

6a Experiência: Colisão bidimensional

4300254 - Laboratório de Mecânica - 1o Semestre/2015

1. Introdução

1.1. Posição do centro de massa (CM)

A posição \vec{R} do centro de massa (CM) com relação a um ponto O qualquer é dada por:

$$\vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{(m_1 + m_2)} \quad (1)$$

Considerando como referência a massa m_1 (ponto A), a posição \vec{r} do CM é dada por

$$\vec{r} = \vec{R} - \vec{r}_1 = \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \quad (2)$$

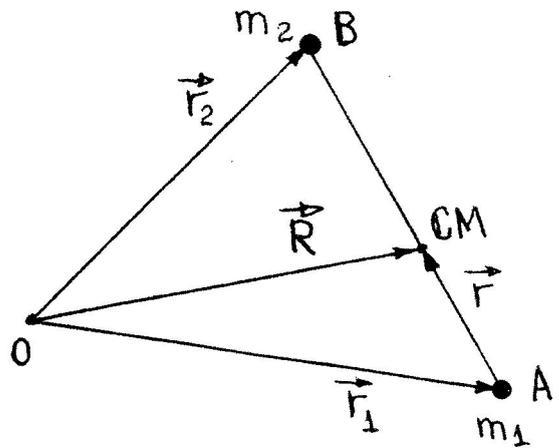


Figura 1. Centro de massa.

Esta equação mostra que o CM está no segmento \overline{AB} que une as massas e à distância r de m_1 :

$$r = \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} r_{AB} \quad \text{onde } r_{AB} \text{ é distância entre A e B} \quad (3)$$

1.2. Conservação do momento linear

Na colisão entre duas massas m_1 e m_2 , o *momento linear*¹ é conservado quando a resultante das forças externas sobre as massas é nula. Se \vec{P} é o momento linear total, pela Lei de Newton:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_{\text{resultante}} = \vec{0} \quad \implies \quad \vec{P} = \text{constante} \quad (4)$$

Indicando por \vec{p}_i e \vec{p}_f os momentos lineares inicial e final do sistema, deve-se ter

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f = \vec{P} \quad (\text{Conservação do momento linear total}) \quad (5)$$

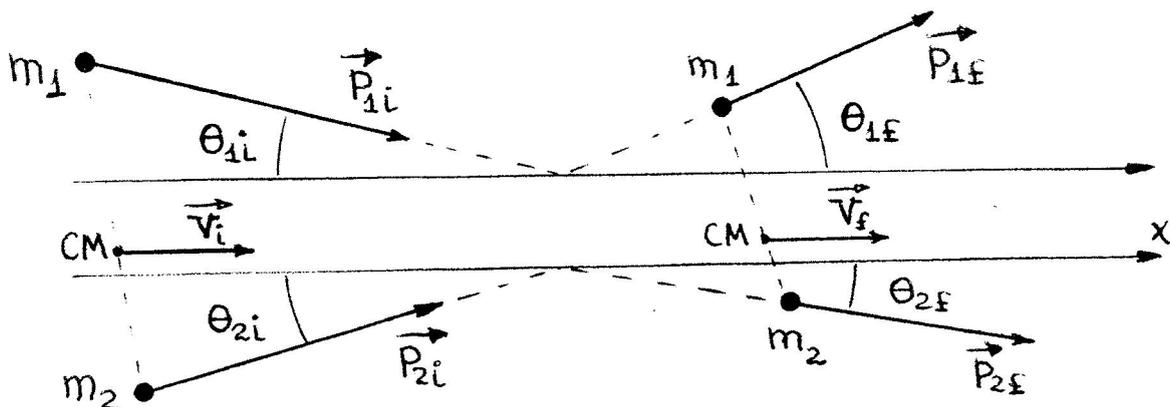


Figura 2. Colisão entre duas massas m_1 e m_2 .

¹O *momento linear* também é chamado *quantidade de movimento*. Os principais conceitos sobre colisões podem ser vistos em praticamente todos os livros de física geral. Ver, por exemplo, "Fundamentos de Física, Vol. 1", D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, LTC Editora, 7 Ed. (2006).

A Figura 2 representa a colisão entre duas massas m_1 e m_2 admitindo ausência de forças externas. Indicando por \vec{v}_{1i} , \vec{v}_{2i} , \vec{v}_{1f} e \vec{v}_{2f} as velocidades inicial e final das massas m_1 e m_2 , os momentos lineares são, respectivamente:

$$\vec{p}_{1i} = m_1 \vec{v}_{1i}, \quad \vec{p}_{2i} = m_2 \vec{v}_{2i}, \quad \vec{p}_{1f} = m_1 \vec{v}_{1f}, \quad \vec{p}_{2f} = m_2 \vec{v}_{2f}, \quad (6)$$

e os momentos totais inicial e final são:

$$\vec{p}_i = \vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} \quad \text{e} \quad \vec{p}_f = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} \quad (7)$$

As velocidades são geralmente medidas num sistema de referência fixo em relação ao laboratório. Este sistema é chamado *Sistema de laboratório*. Entretanto, o estudo da colisão se torna bem mais simples em relação a um sistema fixo no centro de massa (CM) das massas m_1 e m_2 . Este sistema de referência é chamado *Sistema de centro de massa (Sistema CM)*.

As velocidades do CM antes e depois da colisão são dadas por

$$\vec{V}_i = \frac{m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i}}{m_1 + m_2} = \frac{\vec{p}_i}{m_1 + m_2} \quad \text{e} \quad \vec{V}_f = \frac{m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f}}{m_1 + m_2} = \frac{\vec{p}_f}{m_1 + m_2} \quad (8)$$

Assim a conservação do momento (Eq. 5) mostra que a velocidade do CM deve ser a mesma antes e depois da colisão ($\vec{V} = \vec{V}_i = \vec{V}_f$).

As velocidades relativas ao CM são dadas por

$$\vec{u}_{1i} = \vec{v}_{1i} - \vec{V}, \quad \vec{u}_{2i} = \vec{v}_{2i} - \vec{V}, \quad \vec{u}_{1f} = \vec{v}_{1f} - \vec{V}, \quad \text{e} \quad \vec{u}_{2f} = \vec{v}_{2f} - \vec{V} \quad (9)$$

Conforme pode ser demonstrado das Equações acima², no Sistema CM as velocidades das massas m_1 e m_2 são sempre diretamente opostas.

A conservação do momento linear pode ser expressa em termos de componentes x e y :

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f \quad \implies \quad p_{ix} = p_{fx} \quad \text{e} \quad p_{iy} = p_{fy} \quad (10)$$

$$\text{onde} \quad p_{ix} = p_{1ix} + p_{2ix}, \quad p_{fx} = p_{1fx} + p_{2fx}, \quad p_{iy} = p_{1iy} + p_{2iy} \quad \text{e} \quad p_{fy} = p_{1fy} + p_{2fy} \quad (11)$$

Essas componentes podem ser calculadas em função dos módulos dos momentos lineares (p_{1i} , p_{2i} , p_{1f} e p_{2f}) e dos ângulos θ_{1i} , θ_{2i} , θ_{1f} e θ_{2f} (Figura 2).

1.3. Energia cinética

As energias cinéticas inicial e final de translação são dadas por

$$K_i = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 \quad \text{e} \quad K_f = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad (12)$$

A energia cinética de translação pode ser conservada ou não, uma vez que pode ocorrer dissipação de energia na colisão e parte da energia de translação pode ser convertida em energia cinética de rotação. Na colisão entre corpos macroscópicos tal como dois discos, sempre ocorre dissipação de energia na colisão e a energia cinética não se conserva³.

Quando a energia cinética se conserva ($K_i = K_f$) a colisão é chamada *perfeitamente elástica*. Se a energia cinética não se conserva, a colisão é chamada *inelástica*. Quando as massas permanecem juntas após a colisão (velocidade relativa nula), a colisão é chamada *completamente inelástica*.

²Ver Exercício 1.

³Na colisão entre átomos, moléculas e partículas elementares, a energia cinética pode ser conservada.

1.4. Coeficiente de restituição

O coeficiente de restituição e é definido a partir das velocidades relativas entre as massas:

$$e = \frac{u_f^{rel}}{u_i^{rel}} \quad \text{ou} \quad u_f^{rel} = e u_i^{rel} \quad (13)$$

onde u_i^{rel} e u_f^{rel} são os módulos das velocidades relativas inicial e final, respectivamente.

O coeficiente de restituição é um parâmetro muito útil para caracterizar a colisão do ponto de vista de conservação da energia cinética:

- $e = 1 \quad \Rightarrow \quad$ Colisão perfeitamente elástica ($K_f = K_i$)
- $0 < e < 1 \quad \Rightarrow \quad$ Colisão inelástica ($K_f < K_i$)
- $e = 0 \quad \Rightarrow \quad$ Colisão completamente inelástica ($u_f^{rel} = 0$)

2. Experiência

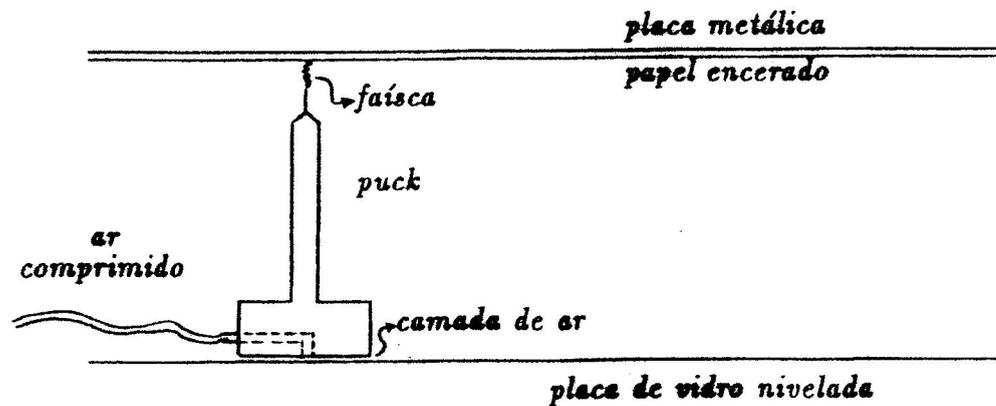


Figura 3. Arranjo experimental (“Mesa de ar”).

O objetivo desta experiência consiste em estudar a colisão de 2 massas (pucks) que podem se mover praticamente sem atrito numa superfície plana horizontal, que é um placa de vidro nivelada. A colisão será analisada dos pontos de vista de conservação do momento linear e conservação da energia cinética de translação.

Os “pucks” são basicamente 2 discos de metal nos quais se injeta ar comprimido por meio de um tubo bem flexível. O ar comprimido escoia continuamente através de um furo na parte de baixo do puck. A fina camada de ar entre o vidro e o puck torna o atrito muito pequeno⁴.

Pulsos de alta tensão com frequência da rede elétrica (60 Hz) são aplicados entre o puck e a placa metálica da parte superior e produzem faíscas (ver Figura 3). Uma folha de papel encerado afixada nesta placa permite registrar “marcas” das faíscas que correspondem às posições de cada puck em cada instante.

O intervalo de tempo entre marcas de faíscas sucessivas no papel encerado é o período T da rede elétrica:

$$T = \frac{1}{60} \text{ s} \quad (\text{tempo entre faíscas sucessivas})$$

⁴Atrito viscoso devido à camada de ar.

2.1. Procedimento experimental

- Anotar as massas dos pucks, gravadas nos mesmos (m_1 a menor e m_2 a maior).
- A placa de vidro deve estar muito bem limpa e nivelada. Os próprios pucks podem ser usados para nivelar a placa de vidro.
- Os tubos de ar comprimido devem ser ajustados da melhor maneira possível, para interferir o mínimo possível no movimento dos pucks.
- Cada puck pode ser preso num eletroímã na borda da mesa de ar pressionado por uma mola. Quando a **ALTA TENSÃO** do faiscador é ligada, o eletroímã é desligado e o puck é liberado.

CUIDADO: Com o faiscador acionado deve-se manter distância segura da mesa de ar.

ANTES DE ABAIXAR A PLACA DE ALUMÍNIO, ajustar a direção de saída dos pucks até obter uma colisão próxima ao centro da mesa. Se a colisão ocorrer muito próxima à borda, não existirão marcas suficientes para calcular as velocidades iniciais com precisão.

ANTES DE COLOCAR O PAPEL ENCERADO, abaixar a placa de alumínio e observar a colisão algumas vezes para verificar vários itens:

- bom funcionamento do faiscador: os 2 pucks devem estar produzindo faíscas sem falhas.
 - as pontas dos pucks devem estar a cerca de 5 mm da placa de alumínio.
 - momento correto de desligar o faiscador (quando os pucks chegarem nas bordas, após a colisão)
 - posição onde deverá ser presa a folha de papel encerado (que não é muito grande).
 - se os tubos de ar comprimido não estão forçando os movimentos dos pucks.
- Prender o papel encerado na placa metálica. O lado mais sensível do papel (o que risca facilmente com a unha) deve estar para baixo. A folha deve ficar bem lisa e esticada, por meio de 8 pedacinhos de fita adesiva (nas pontas e nos centros dos lados).
 - Registrar a colisão, lembrando que o faiscador deve permanecer acionado durante tempo suficiente antes e depois da colisão, mas deve ser desligado quando o puck retornar depois de bater nas bordas da mesa de ar.
 - **ANTES DE RETIRAR O PAPEL**, identificar as trajetórias no próprio papel encerado, anotando as massas dos pucks e os sentidos dos movimentos (setas). É muito fácil confundir essas coisas depois de tirar o papel encerado do lugar.
 - Fazer as anotações próximo aos vértices e na parte externa das trajetórias.
 - Consultar o professor a respeito do registro obtido, antes de retirar a folha do lugar.
 - Recortar a folha de papel encerado no tamanho de uma folha de papel A4, de forma a conter a parte principal da colisão (vértices próximos ao centro da folha e contendo pelo menos 16 marcas de faíscas antes dos vértices e 16 depois). Marcas iniciais correspondentes a aceleração do puck pela mola não devem ser consideradas.
 - Fazer 2 fotocópias da folha de papel encerado. Guardar uma cópia e o original de papel encerado. A folha de papel encerado deverá ser entregue junto com o relatório.
 - **ALTERNATIVA:** Transferir para uma folha de papel vegetal (semitransparente) os pontos registrados das trajetórias (pelo menos 16 pontos antes e 16 pontos depois da colisão).

2.2. Análise das trajetórias

- Os desenhos das trajetórias devem ser muito bem feitos, para minimizar erros.
- Nas determinações que seguem, usar sempre uma fotocópia.
- Usar lápis nos desenhos de linhas, para que as linhas não "apaguem" as marcas.
- As marcas iniciais, correspondentes à aceleração do puck pela mola, não podem ser usadas para cálculo das velocidades iniciais dos pucks (antes da colisão).
- Reforçar as marcas das faíscas com caneta preta (sem exagerar no tamanho dos pontos). Examinar a regularidade das marcas: se eventualmente for bem perceptível que ocorreu uma falha no faiscamento, acrescente o ponto correspondente com base na distância média entre os pontos, indicando o fato com uma bolinha, por exemplo.
- **A lápis**, traçar linhas que se ajustem da melhor maneira possível às marcas das faíscas. Pequenas flutuações transversais e longitudinais nas posições das marcas são normais, dependendo do melhor ou pior ajuste das pontas dos pucks.
- A partir dos vértices das trajetórias, traçar linhas unindo marcas correspondentes das duas trajetórias (pelo menos 15 linhas antes da colisão e 15 linhas depois).
- Ignorando as 4 linhas mais próximas ao vértice, determinar a posição do CM na 5ª Linha antes da colisão (ver Equação 3). Determinar também a posição do CM 10 intervalos de tempo T antes da 5ª Linha.
- Repetir o procedimento anterior para determinação do CM, para a 5ª Linha depois da colisão e para 10 períodos T depois (15ª Linha depois da colisão).
- Traçar as trajetórias do CM antes e depois da colisão.
- Medir as distâncias ℓ para obter as velocidades relevantes ($v_{1i}, v_{2i}, v_{1f}, v_{2f}, V_i$ e V_f).
 - As leituras de ℓ devem ter fração de milímetro (estimada).
 - Observar que se ℓ é a distância entre uma marca e a 11ª marca à frente, o intervalo de tempo correspondente é $\Delta t = 10T$ e a velocidade é

$$v = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{\ell}{10T} = \frac{\ell}{10(1/60)s} = 6\ell(s^{-1}) \quad (\text{isto é, basta multiplicar } \ell \text{ por } 6)$$

Obs.: Opcionalmente podem ser considerados intervalos de tempo $\Delta t = 12T$, para o cálculo das velocidades, o que permite ter uma precisão um pouco maior nos resultados. Neste caso, $v = 5\ell$.

- Traçar 2 eixos-x paralelos à trajetória inicial do CM, pelos vértices das trajetórias (usando 1 ou 2 réguas pode-se obter um ótimo paralelismo).
- Determinar os ângulos $\theta_{1i}, \theta_{2i}, \theta_{1f}$, e θ_{2f} com um transferidor (leituras até décimo de grau).
- Calcular todas as componentes dos momentos lineares, apresentar as fórmulas usadas. Apresentar os resultados numa tabela e verificar se há conservação das componentes x e y . Discutir os resultados. **Obs.:** Usar $kg\,cm/s$ como unidade de momento linear.
- Calcular as energias cinéticas de translação inicial e final. Comparar essas energias e calcular a perda porcentual da energia. Explicar detalhadamente porque ocorre perda desta energia.
- Explicar detalhadamente como podem ser calculadas as velocidades relativas dos pucks antes e depois da colisão. Calcular o coeficiente de restituição da colisão. Discutir o resultado.
- Discutir as trajetórias do CM, antes e depois da colisão. Explicar o que pode ocorrer.

Folha de dados - Experiência 6 - Colisões

Equipe: Turma:.....
 Data:
 Mesa de ar:

$$m_1 = (\quad \pm \quad) kg \qquad m_2 = (\quad \pm \quad) kg$$

Tabela 1. Distâncias percorridas para intervalos de tempo Δt e velocidades.

| $\Delta t = \dots T$ |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| $\ell_{1i} (cm)$ | $\ell_{2i} (cm)$ | $\ell_{1f} (cm)$ | $\ell_{2f} (cm)$ | $\ell_i (cm)$ | $\ell_f (cm)$ |
| | | | | | |
| $v_{1i} (cm/s)$ | $v_{2i} (cm/s)$ | $v_{1f} (cm/s)$ | $v_{2f} (cm/s)$ | $V_i (cm/s)$ | $V_f (cm/s)$ |
| | | | | | |
| $p_{1i} (kg\ cm/s)$ | $p_{2i} (kg\ cm/s)$ | $p_{1f} (kg\ cm/s)$ | $p_{2f} (kg\ cm/s)$ | | |
| | | | | | |

Obs.: Conforme sugerido no roteiro, podem ser considerados intervalos de tempo $\Delta t = 10T$, para o cálculo das velocidades. Opcionalmente pode-se usar intervalo um pouco maior tal como $\Delta t = 12T$. Na verdade, pode-se considerar qualquer número de intervalos de tempo T , desde que suficientemente grande para permitir boa precisão na leitura de ℓ .

Tabela 2. Ângulos das velocidades com o eixo- x .

| θ_{1i} | θ_{2i} | θ_{1f} | θ_{2f} |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | | | |