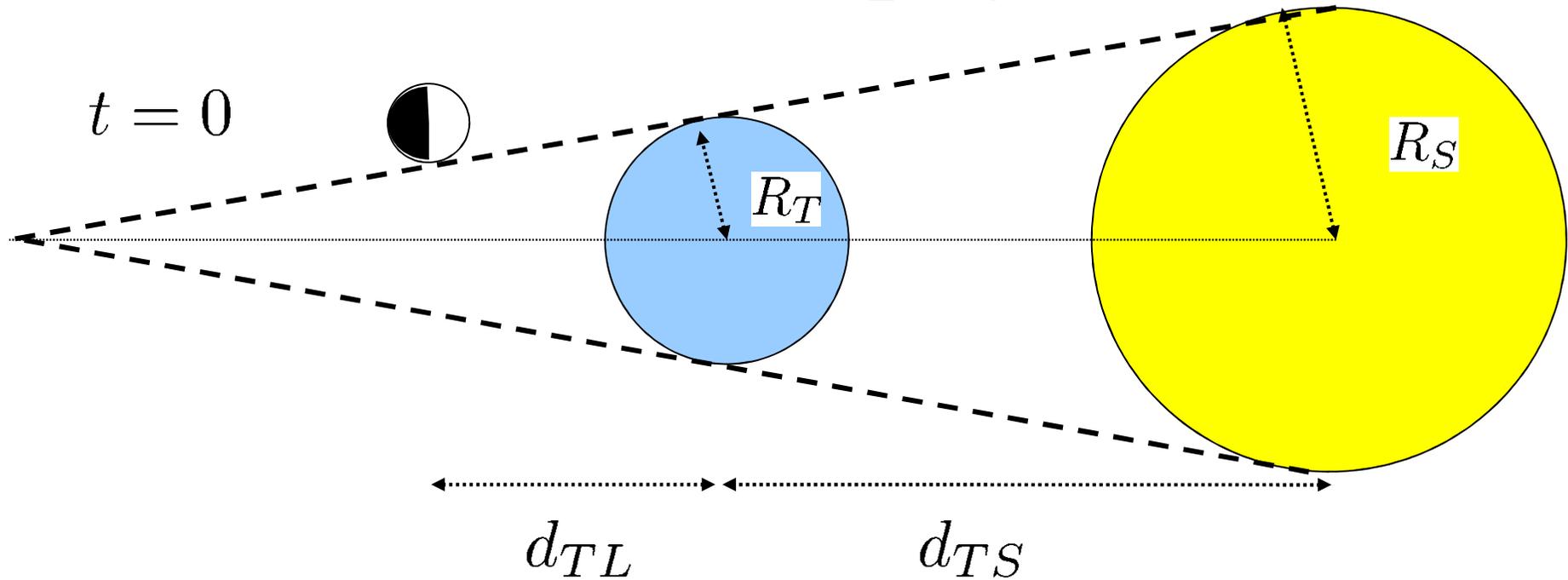


b) Dadas as razões  $\frac{h_3}{h_1}$  e  $\frac{c}{b}$ , quanto vale a razão  $\frac{h_2}{h_1}$  ?

**Dica:** Primeiramente, mostre que  $a = \frac{bh_1}{h_2 - h_1} = \frac{(b+c)h_1}{h_3 - h_1}$

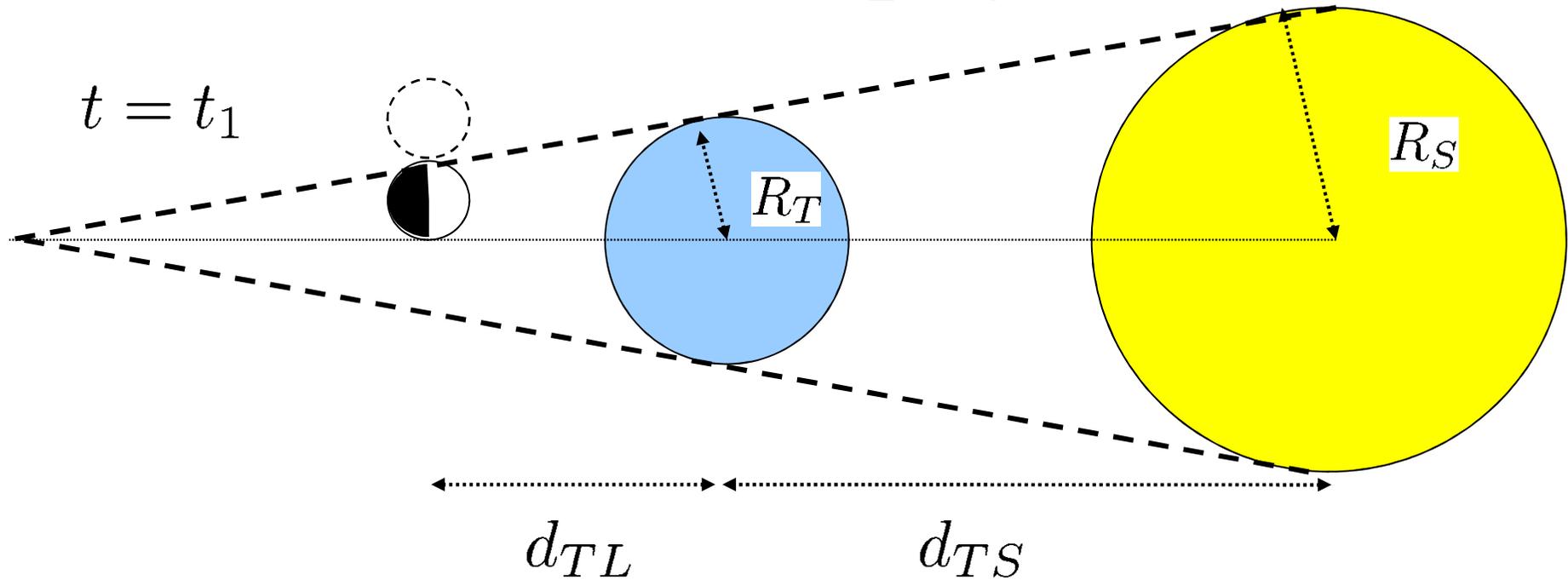
Depois, resolva para  $\frac{h_2}{h_1}$  em termos de  $\frac{h_3}{h_1}$  e  $\frac{c}{b}$

# Aristarco: cálculo de $R_L/R_T$



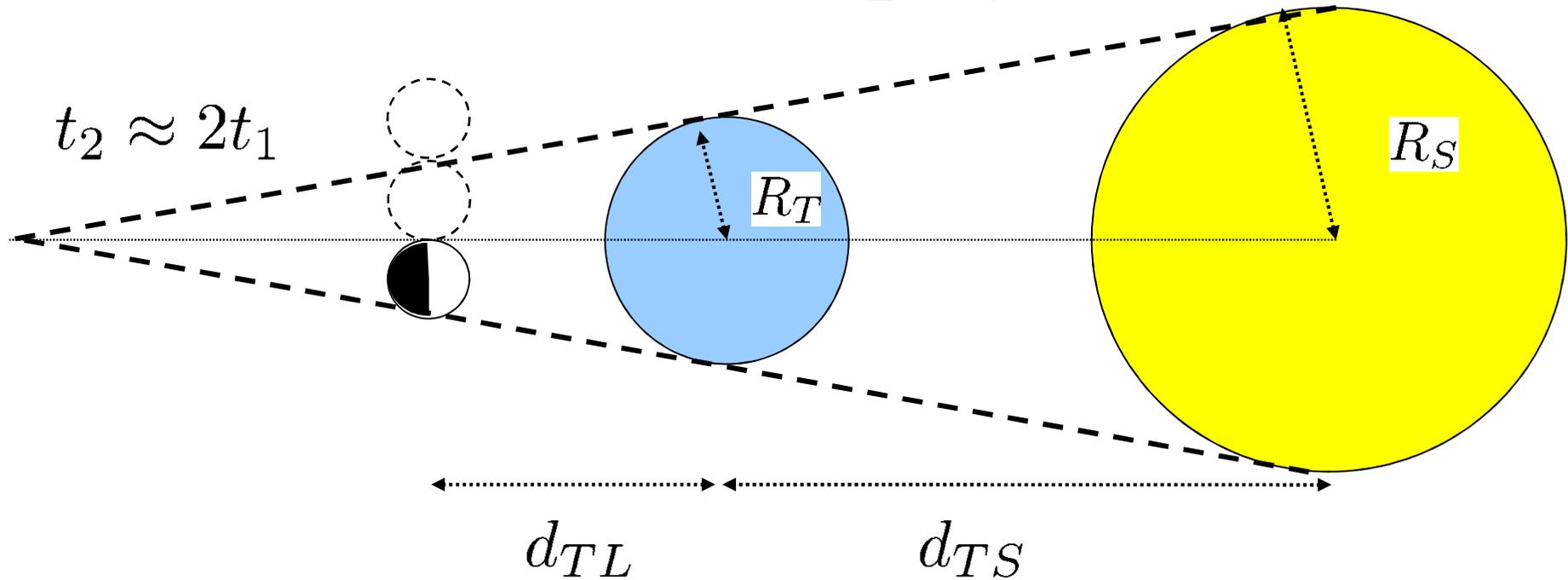
- Durante um *Eclipse lunar*, a Lua “entra” na sombra da Terra.

# Aristarco: cálculo de $R_L/R_T$



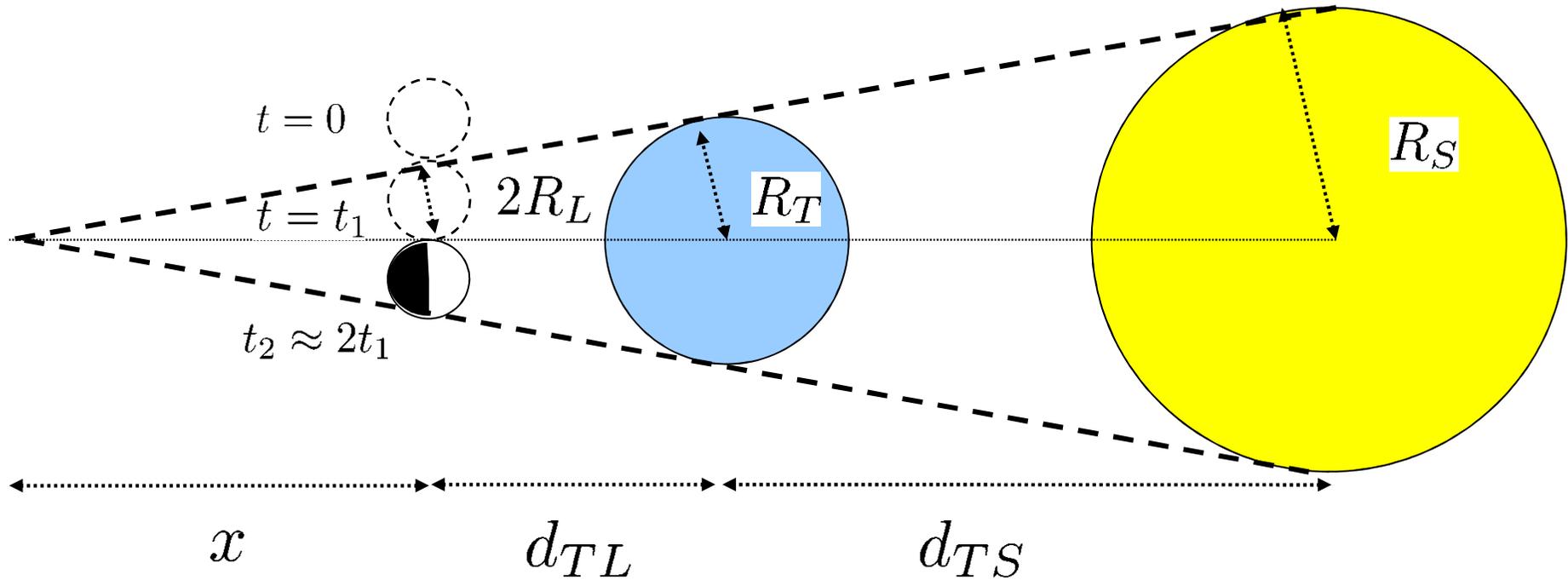
- Aristarco determinou o tempo  $t_1$  entre o início do eclipse e o ponto em que a Lua fica completamente escurecida.

# Aristarco: cálculo de $R_L/R_T$



- Determinou também o tempo  $t_2$  em que a Lua permanece em eclipse total. Notou que  $t_2$  é aproximadamente igual a duas vezes  $t_1$ .

## Tarefa 4, Parte 3: cálculo de $R_L/R_T$ (Aristarco)



- Com base na construção encontre uma expressão para a razão:  $\frac{R_L}{R_T} = ?$

em termos das razões  $\frac{d_{TS}}{d_{TL}}$  e  $\frac{R_S}{R_L}$  já conhecidas.

**Nota:** é possível também encontrar uma expressão para  $\frac{R_S}{R_T} = ?$