

Introdução ao curso, Revisão de Vetores

Prof. Cristiano Oliveira

Ed. Basilio Jafet – sala 202

crislpo@if.usp.br

Eletricidade e Magnetismo I (4300270) – IME :

- Carga elétrica
- Lei de Coulomb / Campo elétrico
- Distribuição contínua de cargas
- Lei de Gauss / aplicações
- Energia potencial elétrica e diferença de potencial (V)
- Cálculo de Potencial V
- Capacitores
- Dielétricos em capacitores
- Corrente Elétrica e Lei de Ohm
- Circuitos de corrente contínua
- Campo magnético
- Fluxo do campo magnético
- Lei de Gauss para o campo magnético
- Força de Lorentz
- Fontes de campo magnético
- Lei de Biot-Savart
- Simetria do campo magnético e circulação
- Lei de Ampère / Aplicações
- Lei de Faraday
- Lei de Lenz
- Lei de Ampère-Maxwell
- As equações de Maxwell
- Indutância e indutância mútua
- Solenóides
- Energia magnética
- Materiais Magnéticos

Cronograma

Dia	Aula	Data	Atividade Programada
Terça	1	01/08/2017	Apresentação do curso, revisão de unidades e vetores
Sexta	2	04/08/2017	Lei de Coulomb - Campo elétrico - natureza vetorial - Superposição - Cálculo de E para uma distribuição discreta - linhas de campo. Campo elétrico em um condutor.
Terça	3	08/08/2017	Distribuição contínua de cargas. Linhas de campo, simetria, cálculo de E para distribuição contínua - aplicações fio carregado, cilindro, plano, esfera.
Sexta	4	11/08/2017	Distribuição contínua de cargas. Linhas de campo, simetria, cálculo de E para distribuição contínua - aplicações fio carregado, cilindro, plano, esfera.
Terça	5	15/08/2017	Lei de Gauss - exemplos de aplicações (fio carregado, cilindro, plano, esfera, etc., condutores e isolantes) - Discussão sobre simetria.
Sexta	6	18/08/2017	Energia potencial elétrica e diferença de potencial (V). Superfícies equipotenciais - Natureza escalar de V e superposição.
Terça	7	22/08/2017	Cálculo de V para distribuição de cargas discreta e contínua - dipolo elétrico, fio carregado.
Sexta	8	25/08/2017	PE1
Terça	9	29/08/2017	Prova P1
Sexta	10	01/09/2017	Capacitores, cálculo de capacitância (plano, cilíndrico, esférico), energia potencial elétrica armazenada em capacitores.
Terça	xxx	05/09/2017	Semana da Pátria
Sexta	xxx	08/09/2017	Semana da Pátria
Terça	11	12/09/2017	Dielétricos em capacitores.
Sexta	12	15/09/2017	Corrente Elétrica e Lei de Ohm.
Terça	13	19/09/2017	Circuitos de corrente contínua
Sexta	14	22/09/2017	Campo magnético, fluxo do campo magnético e Lei de Gauss para o campo magnético. Filtro de velocidades. Força de Lorentz.
Terça	15	26/09/2017	Fontes de campo magnético. Lei de Biot-Savart.
Sexta	16	29/09/2017	PE2
Terça	17	03/10/2017	Prova P2
Sexta	xxx	06/10/2017	Viagem Professor
Terça	xxx	10/10/2017	Viagem Professor
Sexta	xxx	13/10/2017	Viagem Professor
Terça	18	17/10/2017	Simetria do campo magnético e circulação - Lei de Ampère - aplicações com cálculo de B (fio, plano infinito)
Sexta	19	20/10/2017	Lei de Ampère - aplicações com cálculo de B (espira, solenóide).
Terça	20	24/10/2017	Outras aplicações da Lei de Ampère (toróide, etc.).
Sexta	21	27/10/2017	Lei de Faraday e Lei de Lenz.
Terça	22	31/10/2017	Lei de Ampère-Maxwell. As equações de Maxwell.
Sexta	23	03/11/2017	PE3
Terça	24	07/11/2017	Prova P3
Sexta	xxx	10/11/2017	Viagem Professor
Terça	xxx	14/11/2017	Viagem Professor
Sexta	xxx	17/11/2017	Viagem Professor
Terça	25	21/11/2017	Lei de Ampère-Maxwell. As equações de Maxwell.
Sexta	26	24/11/2017	Indutância e indutância mútua.
Terça	27	28/11/2017	Solenóides - Energia magnética.
Sexta	28	01/12/2017	Magnetismo na matéria / PE4
Terça	29	05/12/2017	Prova P4
Sexta	xxx	08/12/2017	
Terça	xxx	12/12/2017	Prova P5 - Sub

Calendário de feriados / recessos escolares / Viagem Professor

04/09 a 08/09: Semana da Pátria

06/10 a 13/10: Viagem Professor (a confirmar)

10/11 a 17/11: Viagem Professor (a confirmar)

Datas de provas

Calendário das provas Gerais

1ª Prova Geral (PG_1):	29 de Agosto (Terça-Feira)
2ª Prova Geral (PG_2):	03 de Outubro (Terça-Feira)
3ª Prova Geral (PG_3):	07 de Novembro (Terça-Feira)
4ª Prova Geral (PG_4):	05 de Dezembro (Terça-Feira)
Prova Substitutiva (P_S):	12 de Dezembro (Terça-Feira)
Prova de Recuperação (P_{REC}):	A combinar

Calendário das provinhas de exercícios

1ª Provinha (PE_1):	25 de Agosto (Sexta-Feira)
2ª Provinha (PE_2):	29 de Setembro (Sexta-Feira)
3ª Provinha (PE_3):	03 de Novembro (Sexta-Feira)
4ª Provinha (PE_4):	01 de Dezembro (Sexta-Feira)

Sujeito a confirmação com a turma!

Provas / Provinhas:

Trazer calculadora e régua!



Calculadora $\neq$ Celular



YES!!!!



NO!!!!



Por causa de alguns.... muitos acabam sendo prejudicados...

Por ~20 – 40R\$ (ou menos...) você compra uma ótima calculadora!



Calculadora Científica Kenko + Capa De Proteção
RS10,99 de Mercado Livre - Magazine Shopping
CALCULADORA CIENTIFICA KENKO KK-82MS * 10 + 2 dígitos * Display de 2 linha



Calculadora Científica Kenko Kk-82ms 240 Funções + Capa
RS10,99 de Mercado Livre - Ars Net
Calculadora Científica Kenko Kk-82ms 240 Funções + Capa



Calculadora Científica Kenko Kk-82ms 240 Funções + Cap
RS11,26 de Mercado Livre - Oficedobrasil
OFFICE DO BRASIL Calculadora Científica Kenko Kk-82ms Display C/2 Linhas *



Calculadora Científica Kenko Kk-ms82 - Preço De Fabrica
RS12,99 de Mercado Livre - Casadochapeu
Detalhes: CALCULADORA CIENTIFICA KENKO KK-82MS * 10 + 2 dígitos * Display



Calculadora Científica Dtc 13S
RS24,90 em mais 5 lojas
Calculadora Científica 13s 240 Funções



Calculadora Científica Fx82MS - Cassio
RS36,90 em mais 5 lojas
★★★★★ 1 comentário sobre o produto



Calculadora Científica Elgin 240 Funcoes CC240
RS23,90 em mais 10 lojas
A Calculadora Científica CC240 da Elgin possui display de 12 dígitos



Calculadora Científica Elgin 56 Funcoes CC56
RS14,90 em mais 10 lojas
A Calculadora Científica CC56 da Elgin possui display LCD de 10 dígitos



Calculadora Sharp Científica EL531XBGR
RS40,90 em mais 5 lojas

Se não tiver, providencie.....
E aprenda a utilizar ANTES do dia da prova!

Avaliação e Aprovação

$$M_F = 0,8(M_{PG}) + 0,2M_{PE}$$

M_{PG} -> média das provas gerais

M_{PE} -> média das provinhas de exercícios

$M_F \geq 5 \Rightarrow$ aprovação

$3 \leq M_F < 5 \Rightarrow$ recuperação

$M_F < 3 \Rightarrow$ reprovação

Recuperação

$$N_F = (M_F + 2P_{Rec}) / 3$$

O(A) aluno(a) que alcançar frequência mínima às aulas de 70% e média final entre 3,0 (três) e 5,0 (cinco), poderá realizar uma prova de recuperação, P_{Rec} , a qual compreende toda a matéria do semestre.

$$\begin{array}{ll} N_F \geq 5 & \Rightarrow \text{aprovação} \\ N_F < 5 & \Rightarrow \text{reprovação} \end{array}$$

Equipe

Docente:

Prof. Dr. Cristiano Luis Pinto de Oliveira

Escritório: Edifício Basílio Jafet, sala 202

Fone: 3091-7164

e-mail crislpo@if.usp.br

Monitor:

A confirmar o nome

e-mail:

A combinar o melhor horário!

Irei propor ao monitor, Segunda e Quinta, das 12h as 13h, mas confirmarei com ele e informarei a turma

Pagina da disciplina

<https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=49740>

Dia	Aula	Data	Atividade Programada
Terça	1	01/08/2017	Apresentação do curso, revisão de unidades e vetores
Sexta	2	04/08/2017	Lei de Coulomb - Campo elétrico - natureza vetorial - Superposição - Cálculo de E para uma distribuição discreta - linhas de campo. Campo elétrico em um condutor.
Terça	3	08/08/2017	Distribuição contínua de cargas. Linhas de campo, simetria, cálculo de E para distribuição contínua - aplicações fio carregado, cilindro, plano, esfera.
Sexta	4	11/08/2017	Distribuição contínua de cargas. Linhas de campo, simetria, cálculo de E para distribuição contínua - aplicações fio carregado, cilindro, plano, esfera.
Terça	5	15/08/2017	Lei de Gauss - exemplos de aplicações (fio carregado, cilindro, plano, esfera, etc., condutores e isolantes) - Discussão sobre simetria.
Sexta	6	18/08/2017	Energia potencial elétrica e diferença de potencial (V). Superfícies equipotenciais - Natureza escalar de V e superposição.
Terça	7	22/08/2017	Cálculo de V para distribuição de cargas discreta e contínua - dipolo elétrico, fio carregado.
Sexta	8	25/08/2017	PE1
Terça	9	29/08/2017	Prova P1
Sexta	10	01/09/2017	Capacitores, cálculo de capacitância (plano, cilíndrico, esférico), energia potencial elétrica armazenada em capacitores.
Terça	xxx	05/09/2017	Semana da Pátria
Sexta	xxx	08/09/2017	Semana da Pátria
Terça	11	12/09/2017	Dieletricos em capacitores.
Sexta	12	15/09/2017	Corrente Elétrica e Lei de Ohm.
Terça	13	19/09/2017	Circuitos de corrente contínua.
Sexta	14	22/09/2017	Campo magnético, fluxo do campo magnético e Lei de Gauss para o campo magnético. Filtro de velocidades. Força de Lorentz.
Terça	15	26/09/2017	Fontes de campo magnético. Lei de Biot-Savart.
Sexta	16	29/09/2017	PE2
Terça	17	03/10/2017	Prova P2
Sexta	xxx	06/10/2017	Viagem Professor
Sexta	xxx	10/10/2017	Viagem Professor
Sexta	xxx	13/10/2017	Viagem Professor
			Simetria do campo magnético e circulação - Lei de Ampère - aplicações com cálculo

ATENÇÃO: Para ter acesso à página da disciplina é necessário acessar o site <https://edisciplinas.usp.br/> e fazer o *login* para que os e-mails e avisos referentes à disciplina possam ser recebidos. Se não conseguir acessar me informe.

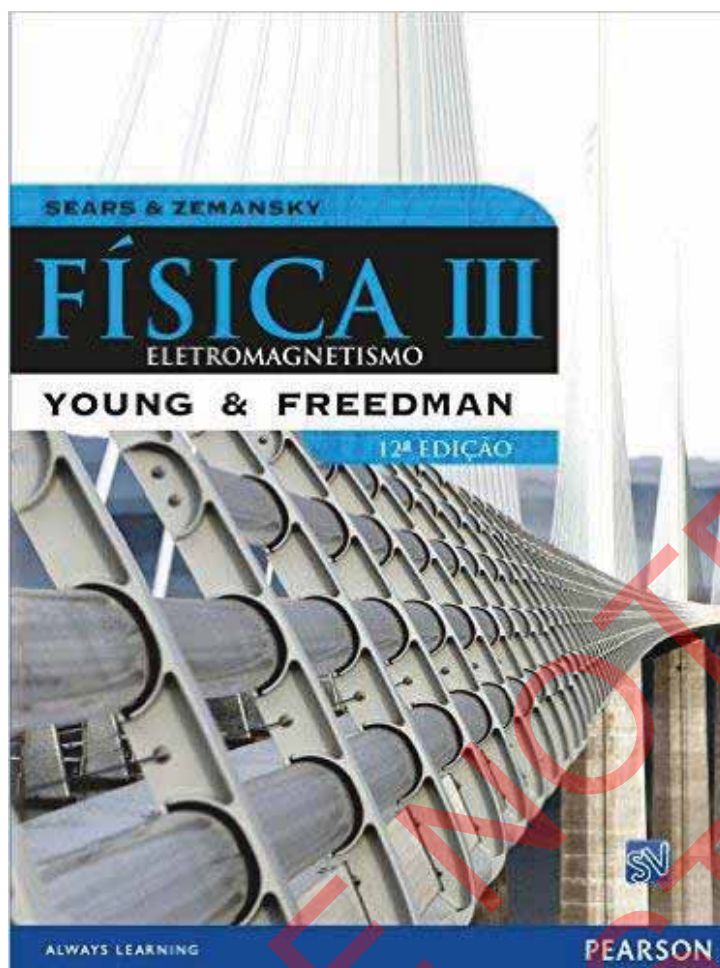
Bibliografia

1. Física III Young & Freedman

2. Física, P. A. Tipler, vol 3

3. Física, Halliday & Resnick, vol 3

Entre outros...



Como acompanhar a matéria e estudar...

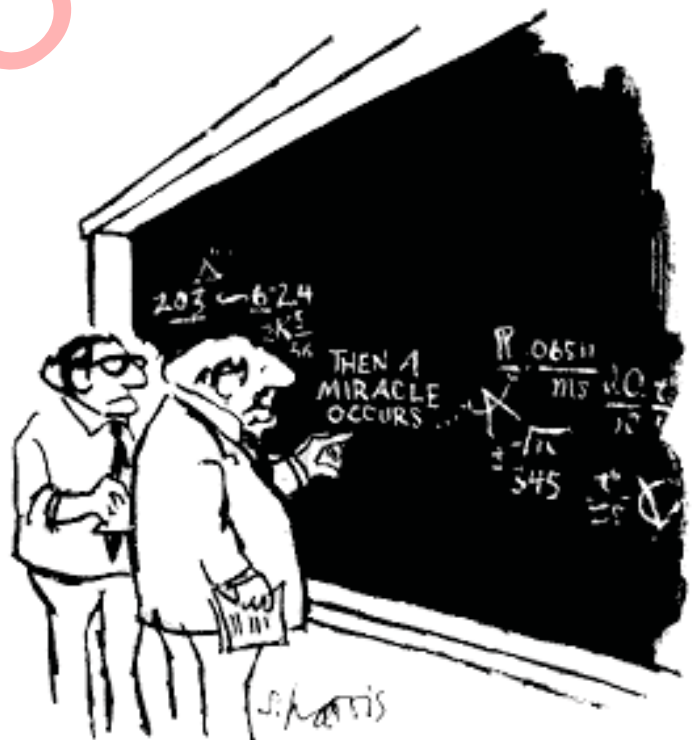
(sei que vocês sabem como fazer, mas...)

- Este curso tem **2 aulas de 2h toda semana!** A quantidade de informação por semana é muito grande! Assim, deixo como dica:
 - 1) Tente ler o “ponto” referente à matéria na mesma semana. Obtenha o livro o quanto antes!
 - 2) Repasse as passagens mostradas em sala, reproduzindo os cálculos
 - 3) Faça os exercícios exemplo propostos no livro texto
 - 4) Quando disponibilizada pelo professor, faça a lista de exercícios o quanto antes
 - 5) Tire dúvidas na monitoria ou com o professor
 - 6) **NÃO ESTUDE SOMENTE NA VÉSPERA! EM GERAL, NÃO FUNCIONA!**

Física

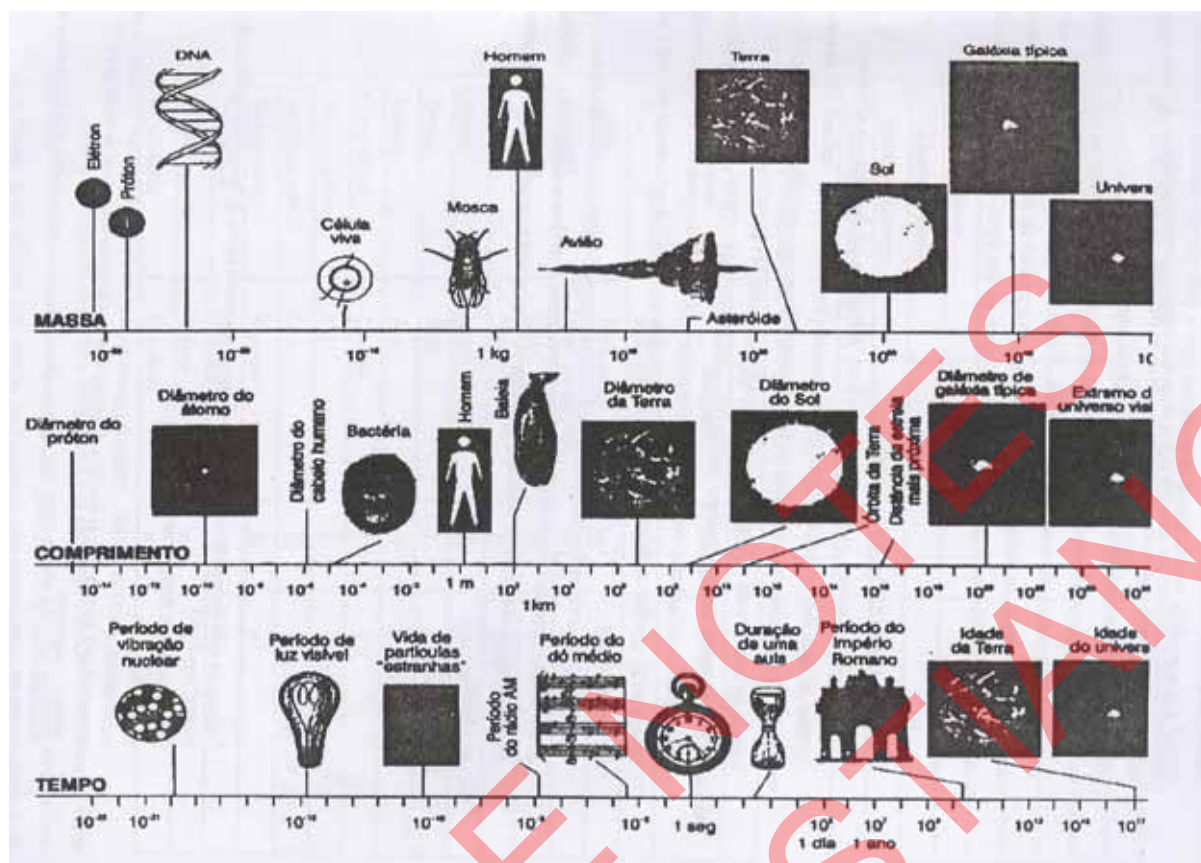
A física é uma ciência *experimental*. O físico observa fenômenos naturais e tenta achar os padrões e os princípios que relacionam esses fenômenos. Esses padrões são denominados teorias físicas ou, quando bem estabelecidas e de largo uso, leis e princípios físicos.

Medidas Físicas



"I think you should be more explicit here in step two."

Escalas



Medir: comparar uma dada grandeza com um padrão

SI – Unidades básicas

Dimensão	Unidade	Símbolo
Tempo	Segundo	s
Comprimento	Metro	m
Massa	Quilograma	kg
Corrente elétrica	Ampère	A
Temperatura absoluta	Kelvin	K
Intensidade luminosa	Candela	cd
Quantidade de substância	Mol	mol

SI – Unidades derivadas			
Dimensão	Unidade	Símbolo	Expressão em unidades básicas
Área	Metro quadrado	m ²	m·m
Volume	Metro cúbico	m ³	m·m·m
Velocidade	Metro por segundo	m/s	m·s ⁻¹
Frequência	Hertz	Hz	s ⁻¹
Força	Newton	N	m·kg·s ⁻²
Pressão	Pascal	Pa	N/m ² = m ⁻¹ ·kg·s ⁻²
Energia	Joule	J	N·m = m ² ·kg·s ⁻²
Potência	Watt	W	J/s = m ² ·kg·s ⁻³
Carga elétrica	Coulomb	C	s·A
Potencial elétrico	Volt	V	W/A = m ² ·kg·s ⁻³ ·A ⁻¹
Resistência elétrica	Ohm	Ω	V/A = m ² ·kg·s ⁻³ ·A ⁻²
Radioatividade	Becquerel	Bq	s ⁻¹
Temperatura	Graus Celsius	°C	K
Ângulo	Radiano	rad	m·m ⁻¹ = 1 (adimensional)
Ângulo sólido	Sferoradiano	sr	m ² ·m ⁻² = 1 (adimensional)

Notação científica: Potências de 10

$$1000 = 10^3$$

$$230000 = 2.3 \times 10^5$$

$$0.000827 = 8.27 \times 10^{-4}$$

Nome	Símbolo	Valor	Nome	Símbolo	Valor
Exa	E	10 ¹⁸	Deci	d	10 ⁻¹
Peta	P	10 ¹⁵	Centi	c	10 ⁻²
Tera	T	10 ¹²	Mili	m	10 ⁻³
Giga	G	10 ⁹	Micro	μ	10 ⁻⁶
Mega	M	10 ⁶	Nano	n	10 ⁻⁹
Quilo	k	10 ³	Pico	p	10 ⁻¹²
Hecto	h	10 ²	Femto	f	10 ⁻¹⁵
Deca	da	10	Atto	a	10 ⁻¹⁸

Como Medir??



Instrumento de Medida

Tamanho



Temperatura



Tempo



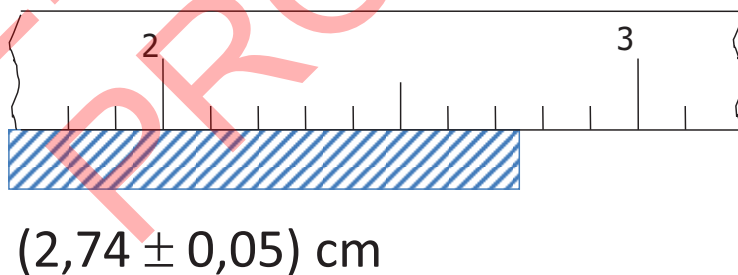
Peso



Toda medida tem um erro associado /
Incerteza

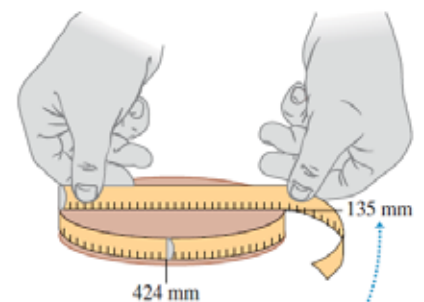
- **Como avaliar a incerteza?**

- Devo considerar a dificuldade de leitura e a imprecisão do equipamento



metade da menor divisão ($1 \text{ mm} \div 2 = 0,5 \text{ mm} = 0,05 \text{ cm}$)

1.8 Determining the value of π from the circumference and diameter of a circle.



The measured values have only three significant figures, so their calculated ratio (π) also has only three significant figures.

Vetores e soma vetorial

Algumas grandezas físicas, como tempo, temperatura, massa, densidade e carga elétrica, podem ser descritas por um único número com uma unidade. Porém outras grandezas importantes possuem uma *direção* associada com elas e não podem ser descritas por um único número.

Um exemplo simples de grandeza que possui direção é o movimento de um avião. Para descrever completamente seu movimento, não basta dizer com que velocidade ele se desloca, é necessário dizer a direção e o sentido do seu movimento.

Quando uma grandeza física é descrita por um único número, ela é denominada de grandeza escalar. Diferentemente, uma grandeza vetorial é descrita por um módulo (que indica a 'quantidade' ou o 'tamanho'), juntamente com uma direção (e sentido) no espaço.

Grandeza Escalar : único número.

Ex: 50 gramas, 20 graus

Grandeza Vetorial : módulo, direção e sentido

Ex: deslocamentos, velocidade, força, campo elétrico

Vetores

$\vec{A}$

fonte em **itálico e negrito**,
com uma seta sobre a letra

(a)

Notação manuscrita:

$\vec{A}$

- **Módulo**
- **Direção**
- **Sentido**

Posição final: P_2

Posição inicial: P_1

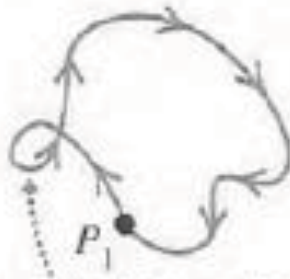
Deslocamento $\vec{A}$

(b)

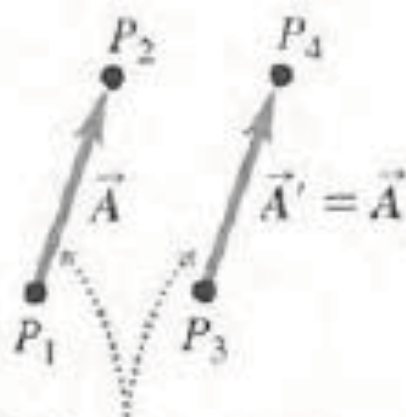
Trajetoória

O deslocamento depende somente das posições inicial e final – não da trajetória.

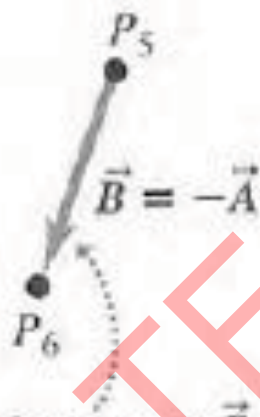
(c)



Quando o ponto final da trajetória coincide com o ponto inicial, o deslocamento é igual a zero, seja qual for a distância percorrida.



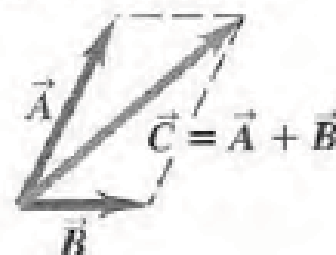
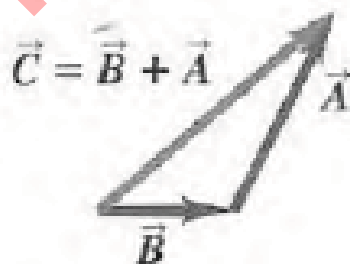
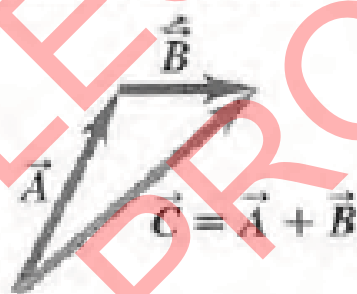
Os deslocamentos de $\vec{A}$ e $\vec{A}'$, são iguais porque possuem o mesmo comprimento e direção.



O deslocamento $\vec{B}$ possui o mesmo módulo de $\vec{A}$, mas direção oposta: $\vec{B}$ é o negativo de $\vec{A}$.

Soma vetorial

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$



Vetores

Soma de vetores

Se $v=(a,b)$ e $w=(c,d)$, definimos a soma de v e w , por:

$$v + w = (a+c, b+d)$$

Propriedades da Soma de vetores

I) **Comutativa:** Para todos os vetores u e v de $\mathbb{R}^2$:

$$v + w = w + v$$

II) **Associativa:** Para todos os vetores u, v e w de $\mathbb{R}^2$:

$$u + (v + w) = (u + v) + w$$

III) **Elemento neutro:** Existe um vetor $O=(0,0)$ em $\mathbb{R}^2$ tal que para todo vetor u de $\mathbb{R}^2$, se tem:

$$O + u = u$$

IV) **Elemento oposto:** Para cada vetor v de $\mathbb{R}^2$, existe um vetor $-v$ em $\mathbb{R}^2$ tal que:

$$v + (-v) = O$$

<http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/Vetores.php>

Diferença de vetores

Se $v=(a,b)$ e $w=(c,d)$, definimos a diferença entre v e w , por:

$$v - w = (a-c, b-d)$$

Produto de um número escalar por um vetor

Se $v=(a,b)$ é um vetor e c é um número real, definimos a multiplicação de c por v como:

$$c.v = (ca, cb)$$

Propriedades do produto de escalar por vetor

Quaisquer que sejam k e c escalares, v e w vetores:

- $1.v = v$
- $(k.c).v = k.(c.v) = c.(k.v)$
- $k.v = c.v$ implica $k = c$, se v for não nulo
- $k.(v+w) = k.v + k.w$
- $(k+c).v = k.v + c.v$

Módulo de um vetor

O módulo ou comprimento do vetor $v=(a,b)$ é um número real não negativo, definido por:

$$|v| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Vetor unitário

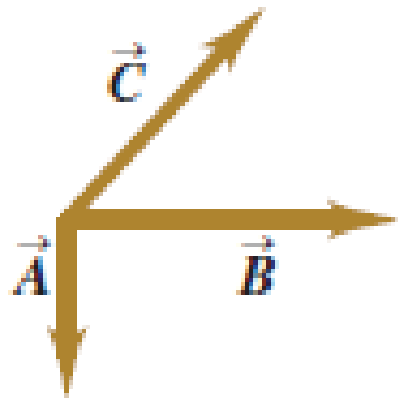
Vetor unitário é o que tem o módulo igual a 1.

Para construir um vetor unitário u que tenha a mesma direção e sentido que um outro vetor v , basta dividir o vetor v pelo seu módulo, isto é:

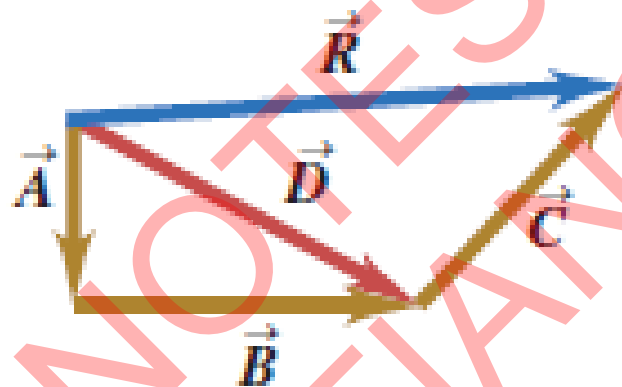
$$u = \frac{v}{|v|}$$

<http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/Vetores.php>

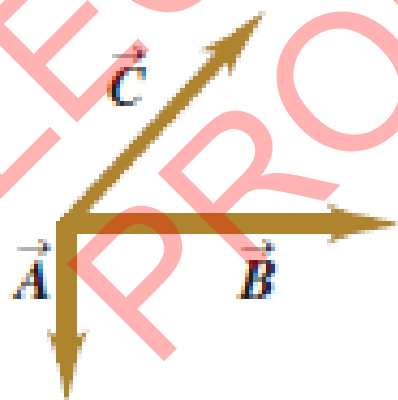
$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$



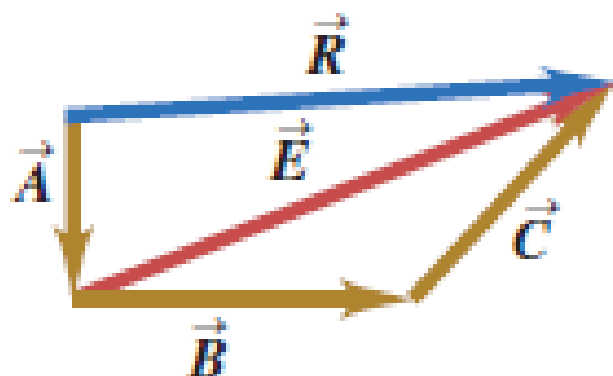
(b) podemos somar $\vec{A}$ e $\vec{B}$ para obter $\vec{D}$ e depois somar $\vec{C}$ e $\vec{D}$ para obter a soma final (resultante) $\vec{R}$...



$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$

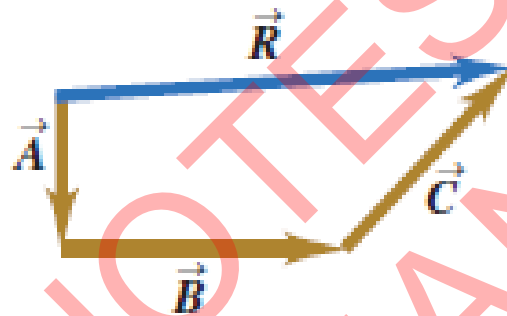
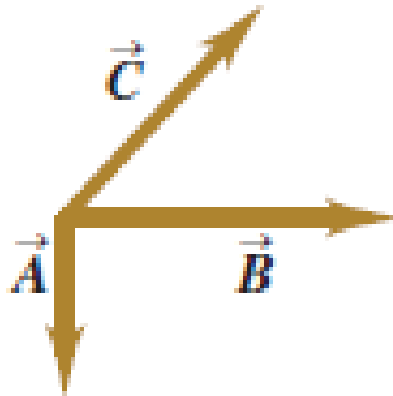


(c) ou somar $\vec{B}$ e $\vec{C}$ para obter $\vec{E}$ e depois somar $\vec{A}$ e $\vec{E}$ para obter $\vec{R}$...



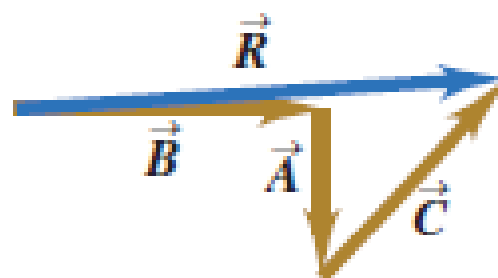
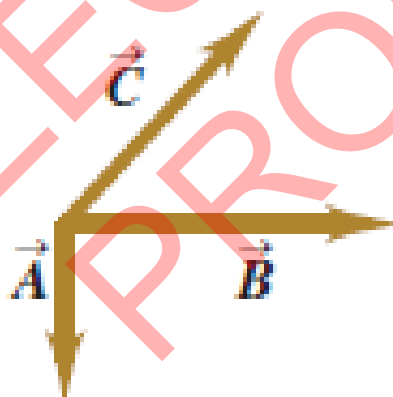
$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$

(d) ou somar $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$ para obter $\vec{R}$ diretamente...



$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$

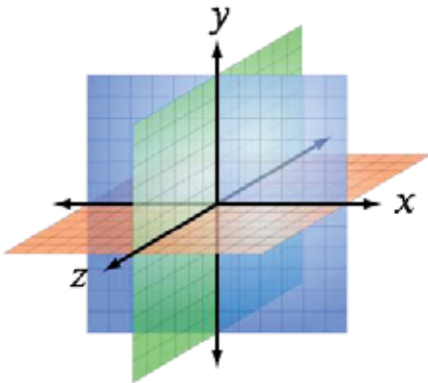
(e) ou somar $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$ em qualquer outra ordem para, ainda assim, obter $\vec{R}$.



Componentes de Vetores

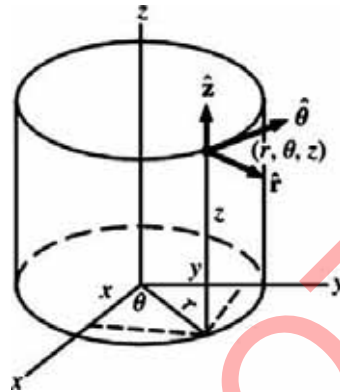
Cartesiano

x, y, z



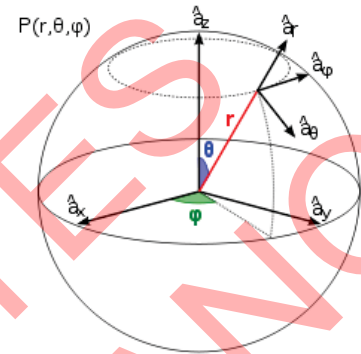
Cilíndrico

R, θ, z



Esférico

r, θ, ϕ

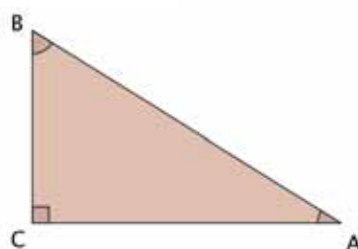
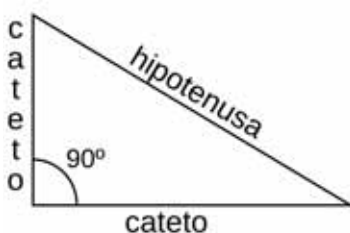
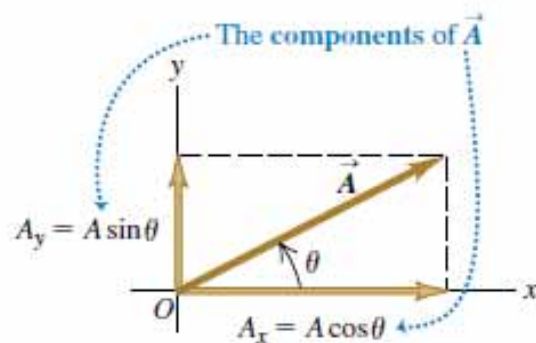
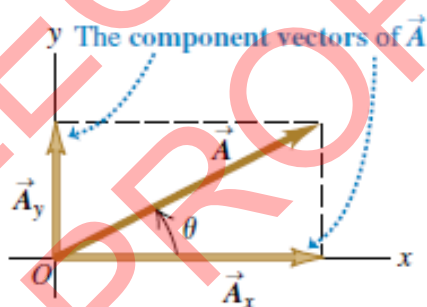


Entre muitos outros tipos de sistemas

Vetor no sistema cartesiano

Plano x-y

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$



$$\text{sen } A = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

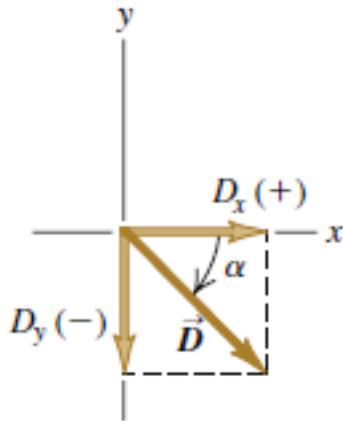
$$\text{cos } A = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tg } A = \frac{\text{sen } A}{\text{cos } A} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

CÁLCULO DOS COMPONENTES

a) Quais são os componentes x e y do vetor $\vec{D}$ na Figura 1.19a? O seu módulo é $D = 3,0 \text{ m}$ e o ângulo $\alpha = 45^\circ$. b) Quais são os componentes x e y do vetor $\vec{E}$ na Figura 1.19b? Seu módulo é $E = 4,50 \text{ m}$ e o ângulo $\beta = 37,0^\circ$.

(a)

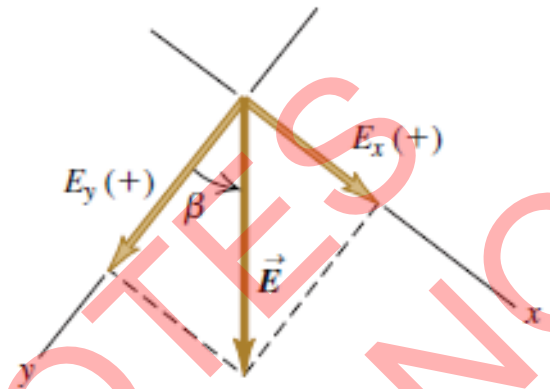


$$\theta = -\alpha = -45^\circ$$

$$D_x = D \cos \theta = (3,00 \text{ m})(\cos(-45^\circ)) = +2,1 \text{ m}$$

$$D_y = D \sin \theta = (3,00 \text{ m})(\sin(-45^\circ)) = -2,1 \text{ m}$$

(b)



$$\theta = 90,0^\circ - \beta = 90,0^\circ - 37,0^\circ = 53,0^\circ$$

$$E_x = E \cos 53,0^\circ = (4,50 \text{ m})(\cos 53,0^\circ) = +2,71 \text{ m}$$

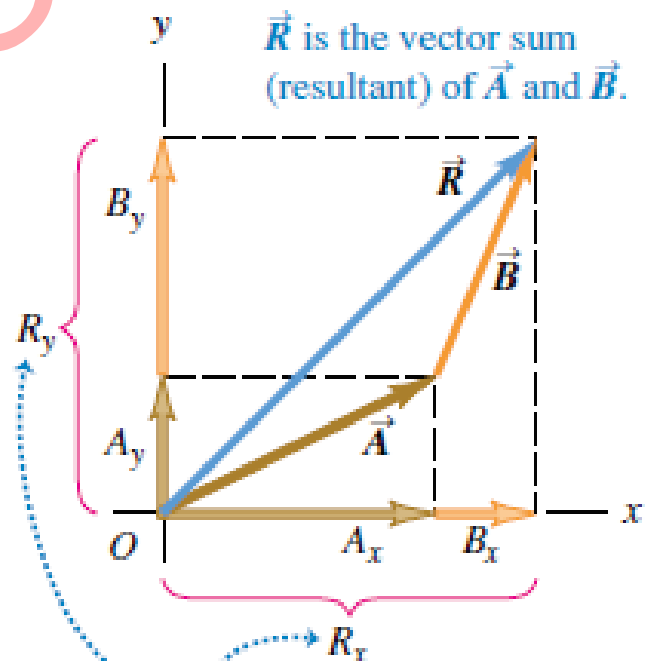
$$E_y = E \sin 53,0^\circ = (4,50 \text{ m})(\sin 53,0^\circ) = +3,59 \text{ m}$$

Cálculo com o uso de Componentes

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$R_x = A_x + B_x \quad R_y = A_y + B_y$$

(components of $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$)



The components of $\vec{R}$ are the sums of the components of $\vec{A}$ and $\vec{B}$:

$$R_y = A_y + B_y \quad R_x = A_x + B_x$$

Generalização

Seja $\vec{R}$ a soma dos vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$, $\vec{D}$, $\vec{E}$, ... Então, os componentes de $\vec{R}$ são

$$R_x = A_x + B_x + C_x + D_x + E_x + \dots$$

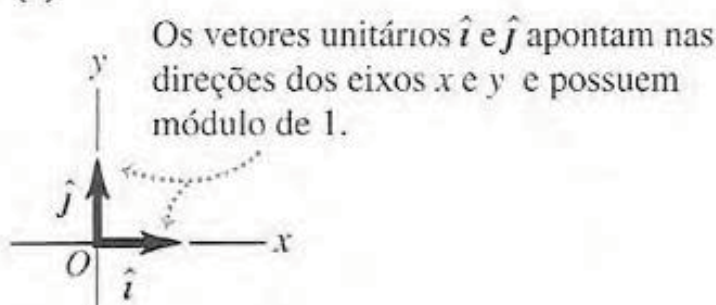
$$R_y = A_y + B_y + C_y + D_y + E_y + \dots$$

$$R_z = A_z + B_z + C_z + D_z + E_z + \dots$$

Vetores unitários

Um **vetor unitário** é aquele que possui módulo igual a 1, não possuindo nenhuma unidade. Seu único objetivo é *apontar*, ou seja, descrever uma direção e um sentido no espaço. Os vetores unitários fornecem uma notação conveniente para cálculos que envolvem os componentes de vetores. Sempre usaremos acento circunflexo ou 'chapéu' (^) para simbolizar um vetor unitário e distingui-lo de um vetor comum cujo módulo pode ser igual a 1 ou diferente de 1.

(a)

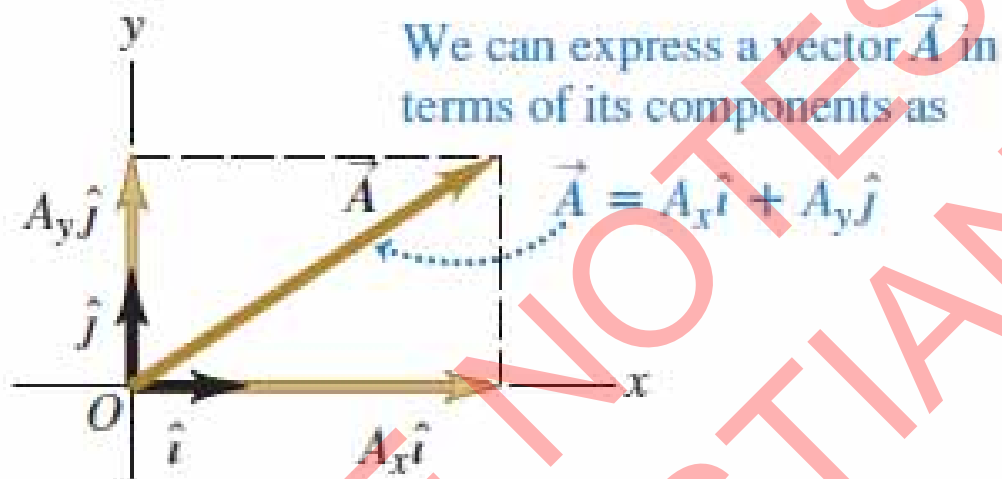


Vetores unitários

x-y

$$\vec{A} \quad \vec{A}_x = A_x \hat{i}$$
$$\vec{A}_y = A_y \hat{j}$$

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$$



Vetores unitários (2D)

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j}$$

♦ A soma é feita através das somas individuais dos componentes nas dadas direções

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$= (A_x \hat{i} + A_y \hat{j}) + (B_x \hat{i} + B_y \hat{j})$$

$$= (A_x + B_x) \hat{i} + (A_y + B_y) \hat{j}$$

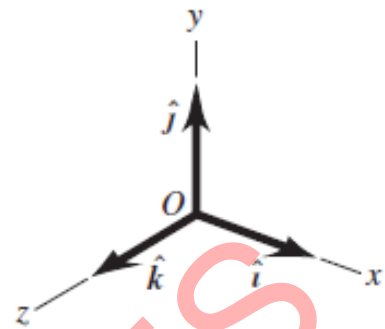
$$= R_x \hat{i} + R_y \hat{j}$$

Vetores unitários (3D)

The unit vectors $\hat{i}$, $\hat{j}$, and $\hat{k}$.

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$



$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\begin{aligned}\vec{R} &= (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k} \\ &= R_x \hat{i} + R_y \hat{j} + R_z \hat{k}\end{aligned}$$

USO DE VETORES UNITÁRIOS Dados os dois deslocamentos

$$\vec{D} = (6\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}) \text{ m} \quad \text{e} \quad \vec{E} = (4\hat{i} - 5\hat{j} + 8\hat{k}) \text{ m}$$

encontre o módulo de deslocamento $2\vec{D} - \vec{E}$.

EXECUTAR: seja $\vec{F} = 2\vec{D} - \vec{E}$, temos

$$\vec{F} = 2(6\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}) \text{ m} - (4\hat{i} - 5\hat{j} + 8\hat{k}) \text{ m}$$

$$= [(12 - 4)\hat{i} + (6 + 5)\hat{j} + (-2 - 8)\hat{k}] \text{ m}$$

$$= (8\hat{i} + 11\hat{j} - 10\hat{k}) \text{ m}$$

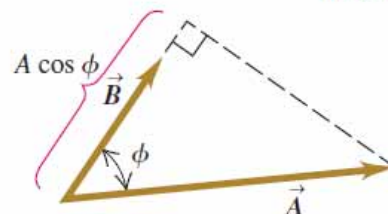
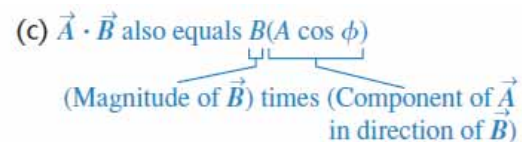
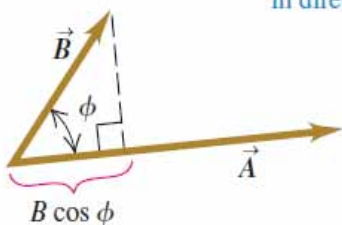
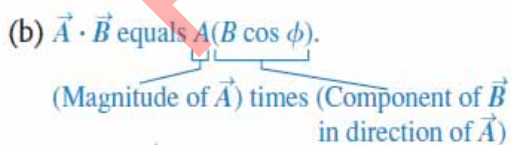
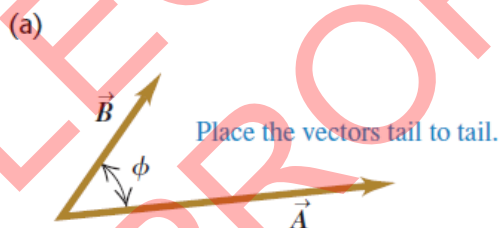
Produtos de Vetores

- *Produto Escalar*

- *Produto Vetorial*

Produto escalar

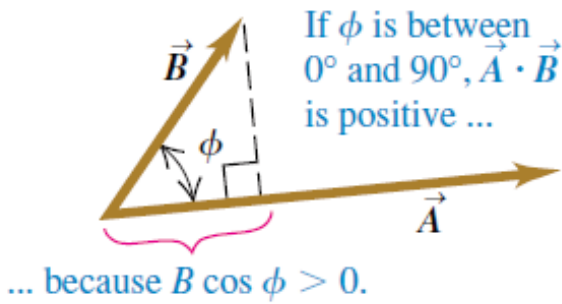
O **produto escalar** de dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ é designado por $\vec{A} \cdot \vec{B}$. Devido a essa notação, o produto escalar também é chamado de **produto com ponto interno**. Embora $\vec{A}$ e $\vec{B}$ sejam vetores, a grandeza $\vec{A} \cdot \vec{B}$ é escalar.



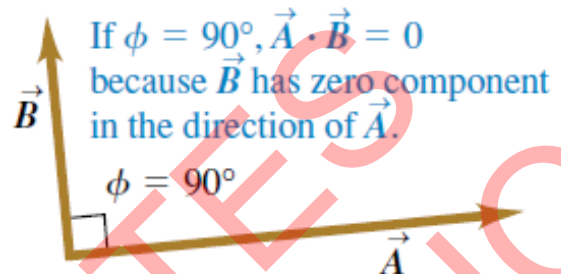
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \phi = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \phi$$

Definição do Produto Escalar

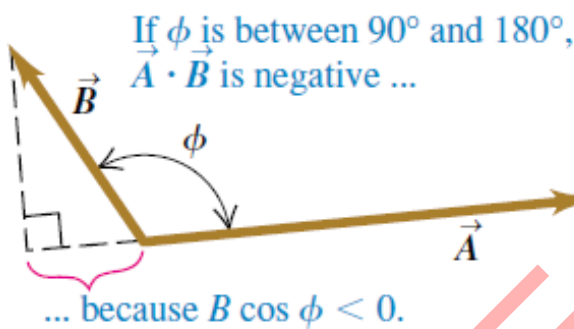
(a)



(c)



(b)



Produto escalar com componentes

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = (1)(1) \cos 0^\circ = 1$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{i} \cdot \hat{k} = \hat{j} \cdot \hat{k} = (1)(1) \cos 90^\circ = 0$$

$$\begin{aligned} \vec{A} \cdot \vec{B} &= (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) \\ &= A_x \hat{i} \cdot B_x \hat{i} + A_x \hat{i} \cdot B_y \hat{j} + A_x \hat{i} \cdot B_z \hat{k} \\ &\quad + A_y \hat{j} \cdot B_x \hat{i} + A_y \hat{j} \cdot B_y \hat{j} + A_y \hat{j} \cdot B_z \hat{k} \\ &\quad + A_z \hat{k} \cdot B_x \hat{i} + A_z \hat{k} \cdot B_y \hat{j} + A_z \hat{k} \cdot B_z \hat{k} \\ &= A_x B_x \hat{i} \cdot \hat{i} + A_x B_y \hat{i} \cdot \hat{j} + A_x B_z \hat{i} \cdot \hat{k} \\ &\quad + A_y B_x \hat{j} \cdot \hat{i} + A_y B_y \hat{j} \cdot \hat{j} + A_y B_z \hat{j} \cdot \hat{k} \\ &\quad + A_z B_x \hat{k} \cdot \hat{i} + A_z B_y \hat{k} \cdot \hat{j} + A_z B_z \hat{k} \cdot \hat{k} \end{aligned}$$

O produto escalar entre dois vetores é igual a soma dos produtos escalares de seus respectivos componentes

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$



Angulo entre vetores

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \phi$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

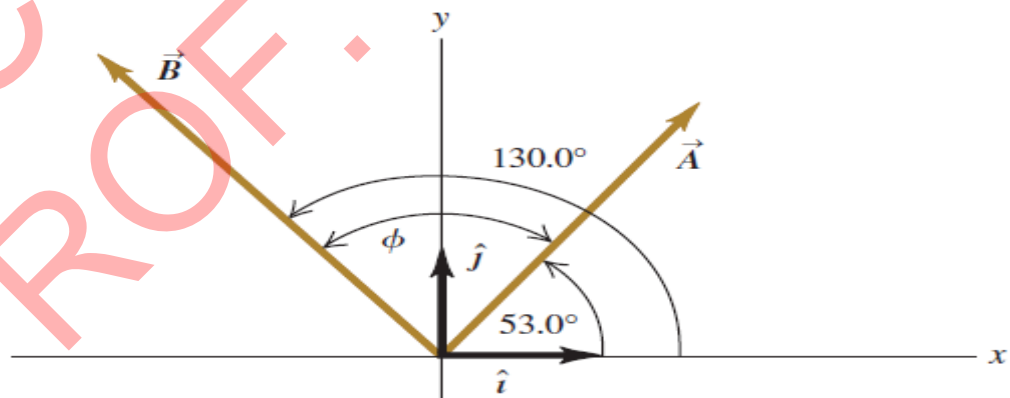
$$\Rightarrow |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \phi = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$$\cos \phi = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

Ângulo entre dois vetores no espaço cartesiano a partir de suas componentes

CÁLCULO DO PRODUTO ESCALAR Ache o produto escalar $\vec{A} \cdot \vec{B}$ dos vetores indicados na Figura 1.27. Os módulos dos vetores são $A = 4,0$ e $B = 5,0$.

1.27 Two vectors in two dimensions.



EXECUTAR: usando o primeiro método, o ângulo entre os vetores é $\phi = 130,0^\circ - 53,0^\circ = 77,0^\circ$, então:

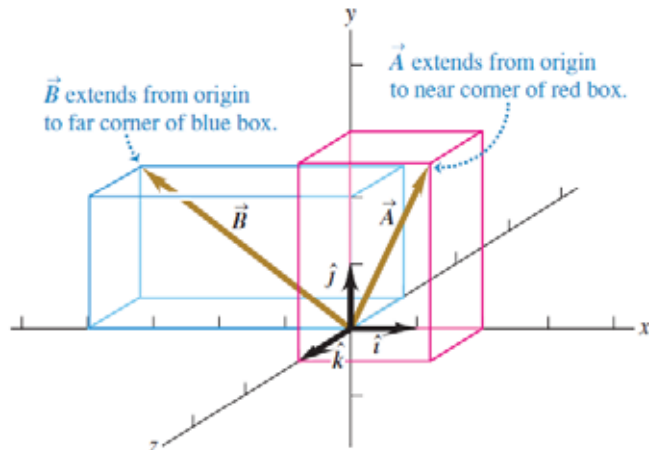
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \phi = (4.00)(5.00) \cos 77.0^\circ = 4.50$$

CÁLCULO DE ÂNGULOS USANDO O PRODUTO ESCALAR

Ache o ângulo entre os dois vetores.

$$\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k} \quad \text{e} \quad \vec{B} = -4\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$$

1.28 Two vectors in three dimensions.



$$\cos \phi = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{AB}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$$= (2.00)(-4.00) + (3.00)(2.00) + (1.00)(-1.00) = -3.00$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} = \sqrt{(2.00)^2 + (3.00)^2 + (1.00)^2} = \sqrt{14.00}$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} = \sqrt{(-4.00)^2 + (2.00)^2 + (-1.00)^2} = \sqrt{21.00}$$

$$\cos \phi = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{AB} = \frac{-3.00}{\sqrt{14.00} \sqrt{21.00}} = -0.175$$

$$\phi = 100^\circ$$

AVALIAR: para conferir este resultado, note que o produto escalar $\vec{A} \cdot \vec{B}$ é negativo. Isto significa que o ângulo ϕ está compreendido entre 90° e 180° (Figura 1.26), o que está de acordo com nossa resposta.

Produto vetorial

O **produto vetorial** de dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$, também chamado de **cross product**, é designado por $\vec{A} \times \vec{B}$. Como sugere o nome, o produto vetorial é um vetor em si.

Para definir o produto vetorial $\vec{A} \times \vec{B}$ de dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ desenhamos os dois vetores com início em um mesmo ponto (Figura 1.29a). Assim, os dois vetores ficam situados em um mesmo plano. Definimos o produto vetorial como uma grandeza vetorial ortogonal a este plano (isto é, ortogonal tanto ao vetor $\vec{A}$ quanto ao vetor $\vec{B}$) e possuindo módulo dado por $AB \sin \phi$. Isto é, se $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$, então:

$$C = AB \sin \phi$$

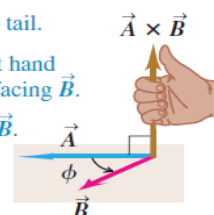
(módulo do produto vetorial de $\vec{A}$ e $\vec{B}$).

1.29 (a) The vector product $\vec{A} \times \vec{B}$ determined by the right-hand rule.

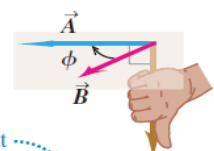
(b) $\vec{B} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{B}$; the vector product is anticommutative.

(a) Using the right-hand rule to find the direction of $\vec{A} \times \vec{B}$

- ① Place $\vec{A}$ and $\vec{B}$ tail to tail.
- ② Point fingers of right hand along $\vec{A}$, with palm facing $\vec{B}$.
- ③ Curl fingers toward $\vec{B}$.
- ④ Thumb points in direction of $\vec{A} \times \vec{B}$.



(b) $\vec{B} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{B}$ (the vector product is anticommutative)



Same magnitude but opposite direction

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

Produto vetorial utilizando componentes

$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = \mathbf{0}$$

$$\hat{i} \times \hat{j} = -\hat{j} \times \hat{i} = \hat{k}$$

$$\hat{j} \times \hat{k} = -\hat{k} \times \hat{j} = \hat{i}$$

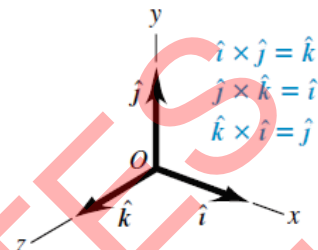
$$\hat{k} \times \hat{i} = -\hat{i} \times \hat{k} = \hat{j}$$

$$\begin{aligned}\vec{A} \times \vec{B} &= (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \times (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) \\ &= A_x \hat{i} \times B_x \hat{i} + A_x \hat{i} \times B_y \hat{j} + A_x \hat{i} \times B_z \hat{k} \\ &\quad + A_y \hat{j} \times B_x \hat{i} + A_y \hat{j} \times B_y \hat{j} + A_y \hat{j} \times B_z \hat{k} \\ &\quad + A_z \hat{k} \times B_x \hat{i} + A_z \hat{k} \times B_y \hat{j} + A_z \hat{k} \times B_z \hat{k}\end{aligned}$$

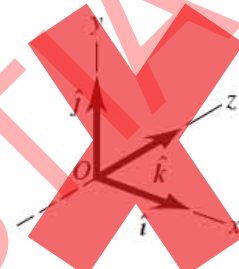
$$A_x \hat{i} \times B_y \hat{j} = (A_x B_y) \hat{i} \times \hat{j}$$

1.31 (a) We will always use a right-handed coordinate system, like this one. (b) We will never use a left-handed coordinate system (in which $\hat{i} \times \hat{j} = -\hat{k}$, and so on).

(a) A right-handed coordinate system



(b) A left-handed coordinate system; we will not use these.



$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y) \hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{k}$$

Produto vetorial utilizando componentes

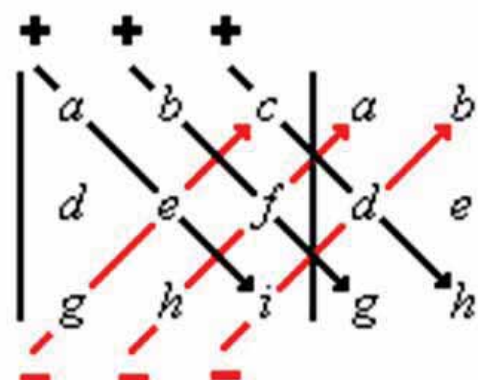
$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

$$C_x = A_y B_z - A_z B_y \quad C_y = A_z B_x - A_x B_z \quad C_z = A_x B_y - A_y B_x$$

(components of $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$)

O produto vetorial também pode ser expresso em termos de um determinante

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$



Angulo entre vetores

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \phi$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C}$$

$$\Rightarrow |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \phi = |\vec{C}|$$

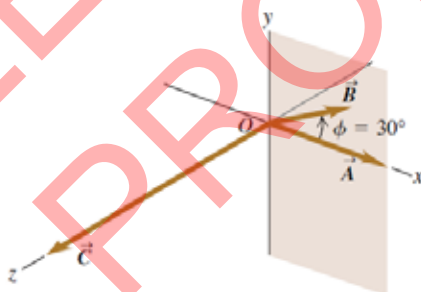
$$\sin \phi = \frac{|\vec{A} \times \vec{B}|}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{|\vec{C}|}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{\sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_z^2}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

Ângulo entre dois vetores no espaço cartesiano a partir de suas componentes

Example 1.12 Calculating a vector product

Vector $\vec{A}$ has magnitude 6 units and is in the direction of the $+x$ -axis. Vector $\vec{B}$ has magnitude 4 units and lies in the xy -plane, making an angle of 30° with the $+x$ -axis (Fig. 1.32). Find the vector product $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$.

1.32 Vectors $\vec{A}$ and $\vec{B}$ and their vector product $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$. The vector $\vec{B}$ lies in the xy -plane.



Em termos da fórmula geral:

$$C = AB \sin \phi$$

$$AB \sin \phi = (6)(4)(\sin 30^\circ) = 12$$

By the right-hand rule, the direction of $\vec{A} \times \vec{B}$ is along the $+z$ -axis (the direction of the unit vector $\hat{k}$), so we have $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = 12\hat{k}$.

Em termos de componentes:

$$\begin{aligned} A_x &= 6 & A_y &= 0 & A_z &= 0 \\ B_x &= 4 \cos 30^\circ = 2\sqrt{3} & B_y &= 4 \sin 30^\circ = 2 & B_z &= 0 \end{aligned}$$

$$C_x = A_y B_z - A_z B_y \quad C_y = A_z B_x - A_x B_z \quad C_z = A_x B_y - A_y B_x$$

$$C_x = (0)(0) - (0)(2) = 0$$

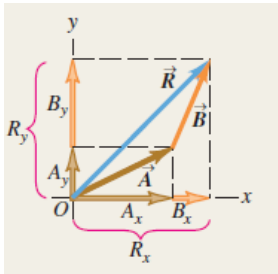
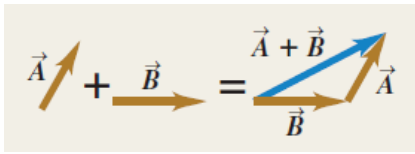
$$C_y = (0)(2\sqrt{3}) - (6)(0) = 0$$

$$C_z = (6)(2) - (0)(2\sqrt{3}) = 12$$

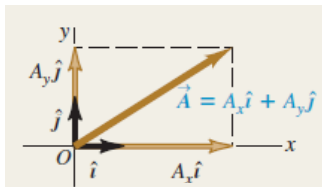
$$\vec{C} = 12\hat{k}.$$

Dependendo do caso um método é mais conveniente que outro.

Sumário sobre Vetores



$$\begin{aligned} R_x &= A_x + B_x \\ R_y &= A_y + B_y \\ R_z &= A_z + B_z \end{aligned}$$



$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

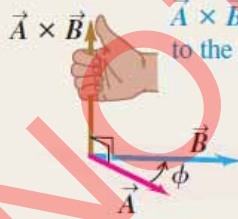
Scalar product $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \phi$



$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \phi = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \phi$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$\vec{A} \times \vec{B}$ is perpendicular to the plane of $\vec{A}$ and $\vec{B}$.



(Magnitude of $\vec{A} \times \vec{B}$) = $AB \sin \phi$

$$C = AB \sin \phi$$

$$C_x = A_y B_z - A_z B_y$$

$$C_y = A_z B_x - A_x B_z$$

$$C_z = A_x B_y - A_y B_x$$