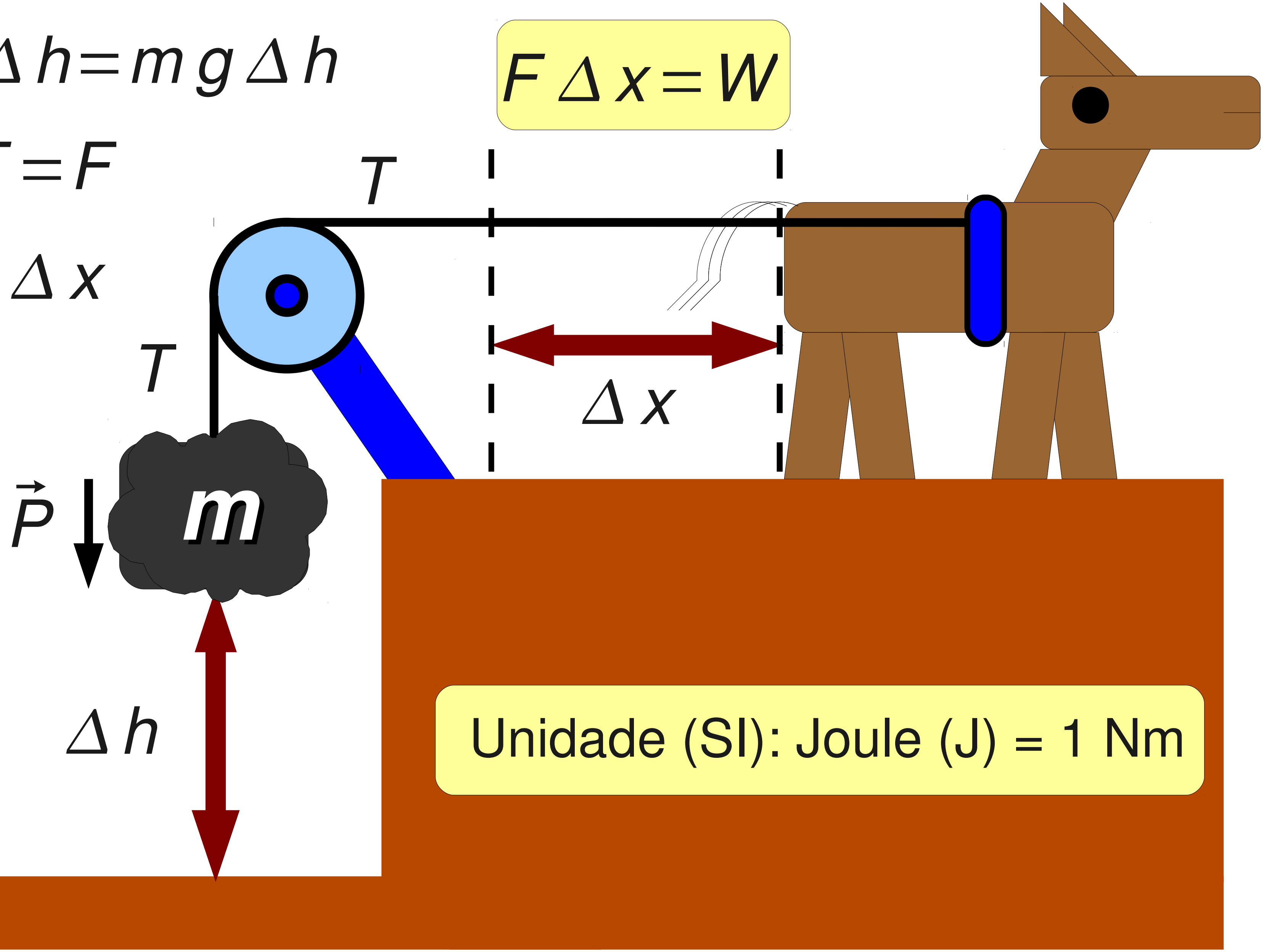
Trabalho *W* (e energia cinética – cap. 6)

$$W = P\,\Delta h = m\,g\,\Delta h$$

$$P = T = F$$

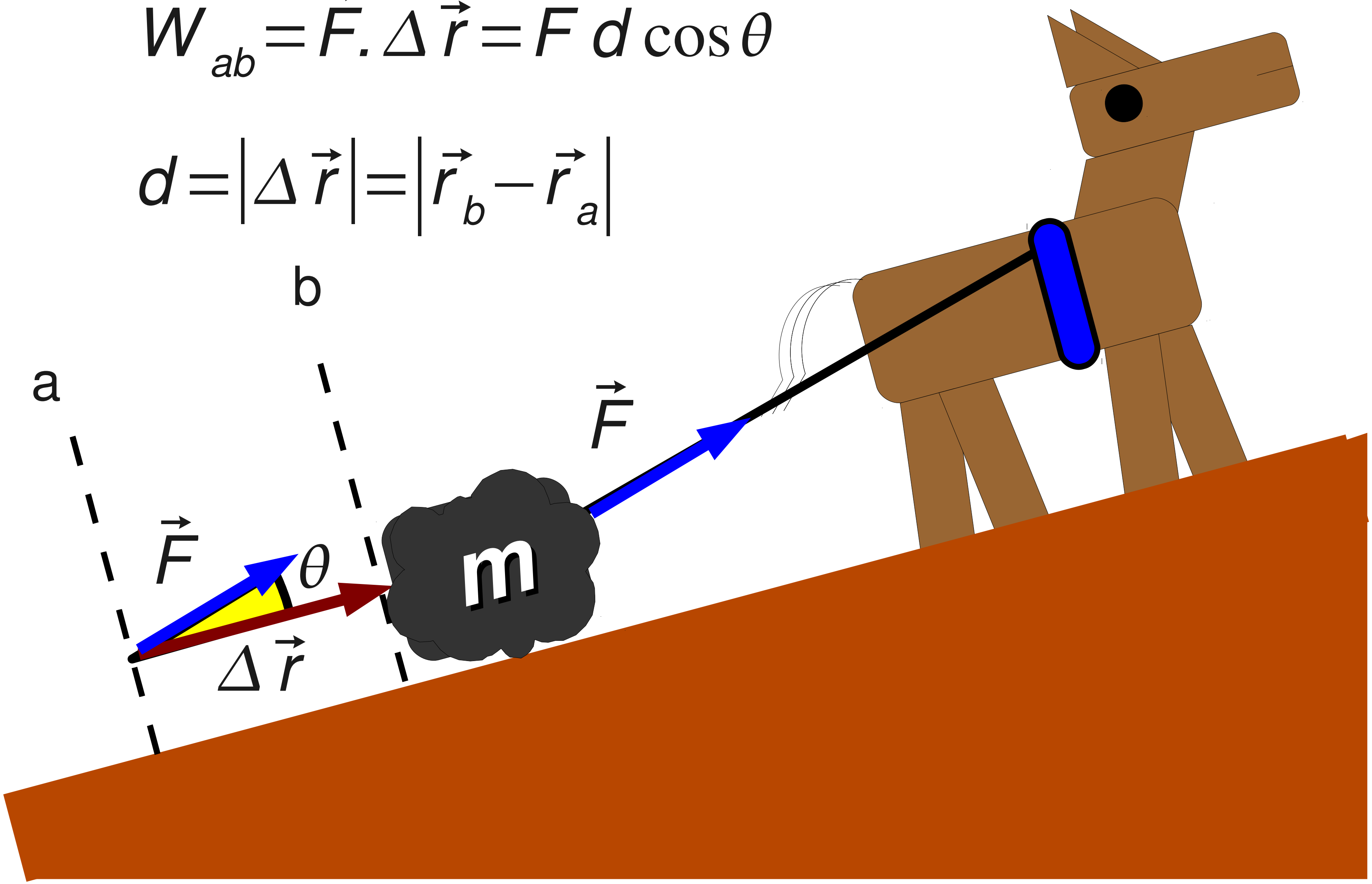
$$\Delta h = \Delta x$$



Trabalho de uma força constante em deslocamento retilíneo

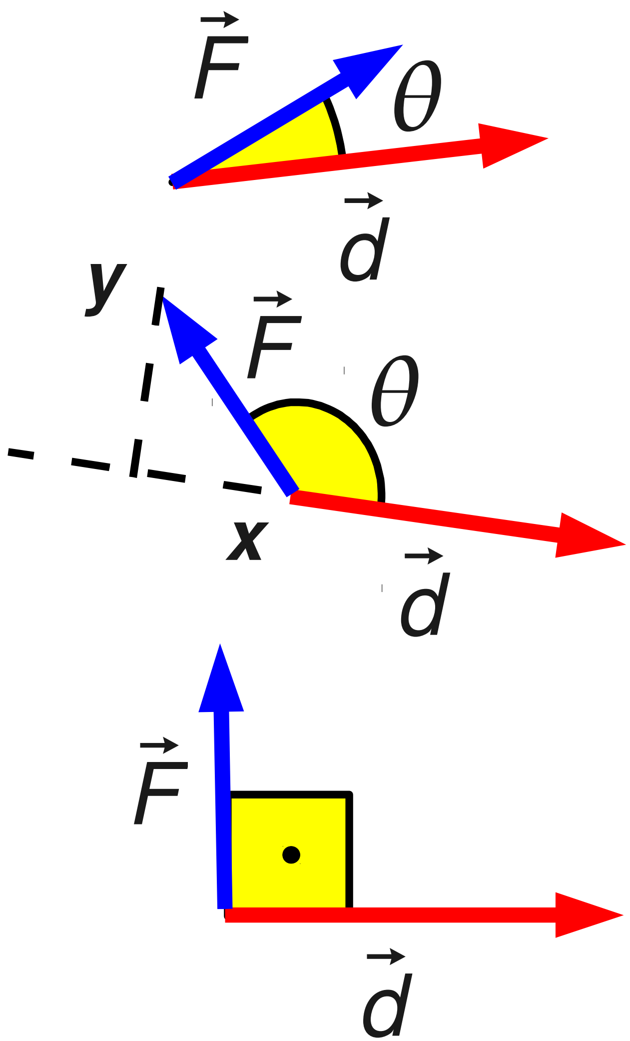
$$W_{ab} = \vec{F} . \Delta \vec{r} = F\, d \cos\theta$$

$$d = \left| \Delta \vec{r} \right| = \left| \vec{r}_b - \vec{r}_a \right|$$



Trabalho positivo, negativo, ou nulo

$$W = \vec{F}.\vec{d} = F\,d\cos\theta = F_x d_x + F_y d_y + F_z d_z$$



$$W > 0 \quad (\theta < 90^\circ)$$

$$W < 0 \quad (\theta > 90^\circ)$$

$$W = 0 \quad (\theta = 90^\circ)$$

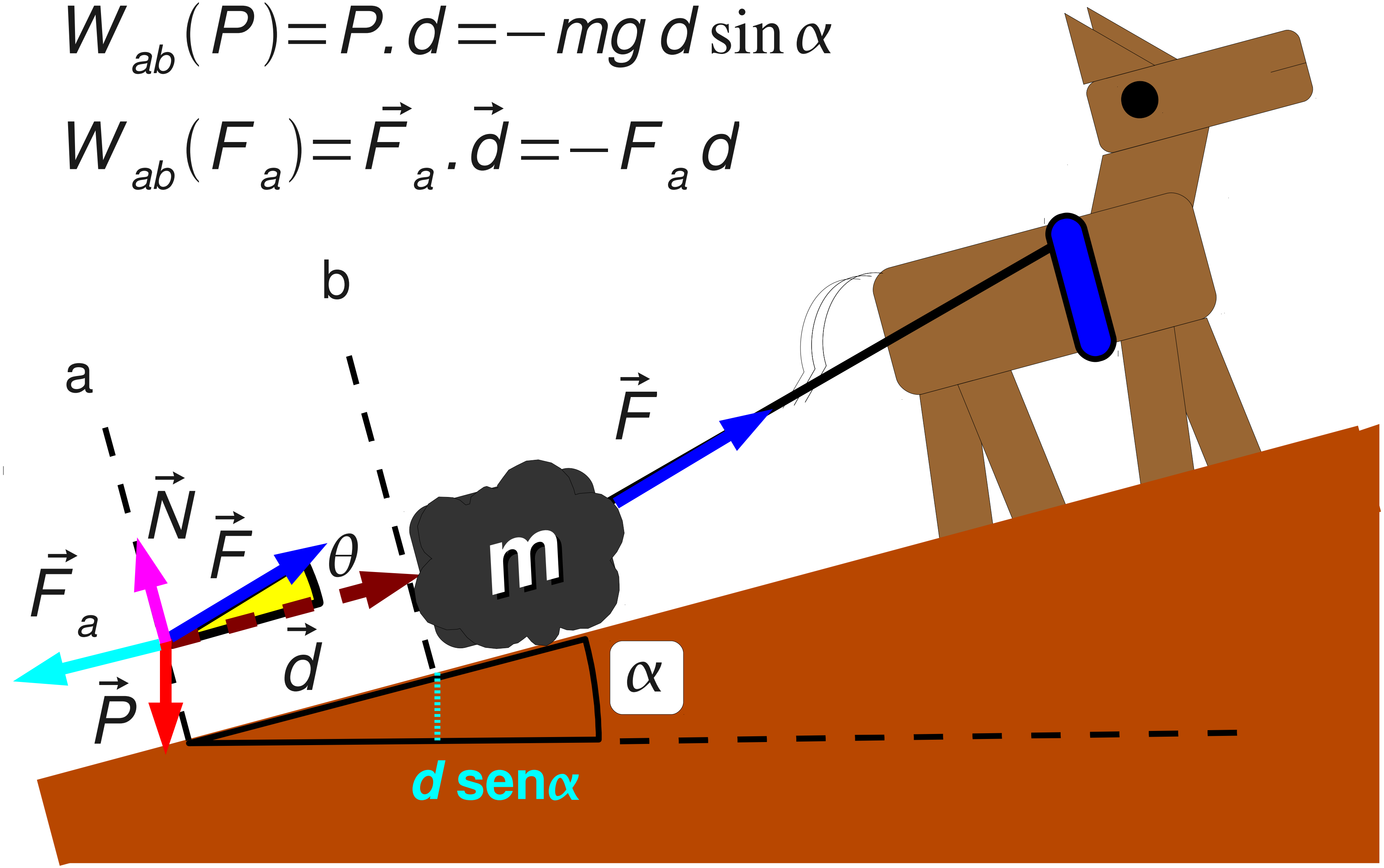
Trabalho realizado por diversas forças

$$W_{ab}(F) = \vec{F}.\vec{d} = F\,d\cos\theta$$

$$W_{ab}(N) = \vec{N}.\vec{d} = 0$$

$$W_{ab}(P) = \vec{P}.\vec{d} = -mg\,d\sin\alpha$$

$$W_{ab}(F_a) = \vec{F}_a.\vec{d} = -F_a\,d$$



Trabalho total (sobre o corpo de massa m)

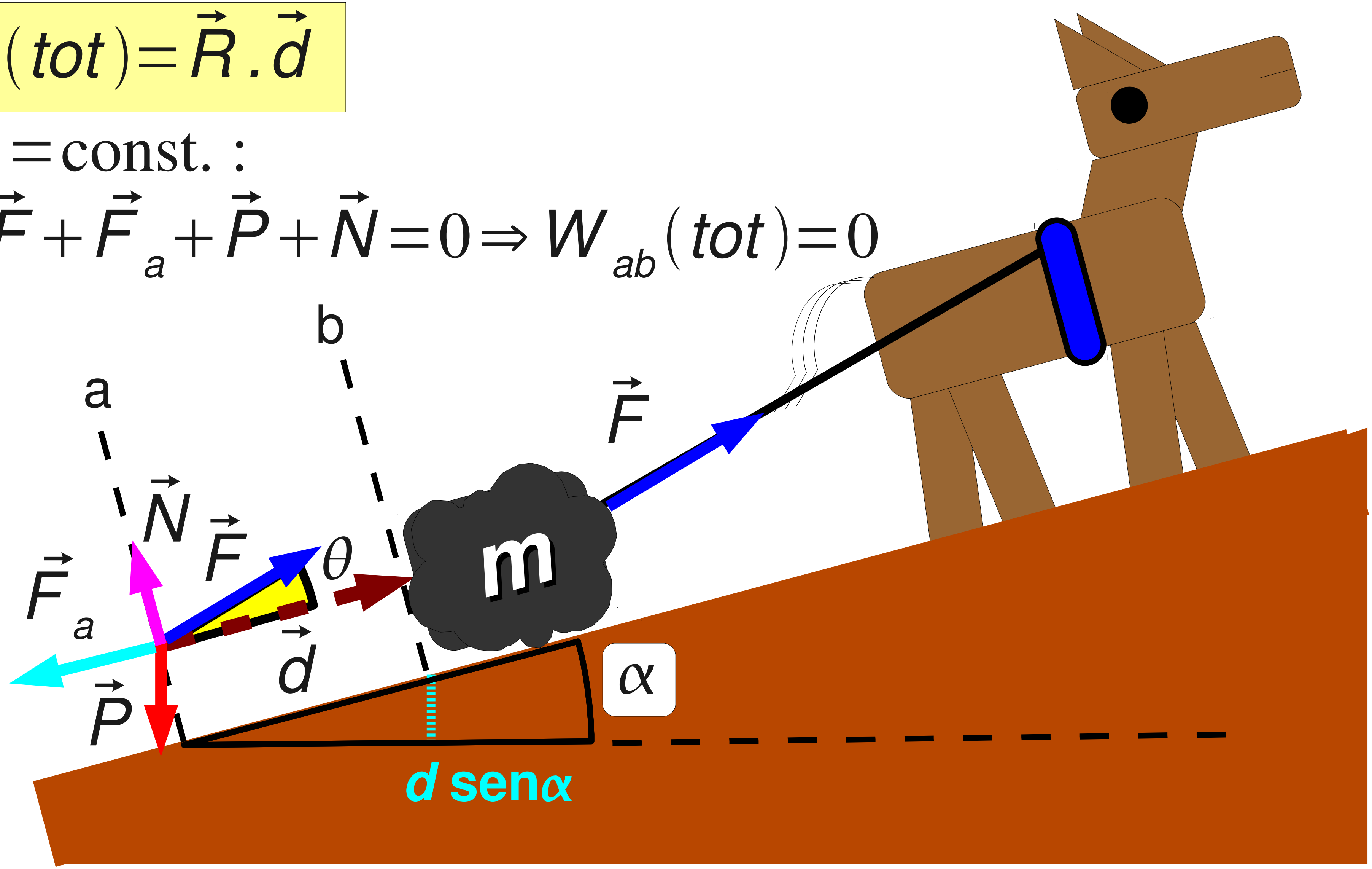
$$W_{ab}(tot)=\vec{F}.\vec{d}+\vec{F}_a.\vec{d}+\vec{P}.\vec{d}+\vec{N}.\vec{d}$$

$$W_{ab}(tot)=(\vec{F}+\vec{F}_a+\vec{P}+\vec{N}).\vec{d}$$

$$W_{ab}(tot)=\vec{R}.\vec{d}$$

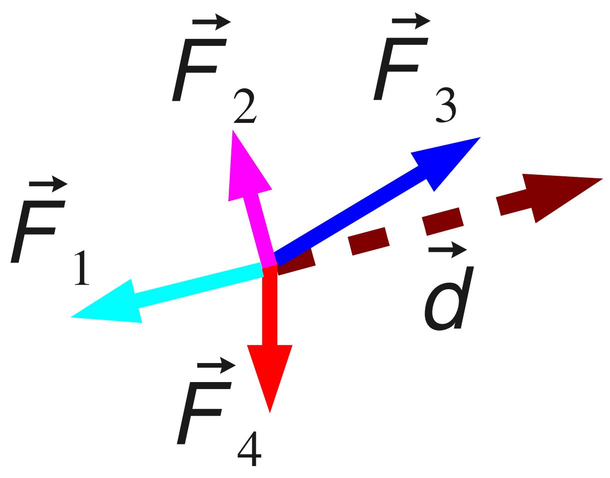
Se $\vec{v}=\text{const.}$:

$$\vec{R}=\vec{F}+\vec{F}_a+\vec{P}+\vec{N}=0\Rightarrow W_{ab}(tot)=0$$



Trabalho total de n forças
(constantes, em deslocamento retilíneo)

$$W_{tot} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \cdot \vec{d} = \vec{R} \cdot \vec{d}$$



Energia
Energia cinética

- **Energia: “capacidade de produzir trabalho”**

- **Energia cinética: “energia devida ao movimento”**

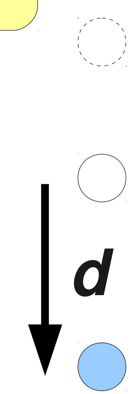
$$K=\frac{1}{2}m\,v^2$$

Unidade (SI): Kg m²/s² =1 Nm = 1 J

- **Teorema trabalho - energia cinética**

1 – força (R) constante - aceleração constante

2 – MUA – Torricelli. Exemplo 1D, queda livre;

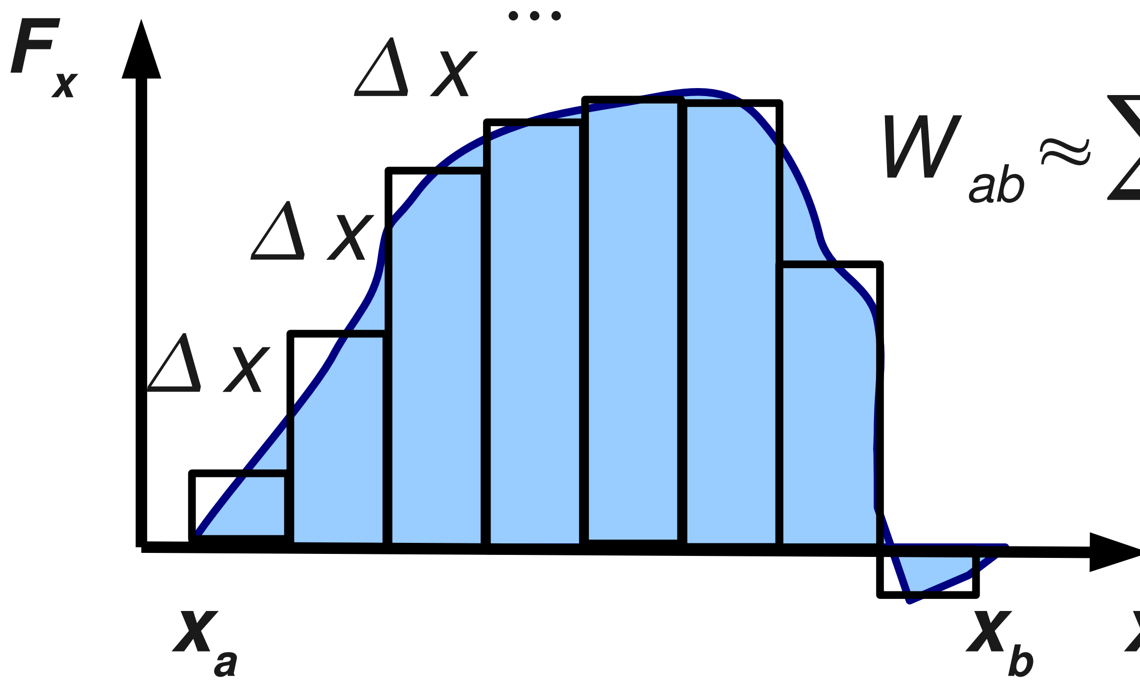


$$F=P$$

$$a=g$$

$$v^2=v_0^2+2\frac{F}{m}d\Rightarrow\frac{1}{2}m\,v^2-\frac{1}{2}m\,v_0^2=F\,d\Rightarrow\Delta K=W$$

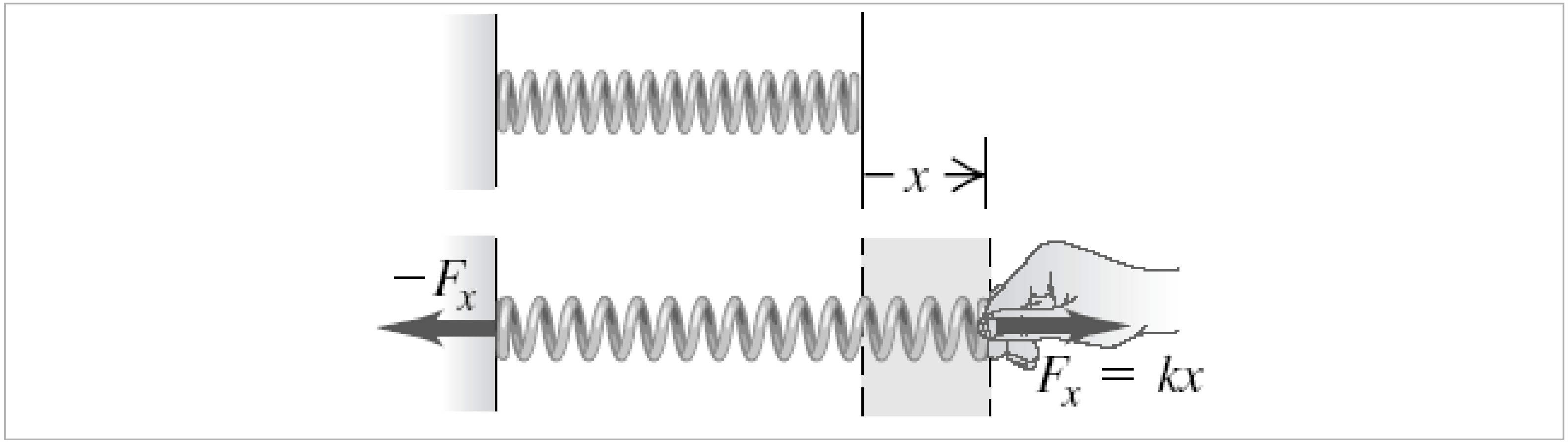
Trabalho de uma força variável (mov. 1D: x)



$$W_{ab} \approx \sum F_x(x)\,\Delta x$$

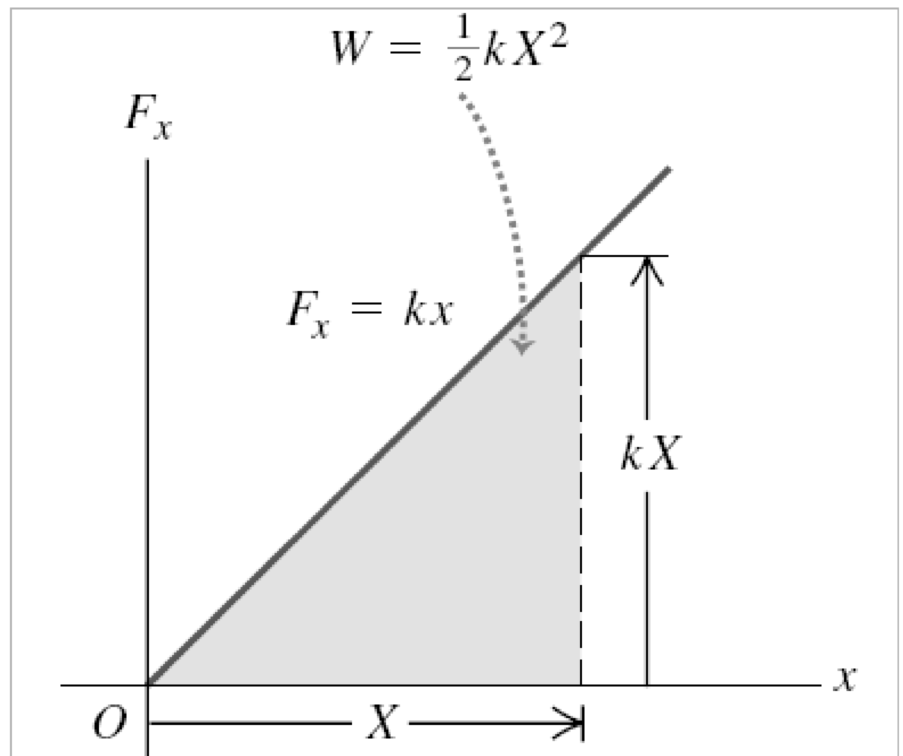
$$\lim \Delta x \to 0 \qquad W_{ab} = \int_{x_a}^{x_b} F_x(x)\,dx$$

Exemplo – força sobre uma mola



$$W_{ab} = \int_{x_a}^{x_b} F_x(x)\,dx$$

$$x_a = 0, x_b = X$$



Exemplo – força sobre uma mola

$$W_{12} = \int_{x_1}^{x_2} F_x(x)\, dx$$

$$W_{12} = \int_{x_1}^{x_2} kx\, dx = \frac{1}{2} k [x^2]_{x_1}^{x_2}$$

$$W_{12} = \frac{1}{2} k x_2^2 - \frac{1}{2} k x_1^2$$

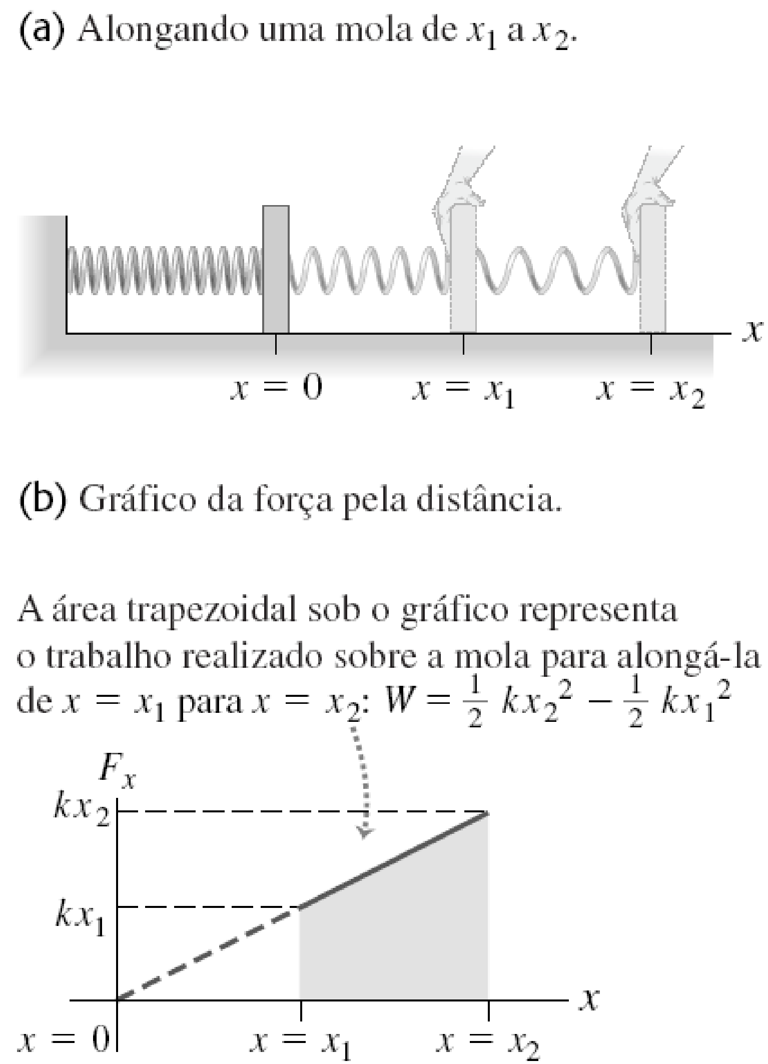
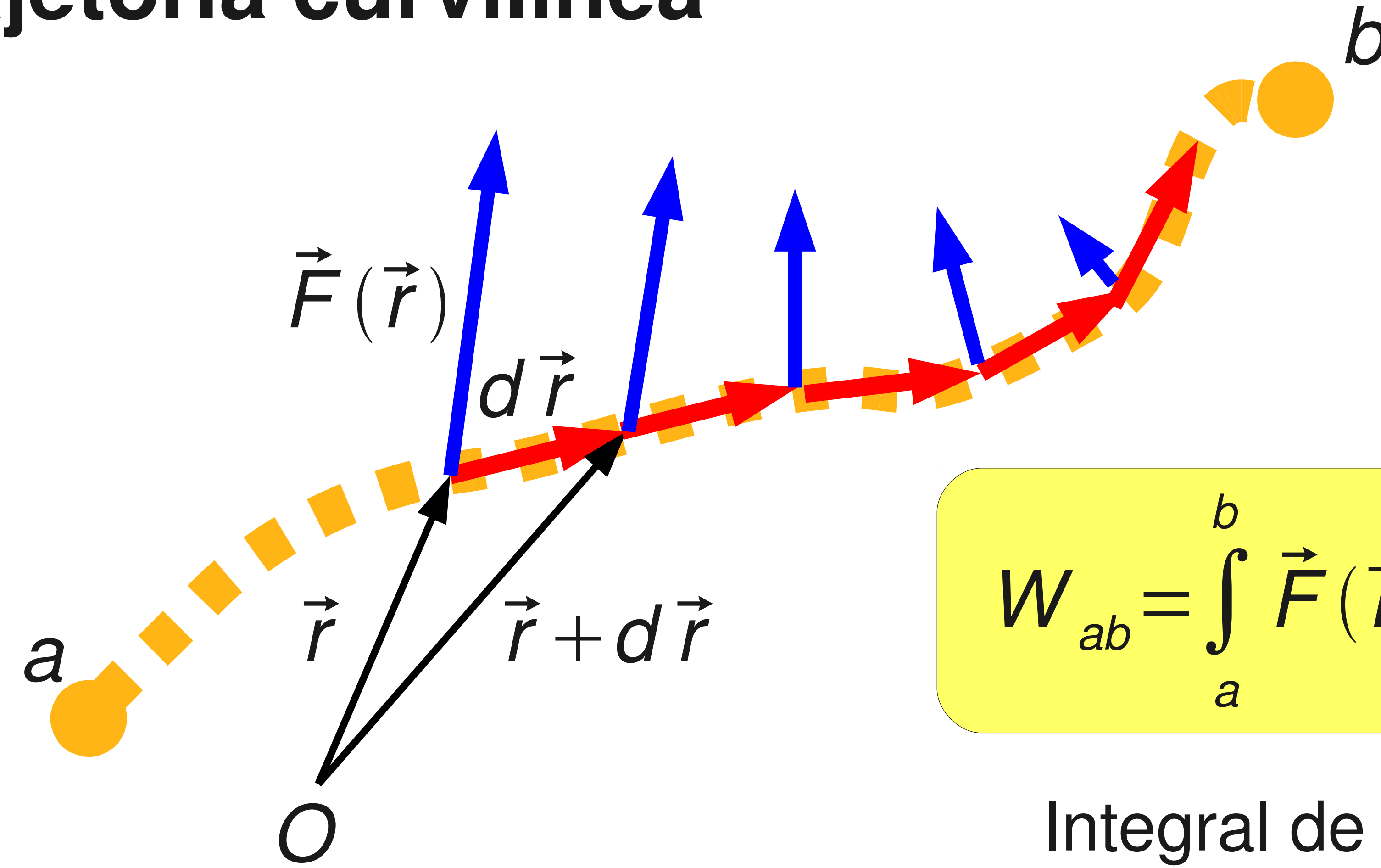


Figura 6.20 Cálculo do trabalho realizado para esticar uma mola de uma extensão a outra maior.

Trabalho de força variável ao longo de uma trajetória curvilínea



$$W_{ab}=\int_a^b \vec{F}(\vec{r}).d\vec{r}$$

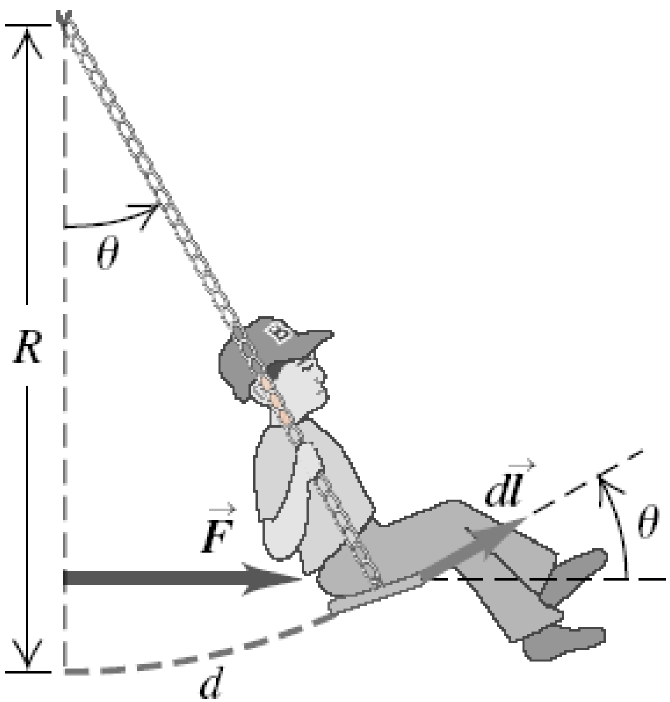
Integral de linha

$$Obs: d\vec{r}=d\vec{l}$$

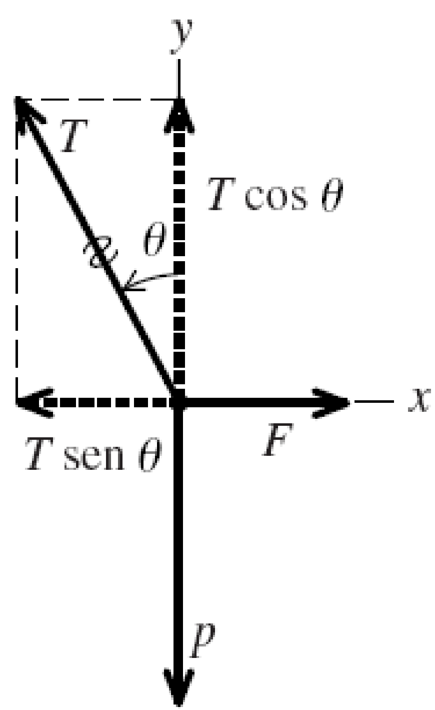
$$d\vec{r}=dx\,\hat{x}+dy\,\hat{y}+dz\,\hat{z}$$

Trabalho de força variável ao longo de uma trajetória curvilínea – Exemplo: trabalho de F

(a)



(b) Diagrama do corpo livre para João (desprezando-se o peso das correntes



$$W_{ab} = \int_a^b \vec{F}(\vec{r}) . d\vec{r}$$

$$d\vec{r} = dx\,\hat{x} + dy\,\hat{y}$$

$$\vec{F} = F(x)\,\hat{x}$$

$$\vec{F}(\vec{r}) . d\vec{r} = F\,dx$$

$$W_{ab} = \int_a^b F(x)\,dx$$

Para *F* constante: $F(x) = F_0 \Rightarrow \; W_{ab} = F_0 \Delta x = F_0 (x_b - x_a)$

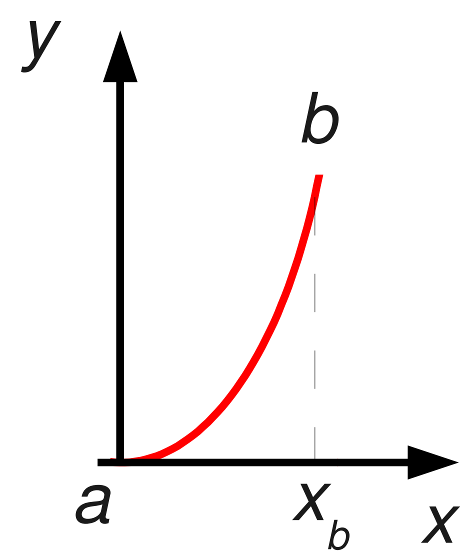
Outro exemplo

(força dependente da posição e trajetória curvilínea plana):

$$\vec{F}(x,y) = k_x x^2 \hat{x} + k_y y \hat{y}$$

Trajetória: $y = A x^2$

OBS.: k_x; k_y; e A constantes



Determinar o trabalho da força do ponto ***a*** até o ponto ***b*** da trajetória

$$W_{ab} = \int_a^b \vec{F}(\vec{r}) . d\vec{r}$$

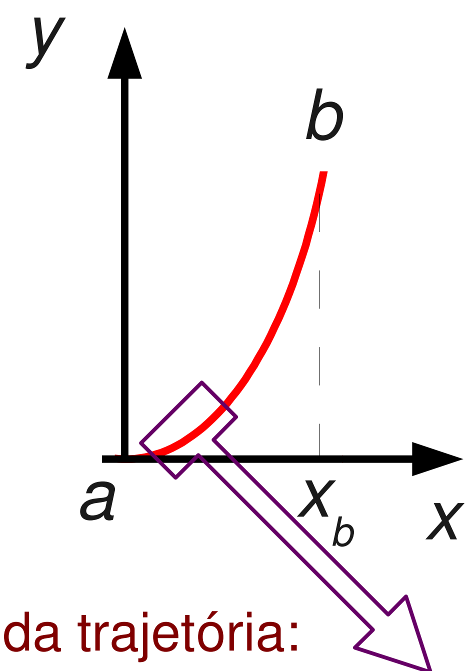
(Fórmula geral)

Continuando...

$$\vec{F}(x,y)=k_x x^2\hat{x}+k_y y\hat{y}$$

Trajetória: $y=Ax^2$

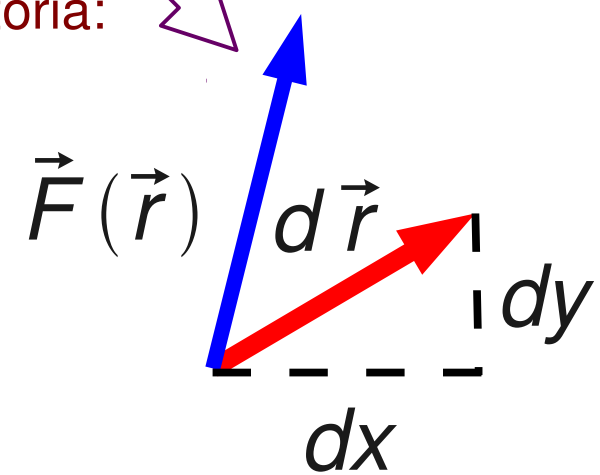
OBS.: k_x; k_y; e A constantes



Derivada de $y(x)$:

$$\frac{dy}{dx}=2Ax$$

Ampliando um “pedacinho” da trajetória:



Para esta trajetória: $dy=2Ax\,dx$

$$d\vec{r}=dx\,\hat{x}+dy\,\hat{y}+dz\,\hat{z}$$ (Geral)

Para este caso, substituindo *dy* (e, sendo *dz*=0):

$$d\vec{r}=dx\,\hat{x}+2Ax\,dx\,\hat{y}$$

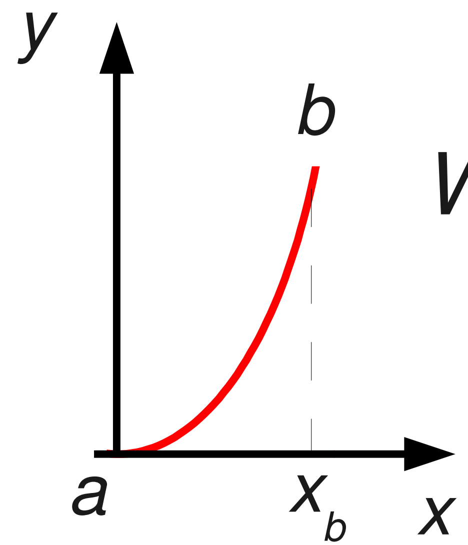
$$dW=\vec{F}(\vec{r}).d\vec{r}$$

Concluindo:

$$\vec{F}(x,y) = k_x x^2 \hat{x} + k_y y \hat{y}$$

Trajetória: $y = A x^2$

OBS.: k_x; k_y; e A constantes



$$W_{ab} = \int_a^b dW$$

$$dy = 2 A x\, dx$$

$$dW = \vec{F} . d\vec{r}$$

$$d\vec{r} = dx\, \hat{x} + 2 A x\, dx\, \hat{y}$$

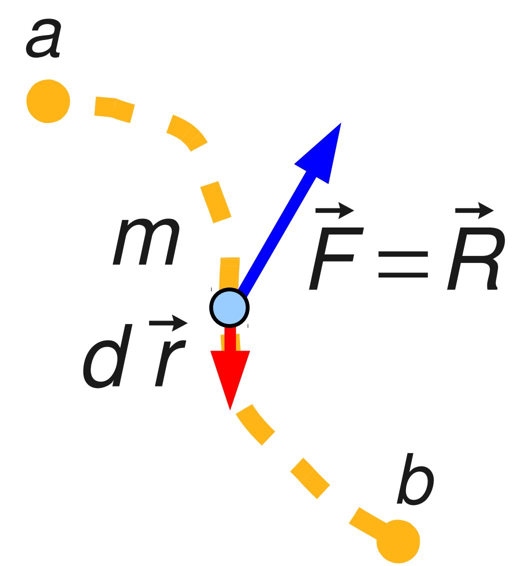
$$\vec{F} . d\vec{r} = k_x x^2 dx + k_y \underbrace{A x^2}_{y} 2 A x\, dx = (k_x x^2 + 2 A^2 k_y x^3) dx$$

$$W_{ab} = \left[k_x \frac{x^3}{3} + 2 A^2 k_y \frac{x^4}{4} \right]_a^b = k_x \frac{x_b^3}{3} + A^2 k_y \frac{x_b^4}{2} \quad (x_a = 0)$$

Teorema trabalho energia – caso geral

$$W_{ab} = \Delta K_{ab}$$

Trabalho da força **resultante** = variação da energia cinética de 1 partícula (sem energia interna)



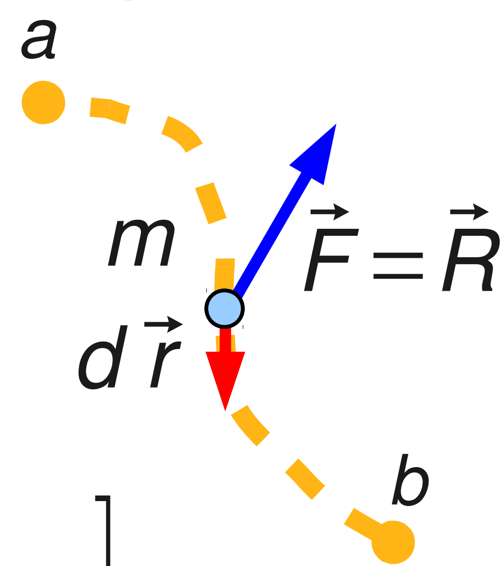
$$\vec{F} = \vec{R} \qquad W_{ab} = \int_a^b \vec{F}(\vec{r}) . d\vec{r}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad d\vec{r} = \vec{v}\,dt$$

$$W_{ab} = \int_a^b \vec{F}(\vec{r}) . \vec{v}\,dt = m \int_a^b \vec{a} . \vec{v}\,dt \qquad (\vec{F} = m\vec{a})$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad W_{ab} = m \int_a^b \frac{d\vec{v}}{dt} . \vec{v}\,dt = m \int_a^b \vec{v} . d\vec{v}$$

Teorema trabalho energia – caso geral



$$W_{ab}=m\int_a^b \vec{v}\,.\,d\vec{v}$$

$$\vec{v}\,.\,d\vec{v}=v_x\,d v_x+v_y\,d v_y+v_z\,d v_z$$

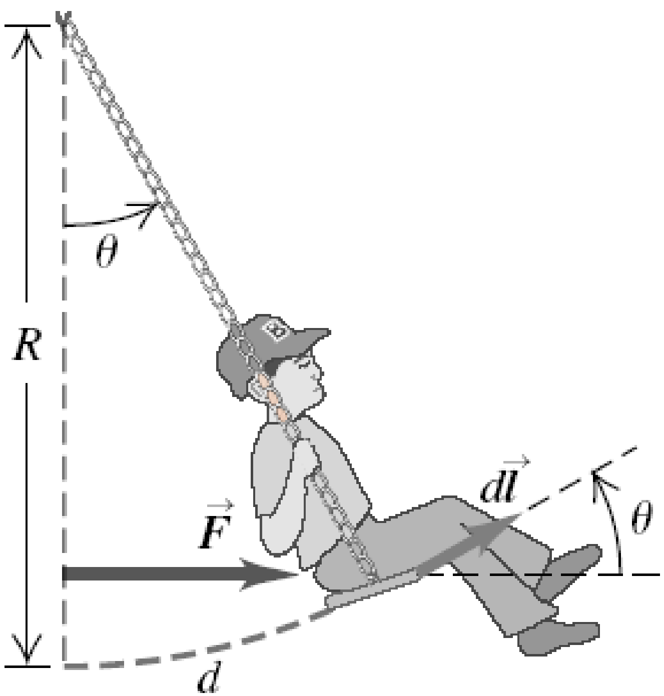
$$W_{ab}=m\left[\int_a^b v_x\,d v_x+\int_a^b v_y\,d v_y+\int_a^b v_z\,d v_z\right]$$

$$W_{ab}=m\left[\frac{v_x^2}{2}+\frac{v_y^2}{2}+\frac{v_z^2}{2}\right]_a^b=\frac{1}{2}m\left[v^2\right]_a^b=\frac{1}{2}m v_b^2-\frac{1}{2}m v_a^2$$

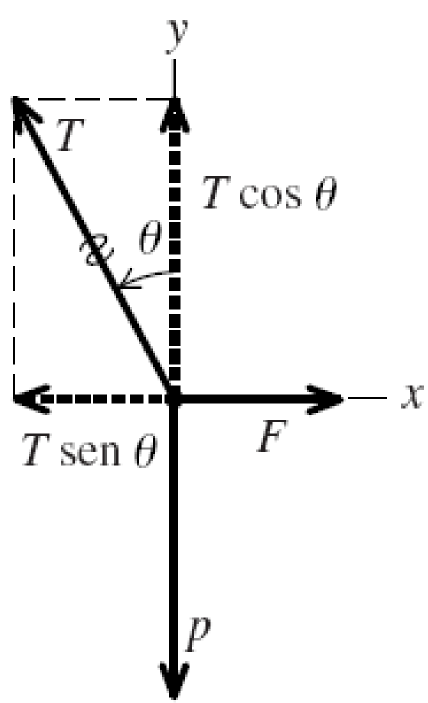
$$W_{ab}=K_b-K_a=\Delta K_{ab}$$

Trabalho de força variável ao longo de uma trajetória curvilínea: T.E.C.

(a)



(b) Diagrama do corpo livre para João (desprezando-se o peso das correntes



Ex.: *P* e *F* constantes:

$$W_{ab} = W_F + W_P + W_T$$

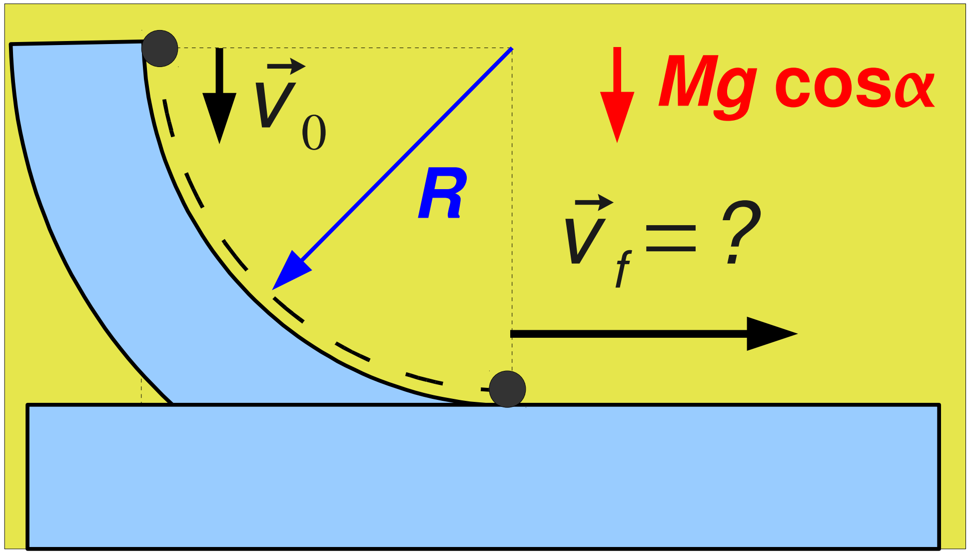
$$W_F = F_0 \Delta x$$

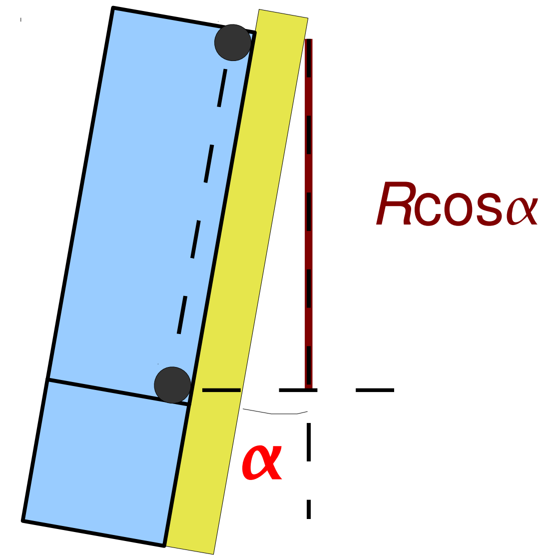
$$W_P = -mg \Delta y$$

$$W_T = 0$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m v_b^2 - \frac{1}{2} m v_a^2 = F_0 \Delta x - mg \Delta y$$

Outros exemplos





a) Sem atrito

b) Atrito somente com a superfície plana do fundo

Contra exemplos (T.E.C. Não se aplica) – sistemas com estrutura interna

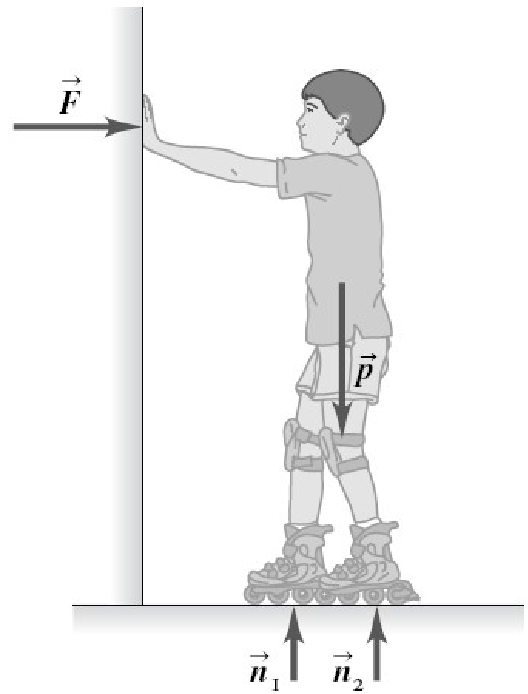
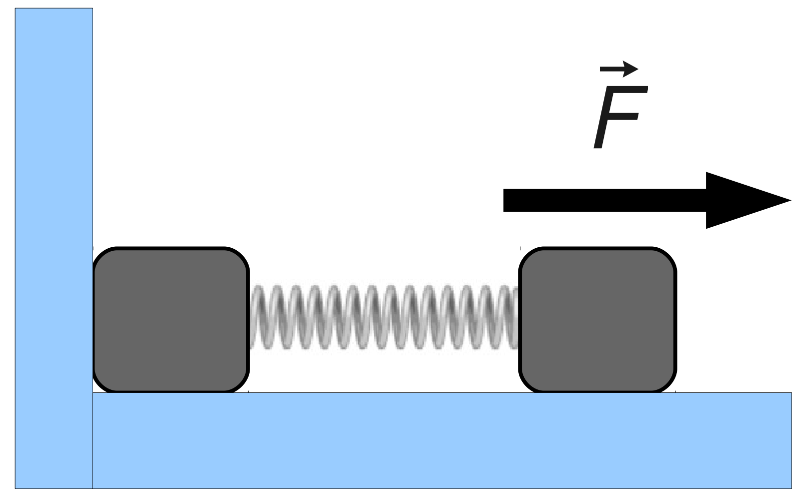


Figura 6.15 Forças externas atuando sobre um patinador que empurra uma parede. O trabalho realizado por essas forças é igual a zero, mas, apesar disso, sua energia cinética variou.



1) Existência de movimento relativo entre as partes do sistema
2) Variação da energia interna envolvida no processo

Potência

$$P_m = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$ Potência média

$$P = \frac{dW}{dt}$$ Potência instantânea

Unidade (SI): Watt (W) = 1 J/s

$$\Delta W = \vec{F} \, . \, \Delta \vec{r} \qquad \frac{\Delta W}{\Delta t} = \vec{F} \, . \, \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \vec{F} \, . \, \vec{v}_m$$

$$\Delta t \rightarrow 0 \qquad \frac{dW}{dt} = \vec{F} \, . \, \vec{v}$$

Exemplo

Potência instantânea para manter aceleração constante (1D)

$$v = v_0 + \frac{F}{m} t \qquad P = Fv = Fv_0 + \frac{F^2}{m} t$$