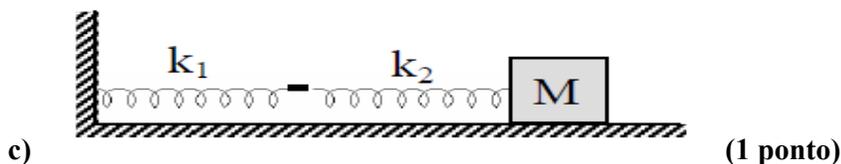
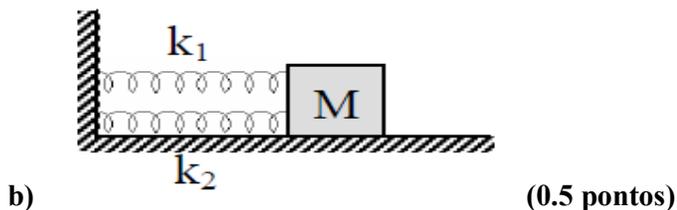
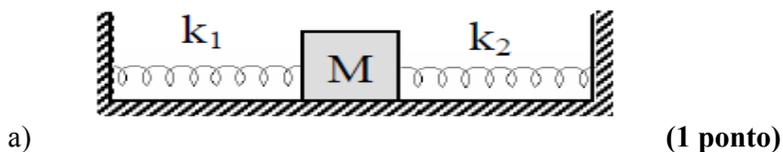
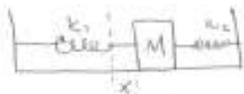


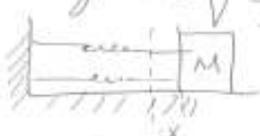
Física II: Prova II

- Todas as respostas devem estar a tinta e em termos dos dados do problema.

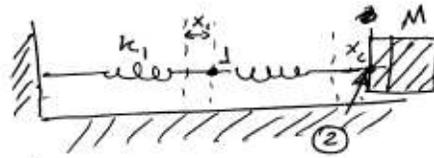
1) Deduza explicitamente a frequência natural de oscilação dos seguintes sistemas massa-mola:



a) 
 $F_T = -k_1 x - k_2 x$
 $M \frac{d^2 x}{dt^2} = -(k_1 + k_2) x$
 $\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{(k_1 + k_2)}{M} x$

b) 
 $\log \omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{M}}$
 $F_T = -k_1 x - k_2 x$
 como é igual aos itens a
 $\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{M}}$

b)



A mola 1 está distendida de x_1 . A mola 2 está distendida de x_2 .

A força que atua na ponta de cada mola é F . Esta força tb atua no corpo de massa M



O deslocamento do corpo será X , e é dado por:

$$X = x_1 + x_2$$

mas $F = -kx_1 = -kx_2 \Rightarrow x_2 = \frac{k_1}{k_2} x_1$

$$-k_{ef} \cdot X = F$$

$$x_1 + x_2 = -F/k_{ef}$$

$$k_{ef} = \frac{-F}{x_1 + x_2} = -\frac{k x_1}{x_1 + \frac{k_1}{k_2} x_1}$$

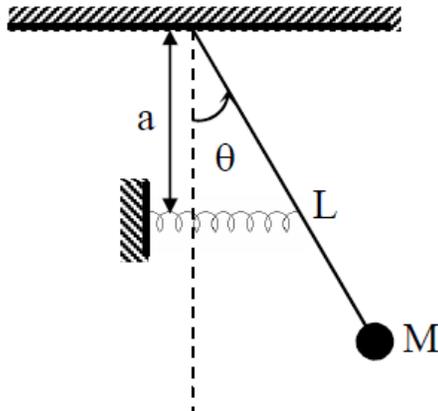
$$k_{ef} = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}} \Rightarrow \frac{1}{k_{ef}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{k_{ef}}{M}$$

2) Considere o pêndulo acoplado mostrado na figura abaixo. A mola tem uma constante K .

a) Obtenha a equação de movimento usando a 2ª Lei de Newton para este pêndulo. (0.5 pontos)

b) Calcule a sua frequência e período de oscilação. (1 ponto)

c) Qual deve ser o valor de K para que a frequência de oscilação seja o dobro do valor para o pêndulo sem a mola? (1 ponto)



$M \frac{d^2 s}{dt^2} = -Mg \sin \theta - kx$
 $\frac{x}{a} = \tan \theta$
 $M \frac{d^2 s}{dt^2} = -Mg \sin \theta - ka \tan \theta$
 Mas $s = L\theta$
 $ML \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -Mg \sin \theta - ka \tan \theta$
 aproximando $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$
 $ML \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -Mg \theta - ka \theta$
 $\frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\left(\frac{g}{L} + \frac{ka}{ML}\right) \theta$
 b) Sabemos que $\frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\omega^2 \theta$
 logo $\omega^2 = \frac{g}{L} + \frac{ka}{ML}$

c) A frequência do pêndulo simples é $\omega_s^2 = \frac{g}{L}$, assim no pêndulo acoplado é

$$4\omega_s^2 = \omega^2 \text{ e assim } K = \frac{3Mg}{a}$$

3) Uma corda vibra de acordo com a equação $y(x,t) = 15 \sin\left(\frac{\pi x}{4}\right) \cos(30\pi t)$, sendo x e y medidos em cm e t em segundos.

- a) Qual é amplitude de deslocamento máximo de um elemento da corda na posição $x = 2$ cm? **(0.2 pontos)**
 b) Qual é a velocidade de um elemento da corda na posição $x = 2$ cm no instante $t = 1$ s? **(0.5 pontos)**
 c) Qual é a aceleração de um elemento da corda na posição $x = 4$ cm no instante $t = 2$ s? **(0.5 pontos)**
 d) Qual é a velocidade de propagação desta onda? **(0.5 pontos)**
 e) Se a densidade linear da corda é $\mu = \frac{1}{12} \text{ Kg/m}$, qual é a tensão na corda? **(0.8 pontos)**

Resolução:

a) $y(x,t) = 15 \sin\left(\frac{\pi x}{4}\right) \cos(30\pi t) = 15 \cos(30\pi t)$, logo a amplitude máxima em $x=2$ é 15 cm

b) Primeiro, tomamos a derivada temporal da equação de onda que é $y(x,t) = 15 \sin\left(\frac{\pi x}{4}\right) (-30\pi) \sin(30\pi t)$. Para $x=2$ e $t=1$ temos $y(x,t) = 15 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) (-30\pi) \sin(30\pi) = 0$

c) Para obter a aceleração, derivamos mais uma vez $y(x,t) = -15 \sin\left(\frac{\pi x}{4}\right) (30\pi)^2 \cos(30\pi t)$. Para $x=4$ e $t=2$ temos

$$y(x,t) = -15 \sin\left(\frac{\pi x}{4}\right) (30\pi)^2 \cos(60\pi) = 0$$

d) A velocidade de propagação é $v = \lambda f$, onde $30\pi = 2\pi f$ assim $f = 15 \text{ Hz}$; e $K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{4}$ e $\lambda = 8 \text{ cm}$. Assim $v = 8 \times 15 = 120 \text{ cm/s}$

e) Sabemos que $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ $T = \mu V^2 = \frac{1}{12} \left(\frac{12}{10}\right)^2 = \frac{12}{100} = 0.12 \text{ N}$

4) Duas cordas de mesmo comprimento L têm as extremidades fixas. As cordas têm a mesma densidade linear (μ), e o segundo harmônico da corda 1 tem a mesma frequência do primeiro harmônico da corda 2. Pede-se:

- Desenhe a onda na corda 1. Qual o comprimento de onda na corda 1? **(0.5 pontos)**
- Desenhe a onda na corda 2. Qual o comprimento de onda na corda 2? **(0.5 pontos)**
- Qual a razão entre as tensões nas duas cordas? **(1.5 pontos)**

a) O segundo harmônico da corda 1 é



Ou seja a frequência é dada por $f = \frac{v_1}{L}$, (v_1 é a velocidade da onda), $\lambda=L$

b)

O primeiro harmônico da corda 2 é



Ou seja a frequência é dada por $f = \frac{v_2}{2L}$ (v_2 é a velocidade da onda), $\lambda=2L$

3) Como as frequências são iguais $\frac{v_1}{L} = \frac{v_2}{2L}$ assim $T_2 = 4T_1$