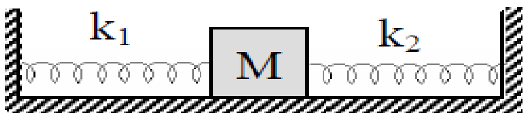
Nome:____N. USP:________________

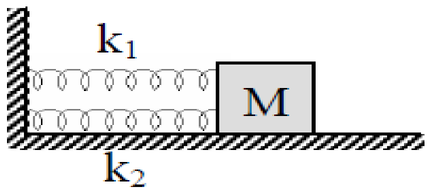
Física II: Prova II

- *Todas as respostas devem estar a tinta e em termos dos dados do problema.*

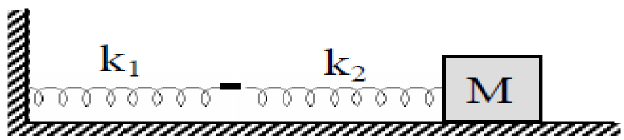
1) Deduza explicitamente a frequência natural de oscilação dos seguintes sistemas massa-mola:



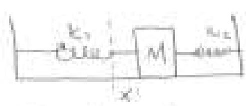
a) **(1 ponto)**



b) **(0.5 pontos)**



c) **(1 ponto)**

a) 

$F_T = -k_1 x - k_2 x$

$M \frac{d^2x}{dt^2} = -(k_1+k_2)x$

$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{(k_1+k_2)}{M} x$

logo $\omega = \sqrt{\frac{k_1+k_2}{M}}$

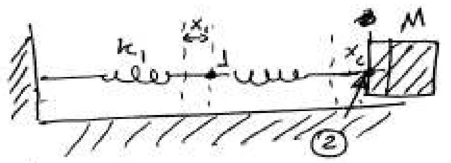
b) 

$F_T = -k_1 x - k_2 x$

como é igual ao item a

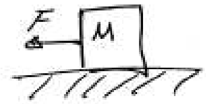
$\omega = \sqrt{\frac{k_1+k_2}{M}}$

b)



A mola 1 esta distendida de x_1. A mola 2 esta distendida de x_2.

A força que atua na ponta de cada mola é F. Esta força tb atua no corpo de massa $\underline{\underline{M}}$



O deslocamento do corpo será X, e é dado por:

$$X = x_1 + x_2$$

mas $F = -k x_1 = -k x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{k_1}{k_2} x_1$

$$-K_{ef} \cdot X = F$$

$$x_1 + x_2 = -F/k_{ef}$$

$$K_{ef} = \frac{-F}{x_1 + x_2} = -\frac{-k x_1}{x_1 + \frac{k_1}{k_2} x_1}$$

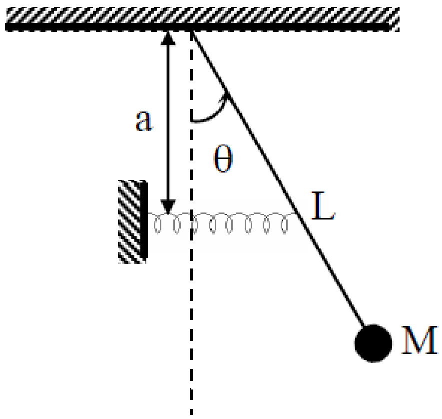
$$K_{ef} = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}} \Rightarrow \frac{1}{k_{ef}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{k_{ef}}{M}$$

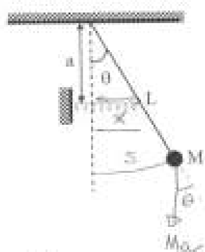
2) Considere o pêndulo acoplado mostrado na figura abaixo. A mola tem uma constate K.

a) Obtenha a equação de movimento usando a 2^0 Lei de Newton para este pêndulo. (**0.5 pontos)**

b) Calcule a sua frequência e período de oscilação. (**1 ponto)**

c) Qual deve ser o valor de K para que a frequência de oscilação seja o dobro do valor para o pêndulo sem a mola? (**1 ponto)**





$$M\frac{d^2S}{dt^2} = -Mg\,\text{sen}\,\theta - kx$$

$$\frac{x}{a} = \tan\theta$$

$$M\frac{d^2S}{dt^2} = -Mg\,\text{sen}\,\theta - Ka\tan\theta$$

Mas $S = L\theta$

$$ML\frac{d^2\theta}{dt^2} = -Mg\,\text{sen}\,\theta - Ka\tan\theta$$

aproximando $\text{sen}\,\theta = \tan\theta \simeq \theta$

$$ML\frac{d^2\theta}{dt^2} = -Mg\theta - ka\theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\left(\frac{g}{L} + \frac{ka}{ML}\right)\theta$$

b) Sabemos que $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega^2\theta$

logo $\omega^2 = \frac{g}{L} + \frac{ka}{ML}$

c) A frequência do pêndulo simples é $\omega_s^{\,2} = \frac{g}{L}$, assim no pêndulo acoplado é $4\omega_s^{\,2} = \omega^2$ e assim $K = \frac{3Mg}{a}$

3) Uma corda vibra de acordo com a equação $y(x,t) = 15\sin\left(\frac{\pi x}{4}\right)\cos(30\pi t)$, sendo x e y medidos em cm e t em segundos.

a) Qual é amplitude de deslocamento máximo de um elemento da corda na posição x = 2 cm? **(0.2 pontos)**
b) Qual é a velocidade de um elemento da corda na posição x = 2 cm no instante t = 1 s? **(0.5 pontos)**
c) Qual é a aceleração de um elemento da corda na posição x = 2 cm no instante t = 2 s? **(0.5 pontos)**
d) Qual é a velocidade de propagação desta onda? **(0.5 pontos)**
e) Se a densidade linear da corda é $\mu = \frac{1}{12} Kg/m$, qual é a tensão na corda? **(0.8 pontos)**

Resolução:

a) $y(x,t) = 15\sin\left(\frac{\pi 2}{4}\right)\cos(30\pi t) = 15\cos(30\pi t)$, logo a amplitude máxima em x=2 é 15 cm

b) Primeiro, tomamos a derivada temporal da equação de onda que é $y(x,t) = 15\sin\left(\frac{\pi x}{4}\right)(-30\pi)\sin(30\pi t)$. Para x=2 e t=1 temos $y(x,t) = 15\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)(-30\pi)\sin(30\pi) = 0$

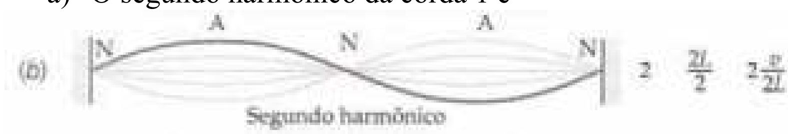
c) Para obter a aceleração, derivamos mais uma vez $y(x,t) = -15\sin\left(\frac{\pi x}{4}\right)(30\pi)^2\cos(30\pi t)$. Para x=4 e t=2 temos $y(x,t) = -15\sin\left(\frac{\pi 2}{4}\right)(30\pi)^2\cos(60\pi) = -15(30\pi)^2$

d) A velocidade de propagação é v=λf, onde $30\pi = 2\pi f \ assim \ f = 15Hz; e \ K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{4} \ e \ \lambda = 8cm$. Assim v=8x15=120 cm/s

e) Sabemos que $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ $\quad T = \mu V^2 = \frac{1}{12}\left(\frac{12}{10}\right)^2 = \frac{12}{100} = 0.12N$

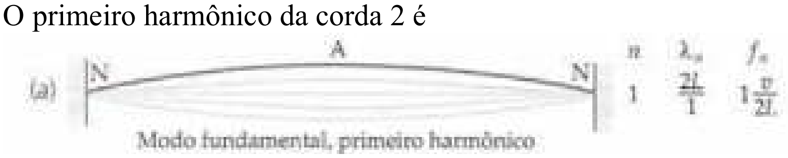
4) Duas cordas de mesmo comprimento **L** têm as extremidades fixas. As cordas têm a mesma densidade linear (μ), e o segundo harmônico da corda 1 tem a mesma frequência do primeiro harmônico da corda 2. Pede-se:
a) Desenhe a onda na corda 1. Qual o comprimento de onda na corda 1? **(0.5 pontos)**
b) Desenhe a onda na corda 2. Qual o comprimento de onda na corda 2? **(0.5 pontos)**
c) Qual a razão entre as tensões nas duas cordas? **(1.5 pontos)**

a) O segundo harmônico da corda 1 é



Ou seja a frequência é dada por $f = \frac{V_1}{L}$, (V_1 é a velocidade da onda), λ=L

b)
O primeiro harmônico da corda 2 é



Ou seja a frequência é dada por $f = \frac{V_2}{2L}$ (V_2 é a velocidade da onda), λ=2L

3) Como as frequências são iguais $\frac{V_1}{L} = \frac{V_2}{2L}$ $assim \quad T_2 = 4T_1$