

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO



**PTR - DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TRANSPORTES
LTG - LABORATÓRIO DE TOPOGRAFIA E GEODÉSIA**

PTR 2201 - Informações Espaciais I: Notas de Aula

**Jorge Pimentel Cintra
São Paulo, 2012**

ÍNDICE

		página
	Apresentação e agradecimentos	i
	Introdução	ii
Capítulo 1	Conceitos fundamentais	1
Capítulo 2	Escalas	17
Capítulo 3	Medição de distâncias	29
Capítulo 4	Medição de ângulos	43
Capítulo 5	Poligonais: cálculo de azimutes	59
Capítulo 6	Poligonais: cálculo de coordenadas	73
Capítulo 7	Desenho topográfico	81
Capítulo 8	Coleta de Dados e levantamento de pontos detalhe	91
Capítulo 9	Nivelamento	103
Capítulo 10	Representação do relevo	119
Capítulo 11	Avaliação de áreas	127
Capítulo 12	Avaliação de volumes	139
Capítulo 13	Locação topográfica	147
Capítulo 14	Estudos sobre a planta topográfica	157
Capítulo 15	Organização de levantamentos	181
Capítulo 16	Geometria, calculadora e micro	187
Capítulo 17	Medidas e erros	201
Capítulo 18	Exercícios de práticos	211
Capítulo 19	ANEXOS (Modelo de Planilhas)	221

Apresentação

* Esta apostila, baseada em anos de experiência, está organizada de acordo com o programa da cadeira **PTR 2201 - Informações Espaciais I** e da disciplina **PTR 101 – Topografia** para Arquitetos e visa facilitar o estudo dessa disciplina.

* Cada capítulo, correspondendo a uma aula, está dividido em três partes:

a) **um breve resumo da teoria** - que procura ir direto aos métodos mais utilizados, omitindo necessariamente muitos assuntos;

b) **exercícios resolvidos** - que partindo de situações reais, procuram ilustrar a teoria.

c) **exercícios propostos** - que visam o treino do aluno e o aprendizado efetivo. Alguns serão feitos em campo e em grupo; outros são para o estudo e revisão individual. Vários deles foram exercícios de prova de anos anteriores.

Agradecimentos

- . Ao Professor Edvaldo Simões da Fonseca Junior, pelo auxílio na revisão e sugestões desde a 6ª Edição.

Jorge Pimentel Cintra
São Paulo, fevereiro de 2012

17ª edição 2012 (pequenas modificações)

16ª edição 2011 (pequenas modificações)

15ª edição 2010 (pequenas modificações)

14ª edição 2009 (pequenas modificações)

13ª edição 2008 (pequenas modificações)

12ª edição 2007 (pequenas modificações)

11ª edição 2006 (pequenas modificações)

10ª edição 2005 (pequenas modificações)

9ª edição 2002 (com o nome: PTR 2201 – Informações Espaciais I: Notas de Aula e pequenas modificações)

8ª edição 1999 (modificações substanciais)

7ª edição 1997 (revisão)

6ª edição 1996 (modificações substanciais)

5ª edição: 1995 (revisão)

4ª edição: 1993 (revisão)

3ª edição: 1990 (revisão)

2ª edição: 1988 (revisão)

1ª edição: 1987 (com o nome Exercícios de Topografia)

INTRODUÇÃO

1. Evolução histórica

As disciplinas de Informações espaciais (I e II) ministradas na Escola Politécnica são uma evolução das disciplinas da área de Topografia e Cartografia, para acompanhar o desenvolvimento tecnológico, científico e da prática da engenharia e da arquitetura.

Quando se fala em Topografia e Cartografia pensa-se na representação da superfície da Terra com os elementos que a recobrem, visando determinados fins. Talvez essas disciplinas enfatizem mais, no nome, o aspecto descritivo e de representação, destacando fortemente o elemento posicional. Ao utilizar a expressão Informações espaciais pretende-se acentuar, não tanto onde, mas o conteúdo, a informação.

Parece-nos questão de ênfase, pois a Topografia e a Cartografia estão representando conteúdos e informações que permitem conhecer a superfície terrestre; ao mesmo tempo que a expressão Informação espacial não deixa de sublinhar o fato de que a informação se dá no espaço geográfico.

2. Objetivos da disciplina

As disciplinas dessa área comportam o ensino em diversos níveis e enfoques. Entre os profissionais encontram-se perfis variados: técnico em agrimensura, agrimensor, engenheiro agrimensor, engenheiro cartográfico e outros. O enfoque pode ser extremamente prático visando a construção de plantas, ou teórico, como o doutorado em alguma das ciências correlatas.

No que diz respeito ao engenheiro civil, engenheiro de minas, geólogo e arquiteto, parecem-nos que a visão deve ser a de uma ciência ou técnica auxiliar, um meio que permite desenvolver bem seus projetos e planejamentos específicos e com esse fim foi elaborado o presente texto.

Não se pode pretender para esses profissionais a habilidade de um técnico que opera com facilidade os instrumentos de campo e realiza cálculos e desenhos com extrema habilidade. Nem se pede o conhecimento teórico próprio de um pós-graduado em ciências geodésicas.

Deve esse profissional, no entanto, ter um conhecimento sólido dos processos envolvidos na produção de plantas e cartas, em todas as suas etapas; bem como saber como se utiliza esse material para projeto e planejamento (aplicação). Disso resultou o conteúdo do presente texto, como se pode ver no índice.

A teoria é mesclada com a prática, existindo muitos exercícios de campo que possuem a característica de aulas de laboratório: aprender a teoria relacionando-a com sua aplicação. O uso dos equipamentos e a elaboração de cálculos permitem uma familiaridade mínima para depois poder especificar e contratar esses levantamentos, proporcionando também elementos para o diálogo com os profissionais contratados e com uma sensibilidade para o que se pode exigir ou não em termos de precisão.

Um exercício de férias, projeto final, denominado levantamento planimétrico semi-cadastral, constitui o fecho da disciplina, sendo um levantamento de tipo profissional em que se conjugam todos os conceitos aprendidos, com a habilidade de trabalhar em equipe.

3. Exemplos de Aplicação

- Planejamento de Grandes projetos de obras de engenharia civil: barragens, estradas, ferrovias, gasodutos, drenagem, túneis, canais, transposição de bacias, linhas de transmissão de energia, alcance de antenas de transmissão.
- Planejamento e projeto de obras de engenharia e arquitetura: loteamentos rurais e urbanos; edifícios públicos; prédios residenciais.
- Planejamento e projeto de minas a céu aberto e subterrâneas, recuperação de áreas degradadas, estudos de impacto ambiental.
- Planejamento e projeto no meio agrícola, manejo florestal, reflorestamento.

4. Motivação e metodologia

- A disciplina é *básica para a formação profissional* e para o a compreensão de outras disciplinas: Informações espaciais II (GPS e Cartografia), Geoprocessamento, Vias de Transportes, Planejamento de grandes obras e Impacto ambiental.
- No entanto, a disciplina justifica-se também por si mesma, pelos conhecimentos que transmite e principalmente pelas *habilidades e competências que desenvolve*: equacionamento e aplicação da geometria a problemas da engenharia; desenvolvimento da capacidade de leitura de plantas e visualização tridimensional do relevo; sensibilidade para a mensuração e para a precisão que se pode obter em campo pela metodologia e equipamentos disponíveis; etapas e organização de um processo de engenharia (levantamento planialtimétrico cadastral); a função do engenheiro no processo; trabalho em equipe.
- A estrutura didática atual prevê a formação de *equipes*, a realização de exercícios em classe e principalmente em campo, simulando a prática profissional da Topografia. Os exercícios visam a *reforçar o entendimento e a aplicação dos conceitos*.
- Esses argumentos para aumentar o interesse para a disciplina de nada adiantam se não houver uma *motivação e consciência pessoal* da importância de aprender os conceitos e desenvolver as habilidades e competências que se procuram transmitir. Sem isso, todas as disciplinas tornam-se chatas, obstáculo numa corrida em busca de um diploma e algo do qual se livrar a qualquer custo e com o mínimo esforço. É o momento de refletir o que se quer da Escola.

Capítulo 1

CONCEITOS FUNDAMENTAIS

A - RESUMO DA TEORIA

1.1. Informações Espaciais e Topografia

Como apontado na Introdução a disciplina de Informações Espaciais I corresponde basicamente a uma evolução da Topografia, enfatizando o conteúdo ou informação de um mapa ou planta.

Existem muitas definições de Topografia. Para nossos propósitos podemos adotar a seguinte: "É a ciência aplicada que estuda os métodos de representar um terreno (uma parte da superfície da Terra) para fins de projeto".

Concretiza-se portanto em mapas ou plantas em escala adequada à finalidade, em que se representam os detalhes necessários: relevo, hidrografia, vegetação, benfeitorias, redes viárias, etc..., que são a base para a imensa maioria das obras de engenharia civil, como: edificações, estradas, barragens, ferrovias e tantas outras.

1.2. Ciências afins

Relacionadas com a topografia encontram-se uma série de outras disciplinas das quais destacamos:

a) **Geodésia** - é a ciência que estuda, entre outras coisas, a forma e as dimensões da Terra, o posicionamento de pontos com precisão e seu campo gravitacional. Entre suas aplicações está o estabelecimento de redes de vértices com coordenadas conhecidas e precisas, o que permite introduzir sistemas de coordenadas para projetos de engenharia de grandes dimensões e possibilita a representação da Terra através de projeções cartográficas.

A Topografia, com base nessas redes, consegue estabelecer um sistema de coordenadas representar com precisão os acidentes geográficos, a cobertura vegetal e as construções (rodovias, túneis, aquedutos, linhas de transmissão de energia, ...).

b) **Cartografia** - é a arte e a técnica de representação da superfície terrestre com seus acidentes, distinguindo-se da topografia pelo fato de não visar diretamente o projeto e de representar áreas em escalas menores (a partir de 1:50.000), utilizando projeções cartográficas (Mercator, Lambert e outros) e usando cores, coisa que raramente ocorre na topografia;

c) **Aerofotogrametria** - é a técnica de produção de mapas a partir de fotografias aéreas utilizando-se do princípio estereoscópico para produzir um modelo tridimensional do terreno e poder desenhar as curvas de nível.

Trabalha em conjunto com a topografia convencional e com a geodésia para as fases de apoio de campo, e necessita das técnicas de projeções cartográficas.

Permite a produção de mapas em larga escala visando levantamentos sistemáticos ou em regiões de interesse ou projeto específico (regiões metropolitanas ou zona urbana);

d) **Sensoriamento Remoto** - é a técnica que, através de sensores a bordo de satélites artificiais, permite a obtenção de imagens digitais da superfície terrestre com o emprego de diversas faixas do espectro eletromagnético (visível, infravermelho, radar, etc...). Existem imagens mais adequadas para aplicações específicas: meteorologia, poluição de rios e mares, agricultura, cartografia temática e outras.

Uma característica importante é a dimensão do pixel (1, 5, 10, 20, 30,...) que determina a precisão geométrica e o poder de identificação de elementos sobre a superfície da Terra.

Por sua repetibilidade (passagens consecutivas do satélite sobre o mesmo ponto) permite o monitoramento das variáveis de interesse (plantação, correntes oceânicas, etc...) a um custo relativamente baixo;

e) **Geoprocessamento** - é a ciência e tecnologia de processamento de dados geográficos. Inclui a coleta, o tratamento e a apresentação de dados espaciais visando a análise e a solução de problemas e situações. Inclui o estudo de sistemas, programas computacionais e equipamentos para isso.

f) **GPS** - o sistema G.P.S. (Global Positioning System) e mais genericamente GNSS(Global Navigation Satellite Systems) permite a obtenção das coordenadas geocêntricas dos pontos onde os receptores são instalados. A partir dessas obtém-se coordenadas geodésicas (latitude, longitude e altitude), coordenadas UTM (N,E) referidas a um dado elipsóide e outras.

Em resumo, é um sistema posicionador que fornece coordenadas de pontos, a partir das quais se calculam outras grandezas: distância, azimute, velocidade, aceleração, com grande impacto e inúmeras aplicações em topografia, geodésia, cartografia, navegação, controle de frotas, etc...

1.3. Forma e dimensões da Terra

A superfície da Terra é bastante complexa para admitir um modelo geométrico ou físico perfeito. Utilizam-se aproximações mais ou menos adequadas e simplificadas, em função das necessidades em termos de precisão e deformações aceitáveis.

1.3.1 A Terra como um geóide

O superfície do geóide é uma referência física fundamental que reflete a distribuição de massas no interior da terra. Costuma-se assimilá-la a uma superfície equipotencial materializada pelo nível médio dos mares não perturbado prolongado através dos continentes. Essa superfície equipotencial tem uma forma irregular em função das variações locais da distribuição de massas.

1.3.2 A Terra como um elipsóide de revolução

Este modelo da Terra consiste em aproximá-la através de uma superfície de revolução que se obtém girando uma elipse em torno do eixo dos pólos, (figura 1.1).

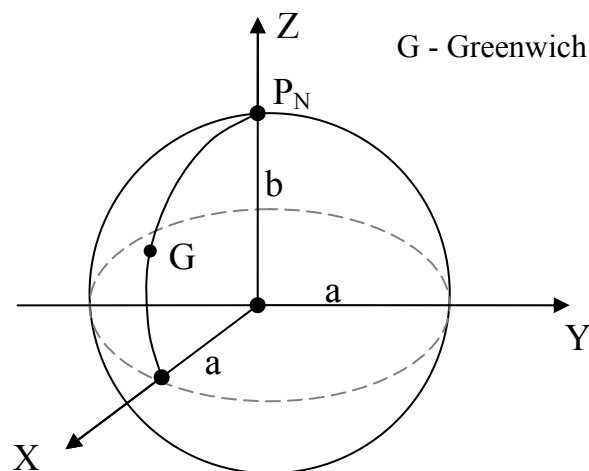


Figura 1.1 - A Terra como elipsóide

É uma figura matemática que pode ser definida pelo semi-eixo maior a e pelo achatamento α . Pode-se calcular o semi-eixo menor b através da relação que define α :

$$\alpha = \frac{a - b}{a}$$

onde:

- α - achatamento;
- a - semi-eixo maior;
- b - semi-eixo menor.

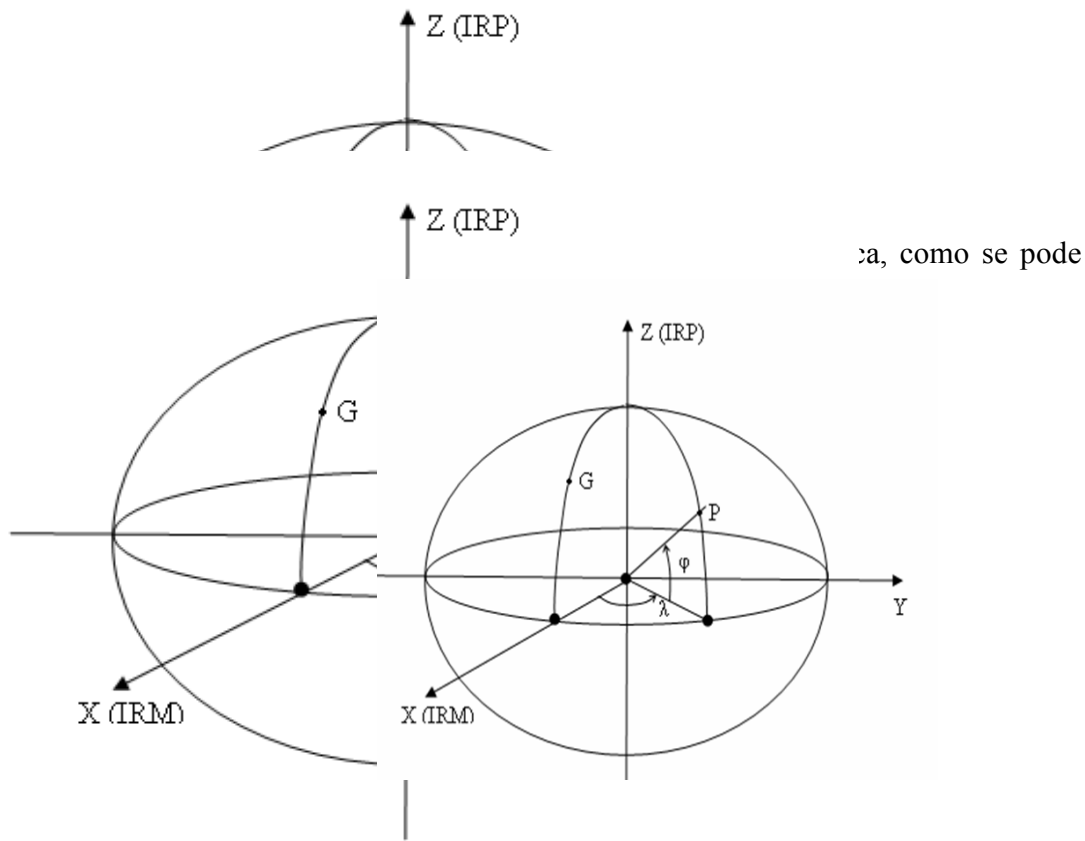
Houve diversos modelos de elipsóide, em função do melhor conhecimento da forma da terra. Os principais deles com algum uso no Brasil são:

Denominação usual	a (m)	α
Córrego Alegre	6.378.288	1/197
SAD-69	6.378.160	1/298,25
WGS-84	6.378.137	1/298,257 223
SIRGAS 2000	6.378.137	1/298,257 222

A definição do sistema geodésico de referência acompanha, em cada fase da história, o estado da arte dos métodos e técnicas então disponíveis. Com o advento dos sistemas globais de navegação (i.e. posicionamento) por satélites (GNSS – *Global Navigation Satellite Systems*), tornou-se mandatória a adoção de um novo sistema de referência, geocêntrico, compatível com a precisão dos métodos de posicionamento correspondentes e também com os sistemas adotados no restante do globo terrestre.

Com esta finalidade, em dezembro de 2005 o IBGE estabeleceu como novo sistema de referência geodésico para o SGB (Sistema Geodésico Brasileiro) e para o Sistema Cartográfico Nacional (SCN) o Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS), em sua realização do ano de 2000 (SIRGAS2000). Para o SGB, o SIRGAS2000 poderá ser utilizado em concomitância com o sistema SAD 69. Para o Sistema Cartográfico Nacional (SCN), o SIRGAS2000 também poderá ser utilizado em concomitância com os sistemas SAD 69 e Córrego Alegre. A coexistência entre estes sistemas tem por finalidade oferecer à sociedade um período de transição antes da adoção do SIRGAS2000 em caráter exclusivo. Neste período de transição os usuários deverão adequar e ajustar suas bases de dados, métodos e procedimentos ao novo sistema.

Antes disso o elipsóide oficial era o que estava associado ao sistema SAD-69 (South American Datum of 1969) embora ainda hoje, existam muitos mapas referidos ao elipsóide internacional conhecido entre nós pelo nome do vértice fundamental (Córrego alegre). Com o advento do Sistema de Posicionamento Global (GPS), o elipsóide associado ao World Geodetic System de 1984 (WGS-84) tem sido muito utilizado embora, não seja oficial.



Como referência para a localização de pontos sobre a superfície adotam-se as coordenadas geográficas latitude (φ) e longitude (λ). A primeira é medida sobre o meridiano do ponto (P) a partir do Equador, sendo positiva para o Norte e negativa para o Sul. A segunda é medida sobre o Equador, a partir do meridiano de referência Greenwich (G), positiva para Leste e negativa no sentido contrário.

Pensando num elipsóide, haveria em cada ponto P dois raios de curvatura, um ao longo do meridiano (M) e outro na direção perpendicular (N) e um raio médio que se obtém pela média geométrica $R = \sqrt{M \cdot N}$.

Para a Terra esférica, pode-se adotar como boa aproximação o raio médio: $R = 6.371.000$ m.

1.3.4 A Terra plana

A aproximação plana é uma simplificação válida, dentro de certos limites, e que facilita todos os cálculos. Na topografia considera-se essa hipótese, sempre que possível.

Dentro dessa hipótese define-se o *campo da topografia* como sendo o limite convencional de 25 a 30 km, em que o efeito da curvatura da Terra está dentro de valores aceitáveis. Dentro dessa região considera-se a superfície da terra referida a um plano horizontal: o *plano topográfico* situado na cota média da região.

Como elementos de referência toma-se:

a) a vertical do lugar (fio de prumo), medindo-se os ângulos verticais a partir do zênite;

b) plano meridiano, determinado pela *linha norte-sul*, medindo-se os ângulos horizontais (azimutes) a partir do norte (N), no sentido horário, conforme a figura 1.3.

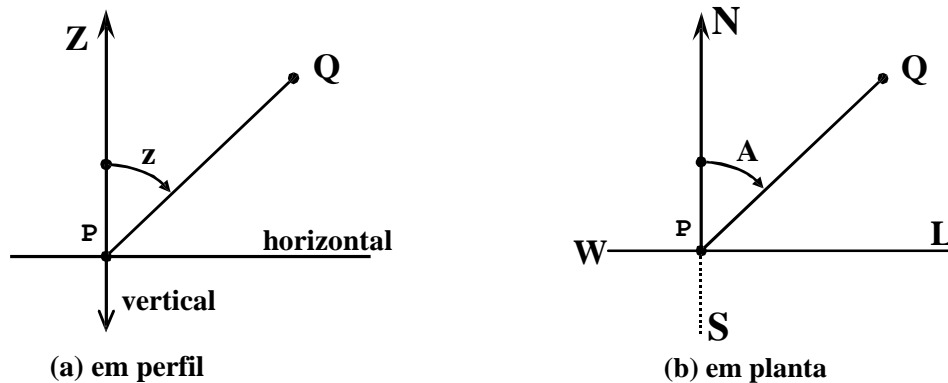


Figura 1.3 - Referência para medição de ângulos

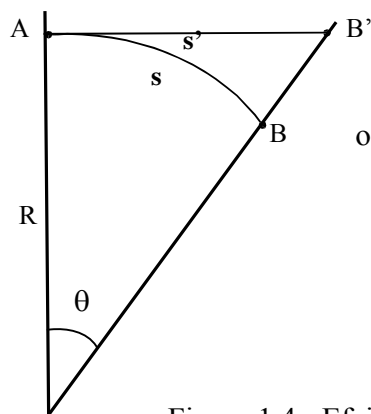
(a) ângulos verticais ou zenitais

(b) ângulos horizontais ou azimutais

1.4. Consequências de considerar a terra plana

Calculam-se esses efeitos comparando, em cada caso, a diferença entre os valores que se obtém ao supor a Terra plana com o padrão, mais preciso, de supor a Terra esférica.

1.4.1 Efeito da curvatura na distância



onde:

R - raio da terra;

s - valor da distância medida sobre a terra;

s' - projeção de s no plano topográfico.

$\theta = s / R = \text{ângulo central}$

Figura 1.4 - Efeito da curvatura na distância

O efeito Δs corresponde à diferença entre: s' (projeção de AB no plano topográfico) e s (arco AB medido sobre a superfície);

$$\Delta s = s' - s = R \cdot (\operatorname{tg}\theta - \theta)$$

A $\operatorname{tg}\theta$ pode ser desenvolvida em série, ou seja $\operatorname{tg}\theta = \theta + \frac{\theta^3}{3} + \frac{2 \cdot \theta^5}{15} + \dots$

Desprezando os termos com potências superiores a 3 e substituindo $\operatorname{tg}\theta$ na expressão anterior e lembrando que $\theta = s / R$ pode-se calcular:

a) erro absoluto $\Delta s = \frac{s^3}{3 \cdot R^2}$ (01)

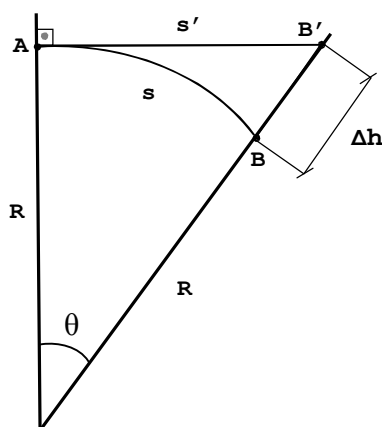
b) erro relativo $\frac{\Delta s}{s} = \frac{s^2}{3 \cdot R^2}$ (02)

Abaixo, indicam-se alguns valores numéricos aproximados, de acordo com as fórmulas anteriores.

s	Δs	$\Delta s/s$
1 km	0,008 mm	1:120.000.000
10 km	8,2 mm	1:1.200.000
25 km*	12,8 cm	1:200.000
50 km	1,03 m	1:50.000

(*) limite do plano topográfico em planimetria.

1.4.2 Efeito da curvatura na altimetria (diferença de cotas)



onde:

R , s e s' - tem o mesmo significado da figura anterior;

Δh - diferença de nível entre B (mesma cota de A) e B' , projeção de B no plano topográfico.

Figura 1.5 - Efeito da curvatura na altitude

Uma visada horizontal em A determinaria que o ponto de mesma cota no modelo da Terra plana é B' enquanto que na Terra esférica o ponto é B.

A diferença Δh pode ser calculada tendo em conta que:

$$\cos\theta = \frac{R}{R + \Delta h} \text{ ou, transformando: } \Delta h = R \cdot \left(\frac{1}{\cos\theta} - 1 \right)$$

{Aplicando o desenvolvimento em série tem-se: $\frac{1}{\cos\theta} = 1 + \frac{\theta^2}{2} - \dots$

Substituindo na fórmula anterior e lembrando que $\theta = s/R$ vem:

$$\Delta h = \frac{R \cdot \theta^2}{2} \Rightarrow \Delta h = \frac{s^2}{2 \cdot R} \quad (03)$$

Para ganhar sensibilidade para a fórmula acima, segue uma tabela que apresenta os valores Δh para alguns de s , típicos.

s	Δh
10 km	7,8 m
1 km	78 mm
500 m	20 mm
100 m*	0,8 mm

(*) limite do plano topográfico em altimetria

Esses valores mostram que o problema é muito mais crítico em altimetria do que em planimetria. O valor limite pode situar-se entre 50 e 500 m, em função da aplicação. Em regiões maiores deve-se considerar o efeito da curvatura ou tomar precauções para cancelá-lo. Por exemplo, no nivelamento geométrico, adotam-se distâncias iguais, a ré e a vante, para anular esse efeito.

1.4.3 Efeito da curvatura nos ângulos

Em um triângulo esférico a soma dos três ângulos vale $A + B + C = 180^\circ + \varepsilon$,

sendo ε o excesso esférico, que se calcula pela fórmula: $\varepsilon = \frac{S}{R^2}$ (04)

onde:

S - área do triângulo plano;

R - raio da terra (6.371 Km);

ε - excesso esférico em radianos.

Para se ter uma idéia da magnitude desse efeito, são apresentados a seguir dois exemplos:

a) Dado um triângulo com $S = 10 \text{ km}^2$, calcular o excesso esférico.

$$\varepsilon = \frac{10}{(6371)^2} \cdot \frac{180 \cdot 60 \cdot 60}{3,1415} = 0,05''$$

b) Dado um triângulo com $\varepsilon = 1''$, calcular sua área e a ordem de grandeza dos lados

Resposta : $S = 196,7 \text{ km}^2$ e lados da ordem de 20 km

Ou seja, o efeito não é muito crítico em topografia, em nenhum dos dois casos.

1.4.4 Efeito da curvatura nos azimutes

Na Terra plana, as direções Norte em diversos pontos são sempre paralelas, (figura 1.6^a) enquanto que na Terra esférica as direções Norte convergem para o pólo, como se pode ver na figura 1.6b

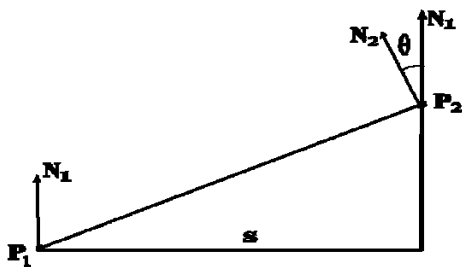


Figura 1.6 a

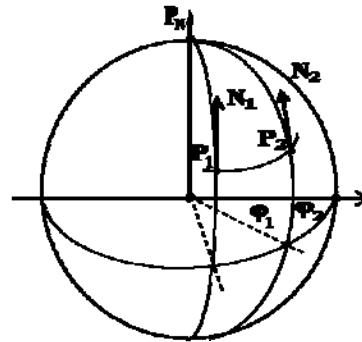


Figura 1.6 b

Sendo φ a latitude média, o ângulo θ (convergência de meridianos) pode ser calculado pela fórmula:

$$\theta = \frac{s}{R} \cdot \text{sen } \varphi \quad (\text{em radianos}) \quad (05)$$

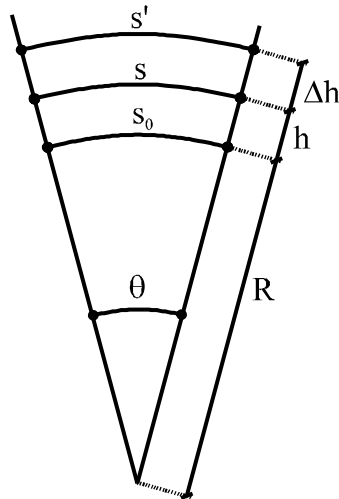
Exemplos: 1) Seja $\varphi = -23^\circ 30'$ (São Paulo) e $s = 1 \text{ km}$
então, $\theta = 13''$;

2) Seja $\varphi = -23^\circ 30'$ e $\theta = 1'$
então, $s = 4,6 \text{ km}$.

1.5. Efeito da altitude nas distâncias

Até este ponto, consideramos os diferentes efeitos da curvatura da Terra, isto é, as simplificações e erros cometidos ao considerar a Terra como plana e não como esférica.

Trata-se agora de considerar a influência do relevo, isto é, da medição de distância em diferentes altitudes, conforme esquematizado na figura 1.7.



onde:

s_0 - distância medida ao nível do mar;
 s - idem, na altitude h ;
 s' - idem, na altitude $h + \Delta h$;
 R - raio da terra (nível do mar).

Figura 1.7 - Efeito da altitude nas distâncias

Para efeito de cálculo e representação em planta, é necessário referir todas as distâncias de um levantamento a uma mesma superfície. Pode-se então, "transportar" ou projetar a distância s' para a superfície correspondente a h ou transportar tudo para o nível médio dos mares (cota zero), o que é conhecido como redução ao geóide.

As fórmulas se deduzem a partir da relação básica:

$$\theta = \frac{s_0}{R} = \frac{s}{R+h} = \frac{s'}{R+h+\Delta h}$$

a) Transporte de uma distância s' para a altitude h ;

$$\Delta s = s' - s = \frac{s \cdot \Delta h}{R+h} = \frac{s' \cdot \Delta h}{R+h+\Delta h} \quad (06)$$

b) Transporte para o nível do mar (redução ao geóide);

$$\Delta s_0 = s - s_0 = \frac{s_0 \cdot h}{R} = \frac{s \cdot h}{R+h} \quad (07)$$

Exemplo: Seja uma distância $s' = 9000$ m medida a uma altitude de 1800 m. Pede-se reduzir essa distância para um planalto de cota 800 m e para o geóide.

Solução:

Desses dados tem-se, $\Delta h = 1000$ m e pode-se calcular:

$$\Delta s = \frac{9000 \text{m} \cdot 1}{6371 + 1,8} = 1,41 \text{ m (redução para a altitude } h = 800 \text{ m)}$$

$$\therefore s = 9000 - 1,41 = 8.998,59 \text{ m}$$

$$\Delta s_0 = \frac{9000 \cdot 1,8}{6371 + 1,8} = 2,54 \text{ m (redução ao geóide)}$$

$$\therefore s_0 = 9000 - 2,54 = 8.997,46 \text{ m}$$

B - EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Para efeitos práticos, será adotado para o raio da Terra o valor $R = 6.371$ km.

1.1 Em que distância se atinge o erro absoluto de: 1 mm, 1 cm e 1 m, ao desprezar a curvatura da Terra?

Δs	s
1 mm	5,0 km
1 cm	10,7 km
1 m	49,6 km

A fórmula de cálculo é obtida a partir de (01):

$$s = \sqrt[3]{3 \cdot R^2 \cdot \Delta s}$$

* confira os resultados, resolvendo a fórmula com sua calculadora.

1.2 Em que distância se atinge o erro relativo de 1:100.000, 1:10.000, 1:1.000

$\Delta s/s$	s
1:100.000	35 km
1:10.000	110 km
1:1.000	349 km

A fórmula de cálculo é obtida a partir de (02):

$$s = R \cdot \sqrt[3]{3 \cdot \frac{\Delta s}{s}}$$

* confira também estes resultados, exprimindo-os com mais um dígito.

1.3 Em que distância se atinge um erro de 1 mm, 1 cm e 1 m na diferença de cotas, ao desprezar a curvatura da Terra?

Δh	s
1 mm	113 m
1 cm	357 m
1 m	3.570 m

A fórmula de cálculo é obtida a partir de (03):

$$s = \sqrt{2 \cdot R \cdot \Delta h}$$

1.4 Sobre o excesso esférico:

a) Qual a soma dos ângulos internos de um triângulo cujos lados são 30,00; 40,00 e 50,00 km?

$$\varepsilon = \frac{S}{R^2} \cong \frac{600}{(6.371)^2} = 1,479 \cdot 10^{-5} \text{ rd} \cong 3''$$

portanto, $\Sigma (A + B + C) = 180^\circ 00' 03''$

b) Tendo em conta as dimensões do campo topográfico, é necessário considerar o efeito da curvatura nos ângulos?

Um triângulo no campo topográfico (25 km) teria dimensões lineares, com uma ordem de grandeza de aproximadamente metade das do triângulo fornecido no exercício anterior, e portanto sua área seria 1/4 de S e o excesso esférico, inferior a 1'', seria desprezível. Não é necessário levar em conta o efeito da curvatura.

1.5 Uma poligonal de precisão possui um de seus lados, de comprimento $s_1 = 5.325,32$ m medido na cota média de 710,0 m e outro lado $s_2 = 10.467,12$ m medido na cota média de 850,0 m. Pede-se "homogeneizar" esses valores, levando: a) s_2 para a cota de s_1 e b) s_2 e s_1 para o elipsóide (considerado como muito próximo ao geóide e ao nível médio dos mares).

a) Transformação de s_2 para a cota de s_1 ;

$$\Delta s = s' - s = \frac{s \cdot \Delta h}{h + R} = \frac{s' \cdot \Delta h}{R + h + \Delta h}$$

dados:

$$s' = 10.467,12 \text{ m}$$

$$h = 710,0 \text{ m} = 0,71 \text{ km}$$

$$\Delta h = 140,0 \text{ m} = 0,14 \text{ km}$$

$$h + \Delta h = 850,0 \text{ m} = 0,85 \text{ km}$$

$$R = 6.371 \text{ km}$$

$$\Delta s = 0,230 \text{ m} \Rightarrow s_2 = 10.467,12 - 0,23 = 10.466,89 \text{ m}$$

b) Transporte das duas distâncias para o elipsóide;

$$\Delta s_1 = \frac{s_1 \cdot h_1}{R + h_1} \quad \text{e} \quad \Delta s_2 = \frac{s_2 \cdot h_2}{R + h_2}$$

onde:

$$h_1 = 0,71 \text{ km}$$

$$h_2 = 0,85 \text{ km}$$

Aplicando as fórmulas vem:

$$\Delta s_1 = 59 \text{ cm} \quad \text{e} \quad \Delta s_2 = 1,40 \text{ m}$$

Portanto:

$$s_{01} = 5.324,73 \text{ m} \quad \text{e} \quad s_{02} = 10.465,72 \text{ m}$$

Feita essa homogeneização pode-se realizar o fechamento da poligonal.

C - EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1.6 A distância medida com geodímetro (instrumento da geodésia), entre o marco municipal (IGG) da Cidade Universitária e o marco do Prédio da Engenharia de Minas, foi de 946,235 m.

- a) Sendo a altitude média 750,38 m e considerando o raio da terra como 6371 km, qual o valor dessa distância reduzida à superfície geoidal (= referida ao nível do mar)?
- b) Qual o erro resultante nessa distância se considerássemos o raio da terra como 6370 km?

1.7 Determinar a cota média máxima de uma região (em relação ao nível do mar) para que possamos desprezar a redução das distâncias à superfície geoidal, em levantamentos em que se exige uma precisão de 10 cm/km (1:10.000).

1.8 Qual a distância máxima que pode ser medida a partir de um marco para que possamos desprezar a correção relativa à curvatura da Terra, com uma precisão desejada de 5 cm/km?

1.9 Deseja-se nivelar, com precisão de 0,1 mm em toda a sua extensão, os trilhos sobre os quais correrá um carro que movimentará os protótipos de embarcações no tanque de provas da Marinha na divisão de Engenharia Naval do IPT. Pergunta-se qual o comprimento da visada máxima em que se pode desprezar a curvatura da Terra? Sabendo que esse tanque possui 300 m de comprimento, qual o erro que se cometeria no nivelamento ao fazer uma visada de um extremo a outro? Sugerir um método de nivelamento para que não seja necessário efetuar as correções.

1.10 Para uma base geodésica de 10.325,571 m (distância horizontal) medida numa região do planalto central boliviano com altitude média de 5.100 m, pergunta-se qual o efeito da curvatura na distância (erro absoluto e relativo) e na diferença de cotas, se fosse feita uma visada única entre os extremos dessa base. Pede-se ainda reduzir essa distância à superfície geoidal.

Anotações

Capítulo 2

ESCALAS

A - RESUMO DA TEORIA

2.1. Escala (E)

É a relação entre o valor de uma distância medida no desenho e sua correspondente no terreno. Representa-se da forma 1:M (ou 1/M), onde M é o módulo da escala. Então, $E = 1/M$.

* Por exemplo, se um centímetro na planta corresponde a 100 metros no terreno, tem-se uma escala de 1:10.000.

2.2. Erro de graficismo (eg)

É o erro que se comete ao demarcar pontos no desenho tendo em conta a acuidade visual e a habilidade manual médias de um desenhista, além da qualidade dos instrumentos de desenho.

Em geral aceita-se um erro de graficismo máximo $eg = 0,20$ ou $0,25$ mm. Caso não se diga outra coisa, pode-se adotar o primeiro desses valores.

2.3. Precisão da escala (x)

É o valor $x = eg \cdot M$ que corresponde ao valor do erro de graficismo projetado no terreno.

* Por exemplo, na escala 1:10.000 tem-se $x = 2,0$ m. Como um exemplo de consequência, pode-se pensar que um trecho de uma estrada em curva, com flecha menor que esse valor, será desenhado como um trecho reto.

2.4. Escolha da escala

Deve ter em conta basicamente a finalidade do levantamento; esta pode exigir que um certo detalhe de dimensão D seja representado no desenho com uma dimensão mínima d.

$$M \leq \frac{D}{d}$$

* Por exemplo, caso se queira que uma parede de 15 cm, por onde passa uma tubulação, seja representada no desenho com uma largura mínima de 3 mm, deve-se ter:

$$M \leq \frac{15}{0,3} = 50 \quad \text{portanto; } E = \frac{1}{50}, \frac{1}{20}, \frac{1}{10}, \dots$$

2.5. Valores de M

Devem ser redondos, de forma a facilitar a conversão entre o desenho e a realidade. Por exemplo: 1/100, 1/200, 1/250, 1/1000, 1/5000 etc.

2.6. Precisão das medidas em campo

Definida pela notação Δs , esse valor deve ser menor que a precisão x da escala, a fim de que os erros de campo não apareçam no desenho ou, invertendo o raciocínio, dada uma escala, não é necessário obter uma precisão das medidas de campo superior a Δs , para não encarecer o levantamento. Na prática Δs pode ser pensado como o erro total da posição de um ponto que possui erros Δx e Δy (ou ΔN e ΔE) em duas direções ortogonais :

$$\Delta s = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

$$\Delta s \leq x = \text{eg. } M$$

2.7. Relação entre o efeito da curvatura da terra e a escala

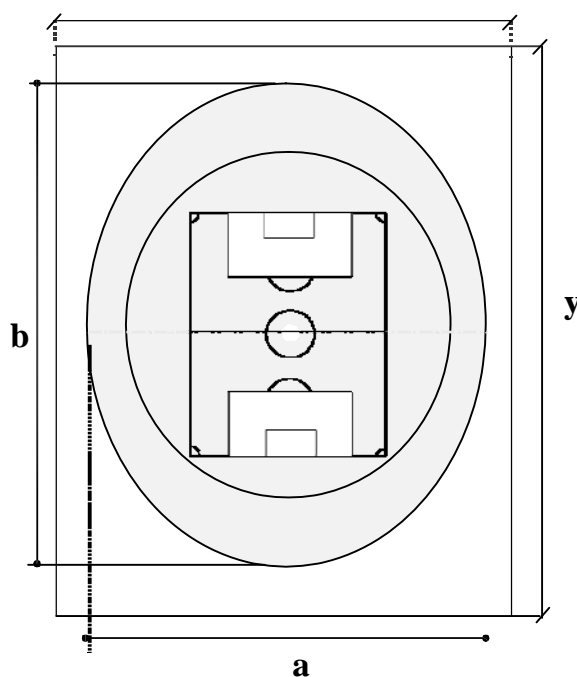
Esse efeito, na distância, deve ser menor que a precisão x da escala para que não apareça no desenho.

$$\frac{s^3}{3.R^2} \leq x = \text{eg. } M$$

* Para grandes distâncias torna-se necessário empregar técnicas de projeção cartográfica para diminuir esse efeito. Por exemplo, a projeção UTM ou a cônica de Lambert, que são empregadas em mapas de grandes regiões.

2.8. As dimensões do papel

Estas devem ser suficientes para conter o desenho na escala especificada, obedecendo, na medida do possível, à padronização de órgãos oficiais (ABNT).



onde:

A e B - dimensões no terreno;

a e b - no papel, na escala escolhida.

$$x \geq a = \frac{A}{M}$$

$$y \geq b = \frac{B}{M}$$

* Para facilitar o raciocínio e o cálculo, pode-se tomar sempre $a < b$ e $x < y$.

Figura 2.1 - Dimensões do papel em função do desenho e da escala

Os tamanhos mais correntes de papel são (ABNT):

formato	x (mm)	y (mm)	área (m ²)
A-4	210	297	1/16
A-3	297	420	1/8
A-2	420	594	1/4
A-1	594	841	1/2
A-0	841	1.189	1

Proporção:

$$y = x \cdot \sqrt{2}$$

Em caso de necessidade, pode-se proceder ao desdobramento do desenho em várias folhas, e em casos particulares (estradas, por exemplo) empregam-se outros formatos. Como regra geral, os eixos norte (N) e este (E) devem ser paralelos às margens do desenho.

A área do papel A_0 ($x \cdot y = 1\text{m}^2$) e a relação $y = x \cdot \sqrt{2}$ permitem calcular essas dimensões, lembrando também que a maior dimensão de um formato é igual à menor do seguinte.

2.9. Escalas usuais

a) *Plantas topográficas* (até 1:10.000) são utilizadas para diversas finalidades, nas escalas indicadas a seguir:

- Construção civil (1:) 20, 50, 100 e 200.
- Obras de engenharia (1:) 500, 1.000, 2.000 e 10.000.

São definidas especificamente para cada necessidade de projeto.

b) *Plantas cadastrais* - são as que definem limites de propriedade e indicam construções e uso do solo. Servem para cadastrar o imóvel (urbano ou rural) junto aos órgãos oficiais.

- Plantas disponíveis:
 - * EMPLASA (1:) 2.000 e 10.000.

c) *Cartas* (de 1:10.000 a 1:100.000) podem ser: hipsométricas, batimétricas e corográficas e são utilizadas em planejamento local e regional;

- Cartas disponíveis:
 - * IGC (1:) 10.000
 - * IBGE (1:) 50.000, 100.000 e 250.000
 - * EMPLASA (1:) 10.000 (Região Metropolitana de São Paulo).

d) *Mapas* (1:100.000 ou mais) são utilizados em planejamento nacional e regional;

- Estados brasileiros (1:) 100.000
- Brasil (1:) 1.000.000 (ao milionésimo), 5.000.000, 10.000.000

Obs: Endereços para aquisição de mapas:

EMPLASA (SP): Empresa Paulista de Planejamento Metropolitano
Rua Boa Vista, 84, sobreloja A, Centro
(11) 3293-5484 – atendimento@emplasa.sp.gov.br

IGC (SP): Instituto Geográfico e Cartográfico
Alameda Santos, 1.165
(11) 3320-4422 – <http://www.igc.sp.gov.br/>

IBGE (SP): Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
Rua Urussui, 93, 3º andar
(11) 2105-8242 – www.ibge.gov.br

2.10. Folhas da carta internacional e nomenclatura de cartas.

A Carta do Mundo ao milionésimo, ou seja, em escala 1:1.000.000 pode ser desdobrada em cartas de até 1:25.000, limite de escala da Cartografia Sistemática. O desdobramento ocorre de forma sistemática, como se indica a seguir.

Cada carta, ao milionésimo ou subdivisão, possui um índice padronizado que identifica o local e a escala conforme a figura 2.2.

	formato	Índice
latitude	4°	2 letras: 1 ^a - N ao Norte ou S ao Sul 2 ^a - A, B, C, etc... a partir do Equador
longitude	6°	número, de 1 a 60, com início no meridiano 180°, crescendo para Leste

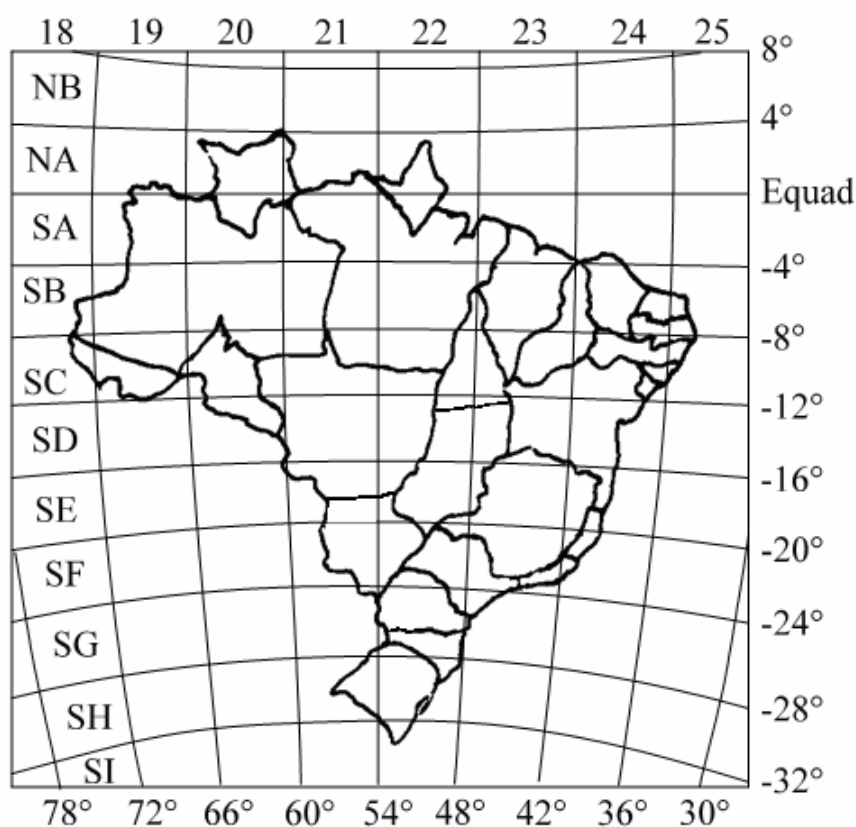


Figura 2.2 - Folhas da carta ao milionésimo do Brasil

2.10.1 Subdivisão das folhas ao milionésimo

Partindo da folha 1:1.000.000 - 4° x 6° podemos obter folhas de escalas menores, sendo apresentado a seguir o esquema de desdobramento desde a carta ao milionésimo até a planta 1:500.

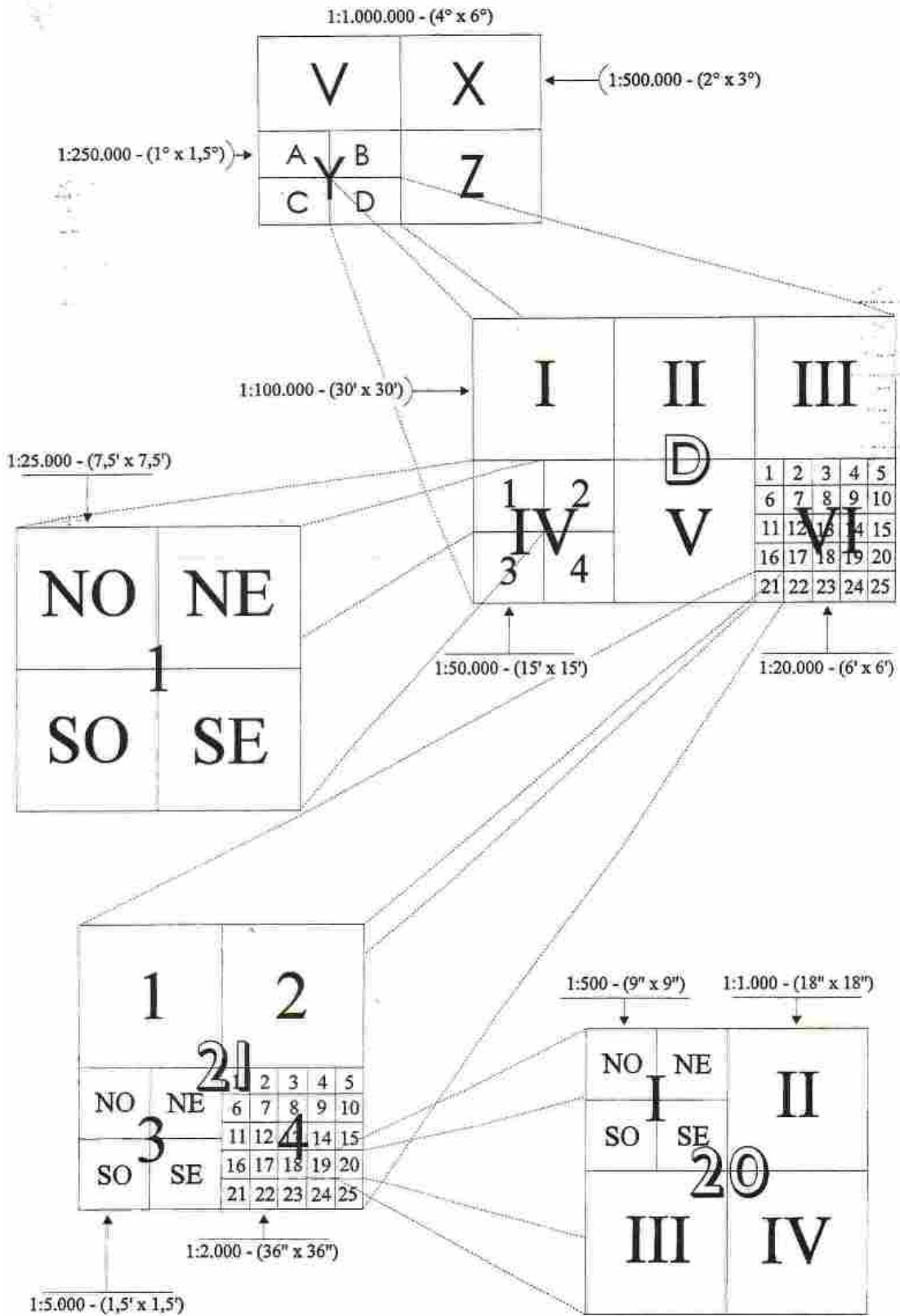


Figura 2.3 - esquema de articulação das diversas escalas e folhas

escala (1:)	formato da folha no terreno	medidas da folha no terreno (km)	nomenclatura
1.000.000	4° x 6°	444,48 x 666,72	SF23
500.000	2° x 3°	222,24 x 336,36	SF23-X
250.000	1° x 1,5°	111,12 x 166,68	SF23-XC
100.000	30' x 30'	55,56 x 55,56	SF23-XC-V
50.000	15' x 15'	27,78 x 27,78	SF23-XC-V3
25.000	7,5' x 7,5'	13,89 x 13,89	SF23-XC-V3NO
20.000	6' x 6'	11,112 x 11,112	SF23-XC-V3NO-23
10.000	3' x 3'	5,556 x 5,556	SF23-XC-V3NO-23-2
5.000	1,5' x 1,5'	2,778 x 2,778	SF23-XC-V3NO-23-2NO
2.000	36" x 36"	1,1112 x 1,1112	SF23-XC-V3NO-23-2NO-21
1.000	18" x 18"	0,5556 x 0,5556	SF23-XC-V3NO-23-2NO-21III
500	9" x 9"	0,2778 x 0,2778	SF23-XC-V3NO-23-2NO-21IIINE

2.11. Observações finais

a) Em geral utiliza-se o nome de planta quando, pelas reduzidas dimensões da área e pela escala, não é necessário empregar uma projeção cartográfica para reduzir as deformações devidas à forma da terra. O limite máximo costuma situar-se na escala 1:10.000 e em geral não se empregam cores (branco e preto), acima disso utiliza-se o nome de carta ou mapa com projeção cartográfica e, em geral, empregam-se cores.

b) Em diversos casos, em lugar de pensar somente no erro de graficismo, deve-se atentar também para o padrão de exatidão cartográfica (PEC) com que um determinado objeto (ponto, feição) é representado no terreno. Admite-se, para o padrão classe A, um erro de 0,5 mm na escala do mapa/planta.

c) nos mapas emprega-se também a escala gráfica, que corresponde a uma barra horizontal graduada (de diversos estilos e traços) que permite determinar distâncias no mapa por comparação. Para isso transporta-se, com um compasso ou régua a distância desejada para essa escala gráfica. Sua presença mostra-se indispensável em mapas fotocopiados com ampliação ou redução.

B - EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

2.1 Determinar a precisão mínima requerida em levantamentos, nas escalas 1:500, 1:1.000 e 1:10.000, para que as imprecisões de campo não apareçam no desenho.

Solução:

escala	precisão
1:500	10 cm
1:1000	20 cm
1:10.000	2 m

$$\Delta s \leq eg \cdot M$$

$$eg = 0,2 \text{ mm}$$

2.2 Fornecidas na tabela abaixo as coordenadas máximas e mínimas de alguns levantamentos, determinar o formato do papel a ser utilizado, tendo em conta também a escala desejada. Indicar também se a maior dimensão da folha coincide com a direção norte (vertical da folha) ou este (horizontal).

Dados em metros:

N (máx)	N (min)	E (máx)	E (min)	escala desejada
98,25	0,00	58,32	0,00	250
1.458,00	1.253,30	10.180,50	9.983,20	500
6.681,00	5.730,00	350,00	-880,00	1.000
16.070,00	10.240,00	17.090,00	9.170,00	10.000

Solução:

escala (M)	(m)		(mm)		formato (ABNT)	direção vertical (V) horizontal (H)
	ΔN	ΔE	$\Delta N/M$	$\Delta E/M$		
250	98,25	58,32	393 (b)	233 (a)	A3	V
500	204,70	197,30	410 (b)	395 (a)	A2	H ou V
1.000	951,00	1.230,00	951 (a)	1.230 (b)	2A0	H
10.000	5830,00	7.920,00	583 (a)	792 (b)	A1	H

*confira os resultados da tabela

Observações:

- a) Na escolha do papel compara-se: menor dimensão e maior dimensão, com as dimensões x e y (ABNT) respectivamente.
- b) H ou V corresponde ao caso em que o desenho pode ser feito indiferentemente com o N paralelo à maior ou à menor dimensão do papel. Confira.
- c) Para determinar as dimensões do papel 2A0 (que é o imediatamente acima do A0) basta lembrar que na padronização ABNT a maior dimensão de um formato (y no A0) é igual à menor dimensão do formato seguinte (x no 2A0), e que sempre é válida a relação $y = x \cdot \sqrt{2}$ então 2A0 = 1189 x 1682 mm.

2.3 Em um determinado mapa deseja-se representar as curvas de nível com espessura 0,2 mm e separação mínima de 1 mm entre elas. Supondo trechos acidentados com inclinação de 100%, pergunta-se pela escala a ser utilizada. Supor diversos espaçamentos verticais entre curvas de nível consecutivas.

Solução: A pente de 100% implica que o espaçamento vertical entre as curvas é igual ao horizontal.

Por outro lado, em plantas, o espaçamento entre duas curvas consecutivas será de 1,2 mm (tendo em conta a espessura do traço).

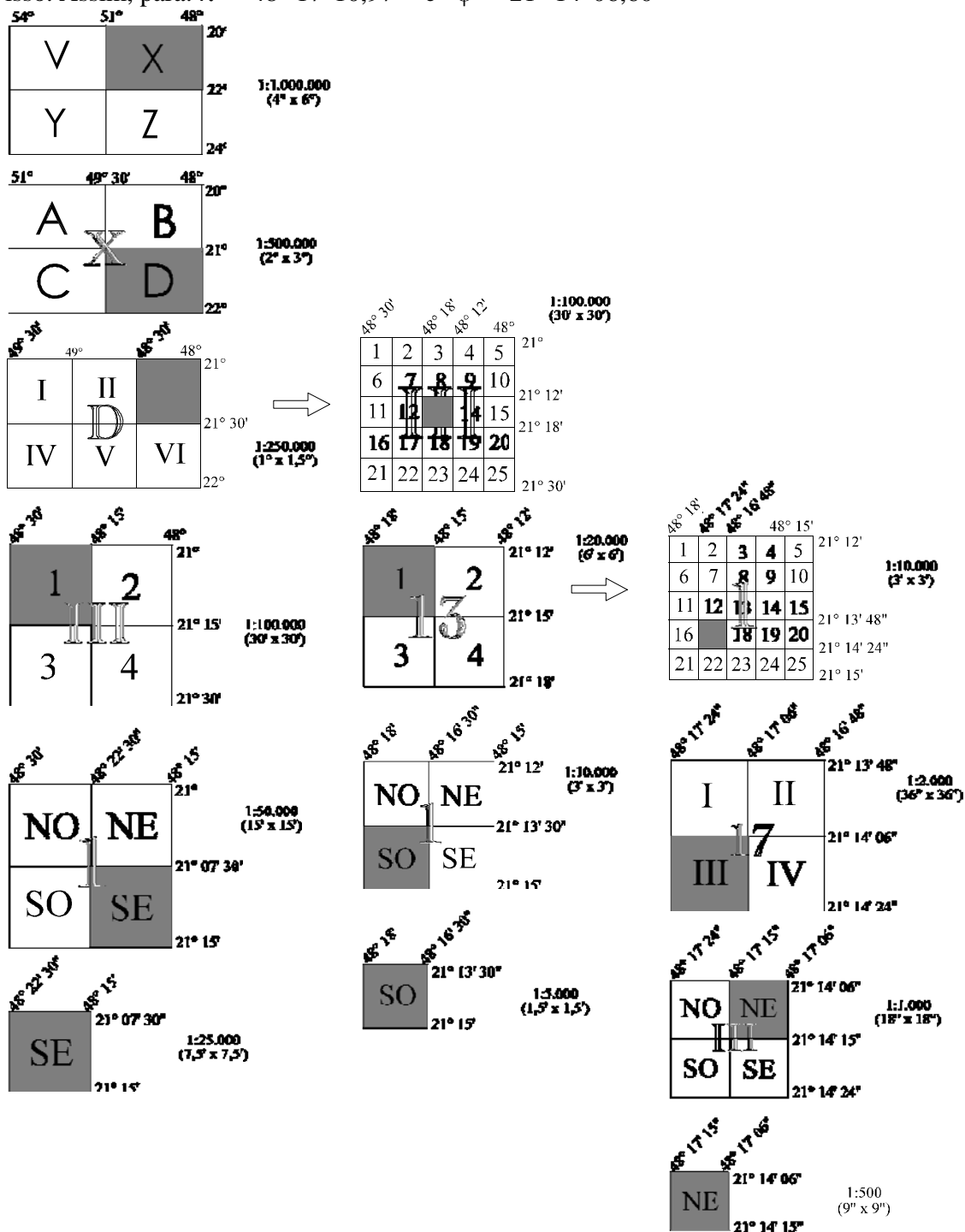
e =	M ≤	M =
1 m	833	500
5 m	4.166	2.000
20 m	16.666	10.000

$$M \leq \frac{e}{1,2}$$

Caso se utilize uma escala menor que a especificada em cada caso, a distância entre duas curvas consecutivas será menor que 1 mm ou então deve-se suprimir algumas curvas (alternadamente) nessas regiões acidentadas. Esse último procedimento é que costuma ser adotado.

2.4 São conhecidas as coordenadas: latitude (-21° 14' 06,60") e longitude (-48° 17' 10,97") do marco topográfico de Jaboticabal, cidade do interior do Estado de São Paulo. O prefeito deseja saber qual o índice das diversas cartas, nas diversas escalas em que figura esse marco da sua cidade. Favor atender a esse pedido.

Solução: A partir do esquema de articulação apresentado na figura 2.3, procede-se ao enquadrando das coordenadas do marco dentro dos respectivos intervalos de latitude e longitude. O valor das coordenadas (λ , φ) dos cantos das folhas é indispensável para isso. Assim, para: $\lambda = -48^\circ 17' 10,97''$ e $\varphi = -21^\circ 14' 06,60''$



E pode-se mostrar a seguinte tabela – resumo:

escala (1:)	índice
1.000.000	SF 22
500.000	SF 22 - X
250.000	SF 22 - X - D
100.000	SF 22 - X - D - III
50.000	SF 22 - X - D - III - 1
25.000	SF 22 - X - D - III - 1 - SE
20.000	SF 22 - X - D - III - 1 - SE - 13
10.000	SF 22 - X - D - III - 1 - SE - 13 - 1
5.000	SF 22 - X - D - III - 1 - SE - 13 - 1 - SO
2.000	SF 22 - X - D - III - 1 - SE - 13 - 1 - SO - 17
1.000	SF 22 - X - D - III - 1 - SE - 13 - 1 - SO - 17 - III
500	SF 22 - X - D - III - 1 - SE - 13 - 1 - SO - 17 - III - NE

C - EXERCÍCIOS PROPOSTOS

2.5 Qual a maior escala admissível, se a incerteza na determinação dos pontos em campo atinge:

- a) 10 cm
- b) 50 cm
- c) 1 m

2.6 Qual a melhor escala para representação de um terreno, de dimensões aproximadas 600 x 1.000 m, nas folhas A0, A1, A2, A3 e A4 da ABNT ?

2.7 Qual a maior distância que pode ser representada nas escalas (1:) 1.000, 10.000, 100.000 e 1.000.000, tendo em conta a curvatura da terra, para que esse efeito não seja notado ?

2.8 A maior dimensão de planta que pode ser feita nas condições do problema anterior nas mesmas escalas.

2.9 Deseja-se saber o índice da carta (1:500) que contém o Pilar 1 da base USP (raia olímpica), sendo fornecidas suas coordenadas: latitude ($-23^{\circ} 33' 03,0''$) e longitude ($-46^{\circ} 43' 53,7''$).

Capítulo 3

MEDIÇÃO DE DISTÂNCIAS

A - RESUMO DA TEORIA

Em topografia, a distância entre dois pontos se refere sempre à projeção horizontal da reta que os une. Neste capítulo serão tratadas com mais detalhe as medições de distância com trena e com estação total, que são os instrumentos de medição mais comuns. O uso da trena vem-se restringindo, sendo empregada para a medição de detalhes e distâncias curtas.

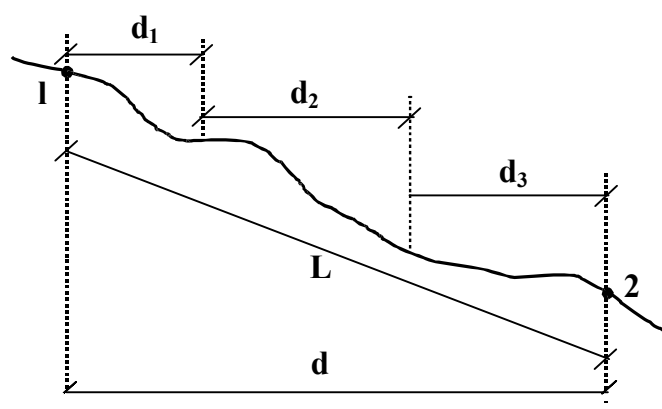


Figura 3.1 - Medição de distância ao longo de um terreno inclinado

3.1 Medida de distância com trena

O primeiro passo é definir bem os dois pontos (1 e 2 na Figura 3.1) que definem a distância. Para a medição utilizam-se trenas ou fitas graduadas feitas de diversos materiais: fibra de vidro, aço carbono comum, aço inox ou aço invar. Os comprimentos mais comuns são de 20, 30 ou 50 m.

A correta medição exige que cada trecho medido seja perfeitamente horizontal, que todos estejam no alinhamento 1-2 e que se atenuem os erros devido à catenária, à dilatação térmica e à deformação elástica.

Fitas de lona, correntes metálicas, rodas contadoras, podômetros são outros equipamentos para medição de distância utilizados em levantamentos de menor precisão.

Erros - excluídos os erros grosseiros (de ajuste do início da trena, de engano no número de trenadas, anotações incorretas em campo), os erros sistemáticos mais comuns são:

3.1.1 Catenária

A leitura L é sempre maior que a distância horizontal d (Figura 3.2), de forma que podemos escrever $d = L + \Delta L$, sendo ΔL negativo. A fórmula de cálculo é a seguinte:

$$\Delta L = \frac{-L}{24} \cdot \left(\frac{p \cdot L}{F} \right)^2$$

onde:

F - força aplicada na extremidade e que, em geral, varia de 10 a 15 kg;

p - peso da trena por metro, e que varia de 20 a 40 g/m.

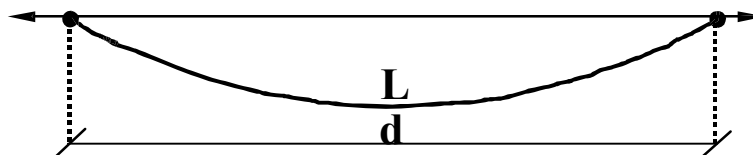


Figura 3.2 - Efeito da catenária na medida de distância

3.1.2 Desnível entre as extremidades

A leitura L , inclinada, é sempre maior do que d (Figura 3.3). Então, ΔL é negativo e $d = L + \Delta L$. Conhecendo o desnível entre os pontos, pode-se calcular:

$$\Delta L = \frac{-\Delta h^2}{2 \cdot L}$$

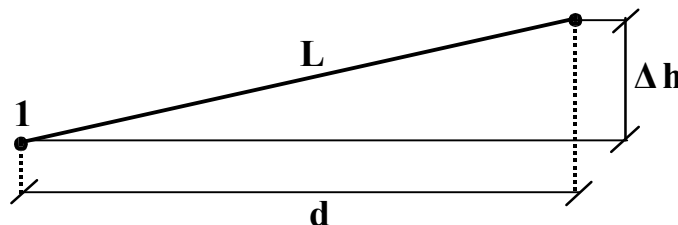


Figura 3.3 - Efeito do desnível entre os pontos na medida da distância

3.1.3 Falta de alinhamento

Também aqui, a leitura L é maior do que d (Figura 3.4) e pode-se utilizar a mesma fórmula, com $d = L + \Delta L$, mas Δa passa a ser o deslocamento lateral com relação à posição verdadeira dos pontos.

$$\Delta L = \frac{-\Delta a^2}{2 \cdot L}$$

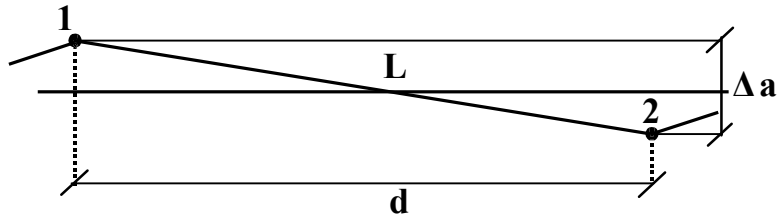


Figura 3.4 - Efeito da falta de alinhamento no valor da distância

3.1.4 Dilatação térmica

A leitura L pode ser maior ou menor que a distância d em função da temperatura de aferição e $d = L + \Delta L$ (Figura 3.5). Da termologia tem-se:

$$\Delta L = L \cdot \alpha \cdot (t - t_0)$$

onde:

L - comprimento na temperatura de aferição, em m;

t_0 - temperatura de aferição, em geral 20 °C;

t - temperatura da fita, nas condições de trabalho, em °C;

α - coeficiente de dilatação, em °C⁻¹.

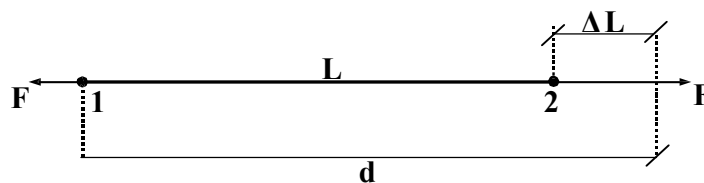


Figura 3.5 - Efeito da temperatura no comprimento

para: $t > t_0$, $\Delta L > 0$ e $d > L$

para: $t < t_0$, $\Delta L < 0$ e $d < L$

* Os coeficientes de dilatação mais comuns são:

- aço comum $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ e - aço invar $1,0 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

3.1.5 Deformação elástica

A leitura L pode ser maior ou menor que a distância d em função da tensão de aferição e $d = L + \Delta L$ (Figura 3.6). Da resistência dos materiais tem-se:

$$\Delta L = \frac{L \cdot (F - F_0)}{S \cdot E}$$

onde:

S - área da seção transversal da trena que varia de 2,5 a 6,0 mm²;

F - tensão de trabalho;

F_0 - tensão de aferição, 10 ou 15 kg;

E - módulo de elasticidade: - aço comum 2.100.000 kg/cm²;

- aço invar 1.500.000 kg/cm².

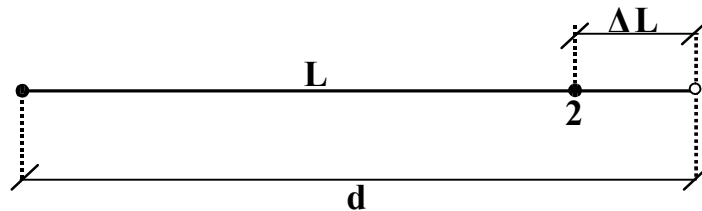


Figura 3.6 - Efeito da deformação elástica

3.1.6 Efeito combinado

Admite-se que os efeitos são alinhados e independentes e para calcular o comprimento basta empregar a fórmula:

$$d = L + \sum \Delta L$$

Na prática procura-se evitar que os erros aconteçam para não ter que corrigi-los: manter a trena na horizontal e alinhada; evitar medir em horas de temperatura extremas e aplicar uma tensão adequada que, além de minimizar a deformação elástica, diminui o efeito da catenária.

3.2. Medida de distância com estações totais

As Estações Totais (ET, que medem distâncias e ângulos), e que substituíram os Medidores Eletrônicos de Distâncias (MED, que mediam só distâncias), são equipamentos que permitem medir distâncias enviando uma onda eletromagnética (luz visível, laser ou infravermelho) a um prisma refletor e recebendo esse sinal de volta.

A distância é obtida a partir da soma de um número inteiro de comprimentos de onda mais uma diferença de fase (entre a onda emitida e recebida) medida no equipamento, ver Figura 3.7 a seguir.

O valor mostrado no visor já é uma média de uma série de leituras feitas em alguns segundos. Os valores são afetados pela pressão, temperatura e umidade. Conhecendo essas variáveis pode-se corrigir a leitura posteriormente ou introduzir no equipamento um valor que corrige automaticamente os resultados.

O alcance é maior para a radiação infravermelha (utilizada na maioria dos equipamentos) e depende do número de prismas utilizados no ponto de reflexão. Em boas condições atmosféricas o alcance máximo varia de 2,5 a 7,5 km e o mínimo (um prisma) situa-se na faixa de 1 a 1,5 km.

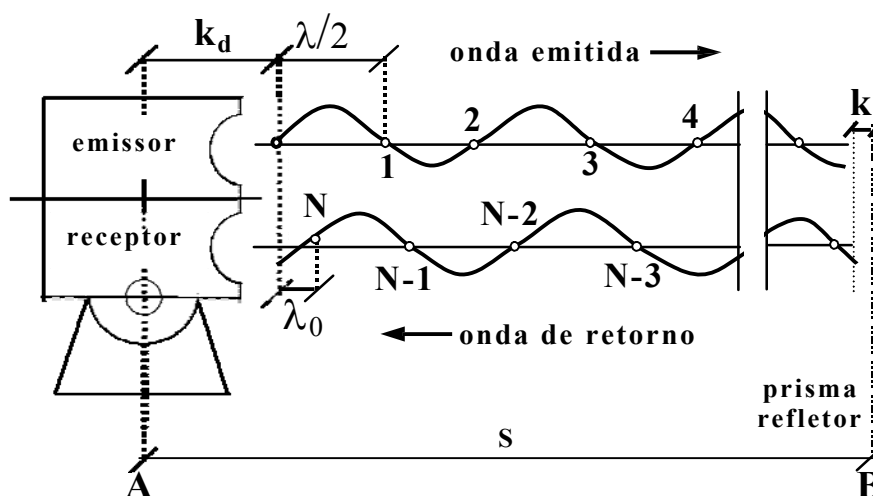


Figura 3.7 - Esquema de um distanciômetro eletrônico

$$2 \cdot s = N \cdot \lambda / 2 + \lambda_0 + k$$

onde:

s - distância a ser medida;

N - número inteiro de semi comprimentos de onda;

λ - comprimento de onda;

λ_0 - diferença de fase entre a onda emitida e recebida;

$k = k_d + k_r =$ constantes instrumentais (centragem).

A precisão costuma vir expressa por dois números na forma (a + b). O primeiro, em milímetros, indica um termo constante (constante aditiva) e o segundo, expresso em partes por milhão, o erro dependente da distância (fator escala).

Então, para obter a precisão utiliza-se a fórmula:

$$p = a + b \cdot s \text{ (mm)}$$

Onde:

s é a distância, em quilômetros,

a em mm,

b em ppm (partes por milhão)

Dentro do panorama atual há um primeiro grupo de equipamentos apresentando precisão (5 + 5), de uso em levantamentos topográficos gerais; um segundo grupo com valores típicos (3 + 2) para topografia de precisão e um terceiro (1 + 1) representado por poucos modelos para uso em controle de deslocamentos, calibração de bases de aferição de equipamentos e outros usos científicos.

Com os MED os trabalhos passaram a ser mais precisos, confiáveis e produtivos, vencendo com facilidade obstáculos como lagos, ravinas, terrenos acidentados, regiões com tráfego de veículos e outros.

Exigem, no entanto, uma calibração periódica, se possível em base com distância conhecida para a determinação da constante aditiva e do fator escala, verificando-se se estão dentro das especificações.

3.2.1 Operação de Medição

Uma vez instalado o equipamento, pode-se medir as distâncias necessárias e para isso desloca-se o prisma refletor até o ponto desejado e efetua-se a medição acionando o correspondente botão.

As estações totais podem fornecer a distância horizontal (d), inclinada (L) e Δh , conforme a Figura 3.2. Para o cálculo de desníveis sobre o terreno é necessário medir ainda a altura do instrumento e a altura do prisma ao longo da baliza que o sustenta.

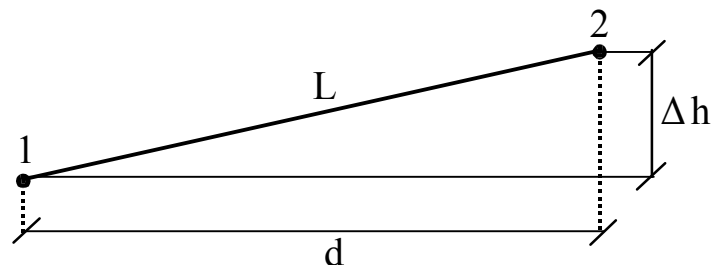


Figura 3.2 – Medição de distância com estação total.

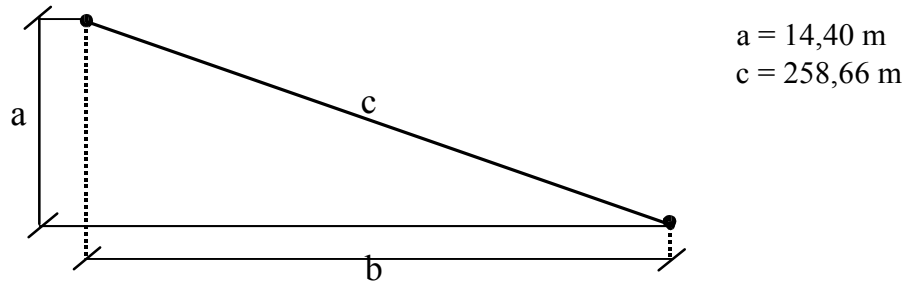
A distância inclinada e Δh são calculados a partir do ângulo vertical que é

·
fornecido pelo teodolito eletrônico embutido em cada estação total. Todos os valores de ângulos e distâncias podem ser gravados automaticamente em memória interna ou caderneta eletrônica para serem transferidos posteriormente para um computador.

Por outro lado existem equipamentos que utilizam feixe a laser que dispensam o prisma refletor (a reflexão se dá sobre o material do ponto visado) e aumentam o rendimento dos trabalhos, com uma precisão centimétrica, que é suficiente para o levantamento de detalhes. O mesmo equipamento trabalha normalmente com o prisma para medir pontos que exigem maior precisão, como, por exemplo, os vértices da poligonal.

B - EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3.1 Mediu-se a distância entre dois pontos segundo uma inclinação constante. A diferença de cotas entre os dois pontos é de 14,40 m. Sabendo que a distância inclinada é 258,66 m determine a distância horizontal entre os dois pontos.



* Aplicando o teorema de Pitágoras $b = \sqrt{c^2 - a^2}$, tem-se $b = 258,26 \text{ m}$

* Aplicando a fórmula do desnível $\Delta L = \frac{a^2}{2 \cdot c}$, tem-se $b = 258,26 \text{ m}$

3.2 Uma trena de 20 m foi aferida e considerada exata a uma temperatura de 25°C e tensão de 15 kg. Qual a tensão que compensaria exatamente o efeito de uma temperatura de 10°C?

Dados da trena: $p = 25 \text{ g/m}$ $E = 2.100.000 \text{ kg/cm}^2$
 $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ $S = 0,025 \text{ cm}^2$

Condição: $\Delta L_{\text{temp.}} = \Delta L_{\text{tensão}}$

$$\text{Logo: } L \cdot \alpha \cdot (t - t_0) = \frac{L \cdot (F - F_0)}{S \cdot E} \quad \Rightarrow \quad 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot (10 - 25) = \frac{(F - 15)}{0,025 \cdot 2.100.000}$$

$$-9,5 = F - 15$$

portanto: $F = 5,5 \text{ kg}$, o que na prática é um valor pouco adequado para diminuir o efeito da catenária.

3.3 Como se modifica o efeito da catenária quando se utilizam 1, 2 e 3 apoios intermediários, para uma mesma fita e tensão aplicada?

Solução:

Quando não há apoios intermediários, tem-se:

$$\Delta L = \frac{L}{24} \cdot \left(\frac{p \cdot L}{F} \right)^2 = \frac{L^3}{24} \cdot \left(\frac{p}{F} \right)^2 = K \cdot L^3 \quad (\text{seja } K \text{ uma constante, já que } p \text{ e } F \text{ o são})$$

- Para um apoio, exatamente no meio, temos $L_1 = L/2$;

$$\text{Então } \Delta L_1 = K \cdot L_1^3 \quad \text{com } L_1 = \frac{L}{2}$$

$$\Delta L' = 2 \cdot \Delta L_1 = \frac{2 \cdot K \cdot L^3}{2^3} = \frac{1}{4} \cdot \Delta L$$

- Para dois apoios, nos terços, temos $L_1 = L/3$ e $\Delta L'' = \frac{1}{9} \cdot \Delta L$;

- Para três apoios, teremos $\Delta L''' = \frac{1}{16} \cdot \Delta L$.

Conclusão:

O efeito da catenária diminui com o quadrado do número de apoios intermediários mais um. Este é portanto um bom meio de eliminar o efeito da catenária, quando necessário, como acontece na geodésia.

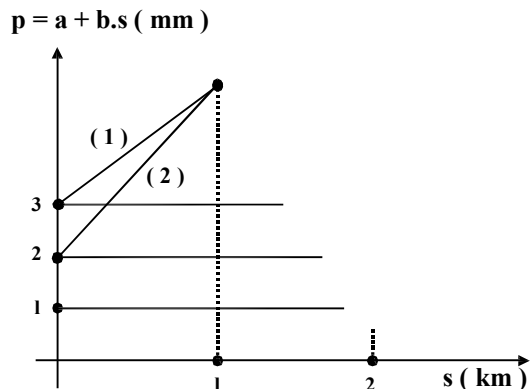
3.4 Que erro se pode cometer no desnível das extremidades de uma trena de 20,0 m para que a precisão do levantamento obedeça a prescrição de 1:1.000, desprezando os demais erros?

$$\Delta L = \frac{\Delta h^2}{2 \cdot L} \Rightarrow \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta h^2}{2 \cdot L^2} \Rightarrow \Delta h^2 \leq 2 \cdot L^2 \cdot \frac{\Delta L}{L}$$

$$\text{Então, } \Delta h^2 \leq \frac{2 \cdot 400}{1.000} = 0,8 \text{ m}^2$$

$$\text{e } \Delta h \leq 89 \text{ cm}$$

3.5 Dados 2 distanciômetros com precisão (3 + 2) e (2 + 3) pergunta-se: Em que distância as precisões se igualam ?



$$p_1 = 3 + 2 \cdot s$$

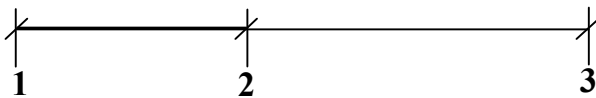
$$p_2 = 2 + 3 \cdot s$$

$$p_1 = p_2 \Rightarrow 3 + 2 \cdot s = 2 + 3 \cdot s$$

$$\therefore s = 1 \text{ km}$$

Então, para distâncias inferiores a 1 km utilizaríamos o segundo equipamento, e a partir desse limite, o outro.

3.6 É fornecida uma base simples (1, 2 e 3) para aferição de equipamentos, de acordo com o esquema abaixo. Pede-se calcular a constante aditiva e o fator escala para a estação total que forneceu as leituras indicadas abaixo e verificar se está dentro das especificações do modelo (5 + 5). Sabe-se que $\overline{12} = 200,321 \text{ m}$ e $\overline{23} = 454,835 \text{ m}$.



leituras:

$$12 = 200,324 \text{ m}$$

$$13 = 655,161 \text{ m}$$

$$23 = 454,839 \text{ m}$$

Solução;

$$\varepsilon_1 = 12 - \overline{12} = 3 \text{ mm} = a + b \cdot s_1 \Rightarrow 3 = a + b \cdot 0,200$$

$$\varepsilon_2 = 23 - \overline{23} = 4 \text{ mm} = a + b \cdot s_2 \Rightarrow 4 = a + b \cdot 0,455$$

$$\varepsilon_3 = 13 - \overline{13} = 5 \text{ mm} = a + b \cdot s_3 \Rightarrow 5 = a + b \cdot 0,655$$

Esse sistema de 3 equações a 2 incógnitas pode ser resolvido aproximadamente tomando as diversas combinações de equações, duas a duas, e tirando uma média ao final.

$$(1) \text{ e } (2) \Rightarrow b = 3,9 \text{ ppm} \quad a = 2,2 \text{ mm}$$

$$(1) \text{ e } (3) \Rightarrow b = 4,4 \text{ ppm} \quad a = 2,1 \text{ mm}$$

$$(2) \text{ e } (3) \Rightarrow b = 5,0 \text{ ppm} \quad a = 1,7 \text{ mm}$$

Então podemos considerar, aproximadamente, que o equipamento tem precisão $(2 + 4)$, estando dentro das especificações. A solução rigorosa exige a aplicação do método dos mínimos quadrados e que leva a valores próximos a esses.

C - EXERCÍCIOS PROPOSTOS

3.7 Calcular os erros parciais e total na medição de uma distância de 20,00 m efetuada com uma trena de aço aferida a uma temperatura de 20°C sob uma força de aplicação de 15 kg, nas condições de campo fornecidas a seguir. Qual a conclusão a tirar do valor do erro total e do erro relativo ?

- Comprimento da trena = 20,00 m;
- Temperatura de trabalho = 35°C;
- Força de aplicação nas extremidades = 10 kg;
- Desvio lateral ocorrido: 0,10 m;
- Diferença de cotas entre as extremidades = 0,25 m;
- Peso da trena por metro linear = 30 g/m;
- Seção transversal da trena = 0,025 cm²;
- Módulo de elasticidade do material = $2,1 \cdot 10^6$ kg/cm²;
- Coeficiente de dilatação do aço = $1,2 \times 10^{-5}$ °C⁻¹.

3.8 Uma distância foi medida ao longo de uma rampa com 6% de inclinação. Foram obtidas 15 trenadas de 20,00 m e mais 16,45 m. Calcular o valor dessa distância (horizontal) pela fórmula do desnível entre as extremidades e pela fórmula rigorosa. Qual o erro (absoluto e relativo) que se comete ao adotar a fórmula simplificada ?

Qual seria a inclinação da rampa que provocaria uma diferença igual a 1 cm, (1/30.000 nessa distância) no cálculo pelas duas fórmulas ?

Obs.: equação do 2º grau em $\cos \alpha$.

3.9 Uma trena de 50m, pesando 1,5 kg, tem uma seção de 0,030 cm². As condições de aferição foram: 15 °C, 10 kg, totalmente apoiada. Sabendo que em campo a temperatura foi de 28 °C, pergunta-se: qual a tensão a ser aplicada em cada trenada para que os erros se anulem. Considerar o módulo de elasticidade $E = 2.100.000$ kg/cm² e coeficiente de dilatação térmica $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}$ °C⁻¹. Nessas condições, qual a contribuição de cada erro ?

Obs.: equação de 3º grau em F, que pode ser resolvida numericamente.

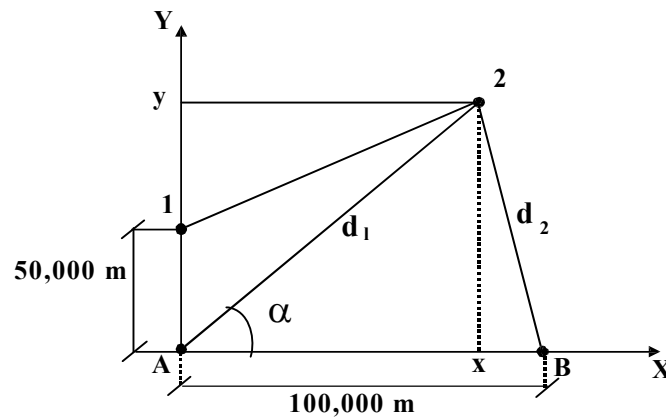
3.10 Não se dispondo de uma base com distâncias conhecidas, pede-se calcular a constante aditiva de um equipamento sendo que foram feitas as seguintes medidas a três pontos alinhados:

$$12 = 50,327 \text{ m}$$

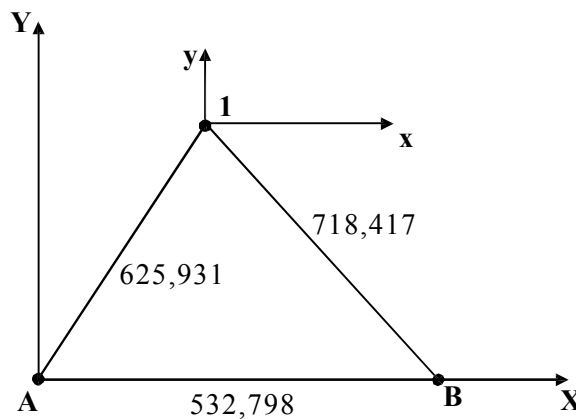
$$13 = 160,228 \text{ m}$$

$$23 = 109,903 \text{ m}$$

3.11 Para calcular o alcance de um arremesso de dardo (distância 12) numa competição olímpica, foi montado o esquema abaixo, calculando-se as distâncias até o ponto 2 (queda do dardo). Pede-se esquematizar a marcha de cálculo e realizar uma simulação para $d_1 = 180,237$ m e $d_2 = 153,591$ m.



3.12 Para monitorar o deslocamento de um ponto numa estrutura de uma obra de engenharia, montou-se o esquema abaixo, com duas estações totais de precisão (1 + 1) colocadas em A e B, e medindo as distâncias até o ponto 1. Pede-se analisar a sensibilidade do sistema para deslocamentos iguais em x e y, da ordem de 1 e 5 cm.



Anotações :

Capítulo 4

MEDIÇÃO DE ÂNGULOS

A - RESUMO DA TEORIA

4.1. Medição de ângulos

Trata-se de operação feita através do teodolito, instrumento que permite a determinação de ângulos azimutais (ou horizontais) e ângulos zenitais (ou verticais). Há diversas marcas e tipos de aparelhos, que costumam classificar-se:

- a) Pela *finalidade* de uso: topográficos, geodésicos e astronômicos;
- b) Pela *precisão*: comuns (1' a 6"), de precisão (1"), de alta precisão (0,1" a 0,01");
- c) Quanto à *forma*: clássicos, modernos, eletrônicos.

Como já foi dito, os novos equipamentos (estações totais) incorporam em um só instrumento as funções de teodolito, distanciômetro e caderneta eletrônica.

No entanto, pode-se distinguir claramente os elementos relativos à medição de ângulos, realizando as funções de um teodolito.

4.2. A Estação Total

Os órgãos constitutivos variam muito de modelo para modelo e a familiarização e o aprendizado só vêm com a prática. Esses equipamentos possuem 3 eixos: o principal, que é o de rotação e deve permanecer sempre na vertical; o secundário que é o eixo de rotação da luneta e que deve permanecer horizontal e o eixo de colimação que é a linha de visada, definida pela ocular e pelo retículo, devendo permanecer normal ao eixo secundário.

Os círculos azimutais, ou dispositivos equivalentes, são graduados no sentido NESW de 0° a 360° . Os círculos zenitais variam e podem ser graduados: de 0° a 90° em 4 quadrantes; de 0° a 180° , em dois semicírculos, ou de preferência de 0° a 360° . Ainda há diferenças com relação à origem da graduação desse círculo: na horizontal, no zênite ou no nadir.

Nos aparelhos mais antigos são encontrados micrômetros e nônios para a leitura dos últimos dígitos, e níveis de bolha que possibilitam o controle da horizontalidade mediante o giro de parafusos calantes.

As estações totais ou os teodolitos eletrônicos apresentam a leitura digital dos ângulos e permitem uma série de facilidades: zerar o equipamento em qualquer posição, introduzir ângulos pré-determinados, optar pela graduação no sentido horário ou anti-horário e outras.

Observações:

a) Na vida profissional, como os aparelhos são muito variados, sugere-se consultar o manual de cada um, quando for necessário a sua utilização.

Os topógrafos profissionais conhecem muito bem os aparelhos com que trabalham habitualmente. O engenheiro e o arquiteto não necessitam, normalmente, desses conhecimentos específicos. O uso desses equipamentos, no entanto, é proveitoso na graduação já que tem a função de laboratório, isto é, familiarizar-se com a forma de passar da teoria para a prática e ganhar sensibilidade para o significado de números e precisões que podem ou devem ser exigidas (mm, segundo de arco, etc.);

b) As estações totais e os teodolitos eletrônicos empregam dois princípios alternativos de codificação e medição de ângulos. Os que utilizam o sistema incremental possuem um círculo de vidro com traços radiais escuros e regiões transparentes de igual largura. Uma fonte de luz de um lado e um foto detector de outro permitem contar os pulsos (claro/escuro) que ocorrem quando o teodolito gira de uma posição a outra. Esse número de pulsos é convertido para a forma digital e mostrado no visor.

Já os que utilizam o sistema absoluto, possuem trilhas radiais circulares concêntricas com setores claros e escuros. Disposto de uma série de diodos alinhados radialmente tem-se para cada posição do círculo um código binário (um ou zero) em função da luz passar ou não em cada fotodetector: a cada código corresponde um ângulo;

c) Em diversos equipamentos existe o sensor eletrônico de inclinação que nivela automaticamente o instrumento. Isso se dá mediante um sistema óptico que projeta luz sobre a superfície (horizontal) de um líquido e um fotodiodo que verifica o local de incidência desse raio de luz e, caso esteja fora de posição, aciona um pequeno motor que horizontaliza o conjunto;

d) Os equipamentos eletrônicos, com precisão suficiente para a topografia, possuem uma série de vantagens com relação aos clássicos, como: comodidade e menor possibilidade de erro na leitura dos ângulos, flexibilidade na escolha do tipo de graduação, produtividade e outros.

As estações totais modernas armazenam os dados de sua memória que são posteriormente , transferidos automaticamente para microcomputadores (interface RS-232 e USB).

4.3. Operações

Para a medição de ângulos, são necessárias as seguintes operações básicas: o *estacionamento* (posicionamento sobre a estação), o *nivelamento* (que garante a posição correta dos eixos e dos círculos graduados), a *orientação* (posicionamento do 0° da graduação numa direção pré-estabelecida) a *colimação* (visada precisa ao ponto, que deve coincidir com o centro do retículo) e finalmente a leitura e sua gravação.

A orientação deve ser feita de preferência pelo norte verdadeiro que pode ser determinado por transporte a partir de uma linha de direção conhecida, por meio de um giroscópio acoplado ao teodolito (a combinação do movimento de um giroscópio de eixo horizontal com o movimento de rotação da Terra produz uma resultante na direção NS, que força o aparelho a deslocar-se para essa orientação) ou ainda, determinado, através do GPS, as coordenadas dos dois pontos (o estacionado e o visado) e o azimute da direção.

Em levantamentos de maior responsabilidade, como é o caso de muitas obras de engenharia, exige-se a orientação verdadeira.

Aparelhos de menor precisão costumam dispor de uma bússola, que permite uma orientação aproximada do norte magnético (erro na faixa de 0,5 a 1°). Através do cálculo da declinação magnética atualizada, para cada local e data, pode-se correlacionar a orientação magnética com a verdadeira, mas sempre dentro da margem de erro apontada.

4.4. Medição de ângulos horizontais

Estando o aparelho estacionado em P (Figura 4.1) e bem materializados os pontos r (ré) e v (vante), que definem a geometria, pode-se obter o ângulo α assim formado, por diversos métodos em função da orientação do aparelho.

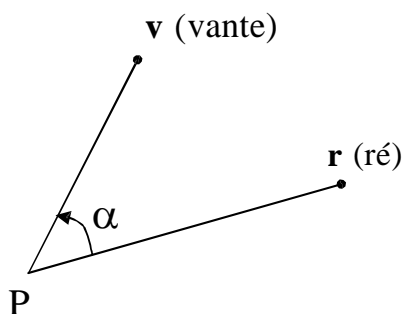


Figura 4.1 - Medição de ângulos horizontais

Para auxiliar na definição do ângulo e poder denominá-lo interno ou externo em uma poligonal, chama-se um ponto de ré (r) e o outro de vante (v) e define-se como padrão o sentido horário de caminhamento.

4.4.1 Aparelho não orientado (caso geral)

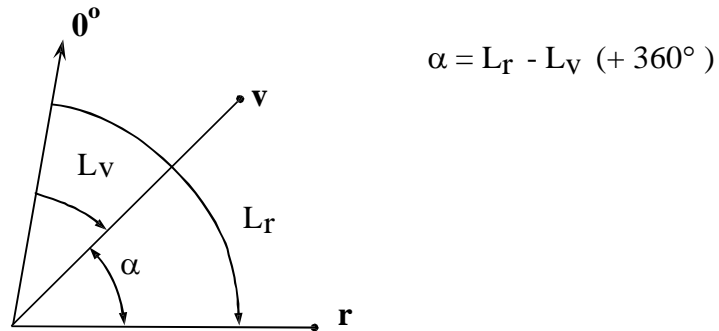


Figura 4.2 - Equipamento não orientado

A origem situa-se em um ponto qualquer e o ângulo α é obtido pela diferença das duas leituras (ré menos vante). Deve-se somar 360° quando α for negativo, para trabalhar sempre no intervalo de 0° a 360° .

4.4.2 Aparelho orientado pelo norte verdadeiro

A origem da graduação coincide com o norte verdadeiro e as leituras são chamadas de azimutes verdadeiros:

$$\alpha = L_r - L_v = A_r - A_v$$

4.4.3 Aparelho orientado pela bússola

A origem da graduação, com o auxílio de uma bússola incorporada, coincide com o norte magnético e as leituras denominam-se azimutes magnéticos:

$$\alpha = L_r - L_v = A_{mr} - A_{mv}$$

4.4.4 Aparelho orientado por vante

Impõe-se que a origem da graduação coincida com o ponto de ré e, neste caso, pensando em uma poligonal, obtém-se o ângulo interno:

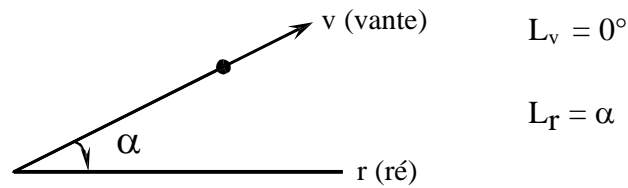


Figura 4.3 - Aparelho orientado por vante

4.4.5 Aparelho orientado por ré

Neste caso, pensando em uma poligonal, obtém-se o ângulo externo:

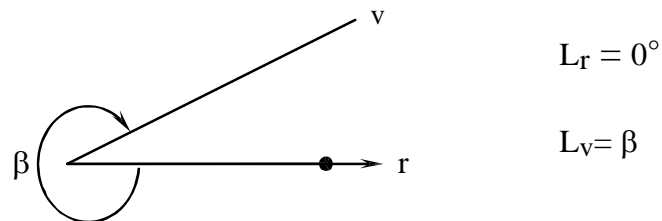


Figura 4.4 - Aparelho orientado por ré

4.4.6 Método das deflexões

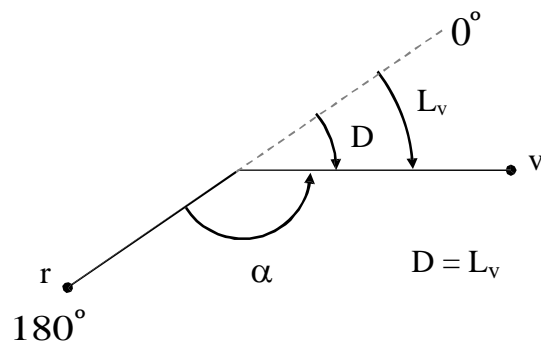


Figura 4.5 - Origem da graduação no prolongamento de ré.

Força-se a coincidência da leitura 180° com o ponto de ré, o que equivale a ter a origem da graduação no prolongamento dessa direção.

É um processo muito utilizado em estradas, caso em que se segue um caminhar por trechos de reta, defletindo à direita ou à esquerda e sempre se possui a materialização do ponto de ré.

O ângulo de deflexão D é igual a L_v , sendo positivo ou negativo em função da deflexão ser à direita ou à esquerda. É expresso sempre de 0° a 180° .

4.5. Outras técnicas de medição de ângulos

Para garantir e melhorar a precisão dos resultados empregam-se outras técnicas, aplicáveis somente aos equipamentos clássicos, já que os eletrônicos efetuam uma série de medidas antes de apresentar o valor digital (média).

Destacam-se as seguintes técnicas:

4.5.1 Pares conjugados de leitura

Além da medição normal, inverte-se a luneta (operação que produz necessariamente um giro de 180° no círculo horizontal) e efetuam-se as novas leituras L'_v e L'_r , obtendo-se $\alpha' = L'_r - L'_v$. A seguir, tira-se a média para obter o ângulo desejado.

4.5.2 Medida com reiterações

Fixado o número de reiterações n , efetuam-se n pares de leituras conjugadas, tendo o cuidado de deslocar a origem da graduação de forma a cobrir todo o círculo horizontal. O incremento nesse valor vem dado por $360^\circ/(2n)$.

Adota-se a média como valor mais provável do ângulo, e o erro da média é calculado dividindo-se a precisão da medida simples por \sqrt{n} .

4.5.3 Medida com repetição

Fixado o número de repetições n , soma-se "fisicamente" n vezes o ângulo α através do seguinte processo: lê-se o valor L_v e L_r ; trava-se a leitura e aponta-se o equipamento para ré; solta-se o círculo de leitura, efetua-se a nova leitura de vante L'_v (que vale aproximadamente $L_v + \alpha$), repetindo o processo n vezes.

$$\text{O valor mais provável do ângulo é } \alpha = \frac{L_r - L_v + x \cdot 360^\circ}{n}$$

onde:

L_r - leitura do ponto de ré;

L_f - leitura final do ponto vante (os valores intermediários não são considerados);

x - número de giros completos do círculo graduado, que deve ser controlado.

O erro da média, teoricamente, é a precisão da leitura dividido por n . Na prática esse valor não pode ser melhor que a precisão nominal do equipamento.

4.6. Medição de ângulos zenitais

É feita de forma análoga à medição dos ângulos horizontais, sendo que a orientação é feita pelo zênite ou pela horizontal (origens naturais).

Há aparelhos que fornecem a distância zenital (z) medida a partir do zênite e contada de 0 a 360° no sentido horário, outros fornecem a inclinação (i ou h), a partir da horizontal, sendo (+) para cima e (–) para baixo em um sistema de horizontalização automática.

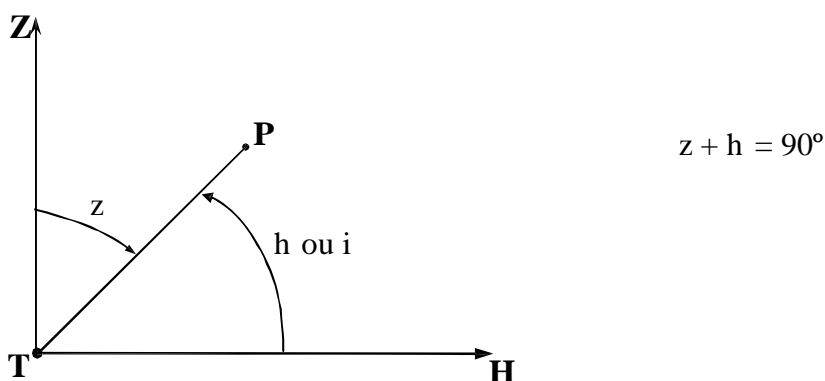


Figura 4.6 - Esquema de medição de ângulos zenitais

Outros empregam um nível de bolha específico para isso. Além disso, pares conjugados de leitura (luneta na posição direta e inversa) compensam possíveis desvios na orientação vertical.

4.7. Rumos e azimutes magneticos

Em muitos trabalhos (levantamentos antigos, descrições de glebas e outros) o profissional encontrará descrições de direções através de rumos. Trata-se de um sistema que exprime o ângulo em função do quadrante em que se encontra. Além do valor numérico acrescenta-se uma sigla (NE, NW, SE, SW) cuja primeira letra indica a origem a partir da qual se mede e a segunda exprime a direção de giro. Na figura 4.7

os pontos 1, 2, 3 e 4 teriam rumos NE, SE, SW e NW respectivamente.

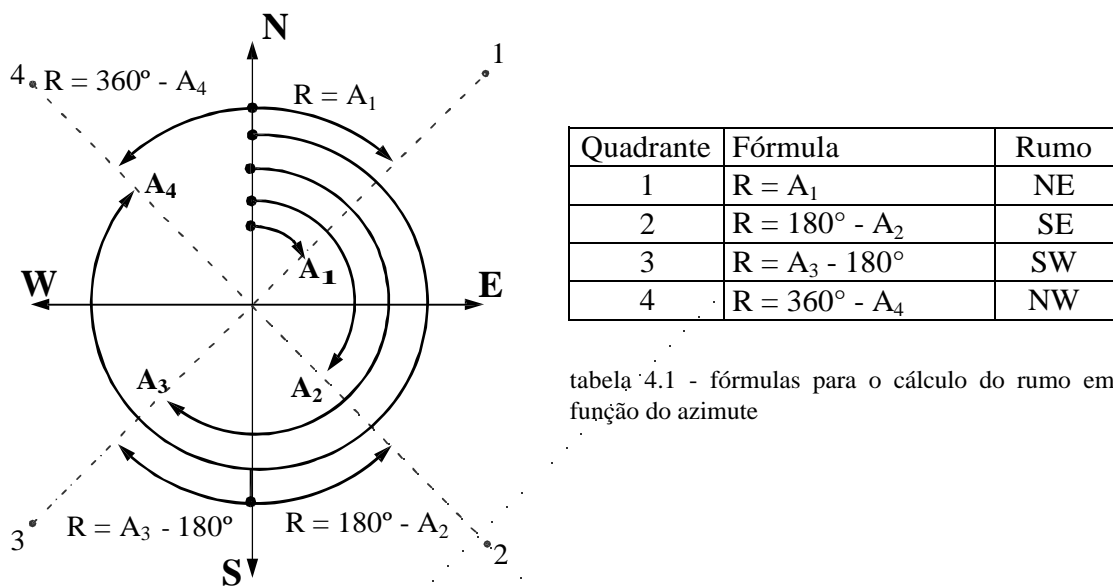


tabela 4.1 - fórmulas para o cálculo do rumo em função do azimute

Figura 4.7 - Conversão de azimutes para rumos

Outra forma de se exprimir o rumo, expressa o valor numérico entre as duas letras, por exemplo N 78° 14' E; em vez de 78° 14'NE.

Na maioria dos casos, para padronizar os cálculos, convém converter os rumos em azimutes magnéticos, isto é, com origem sempre no norte e sentido horário de contagem. As fórmulas de conversão vêm resumidas na tabela 4.1 e podem ser acompanhadas na figura 4.7. No caso, preferiu-se exprimir os rumos em forma de azimutes mas a transformação inversa utiliza as mesmas fórmulas transpondo os termos necessários.

4.8. Declinação magnética

Declinação magnética é o ângulo azimutal formado entre as linhas Norte-Sul verdadeira e magnética; ou ainda, a diferença entre o azimute verdadeiro e o azimute magnético.

Essa declinação magnética varia no tempo e no espaço. Os órgãos oficiais de cartografia de cada país elaboram, a cada década, por exemplo, um mapa da declinação magnética com curvas de igual valor dessa variável, denominadas isogônicas, como se vê na figura 4.8.

Deve-se realizar uma interpolação entre curvas consecutivas para obter o valor no local desejado. Esse valor refere-se à data do mapa. É necessário realizar a seguir uma interpolação no tempo em função da data em que se deseja e para isso dispõem-se de um mapa de curvas isopóricas que contém linhas de igual variação anual da declinação.

Então, chamando de d a declinação magnética que se deseja, a mesma pode ser determinada através da fórmula:

$$d = d_0 + v \cdot \Delta t$$

onde:

d_0 - declinação magnética na data t_0 (anos), interpolada na carta de isogônicas;

v - variação anual da declinação para o local em questão, interpolada na carta de isopóricas;

Δt - tempo transcorrido a partir da data em que as cartas foram elaboradas (ano e fração).

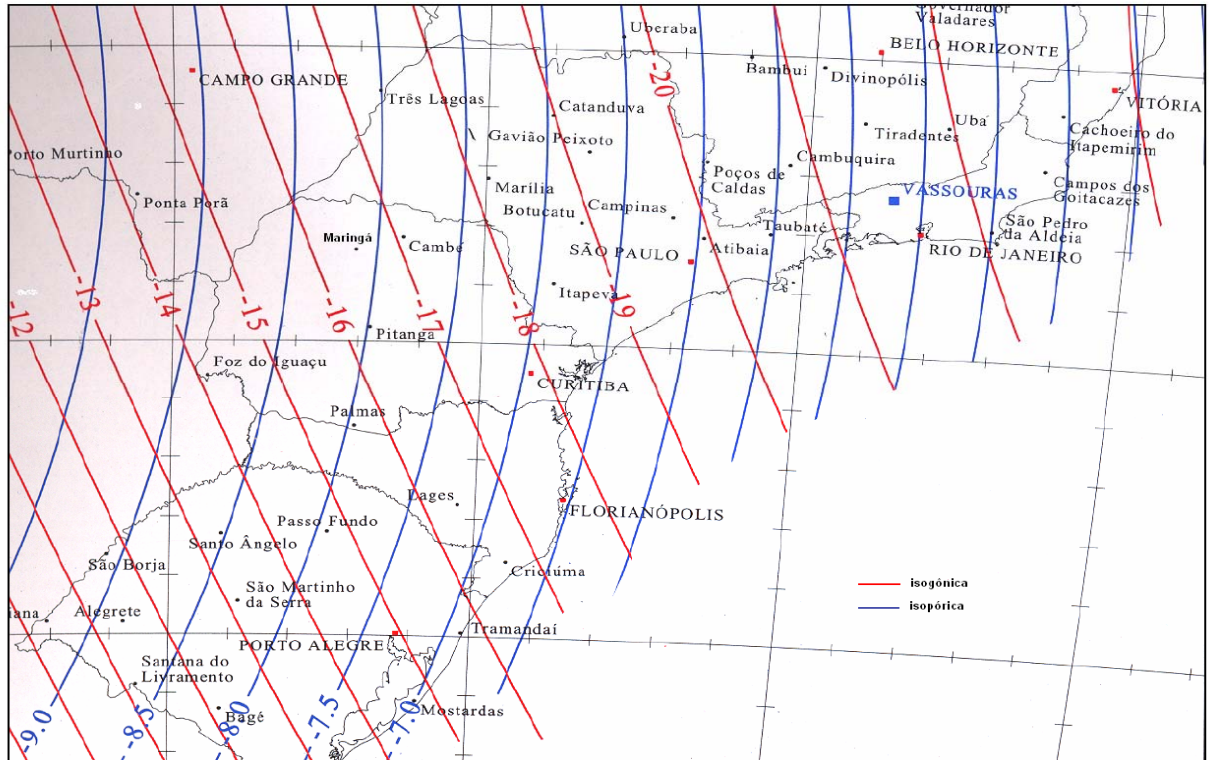
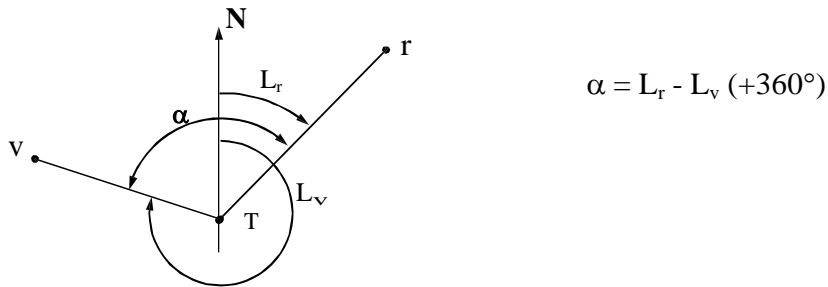


Figura 4.8 - Mapa magnético do Brasil - 2005

Obs.: - as isogônicas são curvas com concavidade voltada a direita: -18° , -19° , -20°
 - as isopóricas são curvas com concavidade voltada para a esquerda: $-9'$, $-8,5'$, -8

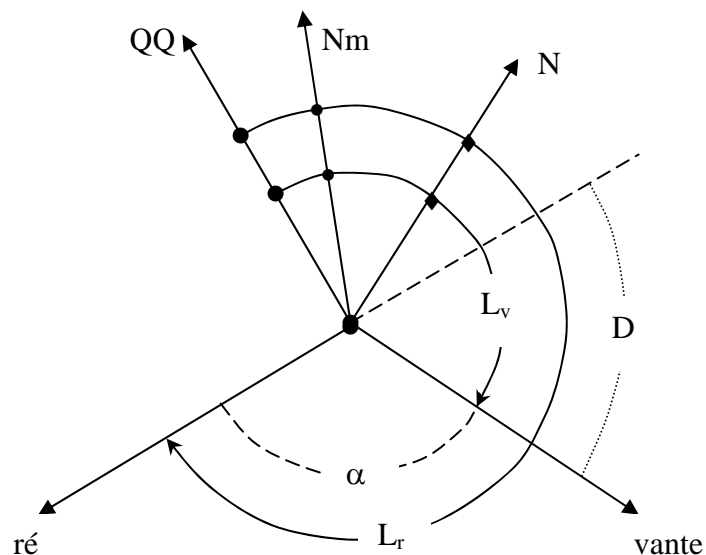
B - EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

4.1 Um teodolito em T faz a visada aos pontos r (ré) e v (vante). Pergunta-se: em que casos (configuração geométrica), é necessário somar 360° ao resultado para obter o ângulo α ?



R.: Isto acontece sempre que α é negativo, ou seja, $L_r < L_v$. Isso ocorre quando a orientação do teodolito (0° , N, ...) é interna ao ângulo α (figura acima).

4.2 Como se pode relacionar as leituras angulares feitas para duas direções fixas através dos diversos processos?



Essas relações podem ser obtidas através do ângulo interno α , como se vê pela geometria da figura acima. Nas situações em que o aparelho tem uma orientação

qualquer (QQ), está orientado pela bússola (Nm) ou pelo norte verdadeiro (N), a diferença de leituras é sempre a mesma e corresponde ao ângulo α ; ocorre somente um deslocamento da origem.

Quando o aparelho está orientado por ré obtém-se o ângulo externo $\beta = 360 - \alpha$ e no processo das deflexões $D = \pm (180^\circ - \alpha)$.

4.3 São fornecidos os pares de leituras conjugadas para a visada de dois pontos A e B. Calcular os ângulos horizontais e verticais e indicar as medidas (precauções) a serem tomadas quando não se fazem leituras conjugadas.

ponto visado	círculo horizontal		círculo vertical	
	PD	PI	PD	PI
A	125°32'	305°30'	87°29'	272°35'
B	84°47'	264°45'	89°13'	270°43'

Solução:

a) Ângulos Horizontais

$$L_A = \frac{125^\circ 32' + (305^\circ 30' - 180^\circ)}{2} = 125^\circ 31'$$

$$L_B = 84^\circ + \frac{47' + 45'}{2} = 84^\circ 46'$$

$$\alpha = L_A - L_B = 125^\circ 31' - 84^\circ 46' = 40^\circ 45'$$

b) Ângulos Verticais

$$Z_A = \frac{87^\circ 29' + (360^\circ - 272^\circ 35')}{2} = \frac{87^\circ 29' + 87^\circ 25'}{2} = 87^\circ 27'$$

$$Z_B = 89^\circ + \frac{13' + (60' - 43')}{2} = 89^\circ + \frac{13' + 17'}{2} = 89^\circ 15'$$

Obs.: Não há significado físico para $Z_A - Z_B$

c) Precauções:

Para os *ângulos verticais* verifica-se nos dois casos uma diferença constante de 4' entre PI e PD, coisa que é aceitável para ângulos verticais, tomando-se a precaução de subtrair 2' à leitura da PD. Isso corresponde ao chamado deslocamento do zenite instrumental.

Para os *ângulos horizontais* - seria preciso confirmar se a diferença de 2' se manifesta também em outras regiões do círculo graduado e, se for o caso, proceder ao ajuste do aparelho.

4.4 Foi feito um levantamento em São Paulo em 01/03/1986 e obteve-se o rumo magnético de uma direção como sendo $41^{\circ} 10'$ SW. Sabendo que a declinação magnética local em 1^o de Janeiro de 1980 é igual a $16,6^{\circ}$ W e que a variação anual dessa declinação é igual a $+ 8'$ W, calcular o azimute verdadeiro aproximado dessa direção.

Solução:

a) obtenção da declinação magnética na data do levantamento

- . Data desejada (1^o/03/86): 1986,16
- . Data em 1^o/01/80: 1980,00
- . Período de tempo transcorrido: 6,16 anos
- . Variação da declinação magnética no período: $6,16 \times 8' \text{ W} = 49,28' \text{ W} = 0,82^{\circ}$ W
- . Declinação magnética em 1^o/03/86: $16,6^{\circ} \text{ W} + 0,82^{\circ} \text{ W} = 17,42^{\circ} \text{ W} = 17^{\circ}25' \text{ W}$

b) azimute magnético da direção.

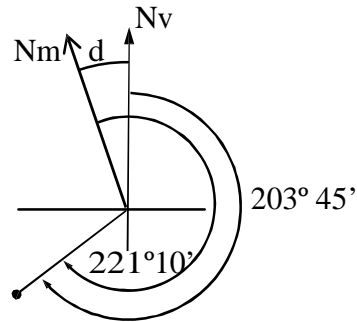
Aplicando a fórmula que relaciona o rumo com azimute:

$$R = A - 180^{\circ} \Rightarrow A = 41^{\circ}10' + 180 \quad \therefore A = 221^{\circ}10'$$

c) Obtenção do azimute verdadeiro (A_V).

$$A_V = A_m - d$$

$$A_V = 221^{\circ}10' - 17^{\circ}25' = 203^{\circ}45'$$



4.5 Um ângulo foi medido através do método de repetição, com precisão de segundos. A leitura dos nônios A e B na visada à ré inicial foi $125^{\circ}52'00''$. Após a primeira repetição, no nônio A lê-se de forma aproximada o valor $202^{\circ}15'$. Após a sexta repetição, a média das leituras dos nônios A e B foi $224^{\circ}12'30''$. Calcule o valor mais provável do ângulo.

a) O valor aproximado do ângulo é:

$$202^{\circ}15' - 125^{\circ}52' = 76^{\circ}23'$$

b) Se foram realizadas 6 repetições sabemos que foi dada somente uma volta completa dos nônios pelo círculo horizontal:

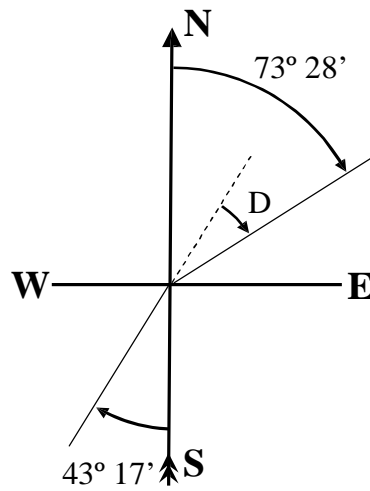
$$360^{\circ} < 6 \cdot 76^{\circ} < 720^{\circ}$$

c) O ângulo procurado será:

$$\alpha = \frac{L_f - L_i + x \cdot 360^{\circ}}{n} = \frac{224^{\circ}12'30'' - 125^{\circ}52'00'' + 360^{\circ}}{6}$$

$$\alpha = 76^{\circ}23'25''$$

4.6 Em uma estação do alinhamento de uma estrada, foram obtidos os seguintes rumos: ré $43^{\circ} 17'$ SW; vante $73^{\circ} 28'$ NE. Calcular o ângulo de deflexão.



Pela figura, tem-se:

$$D = 73^{\circ} 28' - 43^{\circ} 17' = 30^{\circ} 11'$$

C - EXERCÍCIOS PROPOSTOS

4.7 Efetuar as conversões:

- de azimute para rumo: $115^{\circ} 42'$ e $273^{\circ} 27'$

- de rumo para azimute: $73^{\circ} 08'$ SW; $72^{\circ} 01'$ NW; $18^{\circ} 23'$ NE e $28^{\circ} 53'$ SE

4.8 Calcular o ângulo de deflexão e o ângulo interno em determinado vértice de uma poligonal sabendo-se que, neste vértice, os rumos dos lados de ré e de vante são respectivamente $03^{\circ}31'$ SW e $74^{\circ}41'$ NW.

4.9 O rumo magnético de uma certa direção, medido com a bússola do teodolito, em 26/04/83, em São Paulo, foi de $81^{\circ}45'$ NE. Determinar o azimute magnético desta mesma direção, se medido hoje, e também seu azimute verdadeiro. Utilizar os dados de declinação fornecidos no exercício 4.4

4.10 Sendo 2' a precisão obtida por leitura em cada nônio de um teodolito topográfico munido de 2 nônios diametralmente opostos, pergunta-se:

a) Quantas reiterações são necessárias para que o erro médio das leituras feitas (faz-se leituras nos dois nônios) na medida de um ângulo seja igual a 1'.

b) Qual o valor do deslocamento da origem em cada reiteração.

4. 11 Num levantamento por irradiação, foram feitos quatro séries de leituras em diferentes posições do círculo, obtendo-se os seguintes valores:

ponto visado	posição 1	posição 2	posição 3	posição 4
1	$123^{\circ}14' 22,6''$	$168^{\circ}14' 18,0''$	$213^{\circ}14' 25,9''$	$258^{\circ}14' 23,5''$
2	$160^{\circ}52' 03,0''$	$205^{\circ}52' 03,6''$	$250^{\circ}52' 09,9''$	$295^{\circ}52' 06,6''$
3	$191^{\circ}03' 56,2''$	$236^{\circ}03' 55,4''$	$281^{\circ}04' 02,1''$	$326^{\circ}04' 30,1''$
4	$233^{\circ}27' 44,4''$	$278^{\circ}27' 41,4''$	$323^{\circ}27' 52,3''$	$8^{\circ}27' 54,7''$

Calcule os três ângulos internos ($\alpha_1 = 1-2$, $\alpha_2 = 2-3$, $\alpha_3 = 3-4$) em cada posição do círculo de leitura e a seguir calcule o valor mais provável de cada um deles (média).

Capítulo 5

POLIGONAIS: CÁLCULO DE AZIMUTES

A - RESUMO DA TEORIA

5.1. Levantamento

A representação topográfica está baseada em pontos levantados no terreno, que devem ser definidos por uma cota (z) associada a uma posição no plano topográfico (x , y ou N , E).

Para isso implanta-se uma poligonal principal que serve de arcabouço para o levantamento. A partir de vértices ou estações definidas convenientemente obtém-se, por irradiação taqueométrica, diversos outros pontos de forma a cobrir todo o terreno. Pode-se recorrer também a poligonais secundárias. Esse esquema encontra-se representado na figura 5.1.

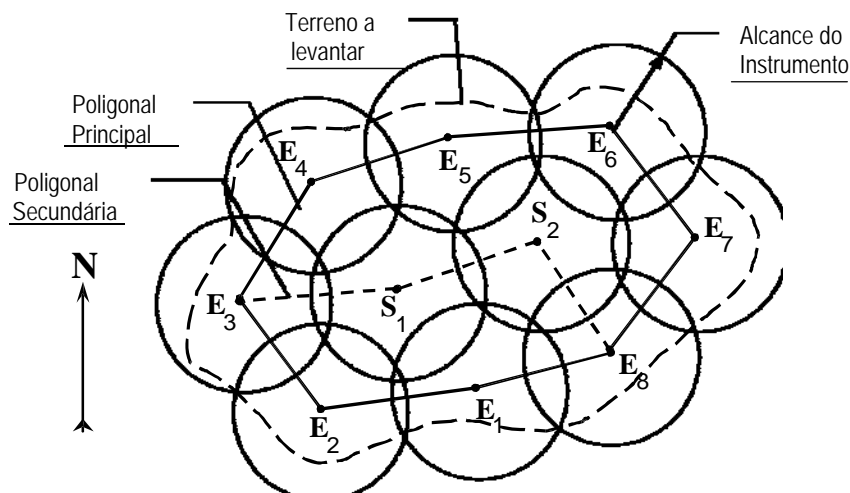


Figura 5.1 - Esquema de levantamento topográfico

O levantamento da poligonal consiste em medir ângulos e distâncias, obedecendo o sentido horário de percurso para padronização dos cálculos. Os dados são anotados na caderneta de campo ou gravados na caderneta eletrônica. Não se dispensa um croqui da situação.

5.2. Características da poligonal

O comprimento e o número de lados devem ser compatíveis com os instrumentos de medida.

teodolito	comprimento dos lados (m)	número de lados (máximo)
1'	30 a 50	12
0,1'	50 a 150	20
1"	150 a 500	50

Os lados da poligonal devem ser medidos com precisão compatível com a medição de ângulos. Para aparelho de minutos pode-se utilizar a trena, obtendo a distância através da média de algumas medições. Para aparelhos de segundos torna-se necessário utilizar distanciômetros eletrônicos. Como já se apontou, existem equipamentos que integram teodolito, distanciômetro e caderneta eletrônica (Estação Total). Os pontos detalhes podem ser obtidos por taqueometria ou por visada a um prisma em uma baliza; em qualquer dos casos, por coordenadas polares referidas a uma estação.

Na medição de ângulos pode ser utilizado qualquer um dos processos vistos anteriormente. Para efeito de cálculo de azimutes e fórmulas, é preferível trabalhar com o caso do teodolito não orientado que é genérico e se aplica a qualquer situação.

5.3. Cálculo de azimutes

O levantamento da poligonal fornece coordenadas, em um sistema polar (ângulos e distâncias), que devem ser convertidas para cartesianas. Para isso, é necessário adotar dois eixos ortogonais, arbitrários (x, y) ou geográficos (N, E). Uma vez obtido o azimute de um lado com relação ao sistema de coordenadas, os demais podem ser calculados pela geometria da figura (soma e/ou subtração de ângulos).

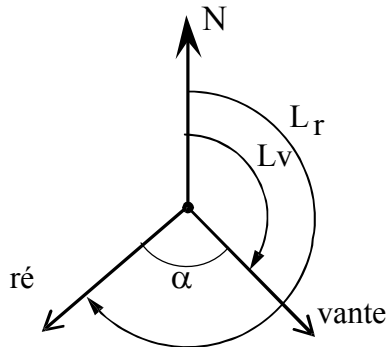
De preferência determina-se o azimute verdadeiro de um lado (azimute inicial) através de um processo que pode ser astronômico, inercial ou por transporte de direções.

Em levantamentos de menor precisão admite-se a amarração através do azimute magnético.

5.4. Esquema em cada estação

5.4.1 Leitura de campo

Em cada estação são feitas as leituras de ré e de vante, de acordo com o esquema da figura 5.2.



onde:

N - orientação do teodolito (origem das leituras), Norte ou outra qualquer;

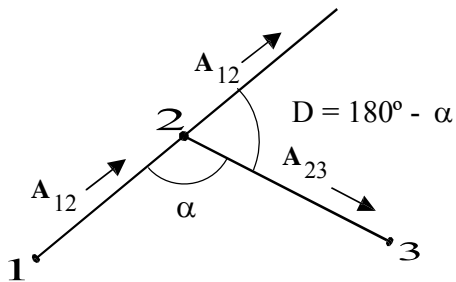
L_v - leitura de vante;

L_r - leitura de ré;

α - ângulo interno = $(L_r - L_v)$.

Figura 5.2 - Esquema em cada estação

5.4.2 Transporte de azimute



onde:

A_{12} - azimute do lado 12 (de 1 para 2);

A_{23} - azimute do lado 23;

D - ângulo de deflexão.

Figura 5.3 - Transporte de azimute

Pela figura 5.3 vê-se que, uma vez conhecido o azimute de um lado pode-se calcular o azimute do lado seguinte através da expressão:

$$A_{23} = A_{12} + D, \quad \text{com } D = 180^\circ - \alpha = 180^\circ + L_v - L_r$$

5.5. Fechamento

A fórmula anterior é recursiva, ou seja, partindo-se de um azimute conhecido qualquer, calcula-se o azimute do lado seguinte e assim por diante, até retornar ao lado de partida.

Pode-se então comparar, para esse lado, o azimute conhecido com o calculado, obtendo-se por diferença o erro de fechamento f .

O erro de fechamento deve ser comparado com o erro admissível (f_{ad}), que pode ser calculado pela fórmula:

$$f_{ad} = 2,5 \cdot e_q \cdot \sqrt{n}$$

onde:

e_q - precisão do equipamento, dada pelo fabricante ou obtida em através do desvio-padrão de uma série de observações;

n - número de vértices da poligonal.

Se $f > f_{ad}$, deve-se procurar localizar e corrigir o erro ou, não sendo possível, refazer todo o trabalho de campo.

Se $f < f_{ad}$, aceita-se o levantamento e procede-se à distribuição dos erros aplicando-se correções acumuladas aos azimutes.

azimute	correção
1	- (adotado como verdadeiro)
2	$1 \cdot e$
3	$2 \cdot e$
4	$3 \cdot e$
:	:
n	$(n-1) \cdot e$
1	$n \cdot e = f$

5.6. Fechamento de poligonais apoiadas ou secundárias

As poligonais apoiadas ou as secundárias, parte e chegam a vértices de coordenadas conhecidas (Q e R na figura 5.4). Com o equipamento instalado em Q faz-se uma leitura a um ponto de referência (P). Depois de observar todos os pontos intermediários, chega-se ao vértice R, no qual visa-se S. O conhecimento das coordenadas de P e S permite conhecer os azimutes de partida e chegada.

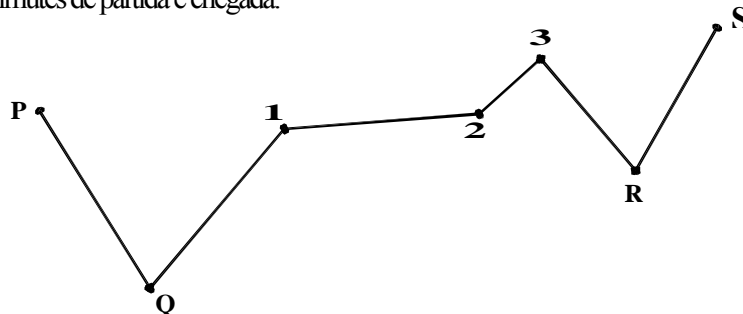


Figura 5.4 - Poligonal secundária (Q 1 2 3 R)

Assim, uma poligonal desse tipo parte de uma direção qualquer PQ, de azimute conhecido (ré ou referência), efetuam-se os cálculos (transporte de azimutes) e chega-se a outro azimute conhecido (vante). A diferença entre o calculado e o conhecido é o erro, que deve ser distribuído de forma semelhante, ao visto para o caso da poligonal fechada.

5.7. Deflexões negativas

Por convenção e facilidade de cálculo adota-se o sentido horário de numeração e cálculo da poligonal. Se esta for convexa ($\alpha_i \leq 180^\circ$), as deflexões serão sempre positivas pois $D_i = 180^\circ - \alpha_i$.

No entanto, pode haver casos de poligonais côncavas, resultando em deflexões negativas como mostra a figura 5.5.

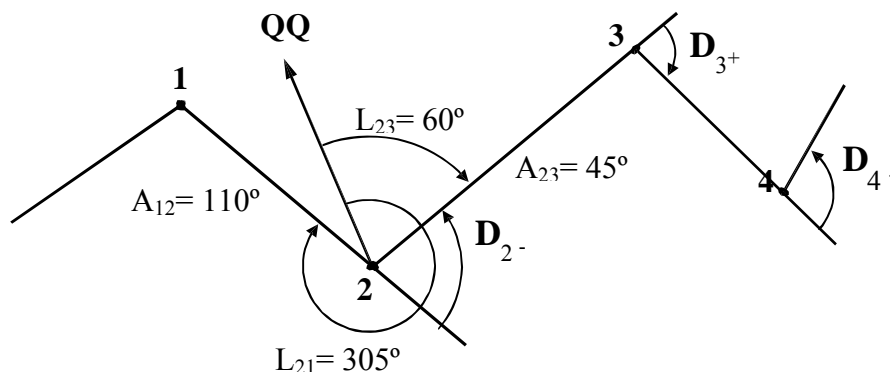


Figura 5.5 - Poligonal com deflexões negativas

Nesses casos continua-se a somar a deflexão, aparecendo esta com sinal negativo. Por exemplo, no ponto 2 tem-se:

$$D_2 = 180^\circ + L_v - L_r = 180^\circ + 60^\circ - 305^\circ = -65^\circ$$

$$A_{23} = A_{12} + D_2 = 110^\circ + (-65^\circ) = 45^\circ$$

Em função da posição do zero do teodolito (QQ) pode resultar numa deflexão maior que 180° . Os cálculos continuam inalterados e fornecem o mesmo resultado, lembrando que se deve subtrair 360° sempre que um ângulo ultrapassar esse valor.

Se, no exemplo acima, a orientação QQ fosse deslocada de 130° para a esquerda, ter-se-ia $L_v = 190^\circ$ e $L_r = 75^\circ$. E as contas, que não alteram o resultado final, seriam:

$$D_2 = 180^\circ + 190^\circ - 75^\circ = 295^\circ$$

$$A_{23} = 110^\circ + 295^\circ (-360^\circ) = 45^\circ$$

5.8. Fechamento rigoroso

O processo aqui resumido é aproximado: o fechamento angular foi feito sem considerar as medidas lineares da poligonal. O processo mais rigoroso de ajuste integrado (método dos mínimos quadrados) é bastante mais trabalhoso e só se justifica em levantamentos de maior precisão e de grandes dimensões.

5.9. Planilha de cálculo

Para tornar o processo de fechamento operacional e simples, deve-se dispor os dados de forma ordenada em uma planilha adequada e adotar uma sistemática de cálculo. O primeiro exercício resolvido, explica todo o processo.

B - EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

5.1 Com os dados de campo fornecidos, leituras de ré e vante feitas nos 5 vértices de uma poligonal levantada pelo processo dos azimutes magnéticos, efetuar seu fechamento adotando como azimute inicial a leitura de vante da estação 1. Acompanhe o modo como se preenchem as colunas da planilha abaixo:

Cálculo de Azimutes							
estação	ângulos lidos		D (deflexão)	azimutes			
	vante	ré		provisório	ajuste	ajustados	definitivos
1	-	-	-	34° 22'	0	34° 22'	17° 27'
2	108° 49'	213° 56'	74° 53'	109° 15'	1'	109° 16'	92° 21'
3	163° 02'	288° 36'	54° 26'	163° 41'	2'	163° 43'	146° 48'
4	250° 43'	342° 15'	88° 28'	252° 09'	3'	252° 12'	235° 17'
5	307° 30'	71° 28'	56° 02'	308° 11'	4'	308° 15'	291° 20'
1	34° 22'	128° 16'	86° 06'	34° 17'	5'	34° 22'	
Nome do operador:					Data:		

coluna	preenchimento
estação	Identificação da estação: 1, 2, 3 ..etc. Ao final deve-se repetir a primeira estação e seus valores;
vante	Lv - leitura de vante (obtida em campo);
ré	Lr - leitura de ré (obtida em campo);
deflexão D	É o ângulo de deflexão: $D = 180^\circ + \text{Vante} - \text{Ré}$;
provisório	Para a primeira estação adota-se um valor: ou de forma arbitrária ou determinado por processo específico; Nos demais, calcula-se somando o provisório anterior com D;
ajuste	Obtido somente ao final. O azimute calculado da primeira estação (última linha) deve coincidir com o azimute de partida adotado. Na prática isso não ocorre e o erro de fechamento é obtido através da diferença entre os dois. O ajuste correspondente a cada azimute é obtido multiplicando o ajuste unitário $e = f/n$ pelo número da estação menos um, ou seja, a partir da estação 2, aplicam-se os ajustes: $e, 2e, \dots, n \cdot e = f$;
ajustados	Basta somar a cada ângulo ao seu ajuste correspondente;
definitivos	Esta coluna existe para os casos em que o azimute definitivo da 1ª estação é determinado posteriormente ao fechamento dos cálculos. Ou quando se escolhe outra estação que não a primeira para essa determinação. O preenchimento da coluna se faz aplicando às demais estações a mesma rotação θ necessária para transformar o azimute ajustado no azimute verdadeiro (definitivo). Ver próximo exercício.

5.2 Continuando o exercício anterior, calcule os azimutes definitivos sabendo que o azimute verdadeiro determinado astronomicamente na terceira estação vale $146^{\circ}48'$.

- Calcula-se a rotação, a ser aplicada na estação 3, para transformar o azimute ajustado em definitivo:

$$\theta = 146^{\circ} 48' - 163^{\circ} 43' = -16^{\circ} 55'$$

Aplicando essa mesma rotação, de $-16^{\circ}55'$, aos demais vértices obtém-se os valores da última coluna (azimutes definitivos).

5.3 Suponhamos, ainda para os dados já fornecidos, que soubéssemos a priori o azimute verdadeiro da estação 1 = $17^{\circ}27'$. Calcular novamente a poligonal, adotando esse valor como o azimute inicial.

Solução: O cálculo realiza-se normalmente, adotando como azimute de partida (coluna *provisório*) o valor verdadeiro $17^{\circ} 27'$, e preenchendo normalmente as linhas referentes a estação 1 com as leituras de campo, mas na última linha.

Em função de haver-se partido de um azimute verdadeiro, os valores ajustados já são os definitivos.

Cálculo de Azimutes						
estação	ângulos lidos		D (deflexão)	azimutes		
	vante	ré		provisório	ajuste	ajustados
1			-	17° 27'		17° 27'
2	108° 08'	213° 56'	74° 53'	92° 20'	1'	92° 21'
3	163° 02'	288° 36'	54° 26'	146° 46'	2'	146° 48'
4	250° 43'	342° 15'	88° 28'	235° 14'	3'	235° 17'
5	307° 30'	71° 28'	56° 02'	291° 16'	4'	291° 20'
1	34° 22'	128° 16'	86° 06'	17° 22'	5'	17° 27'
Nome do operador:					Data:	

5.4 Uma poligonal secundária ABC apoia-se nos vértices 3 e 10 da poligonal principal. Sendo fornecidas as leituras de ré e vante em cada estação, pede-se realizar o fechamento angular, conhecendo-se também os azimutes verdadeiros dos lados 2-3 ($314^{\circ} 01'$) e 10-11 ($168^{\circ} 15'$).

Solução: Resolve-se o problema lembrando que o aparelho também é estacionado nos vértices 3 e 10 da poligonal principal e tendo em conta, no cálculo, que se parte de um azimute verdadeiro conhecido do lado 2-3 ($314^{\circ} 01'$) e deve-se chegar a outro conhecido, do lado 10-11 ($168^{\circ} 15'$); a diferença corresponde ao erro de fechamento.

Cálculo de Azimutes							
estação	ângulos lidos		D (deflexão)	azimutes			
	vante	ré		provisório	ajuste	ajustados	definitivos
2				$314^{\circ} 01'$		$314^{\circ} 01'$	
3	$43^{\circ} 55'$	$150^{\circ} 28'$	$73^{\circ} 27'$	$27^{\circ} 28'$	-1'	$27^{\circ} 27'$	
A	$83^{\circ} 08'$	$224^{\circ} 18'$	$38^{\circ} 50'$	$66^{\circ} 18'$	-2'	$66^{\circ} 16'$	
B	$120^{\circ} 25'$	$262^{\circ} 37'$	$37^{\circ} 48'$	$104^{\circ} 06'$	-3'	$104^{\circ} 03'$	
C	$160^{\circ} 44'$	$299^{\circ} 58'$	$40^{\circ} 46'$	$144^{\circ} 52'$	-4'	$144^{\circ} 48'$	
10	$185^{\circ} 17'$	$341^{\circ} 49'$	$23^{\circ} 28'$	$168^{\circ} 20'$	-5'	$168^{\circ} 15'$	
Nome do operador:					Data:		

5.5 São fornecidos os dados de uma poligonal de 5 vértices, levantada com um teodolito de precisão nominal $0,1'$ (precisão efetiva $0,3'$), utilizando o processo de orientação por vante. Pede-se realizar o fechamento da mesma, calculando também o erro tolerável. É fornecido o azimute do 1º lado: $34^{\circ} 22,5'$

Solução: A metodologia de cálculo é a mesma, tomando-se o cuidado de realizar corretamente as somas e subtrações de ângulos, bem como a distribuição proporcional acumulada do erro de fechamento

Cálculo de Azimutes							
estação	ângulos lidos		D (deflexão)	azimutes			
	vante	ré		provisório	ajuste	ajustados	definitivos
1				$34^{\circ} 22,5'$		$34^{\circ} 22,5'$	
2	0°	$105^{\circ} 06,7'$	$74^{\circ} 53,2'$	$109^{\circ} 15,8'$	0,3'	$109^{\circ} 16,1'$	
3	0°	$125^{\circ} 33,5'$	$54^{\circ} 26,5'$	$163^{\circ} 42,3'$	0,5'	$163^{\circ} 42,8'$	
4	0°	$91^{\circ} 31,2'$	$88^{\circ} 28,8'$	$252^{\circ} 11,1'$	0,8'	$252^{\circ} 11,9'$	
5	0°	$123^{\circ} 57,8'$	$56^{\circ} 02,2'$	$308^{\circ} 13,3'$	1,0'	$308^{\circ} 14,3'$	
1	0°	$93^{\circ} 52,1'$	$86^{\circ} 07,9'$	$34^{\circ} 21,2'$	1,3'	$34^{\circ} 22,5'$	
Nome do operador:					Data:		

5.6 Realize agora o fechamento de uma poligonal com um aparelho de segundos, levantada pelo método das deflexões. O azimute da primeira estação é conhecido: $17^{\circ} 26' 53''$.

Cálculo de Azimutes							
estação	ângulos lidos		D (deflexão)	azimutes			
	vante	ré		provisório	ajuste	ajustados	definitivos
1				$17^{\circ} 26' 53''$		$17^{\circ} 26' 53''$	
2	$74^{\circ} 53' 18''$	180°	$74^{\circ} 53' 18''$	$92^{\circ} 20' 11''$	-2"	$92^{\circ} 20' 09''$	
3	$54^{\circ} 27' 26''$	180°	$54^{\circ} 27' 26''$	$146^{\circ} 47' 37''$	-4"	$146^{\circ} 47' 33''$	
4	$88^{\circ} 29' 37''$	180°	$88^{\circ} 29' 37''$	$235^{\circ} 17' 14''$	-5"	$235^{\circ} 17' 09''$	
5	$56^{\circ} 02' 09''$	180°	$56^{\circ} 02' 09''$	$291^{\circ} 19' 23''$	-7"	$291^{\circ} 19' 16''$	
1	$86^{\circ} 07' 39''$	180°	$86^{\circ} 07' 39''$	$17^{\circ} 27' 02''$	-9"	$17^{\circ} 26' 53''$	
Nome do operador:					Data:		

C - EXERCÍCIOS PROPOSTOS

5.7 Realize o fechamento da poligonal levantada através do processo de orientação por ré, adotando o azimute de $170^{\circ} 27'$ para o primeiro lado.

Cálculo de Azimutes							
estação	ângulos lidos		D (deflexão)	azimutes			
	vante	ré		provisório	ajuste	ajustados	definitivos
1	-	-					
2	$254^{\circ} 53'$	0°					
3	$234^{\circ} 26'$	0°					
4	$268^{\circ} 28'$	0°					
5	$236^{\circ} 02'$	0°					
1	$266^{\circ} 06'$	0°					
Nome do operador:					Data:		

5.8 Com um teodolito eletrônico de décimos de minuto, foi levantada a poligonal abaixo, utilizando o processo de orientar o teodolito em cada estação através do azimute de ré. Isto é feito lembrando que a leitura de ré de uma estação difere de 180° da leitura de vante da estação anterior. Feche a poligonal.

Cálculo de Azimutes							
estação	ângulos lidos		D (deflexão)	azimutes			
	vante	ré		provisório	ajuste	ajustados	definitivos
1	-	-					
2	$34^{\circ} 22,5'$	$128^{\circ} 14,6'$					
3	$109^{\circ} 15,8'$	$214^{\circ} 22,5'$					
4	$163^{\circ} 42,3'$	$289^{\circ} 15,8'$					
5	$252^{\circ} 11,1'$	$343^{\circ} 42,3'$					
1	$308^{\circ} 13,3'$	$72^{\circ} 11,1'$					
	$34^{\circ} 22,5'$	$128^{\circ} 14,6'$					
Nome do operador:					Data:		

5.9 Uma poligonal secundária liga os pontos P e Q de uma poligonal principal. Com os elementos fornecidos abaixo, determine os azimutes verdadeiros. São fornecidos os azimutes de ré para P: $75^{\circ} 24'$ e de Q para vante: $92^{\circ} 23'$.

Cálculo de Azimutes							
estação	ângulos lidos		D (deflexão)	azimutes			
	vante	ré		provisório	ajuste	ajustados	definitivos
P	$220^{\circ} 35'$	$30^{\circ} 20'$					
1	$310^{\circ} 15'$	$40^{\circ} 21'$					
2	$241^{\circ} 45'$	$130^{\circ} 19'$					
3	$159^{\circ} 42'$	$61^{\circ} 32'$					
Q	$226^{\circ} 30'$	$339^{\circ} 12'$					
Nome do operador:					Data:		

5.10 Com os dados fornecidos abaixo, realizar a compensação de uma poligonal levantada pelo processo de orientação por vante. Fazer um esboço da poligonal indicando os azimutes e ângulos internos.

Cálculo de Azimutes							
estação	ângulos lidos		D (deflexão)	azimutes			
	vante	ré		provisório	ajuste	ajustados	definitivos
1			$72^{\circ}11'07''$				
2	0°	$124^{\circ}17'18''$					
3	0°	$264^{\circ}38'02''$					
4	0°	$63^{\circ}43'09''$					
5	0°	$112^{\circ}02'35''$					
6	0°	$99^{\circ}15'11''$					
7	0°	$271^{\circ}29'28''$					
8	0°	$107^{\circ}13'51''$					
9	0°	$81^{\circ}54'23''$					
1	0°	$135^{\circ}25'43''$					
Nome do operador:					Data:		

5.11 São fornecidos os dados de campo de uma poligonal secundária. Pede-se realizar seu fechamento, observando os valores da deflexão e, para melhor entendimento, fazer um esboço da mesma. Dados: azimute de ré para P: $313^{\circ} 14'$ e de Q para vante: $348^{\circ} 41'$.

Cálculo de Azimutes							
estação	ângulos lidos		D (deflexão)	azimutes			
	vante	ré		provisório	ajuste	ajustados	definitivos
P	$45^{\circ} 03'$	$135^{\circ} 18'$					
1	$121^{\circ} 18'$	$243^{\circ} 56'$					
2	$29^{\circ} 27'$	$258^{\circ} 04'$					
3	$353^{\circ} 06'$	$206^{\circ} 16'$					
Q	$301^{\circ} 15'$	$151^{\circ} 12'$					
Nome do operador:					Data:		

* Obs.: Além das folhas para a resolução dos exercícios aqui propostos, você encontrará no fim da apostila um modelo de cada planilha de cálculo, que servirá de matriz para fotocópias, destinando-se a outros eventuais exercícios de classe e para trabalhos de campo (levantamento topográficos).

Anotações :

Capítulo 6 POLIGONAIS: CÁLCULO DE COORDENADAS

A - RESUMO DA TEORIA

6.1. O fechamento linear

O fechamento linear de poligonais é feito através das coordenadas (N,E) dos vértices. Para isso ajustam-se previamente os ângulos (cálculo de azimutes) e com a distância medida (lados da poligonal) transformam-se as coordenadas, de polares para retangulares.

Chamando de coordenadas parciais as projeções dos lados sobre eixos paralelos a N e E com origem na estação de ré, temos as seguintes relações, de acordo com a figura 6.1:

$$\Delta N = d \cdot \cos A \quad \text{e} \quad \Delta E = d \cdot \sin A$$

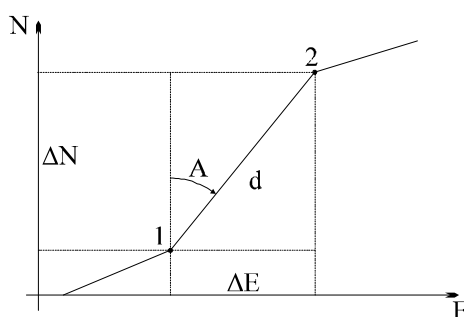


Figura 6.1 - Projeção do lado 12 sobre os eixos N e E

6.2. Condição de fechamento

A condição geométrica de fechamento é que a somatória das projeções sobre cada eixo deve ser nula. Na prática isso não ocorre e obtém-se então os erros de fechamento:

$$f_N = \sum \Delta N \quad \text{e} \quad f_E = \sum \Delta E$$

O erro linear de fechamento é a composição das duas parcelas:

$$f = \sqrt{f_N^2 + f_E^2}$$

6.3. Distribuição do erro

Caso esse erro de fechamento seja aceitável (menor que o admissível), procede-se à sua distribuição, que é feita proporcionalmente às componentes ΔN e ΔE de cada lado da poligonal:

$$\text{Norte} \rightarrow \frac{-f_N}{\sum |\Delta N|} \cdot \Delta N_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad \text{e} \quad \text{Leste} \rightarrow \frac{-f_E}{\sum |\Delta E|} \cdot \Delta E_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Deve-se observar que esta é uma das opções de realizar a distribuição, havendo outras.

OBS: Sinal da distribuição dos erros

- a) No caso da poligonal fechada o sinal na distribuição dos erros é contrário ao erro de fechamento.
- b) No caso da poligonal apoiada ou secundária o sinal na distribuição dos erros é igual ao do erro de fechamento.

Essas explicações ficam mais claras acompanhando os exercícios resolvidos.

6.4. Cálculo das coordenadas

Uma vez calculados os ajustes de cada coordenada parcial podem ser calculadas as coordenadas, por simples soma: $N_2 = N_1 + \Delta N_1$, $E_2 = E_1 + \Delta E_1$, $N_3 = N_2 + \Delta N_2$, e assim por diante. Como se pode ver, é necessário conhecer as coordenadas do vértice inicial (N_1 , E_1) ou, se isso não for possível, adotar um valor arbitrário, redondo: (100, 100), (500, 500), etc. de tal forma que todas as coordenadas finais resultem positivas. Pode ser interessante, para isso, fazer um esboço prévio da poligonal.

6.5. Erros admissíveis

Os erros admissíveis, impostos pelas especificações do levantamento, variam de acordo com o tipo de levantamento e condicionam o equipamento a ser utilizado.

Erros admissíveis	Tipo de poligonal (equipamento)	Precisão nos cálculos
1:500 a 1:2.000	taqueométrica	decímetro
1:2.000 a 1:5.000	a trena	centímetro
1:5.000 a 1:50.000	eletrônica	milímetro

6.6. Fechamento de poligonais secundárias

Em poligonais secundárias, o procedimento é análogo já que esta se apóia em 2 vértices da poligonal principal, de coordenadas conhecidas. Iniciando o cálculo com as coordenadas do vértice de partida, deve-se obter as coordenadas do vértice de chegada. A diferença é distribuída como nas poligonais principais.

6.7. Poligonais abertas

São as que se apóiam em vértices de coordenadas conhecidas (por exemplo, em pontos das redes do IBGE) e costumam ter grandes dimensões. São uma forma de transportar coordenadas de pontos para regiões em que se irá implantar uma obra de engenharia.

Para efeito de cálculo assemelham-se à poligonal secundária. É interessante salientar que uma poligonal fechada pode ser entendida como um caso particular da aberta, em que o vértice de partida coincide com o de chegada.

6.8. Precisão e erros de arredondamento

Em geral, com *aparelhos de minuto*, a distância é fornecida com precisão de *centímetro* (nas poligonais taqueométricas, decímetro). Para *aparelhos de segundos*, deve-se chegar ao *milímetro*.

Nos cálculos com calculadora deve-se conservar os valores intermediários para que os erros de arredondamento não se acumulem. Quando isso não é possível, sugere-se anotar os resultados com pelo menos uma casa a mais do que os dados; mesmo assim podem surgir pequenas discrepâncias na última casa decimal.

B - EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

6.1 Calcular as coordenadas ajustadas da poligonal fornecida através dos azimutes ajustados e das distâncias. Adotar as coordenadas (100,200) para o primeiro vértice.

Cálculo de coordenadas									exercício 6.1	
est	azimute (grau/min./seg.)	Distância (metros)	coordenadas parciais						coordenadas gerais	
			ΔN		ajt. (mm)	ΔE		ajt. (mm)	N (m)	E (m)
			pos. (m)	neg. (m)		pos. (m)	neg. (m)		coordenadas de partida	
1	37° 42' 27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96° 27' 12"	130,107		14,623	+1	129,283		-3	163,581	249,151
3	178°21'08"	88,301		88,265	+3	2,528		-0	148,959	378,431
4	246° 54' 34"	74,432		29,200	+1		68,465	-2	60,697	380,959
5	301° 20' 21'	131,705	68,500		+2		112,490	-2	31,498	312,492
1									100,000	200,000
		(p)								
somadas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		
diferenças: $f_N = -0,009$ $f_E = +0,008$					erros: - fechamento linear, $f = \sqrt{f_N^2 + f_E^2} = 0,012$ m ou 1,2 cm - relativo: - real (f/p) - 1:40.000 - tolerável - 1:20.000					
Nome do operador:								data:		

Solução: Acompanhe como se preenche a planilha de cálculo:

coluna	preenchimento
est. (estação)	identificação da estação;
azimute	azimute para vante, transcrito da folha de cálculo de azimutes;
distância	distância, transcrita da caderneta de campo;
ΔN (norte)	coordenadas parciais N, positivas ou negativas. Essa disposição facilita o cálculo de f_N e f_E ;
ΔE (leste)	coordenadas parciais E, positivas ou negativas;
aj. (ajuste)	ajustes, proporcionais ao módulo das respectivas coordenadas parciais. A soma dos mesmos deve ser igual a f_N ou f_E , com o sinal contrário;
coordenadas gerais	coordenadas finais ajustadas (gerais). Partindo da coordenada conhecida (N_1) soma-se esse valor às coordenadas parciais (positivas ou negativas) e o ajuste, levando sempre em conta os sinais. Serve de verificação o fato de termos de chegar, ao final, à mesma coordenada de partida. Para a coordenada E, vale idêntico raciocínio.

6.2 Calcular as coordenadas gerais dos vértices 1, 2, 3 e 4 de uma poligonal secundária, levantada taqueometricamente, completando também a planilha de cálculo. São fornecidas as seguintes coordenadas: P (98,83 ; 169,18) e Q (70,35 ; 302,03).

Solução: ΔN e ΔE entre os pontos P e Q devem ser comparados com a soma das coordenadas parciais para obter f_N e f_E .

$$* f_N = N_Q - N_P - \sum \Delta N$$

$$* f_E = E_Q - E_P - \sum \Delta E$$

Sendo que pelos dados fornecidos tem-se:

$$N_Q - N_P = -28,48 \text{ m}$$

$$E_Q - E_P = 132,85 \text{ m}$$

Cálculo de coordenadas									exercício 6.2	
est	azimute (grau/min/seg)	distância (metros)	coordenadas parciais						coordenadas gerais	
			ΔN		ajt. (mm)	ΔE		ajt. (mm)	N (m)	E (m)
			pos. (m)	neg. (m)		pos. (m)	neg. (m)		coordenadas de partida	
P	43° 55'	32,40	23,339		+57	22,473		-7	98,83	169,18
1	122° 25'	32,60		17,476	+43	27,520		-9	122,22	191,65
2	162° 35'	51,80		49,425	+121	15,505		-5	104,79	219,16
3	44° 50'	27,40	19,431		+48	19,318		-6	55,49	234,66
4	95° 30'	48,30		4,629	+11	48,078		-17	74,97	253,97
Q									70,35	302,03
		(p)								
soma		192,50	42,770	71,530	+280	132,894	0,000	-44		
$\Sigma \Delta N = 114,300$					diferenças: $f_N = -28,48 - (42,770 - 71,530) = +0,280$					
$\Sigma \Delta E = 132,894$					$f_E = 132,85 - (132,894 - 0,000) = -0,044$					
erros: - fechamento linear, $f = \sqrt{f_N^2 + f_E^2} = 0,283$ ou 28,0 cm					Obs.: justifique o valor (-17) para o último ajuste na direção E.					
- relativo - real (f/p) - 1:680										
- tolerável - 1:500										
Nome do operador:								data:		

C - EXERCÍCIOS PROPOSTOS

6.3 Calcule as coordenadas gerais da poligonal fornecida abaixo. A precisão dos resultados deve ser compatível com a dos dados. Utilizar as folhas de planilha padronizadas.

lado da poligonal	azimute	distância
1 - 2	37° 42' 17"	80,363
2 - 3	96° 27' 12"	130,107
3 - 4	178° 21' 34"	88,301
4 - 5	246° 54' 08"	74,432
5 - 1	301° 20' 21"	131,705

Obs.: o lado refere-se sempre à distância para a estação de vante, de forma semelhante ao que acontece com os azimutes.

6.4 Uma poligonal fechada de 5 vértices é caracterizada pelos elementos fornecidos abaixo, sendo que não se dispõe do azimute e da distância referentes ao último lado. Pede-se, calcular esses elementos, bem como as coordenadas gerais dos vértices, supondo um erro de fechamento desprezível.

lado da poligonal	azimute	distância
1 - 2	52° 55'	30,92
2 - 3	111° 42'	50,08
3 - 4	193° 38'	33,97
4 - 5	262° 09'	28,63
5 - 1	?	?

6.5 Sendo conhecidas e fornecidas as coordenadas parciais de uma poligonal, bem como as coordenadas gerais do vértice 1 (N = 235,918 e E = 104,749), pede-se calcular:

- os azimutes, as distâncias e o perímetro;
- o erro linear e o erro relativo de fechamento;
- as coordenadas gerais dos demais vértices.

lado da poligonal	ΔN	ΔE
1 - 2	30,271	25,006
2 - 3	30,958	18,587
3 - 4	-42,353	14,922
4 - 5	-37,419	-20,957
5 - 1	18,511	-37,596

Capítulo 7

DESENHO TOPOGRÁFICO

A - RESUMO DA TEORIA

7.1. O Desenho topográfico

Consiste na representação fiel do terreno, com seus acidentes naturais e benfeitorias, devendo conter todos os elementos relevantes para atender à finalidade do levantamento.

O relevo também deve figurar no desenho: através das curvas de nível, de pontos cotados, etc. O modo como isso é feito será visto mais adiante.

O desenho topográfico pode ser feito manualmente ou através de traçador gráfico (*plotter*), sendo elaborado com o auxílio de programas editores de desenho (CAD's) de uso genérico (como o AUTOCAD), específicos para Cartografia (DataGeosis, MapInfo, MaxiCAD) ou programas que possuem módulos topográficos / cartográficos (SPRING, MicroStation). Em geral os específicos contêm um módulo que realiza a modelagem digital do terreno (MDT), para geração automática das curvas de nível, acabamento e legendas cartográficas, biblioteca de símbolos específicos e outras facilidades.

O esquema clássico compreendia três formas básicas de desenho: original cartão, original transparente e cópia heliográfica ou semelhante. O original cartão era feito a lápis, cuidando-se principalmente da precisão, e nele apareciam todas as construções geométricas realizadas. O original transparente era obtido por decalque do original cartão e nele figuravam basicamente os elementos existentes no terreno; primava pelo acabamento e destinava-se à reprodução: em geral, cópias heliográficas. Estas eram utilizadas para a realização dos projetos de engenharia.

Com o advento da computação gráfica e da cartografia digital, passou-se a elaborar um único original em meio magnético, a partir do qual se obtêm as cópias necessárias para o projeto. Esse arquivo pode ser entregue diretamente à projetista que o utilizará como dado para o programa de projeto.

7.2. Seqüência de confecção

- a) Definir a estrutura e característica do desenho, tais como: espessura e padrão de linhas, tipo e tamanho de letra para diversos textos a serem escritos, seguindo, sempre que possível, o padrão da ABNT;
- b) Definir o plano de informação (PI's ou *layers*) em que será gravado cada tipo de informação: hidrografia, curvas de nível, quadrícula, etc. Existem padrões;
- c) Definir as coordenadas de terreno como sendo as coordenadas de trabalho (em geral, metros), fixação da escala, definição do nome do arquivo e início do programa;
- d) Desenhar a quadrícula de coordenadas, com espaçamento de 10 (ou 5) cm, e sua cotagem, sempre em coordenadas do terreno;
- e) Demarcar os vértices da poligonal (em geral fornecidos através de coordenadas cartesianas), escolhendo um símbolo adequado que os diferencie dos pontos comuns;

- f) Demarcar os pontos detalhes através dos elementos fornecidos pela caderneta de campo (em geral ângulos e distâncias a partir de um vértice de poligonal) ou pelo cálculo (coordenadas absolutas N, E);
- g) Se for o caso, identificar esses pontos detalhes através do número ou sigla e anotação da sua cota;
- h) Completar o desenho com a união de pontos para formar as figuras a que pertencem: edificações, praças, rios, estradas e outras, com a ajuda dos esboços feitos em campo (croquis);
- i) Efetuar as anotações pertinentes: nomes de rios, lagos, estradas, proprietários, etc. (toponímia);
- j) Elaborar a legenda com os dados do desenho: local, data, desenhista, firma que executou o levantamento, calculista, registros (CREA), etc.;
- k) Indicar a escala (numérica e gráfica) e o norte verdadeiro (tradicional seta). Caso se trabalhe com orientação magnética deve-se anotar esse dado e a data do levantamento junto à seta;
- l) Escrever o título do desenho, com o destaque necessário, incluindo o nome do local, da propriedade, etc.;
- m) Elaborar a planta de situação: pequeno esboço em local adequado, mostrando a colocação da área no contexto da região.
- n) Com o auxílio de um programa de MDT, gerar as curvas de nível e incorporá-las no desenho.
- o) Em *levantamentos cadastrais*, deve-se acrescentar: nome de proprietários; divisas e confrontantes; dimensões de linhas (divisas), de benfeitorias e construções; áreas: totais e parciais; indicações sobre o uso e aproveitamento do solo, como culturas, vegetação, etc.. Se necessário utilizar convenções e acrescentar legenda explicativa.

7.3. Técnicas de elaboração

Numa primeira forma de trabalho, com menor automação, pode-se supor que o desenho é feito em um editor de desenho, a partir das cadernetas de campo, dos memoriais de cálculo e dos croquis, em que aparece cada elemento com a indicação

de sua natureza: estação, ponto detalhe, ponto de uma curva, seqüência de pontos de uma feição (calçada, rio,...). Nessa hipótese, as operações são muito semelhantes às desenvolvidas no desenho manual; podendo-se empregar, com vantagem, as facilidades oferecidas pelo editor de desenho, em conjunção com os métodos geométricos para a definição de pontos e retas: *locar pontos* a partir de coordenadas absolutas ou relativas (ângulo e distância a partir de uma estação), ou como interseção de duas direções, de duas distâncias a pontos conhecidos, etc. e de *desenhar retas*: traçado de paralelas (através de *offset*), de perpendiculares, e tantos outros comandos e funções que automatizam e agilizam o desenho.

Numa segunda forma de trabalho, com maior automação, pode-se supor que todas as coordenadas são expressas num sistema cartesiano (N, E), provenientes das medidas de campo (estação total) ou de um programa de cálculos, e que se dispõem dessas informações em meio magnético.

Nesse esquema pode-se utilizar um programa que leia esses dados e gere automaticamente um arquivo em formato compatível com o do editor de desenho (DXF, por exemplo); ou, com um editor de textos, gerar um arquivo do tipo *script*, também facilmente compreendido pelo editor de desenho.

Com isso, a maior parte do desenho estará pronta: todos os pontos, com seus números, cotas, etc. já estarão desenhados. Fica faltando unir os pontos para formar a figura geométrica correspondente, e isso (teoricamente) poderia ser feito tomando certos cuidados em campo, como gravar códigos adequados, por exemplo, anotando C1, C2 e C3 para 3 pontos que pertençam a um círculo.

Obs.:

1) Finalmente, será necessário *plotar* esse desenho, em traçador gráfico que pode utilizar diferentes tecnologias: jato de tinta, laser, jato de cera. E podendo-se escolher o tipo de meio ou suporte: papel vegetal, plástico, papel fotográfico e outros. Pode-se verificar também a oportunidade de desenhar só em preto ou empregar cores, para uma melhor compreensão do desenho e leitura das informações.

2) O engenheiro e o arquiteto não necessitam adquirir a mesma habilidade manual ou conhecimento de programa que possui um desenhista profissional, mas devem ter condições de avaliar a qualidade de um desenho produzido, verificando se obedece às especificações e se contém os elementos necessários.

7.4. Formatos de papéis (ABNT)

formato	linha de corte (mm)	margem (mm)	folha bruta (mm)
4A ₀	1682 X 2378	20	1720 X 2420
2A ₀	1189 X 1682	15	1230 X 1720
A ₀	841 X 1189	10	880 X 1230
A ₁	594 X 841	10	625 X 880
A ₂	420 X 594	10	450 X 625
A ₃	297 X 420	10	330 X 450
A ₄	210 X 297	5	240 X 330
A ₅	148 X 210	5	165 X 240
A ₆	105 X 148	5	120 X 165

7.5. Legenda

A título de exemplo, apresenta-se a seguir a legenda e as convenções da carta 1:50.000 do IBGE.

SECRETARIA DE PLANEJAMENTO DA PRESIDÊNCIA DA REPÚBLICA
 IBGE — DIRETORIA DE GEODÉSIA E CARTOGRAFIA
 SUPERINTENDÊNCIA DE CARTOGRAFIA
 CARTA DO BRASIL - ESC. 1:50 000

BOITUVA

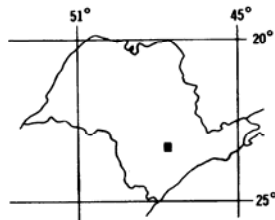
FOLHA SF-23-Y-C-I-4

PROJEÇÃO UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR

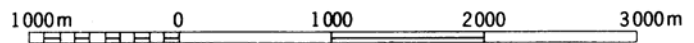
ARTICULAÇÃO DA FOLHA

LARANJAL PAULISTA	PORTO FELIZ	SALTO
TATUI	BOITUVA	ITU
SARAPUI	SALTO DE PIRAPORA	SOROCABA

LOCALIZAÇÃO DA FOLHA NO ESTADO



ESCALA 1:50 000



Eqüidistância das curvas de nível: 20 metros

Origem da quilometragem: Equador e Meridiano 45° W. Gr.,
 acrescidas as constantes 10 000 km e 500 km, respectivamente

Datum vertical: marégrafo Imbituba, SC

Datum horizontal: Córrego Alegre, MG

Levantamento estereofotogramétrico topográfico regular

Aerofotografias - 1965; apoio suplementar e reambulação

executados em 1969 pela Superintendência de Geodésia;

aerotriangulação; restituição e preparo para impressão

realizados pela Superintendência de Cartografia

DIRETORIA DE GEODÉSIA E CARTOGRAFIA

SEGUNDA EDIÇÃO - 1979

DIREITOS DE REPRODUÇÃO RESERVADOS

Impressa no Centro de Serviços Gráficos do IBGE

A DIRETORIA DE GEODÉSIA E CARTOGRAFIA agradece a gentileza da
 comunicação de falhas ou omissões verificadas nesta Folha

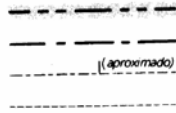
LOCALIDADES

- Mais de 100 000 habitantes
- De 50 000 a 100 000 habitantes
- De 20 000 a 50 000 habitantes
- De 5 000 a 20 000 habitantes
- Até 5 000 habitantes
- Vila
- Povoado
- Núcleo ou propriedade rural

CIDADE
CIDADE
CIDADE
CIDADE
CIDADE
Vila
Povoado
Núcleo

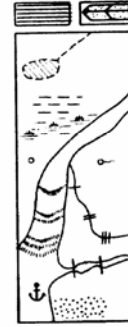
LIMITES

- Internacional
- Interestadual
- Intermunicipal
- Áreas especiais



HIDROGRAFIA

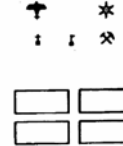
- Mangue. Salina
- Curso-d'água intermitente
- Lago ou lagoa intermitente
- Terreno sujeito a inundação
- Brejo ou pântano
- Poço (água). Nascente
- Salto, cascata ou catarata
- Cachoeira
- Corredeira, rápido, travessão
- Barragens: terra, alvenaria
- Fundeadouro
- Areia



- Campo de emergência. Farol
- Igreja. Escola. Mina

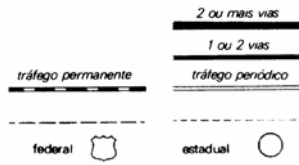
VEGETAÇÃO

- Mata, floresta. Cerrado, macega, caatinga
- Culturas: permanente, temporária



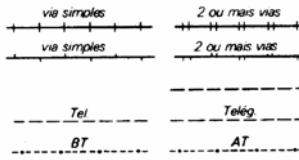
ESTRADAS DE RODAGEM

- Auto-estrada
- Pavimentada
- Sem pavimentação
- Caminho. Trilha
- Identificação de rodovia



ESTRADAS-DE-FERRO

- Bitola normal ou larga
- Bitola estreita
- Caminho aéreo (cabo)
- Linha telefônica e telegráfica
- Linha de energia elétrica



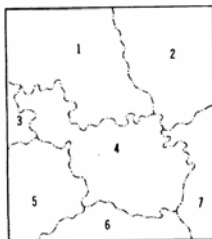
Pontos de controle {

- Horizontal Δ Vertical \times
- Horizontal e vertical Δ 956

Altitudes:

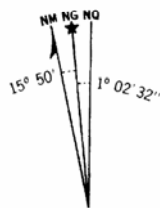
- Comprovada * 573 Não comprovada * 573
- Estação Gravimétrica . E G

DIVISÃO ADMINISTRATIVA



- 1 – BOITUVA
- 2 – PORTO FELIZ
- 3 – TATUI
- 4 – IPERÓ
- 5 – CAPELA DO ALTO
- 6 – ARAÇOIABA DA SERRA
- 7 – SOROCABA

DECLINAÇÃO MAGNÉTICA 1979 E CONVERGÊNCIA MERIDIANA DO CENTRO DA FOLHA



A DECLINAÇÃO MAGNÉTICA CRESCE 8' ANUALMENTE

Usar exclusivamente os dados numéricos

BOITUVA (SP)

B - EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Realize o desenho original cartão, na escala mais adequada, de acordo com os dados das cadernetas de campo e os esboços fornecidos nas folhas a seguir.

Caderneta de campo				esboço 01			
estação	ponto visado	ângulos (azimutes)	distâncias (metros)	estação	ponto visado	ângulos (azimutes)	distâncias (metros)
E1	1	105° 00'	15,00		13	81° 00'	27,55
	2	87° 18'			14	127° 32'	21,60
	3	57° 50'			15	151° 00'	14,25
	4	81° 25'			16	195° 00'	17,30
	E2	24° 39'	86,60		E3	110° 00'	100,40
				E3	E2	290° 00'	
E2	E1	204° 39'			17		22,20
	5	296° 37'	53,40		18	172° 24'	
	6	296° 37'	20,75		19	215° 35'	22,80
	7	352° 25'	24,90		20	307° 00'	25,75
	8	352° 25'	39,20		21	33° 50'	13,25
	9	27° 14'	59,55		E4	82° 45'	54,80
	10	45° 45'	44,15				
	11	56° 02'		E4	E3	262° 45'	
	12	76° 27'	43,95		22	336° 30'	34,15

Coordenadas das estações		
estação	coordenadas	
	N	E
E1	506,21	711,75
E2	584,95	747,88
E3	550,60	842,22
E4	557,50	896,55

Caderneta de campo				esboço 02 (1ª parte)			
estação	ponto visado	ângulos (azimutes)	distâncias (metros)	estação	ponto visado	ângulos (azimutes)	distâncias (metros)
E0	E8	1° 56'	62,15		17	205° 30'	6,00
	1	45° 20'	18,20		18	309° 00'	53,50
	2	46° 40'	27,40		E2	241° 33'	85,85
	3	58° 50'	14,50				
	4	82° 00'	16,60	E2	E1	61° 33'	
	5	7° 30'	8,90		19	336° 50'	17,00
	6	280° 10'	35,65		20	345° 00'	8,00
	7	287° 05'	53,90		E3	265° 03'	85,05
	8	281° 17'	65,35				
	9	289° 54'	67,85	E3	E2	85° 03'	
	10	292° 50'	62,80		21	57° 30'	8,70
	11	290° 05'	49,42		22		6,50
	12	82° 05'	25,20		E4	354° 33'	89,20
	13	140° 25'	23,80				
	14	194° 05'	34,50	E4	E3	174° 33'	
	15	206° 05'	29,80		23	15° 40'	8,50
	16	155° 35'	16,70		24	136° 45'	23,05
	E1	242° 17'	84,50		25	16° 23'	64,85
E1	E0	62° 17'			26	16° 23'	

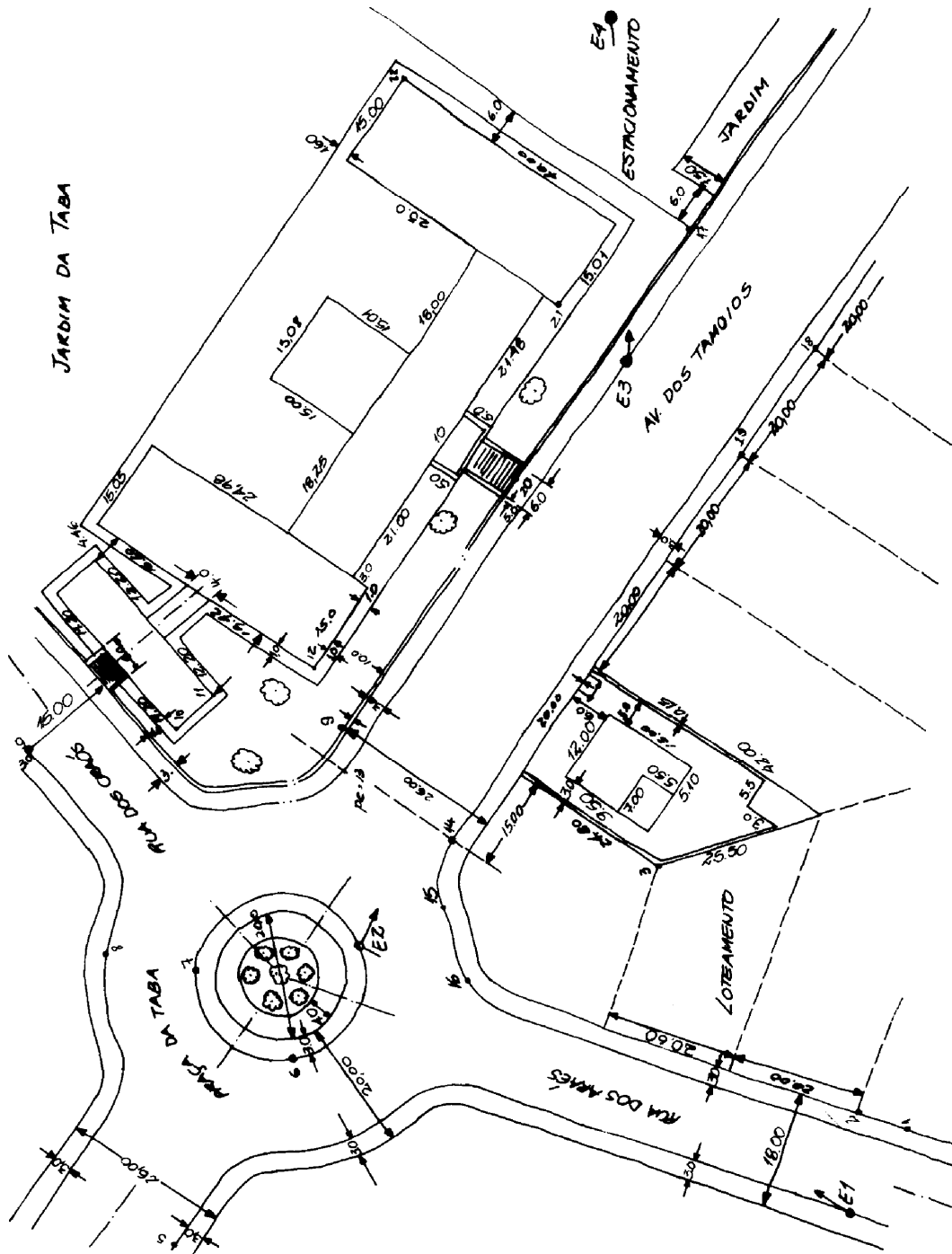
Caderneta de campo				esboço 02 (2ª parte)			
estação	ponto visado	ângulos (azimutes)	distâncias (metros)	estação	ponto visado	ângulos (azimutes)	distâncias (metros)
E4	E5	57 39	93,65		36	53° 47'	
					37	41° 55'	
E5	E4	237 39			38	168° 05'	10,60
	26	288 40			39	200° 37'	10,80
	27	285 27	45,40		E7	125° 16'	55,60
	28	305 30	32,90				
	29	340 15	31,00	E7	E6	305° 16'	
	30	15 45	30,25		36	351° 40'	
	31	38 20	42,20		37	346° 40'	
	32	339 40	39,60		40	40° 10'	46,00
	33	33 30			41	222° 20'	13,50
	41	97 32			E8	82° 38'	46,90
	E6	63 35	83,20				
				E8	E7	262° 38'	
E6	E5	243 35			42	82° 20'	25,60
	33	287 30			43	71° 20'	36,00
	34	295 25	22,50		E0	181° 56'	62,15
	35	42 25	21,80				

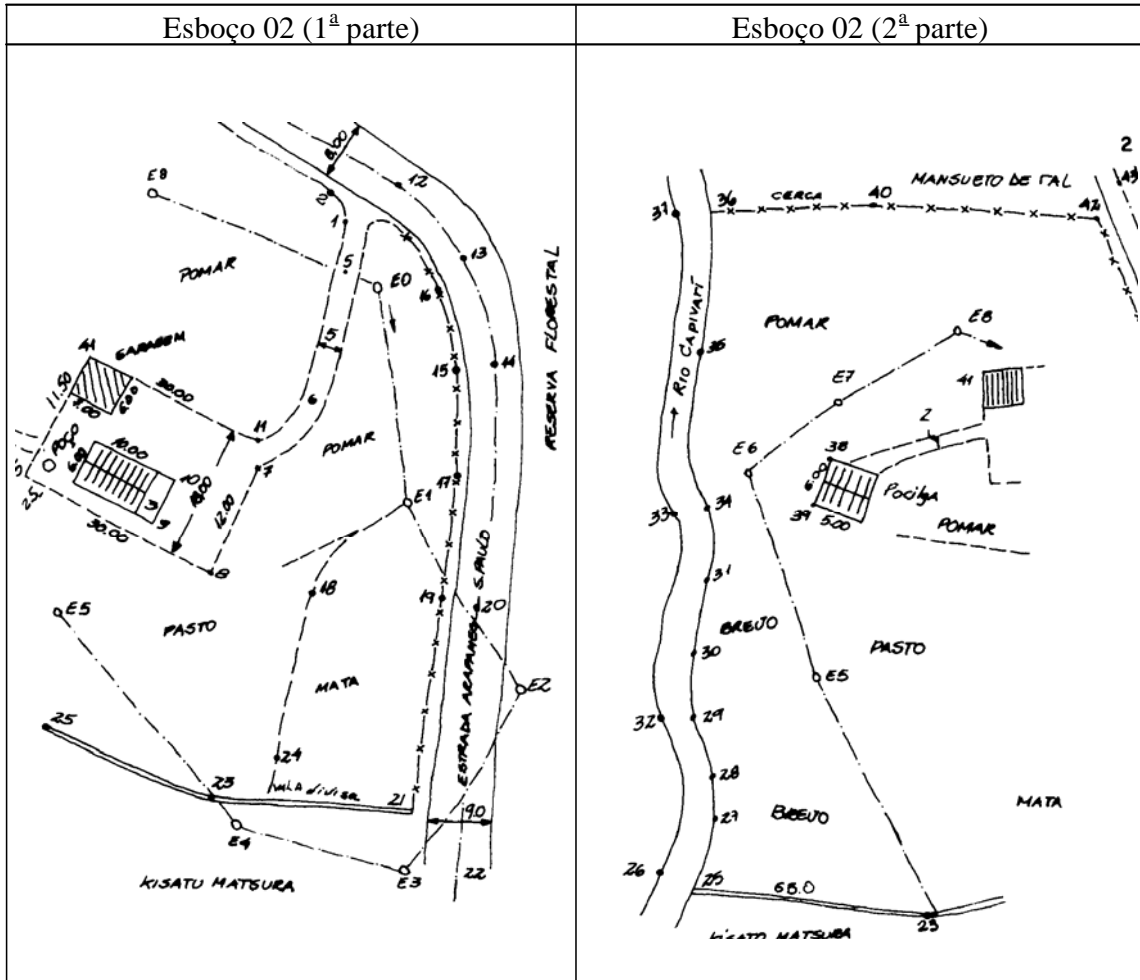
Caderneta de campo				esboço 03			
estação	ponto visado	ângulos (azimutes)	distâncias (metros)	estação	ponto visado	ângulos (azimutes)	distâncias (metros)
E1	1	359° 51'	15,00		14	345° 01'	15,75
	2	66° 42'	19,90		15	345° 01'	6,70
	3		3,50		16	60° 10'	26,70
	4	128° 45'	11,80		17	94° 39'	15,70
	5	163° 10'	22,10		18	140° 12'	24,60
	6	193° 15'			19	164° 50'	
	E2	126° 45'	52,30		20	164° 50'	18,40
					21	199° 23'	19,15
E2	E1	306° 45'			22	216° 02'	29,35
	7	354° 18'	20,35		23	232° 30'	15,55
	8	34° 20'	14,95		E4	53° 55'	43,30
	9	110° 14'	25,75				
	10	112° 38'	31,80	E4	E3	233° 55'	
	11	118° 45'	6,75		24	308° 13'	14,00
	12		1,00		25	356° 30'	26,80
	E3	100° 12'	56,05		26	27° 16'	25,80
					E5	20° 05'	62,05
E3	E2	280° 12'					
	13	345° 01'	9,10	E5	E4	200° 05'	
					27	285° 00'	14,00

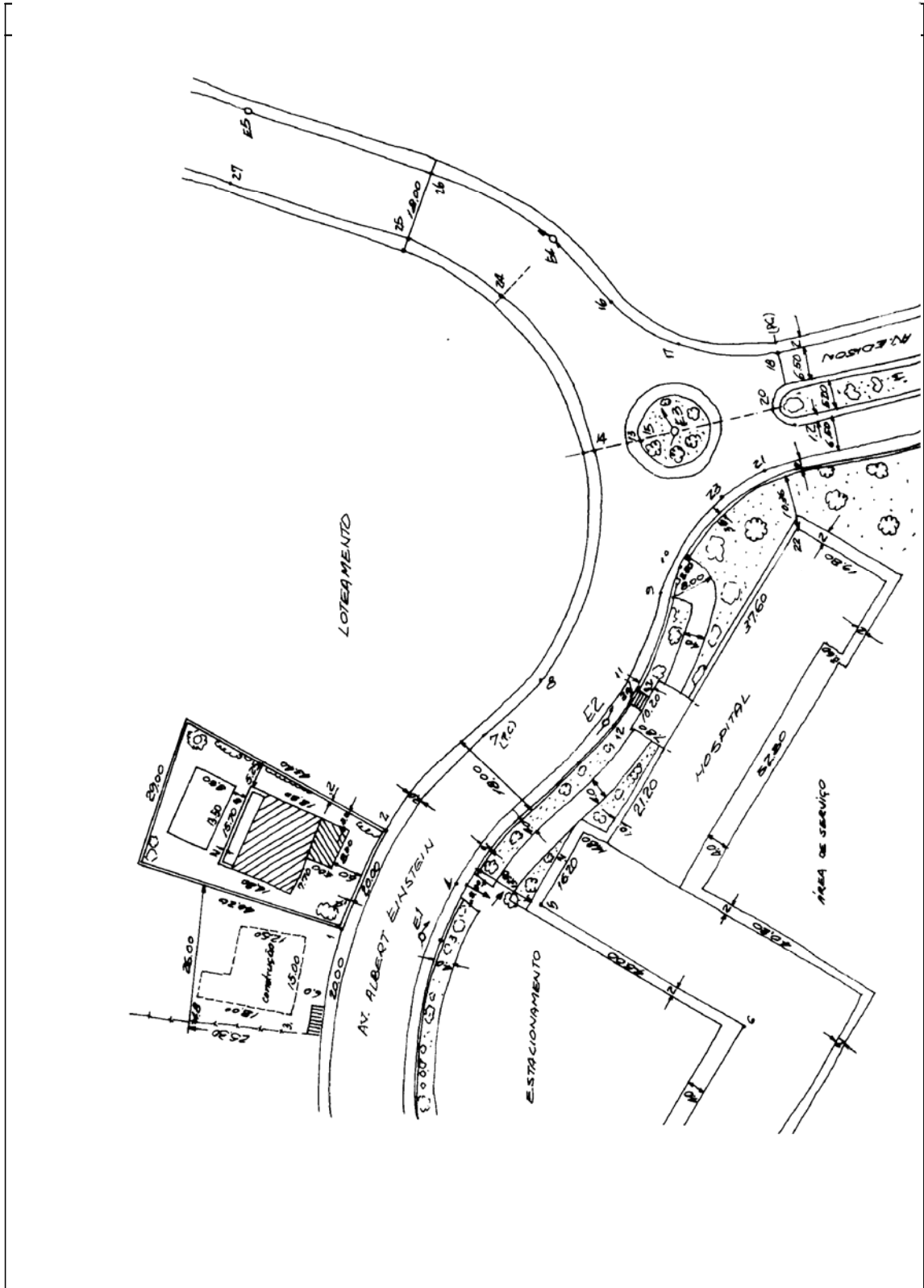
Coordenadas das estações

estação	coordenadas	
	N	E
E1	86,00	34,40
E2	54,70	76,30
E3	44,80	131,40
E4	70,30	166,40
E5	128,60	187,70

Esboço 01







Capítulo 8

COLETA DE DADOS E LEVANTAMENTO DE PONTOS DETALHE

A - RESUMO DA TEORIA

8.1. Posições e atributos

Uma vez levantada a poligonal deve-se coletar, a partir dela, todos os elementos que irão compor a planta, mapa ou banco de dados. Trata-se de definir a posição (x, y, z, ou N, E, h) de pontos e definir o que cada um deles representa isoladamente (pontos e definir o que cada um deles representa isoladamente (ponto cotado, bueiro, poste, árvore, igreja, escola, etc.) ou como parte de outras entidades ou feições lineares (rio, estrada, contorno de praça, alinhamento de uma avenida, cerca, divisa de propriedades, linha de alta tensão, etc.) ou ainda definir se faz parte de uma entidade associada a polígonos e o que esta representa (cultura, lago, quadra, etc.)

É necessário ainda coletar outras informações como nome de locais, rios, proprietários, sítios e fazendas, etc.

Para o levantamento das informações e atributos (o que cada coisa representa) contou-se sempre com o croqui ou esboço de campo, em que se anotam todos os dados de interesse, podendo-se conhecer suas coordenadas através do número ou sigla do ponto, anotados no croqui e na caderneta de campo.

Atualmente existem diversas opções para gravação do atributo em campo, numa tentativa de prescindir do croqui. A maioria das estações totais permite gravar, junto com as coordenadas do ponto, um código (número) associado ao tipo de feição desse ponto (deve-se gerar previamente uma tabela de feições, cada uma com seu código). Existe também o esquema de levar para campo uma tabela com uma lista de entidades e seu código de barras, que é lido através de caneta óptica. Já em outras estações, trabalhando isoladamente ou associadas a coletores de dados, podem armazenar programas de coleta. Esses programas, introduzidos via computador e interface, podem ser personalizados para cada tipo de levantamento. Assim, durante as operações de campo (medição de coordenadas), pode-se escolher o tipo de feição a partir de um menu apresentado no visor da estação total, do coletor ou de micro portátil.

Essa associação coordenada – código da feição permite, mais adiante, automatizar também o desenho, inserindo-o símbolo gráfico correspondente a determinado código (feição pontual).

Para a coleta de posições, em topografia, podem ser empregadas basicamente 3 tecnologias: irradiação com o uso de estações totais, receptores GPS e o clássico processo de taqueometria.

8.2. Irradiação com Estação Total

Em campo o método corresponde a instalar o equipamento (estação total) num dos vértices da poligonal e fazer a visada a um prisma fixo a uma baliza e realizar a operação de medição apertando os botões correspondentes.

As estações totais apresentam muitas facilidades e opções na coleta de dados. Por exemplo, além das coordenadas polares (ângulos e distâncias) permitem trabalhar com as coordenadas já referidas ao sistema geral do levantamento, dispensando cálculos.

Para isso deve-se introduzir as coordenadas da estação (N, E, h), a altura do instrumento e o azimute do ponto visado (pode ser a estação de ré ou vante). O equipamento mede, diretamente, ângulos e distâncias (coordenadas polares) para um ponto visado, mas com os elementos fornecidos, calcula e grava suas coordenadas retangulares no sistema geral.

8.3. Sistema de Posicionamento por Satélites - GPS

O sistema GPS pode ser utilizado em diversas áreas. Em topografia, para atender os requisitos de precisão e automatizar cálculos, deve-se optar por um diferencial com transmissão de dados para correções em tempo real, conhecido pela sigla RTK/NTRIP, e limitar a distância para que se obtenha precisão centimétrica.

Esse esquema consiste basicamente no seguinte: um receptor (base) permanece fixo num ponto de coordenadas conhecidas e envia continuamente dados para que um receptor móvel possa calcular sua posição com precisão.

Esse esquema ainda não funciona plenamente para Topografia em função dos custos e das restrições de uso: locais encobertos (vegetação, marquise e outros) ou que impedem a recepção dos sinais: proximidade de muros, fachadas e outros.

Assim como as estações totais, os equipamentos GPS permitem o uso de menus em campo para a identificação e gravação do tipo de feição a que se refere a posição coletada.

*Mais detalhes sobre GPS serão vistas na disciplina de Informações Espaciais II.

8.4. Taqueometria

A taqueometria é o processo que permite obter rapidamente, como a etimologia do nome indica, a distância e a diferença de cotas entre dois pontos.

É muito utilizado em levantamentos, de diversos tipos, que exigem menor precisão. Por exemplo: nivelamento expedito, levantamento de perfis e seções transversais, poligonais secundárias.

É de fundamental importância na representação do relevo já que permite a obtenção das coordenadas e da cota de muitos pontos em pouco tempo. Em geral, instala-se o teodolito nos vértices da poligonal e determinam-se diversos pontos por irradiação de forma que, ao final, sejam levantados todos os pontos notáveis e em quantidade suficiente para definir o relevo.

8.4.1 O funcionamento

O princípio de funcionamento baseia-se na existência, em cada teodolito, de um retículo com um fio vertical e 3 horizontais, igualmente espaçados (A, M e B).

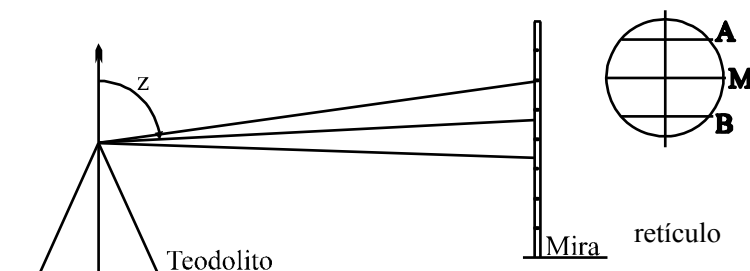


Figura 8.1 - Visada do teodolito e a representação dos fios do retículo

Uma mira graduada colocada no ponto visado, é interceptada pelas visuais que passam por A, M e B em três posições que devem se lidas e anotadas. Através delas e do ângulo medido (z), consegue-se avaliar a distância e a diferença de cotas, através de uma proporção de triângulos.

As fórmulas práticas para os cálculos são as indicadas a seguir:

8.4.2 Cálculo da distância

A distância na taqueometria é dada por:

$$d = 100 \cdot (A-B) \cdot \text{sen}^2 z \quad \text{ou} \quad d = k \cdot AB \cdot \text{sen}^2 z \quad (01)$$

onde:

$k = 100$ por construção do instrumento;

z - distância zenital lida;

AB - diferença das leituras dos fios extremos: superior e inferior;

Obs.: Caso o instrumento forneça α e não z substitui-se $\sin^2 z$ por $\cos^2 \alpha$ já que $\alpha = 90^\circ - z$.

8.4.3 Cálculo da cota

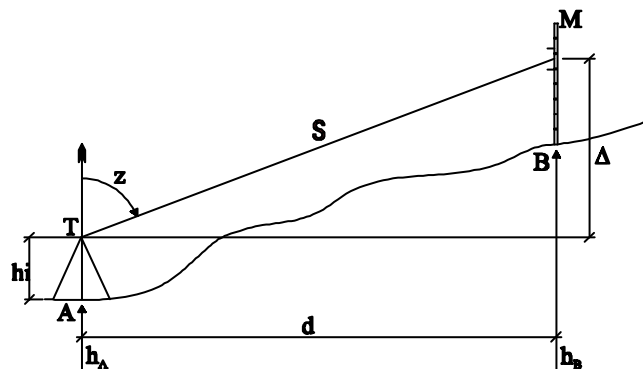


Figura 8.2 - Esquema da taqueometria

Para calcular a diferença de cota, tem-se:

$$\Delta = k \cdot AB \cdot \sin z \cdot \cos z \quad (02)$$

$$h_B = h_A + h_i + \Delta - M \quad (03)$$

onde:

h_i - altura do instrumento;

Δ - da fórmula;

M - leitura do fio médio.

A dedução das fórmulas: da diferença (Δ), da distância plana (d) e da distância inclinada (s), pode ser encontrada nos livros da área.

8.4.4 Leituras de campo

Com o aparelho estacionado em um ponto ou estação, visa-se a mira anotando o valor dos ângulos horizontal e vertical e realizam-se as três leituras:

A - superior,

M - média,

B - inferior.

Verifica-se sempre se $A - M \cong M - B$ para aceitar ou não o resultado.

Essas leituras são feitas com 4 dígitos, de acordo com o esquema da figura 8.3:

- . *metro*: indicando por pontos sobre o número dos decímetros para evitar ambigüidades já que a mira possui, em geral, 4,00 m;
- . *decímetro*: lido diretamente (dígitos pintados na mira);
- . *centímetro*: que se distingue por contagem visual facilitada pelos dentes existentes nas leituras de 0 e 5 cm e pelo fato da alternância das cores: branco (centímetro par) e preto (centímetro ímpar);
- . *milímetro*: por interpolação.

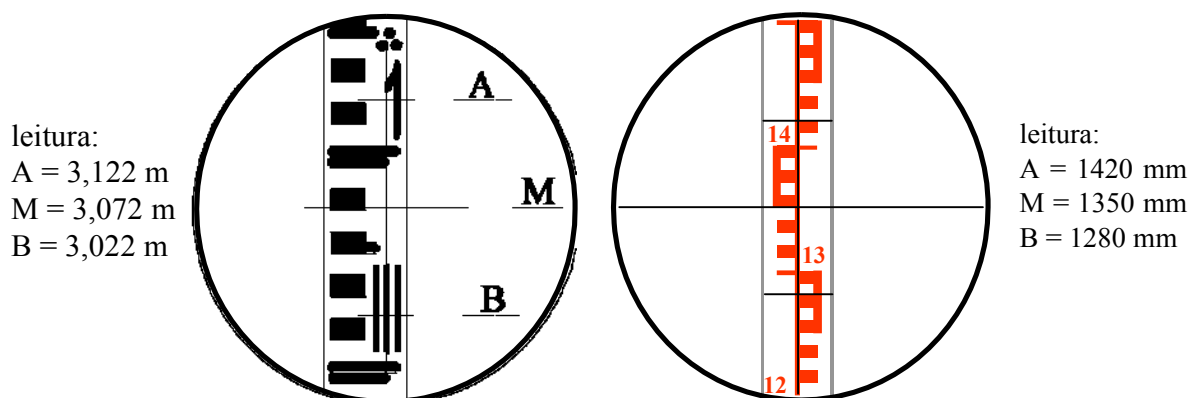


Figura 8.3 – Diferentes miras graduadas, com exemplos de leitura

Observações:

1) Em geral deve-se apontar o teodolito para um ponto qualquer da mira, tendendo para a parte mais baixa para minimizar o erro devido à uma possível inclinação da mesma.

No entanto há profissionais que preferem fazer com que o fio central coincida com um valor inteiro, por exemplo, 1,000 m para facilitar as contas. Outros preferem fazer com que essa leitura seja igual à altura do instrumento para que se cancelem os respectivos termos na fórmula $\Delta h = h_i + \Delta - M$, tornando $\Delta h = \Delta$;

2) O esquema apresentado anteriormente varia de acordo com o tipo de mira empregada, guardando certa semelhança.

8.4.5 Planilha de cálculo

O formulário para esse tipo de cálculo, tal como aparece nos exercícios propostos, é auto explicativo. Calcula-se explicitamente A-M e M-B para verificar se a discrepância entre ambos é aceitável ou não.

Em poligonais taqueométricas fechadas costuma-se visar à vante e à ré de tal forma que se calcula em duplicado a distância e a diferença de nível ($h_i + \Delta - M$) entre dois pontos. Deve-se tomar a média dos valores.

Mesmo assim haverá um erro de fechamento em planimetria (que se resolve com os fechamentos angular e linear de poligonais, conforme já visto) e um erro em altimetria; este deve ser distribuído de acordo com algum critério, por exemplo, de forma proporcional ao comprimento dos lados.

8.4.6 Levantamento de detalhes com uma Estação Total

a) A distância horizontal vem fornecida diretamente pelo equipamento. Se em algum caso mediu-se a distância inclinada, o cálculo se faz pela fórmula:

$$d = d_i \cdot \cos z \quad (04),$$

Onde:

d – distância horizontal

d_i – distância inclinada

z – ângulo zenital

b) A cota de um ponto calcula-se pela fórmula

$$h_B = h_A + h_i + \Delta - h_p \quad (05),$$

Onde:

h_B, h_A - cota dos pontos B e A (conhecida);

h_i - altura do instrumento;

Δ - fornecido pelo equipamento;

h_p - altura do prima.

B - EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

8.1 Calcular a cota do ponto 2, visado a partir de 1, e a distância entre eles, sendo disponíveis os seguintes dados de campo:

- a) cota do ponto 1: $h_1 = 321,53$ m;
- b) distância zenital: $z = 88^\circ 37'$;
- c) leituras dos fios estadimétricos: $A = 1,627$, $B = 1,023$ e $M = 1,325$;
- d) altura do aparelho em 1: $h_i = 1,68$ m.

Solução:

- Inicialmente efetua-se a verificação:

$$A - M = 1,627 - 1,325 = 0,302$$

$$M - B = 1,325 - 1,023 = 0,302$$

* Não houve diferença; aceita-se até 2 mm de diferença

- Valor de G:

$$G = k \cdot AB = 60,4$$

- Distância:

$$d = G \cdot \sin^2 z = 60,4 \cdot \sin^2 (88^\circ 37') = 60,36 \text{ m}$$

- Delta:

$$\Delta = G \cdot \sin z \cdot \cos z = 1,46 \text{ m}$$

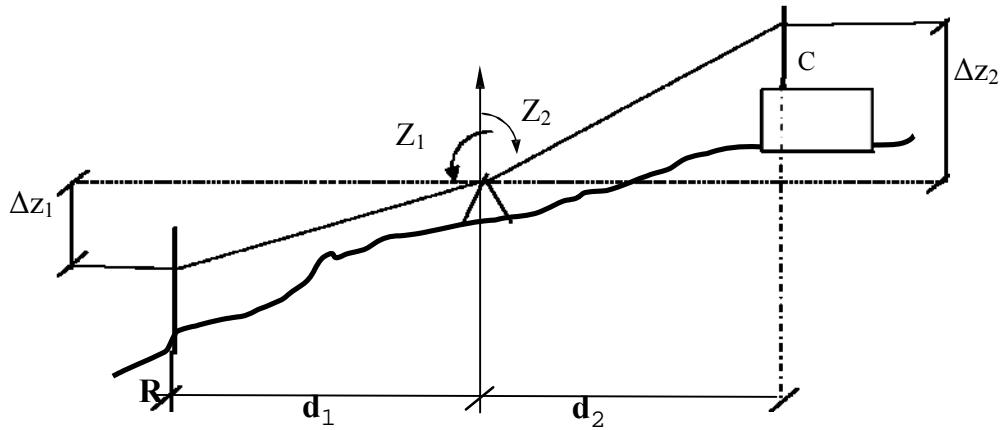
- Diferença de cotas:

$$\Delta h = h_i + \Delta - M = 1,68 + 1,46 - 1,325 = 1,815 \text{ m}$$

- Portanto:

$$h_2 = h_1 + \Delta h = 323,345 \text{ m}$$

8.2 Pretende-se captar água de um riacho (R ponto de tomada d'água) para alimentar uma caixa d'água (C, ponto mais alto). Para dimensionar as bombas e adquirir a tubulação pede-se calcular a altura de recalque e o comprimento dos dutos, sendo fornecidos os dados do levantamento taqueométrico, em que o aparelho foi instalado num ponto intermediário, I, alinhado com RC (conforme figura abaixo).



estação	ponto visado	âng. vertical (z)	fios estadimétricos (A, M, B)		
I	R	95° 03'	1243	1000	758
I	C	84° 27'	1183	802	422

a) distância e desnível entre I e R:

$$d_1 = 100 \cdot (1,243 - 0,758) \cdot \text{sen}^2(95^\circ 03') = 48,12 \text{ m}$$

$$\Delta_R = 100 \cdot (0,485) \cdot \text{sen}(95^\circ 03') \cdot \text{cos}(95^\circ 03') = -4,25 \text{ m (R está abaixo de I)}$$

$$\Delta z_1 = h_i + \Delta - M_R = h - 5,25 \text{ m}$$

b) distância e desnível entre I e C:

$$d_2 = 75,39 \text{ m}$$

$$\Delta_C = 7,33 \text{ m}$$

$$\Delta z_2 = h_i + \Delta - M_C = h - 6,52 \text{ m}$$

c) distância e o desnível entre R e C:

$$d = d_1 + d_2 = 48,12 + 75,39 = 123,51 \text{ m}$$

$$\Delta z = \Delta z_2 + |\Delta z_1| = \cancel{h_i} + 6,52 - \cancel{h_i} + 5,25 = 11,77 \text{ m}$$

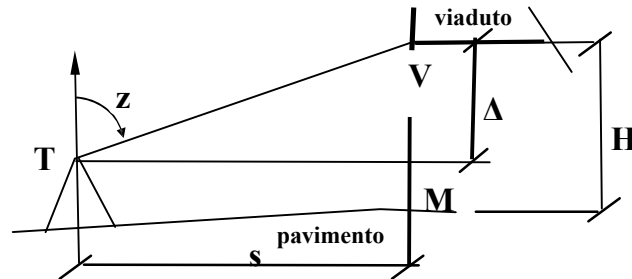
Obs.: como se pode notar, é desnecessária a altura do instrumento.

Portanto, a altura de recalque para o projeto será de 11,77 m e o comprimento da tubulação d_i (inclinada) será:

$$d_i = \sqrt{(123,51)^2 + (11,77)^2} = 124,07 \text{ m}$$

Como é lógico, o projetista, a favor da segurança, utilizará valores maiores do que estes, que são os mínimos.

8.3 Para calcular a altura livre sob um viaduto, foi feita uma visada horizontal a uma mira colocada sob esse vão obtendo-se as três leituras indicadas abaixo, e a seguir visou-se o ponto mais alto, na mesma vertical, medindo-se a distância zenital (z). Qual a altura máxima dos caminhões que podem passar por aí?



Dados:

- para a visada horizontal ($z=90^\circ$); $A = 1,808$, $M = 1,633$, $B = 1,457$
- para a visada a V: $z_V = 85^\circ 27'$

Solução:

- inicialmente calculamos a distância s com os dados da visada horizontal:

$$d = k \cdot AB \cdot \operatorname{sen}^2 90^\circ = 100 \cdot (1,808 - 1,457) = 35,10 \text{ m}$$

- com a visada a V:

$$\Delta = s \cdot \cot z = 35,10 \cdot \cot (85^\circ 27') = 2,79 \text{ m}$$

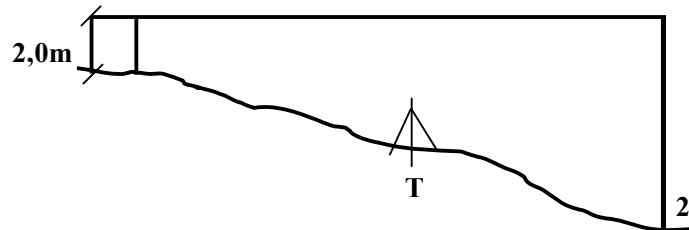
- portanto, a altura livre será:

$$H = \Delta + M = 2,79 + 1,63 = 4,42 \text{ m}$$

Como há uma margem de erro, e prevendo recapeamentos de pista, é preferível colocar a placa indicando a altura livre de 4,30 m por segurança, supondo um erro na medida do caminhão e da balança a altura livre a ser indicada poderia ser de 4,20 m.

C - EXERCÍCIOS PROPOSTOS

8.4 A partir de uma estação T foram feitas as visadas aos dois extremos 1 e 2 de um muro a ser construído, anotando-se as leituras taqueométricas e os ângulos horizontais e as distâncias zenitais. Sabendo-se que o muro deverá ter a altura mínima de 2,00 m e face superior horizontal, pede-se calcular sua área para a compra de material.



Dados:

estação / altura instr.	ponto visado	âng. horizontal	âng. vertical	Leituras de mira (A, M, B)		
				A	M	B
T	1	0°	90°	1315	1124	0932
1,56	2	57° 38'	93° 26'	1213	1000	0787

8.5 Em um levantamento taqueométrico implantou-se uma poligonal de 4 vértices, cujos dados de campo encontram-se na planilha 8.5, a seguir. Pede-se calcular com a precisão de centímetros:

- as dimensões dos lados da poligonal
- as cotas ajustadas dos vértices da poligonal, adotando-se a cota 100,00 para o primeiro vértice.

8.6 Foi feito o levantamento taqueométrico expedito de uma poligonal (triângulo 123), de acordo com o esquema apresentado na planilha 8.6, resultando nos dados dessa planilha. Não foram lidos alguns valores redundantes nas visadas 21 e 32. Pede-se calcular:

- os ângulos ajustados do triângulo; as distâncias e as diferenças de nível (tirar médias quando possível);
- determinar as cotas dos três vértices ($h_1 = 100,00$ m) realizando o fechamento e distribuindo os erros proporcionalmente ao comprimento dos lados;
- calcular o erro de fechamento linear nas direções N e E;
- recalcular os lados ajustados do triângulo.

Taqueometria						exercício 8.5		
est. h_i	pto. visado	ângulos		mira		distância $G \operatorname{sen}^2 z$ ($G = 100 \cdot AB$)	Δ $G \operatorname{sen} z \cdot \operatorname{cos} z$	$h_i + \Delta - M$ cota do Pont. Visado
		horizontal	A	M	A - M			
		vertical	B		M - B			
1	4		1,366	1,080				
1,41		101° 21'	0,795					
1	2		1,584	1,293				
1,41		85° 39'	1,000					
2	1		1,773	1,481				
1,36		94° 20'	1,188					
2	3		1,154	0,877				
1,36		103° 14'	0,601					
3	2		1,259	0,985				
1,46		77° 46'	0,712					
3	4		1,706	1,501				
1,46		94° 35'	1,294					
4	3		1,665	1,459				
1,41		85° 17'	1,253					
4	1		1,361	1,078				
1,41		79° 18'	0,795					
Nome do operador:						data:		

Nivelamento Taqueométrico			8.5
estação	cota provisória	ajuste	cota definitiva

Taqueometria						exercício 8.6		
est. h _i	pto visado	ângulos		mira		distância (G = 100·AB) G·(sen ² z)	A G·(senz)(cosz)	h + A - M cota do Pto. Visado
		horizontal	vertical	A	B			
1	2	51° 27'	1620	1354				
1,60		86° 23'	1087					
1	3	93° 48'	1550	1000				
1,60		95° 31'	0450					
2	3	0° 00'	1605	1200				
1,32		99° 46'	0795					
2	1	110° 15'	-	-				
1,32		-	-					
3	1	0° 00'	1355	0800				
1,45		85° 05'	0250					
3	2	27° 18'	-	-				
1,45		-	-					

Nome do operador:	data:
-------------------	-------

Nivelamento Taqueométrico			8.6
estação	cota provisória	ajuste	cota definitiva

Capítulo 9

NIVELAMENTO

A - RESUMO DA TEORIA

9.1. Nivelamento

É a operação que permite determinar as altitudes com relação ao nível médio dos mares ou a uma referência relativa (cotas relativas). Assim, pode-se representar o relevo topográfico. Neste capítulo serão vistos o nivelamento trigonométrico e o geométrico, que são os mais frequentes na prática profissional.

O nivelamento trigonométrico caracteriza-se por visadas inclinadas, em distâncias longas ou curtas (esse caso coincide com o método taqueométrico, já visto). O nivelamento geométrico caracteriza-se por visadas horizontais, em distâncias curtas.

Em geral, para determinar a diferença de cotas entre pontos, é necessário adotar uma superfície de nível de referência que pode ser arbitrária (nesse caso as cotas são relativas) ou a superfície geoidal, que coincide aproximadamente com o nível médio dos mares não perturbado (nesse caso as cotas são denominadas absolutas ou simplesmente altitudes).

Para o cálculo correto das cotas, é necessário ter em conta o efeito da curvatura da Terra e o da refração atmosférica.

9.2. Efeito da curvatura e da refração atmosférica

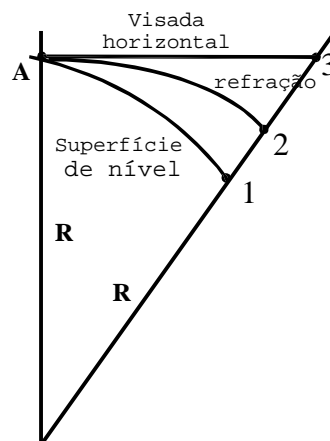


Figura 9.1 - Efeito da curvatura e da refração atmosférica

O efeito da curvatura da terra ($\overline{13}$ na figura 9.1) pode ser calculado pela fórmula já vista anteriormente:

$$c = \overline{13} = \frac{s^2}{2 \cdot R}$$

Para o cálculo da refração utiliza-se a lei de Biot que estabelece que a trajetória de um raio visual é aproximadamente um arco de circunferência com raio R' de 13 a 18 vezes maior que o raio da terra. Pode-se adotar um valor médio de $R' = 15 \cdot R$ e então o efeito da refração ($\overline{23}$ na figura 9.1) será:

$$r = \frac{s^2}{2 \cdot R'} = \frac{1}{15} \cdot \frac{s^2}{2 \cdot R} = k \cdot \frac{s^2}{2 \cdot R}$$

com $k = \frac{1}{15} = 0,067$

O efeito conjunto da curvatura e refração ($\overline{12}$) será:

$$CR = c - r = (1 - k) \cdot \frac{s^2}{2 \cdot R} = k' \cdot s^2$$

Assim, tem-se:

$$CR = 7 \cdot 10^{-5} \cdot s^2 \text{ (km)} \quad (01)$$

ou

$$CR = 7 \cdot s^2 \text{ (cm)} \quad (02)$$

* Nessa última fórmula deve-se entrar com s em km, dando como resultado CR em cm.

9.3. Nivelamento trigonométrico

Neste tipo de nivelamento devem ser feitas duas visadas recíprocas e simultâneas (de A para B, e de B para A) medindo-se:

- . distâncias zenital z ;
- . distância horizontal s ;
- . altura do instrumento h ;
- . altura do ponto visado.

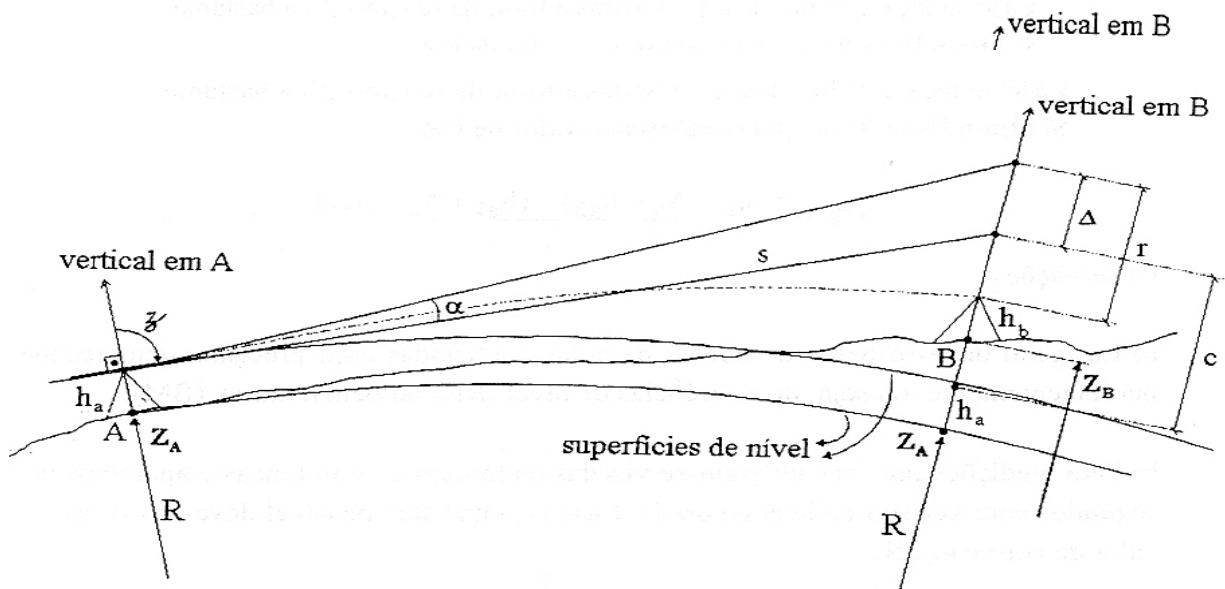


Figura 9.2 - Nivelamento trigonométrico

Da figura, somando segmentos tem-se:

$$z_A + h_a + c + \Delta - r - h_b = z_B$$

onde:

$$c - r = CR;$$

$$\Delta = s \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (\alpha = 90^\circ - z);$$

h_a e h_b - alturas do teodolito e do sinal;

z_A - conhecido.

Em visadas recíprocas e simultâneas tem-se:

. de A para B:

$$z_B = z_A + (h_a + \Delta_a - h_b) + CR \quad (03)$$

. de B para A:

$$z_A = z_B + (h_b + \Delta_b - h_a) + CR$$

ou

$$z_B = z_A - (h_b + \Delta_b - h_a) - CR \quad (04)$$

somando-se (03) e (04) elimina-se o efeito combinado da curvatura e refração (CR):

$$z_B = z_A + \frac{(h_{a1} + \Delta_a - h_{b1}) - (h_{b2} + \Delta_b - h_{a2})}{2} \quad (05)$$

Caso se faça $h_a = h_b$ nas duas visadas a fórmula se simplifica bastante. Subtraindo-se (03) - (04) obtém-se o valor de CR.

$$CR = \frac{(h_{b2} + \Delta_b - h_{a2}) - (h_{a1} + \Delta_a - h_{b1})}{2}$$

Observações:

- Em geral deve-se partir de pontos de cotas conhecidas com precisão, demarcados permanentemente, ou seja, de referências de nível (RN) ou bench mark (BM);
- Para medições precisas utilizam-se visadas recíprocas e simultâneas e aparelhos de segundos com verticalidade assegurada. Caso isso não seja possível deve-se estimar o valor da correção CR.

9.4. Nivelamento geométrico

Neste caso as visadas, sempre horizontais, são feitas a ré e a vante da posição do aparelho. A equidistância aproximada ($s_r \cong s_v$) compensa o efeito CR (curvatura e refração).

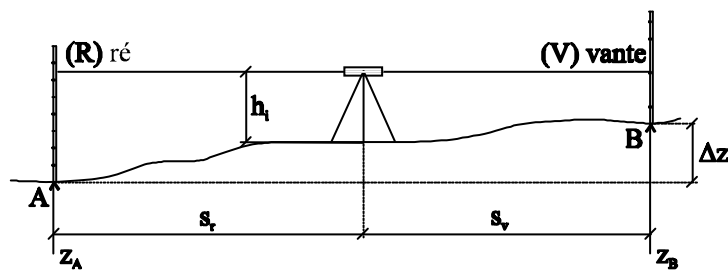


Figura 9.3 - Nivelamento geométrico

A diferença de nível entre os dois pontos é calculada facilmente por:

$$\Delta z = R - V \Rightarrow z_B = z_A + R - V$$

Em cada visada deve-se ter no máximo $s_v = s_r \cong 50$ m. Distâncias ainda menores se impõem em função dos desníveis existentes. Entre pontos afastados realiza-se um caminhamento com operações sucessivas fazendo com que o ponto de vante coincida com o próximo ponto de ré e girando a mira sobre si mesma para a segunda leitura.

O esquema abaixo ilustra o processo:

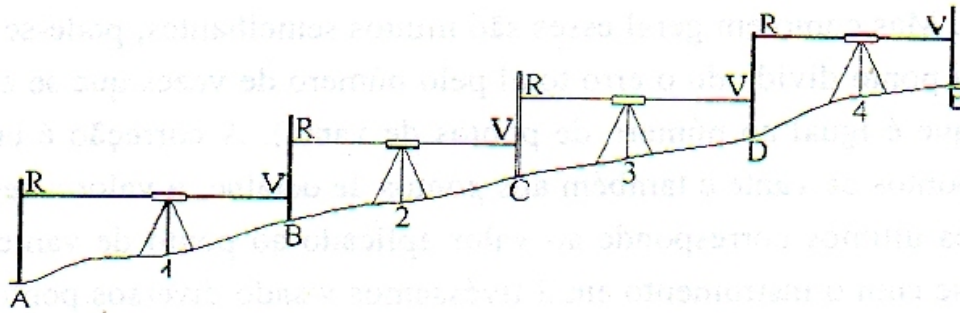


Figura 9.4 - Caminhamento em um nivelamento geométrico

A soma das leituras de ré (R) com a cota de A (z_A) fornece a cota do instrumento (z_i), ou seja, $z_i = z_A + R$. Isso define a cota de um plano de referência. Subtraindo a leitura de vante obtém-se a cota de b (z_b).

O processo prossegue levando-se o aparelho da posição 1 para a posição 2 e fazendo as duas novas leituras: de ré (agora em B) e de vante (mira em C) e determina-se a cota do ponto C. O processo prossegue recursivamente até o ponto principal cuja cota se deseja determinar, no caso: E.

Muitas vezes pode-se desejar calcular a cota de pontos fora do caminhamento principal (numa seção transversal ou numa direção qualquer). Nesse caso os pontos são chamados "detalhes" e são visados uma única vez.

O cálculo de sua cota é feito como se se tratasse de um ponto de vante, ou seja, dado o plano de referência ou cota do instrumento, basta subtrair a leitura da mira nesse ponto detalhe.

Para controlar, efetuam-se as três leituras de mira correspondentes aos fios do retículo; deve-se ter $AM = MB$. Além disso, deve-se fechar o percurso, retornando ao ponto inicial, operação que é conhecida na prática profissional como contra nivelamento. Isso não é necessário caso se parta e se chegue a um RN (ou BM). Em grandes extensões ou quando se necessita maior precisão outros cuidados adicionais são necessários.

Enquanto no nivelamento trigonométrico utilizam-se teodolitos, nestes empregam-se os níveis de luneta que, específicos para esta operação, são bem mais precisos.

O erro tolerável de fechamento vem dado pela fórmula:

$$f = k \cdot \sqrt{s}$$

onde:

k - constante que varia em função da precisão do levantamento;

s - em km;

f - em milímetros.

Obs.: Em levantamentos topográficos comuns, $k = 10 \text{ mm/km}^{1/2}$.

O erro total de fechamento deve ser distribuído proporcionalmente aos comprimentos. Mas como em geral esses são muitos semelhantes, pode-se determinar o erro em cada ponto dividindo o erro total pelo número de vezes que se estacionou o instrumento (que é igual ao número de pontos de vante). A correção é cumulativa e aplica-se aos pontos de vante e também aos pontos de detalhe; o valor a ser aplicado a cada um desses últimos corresponde ao valor aplicado ao ponto de vante associado. Por exemplo, se com o instrumento em 2 tivéssemos visado diversos pontos detalhes, a correção seria a mesma aplicada ao ponto C.

B - EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

9.1 Descrever um processo que permita calcular a cota de pontos inacessíveis.

Solução: Chamamos esse ponto de M, de acordo com a figura abaixo, em que foram imaginadas visadas a partir de A e B. A idéia é resolver a projeção horizontal desse triângulo, isto é, medindo a base AB (horizontal) e os ângulos α e β (planos). Resulta daí d_a e d_b :

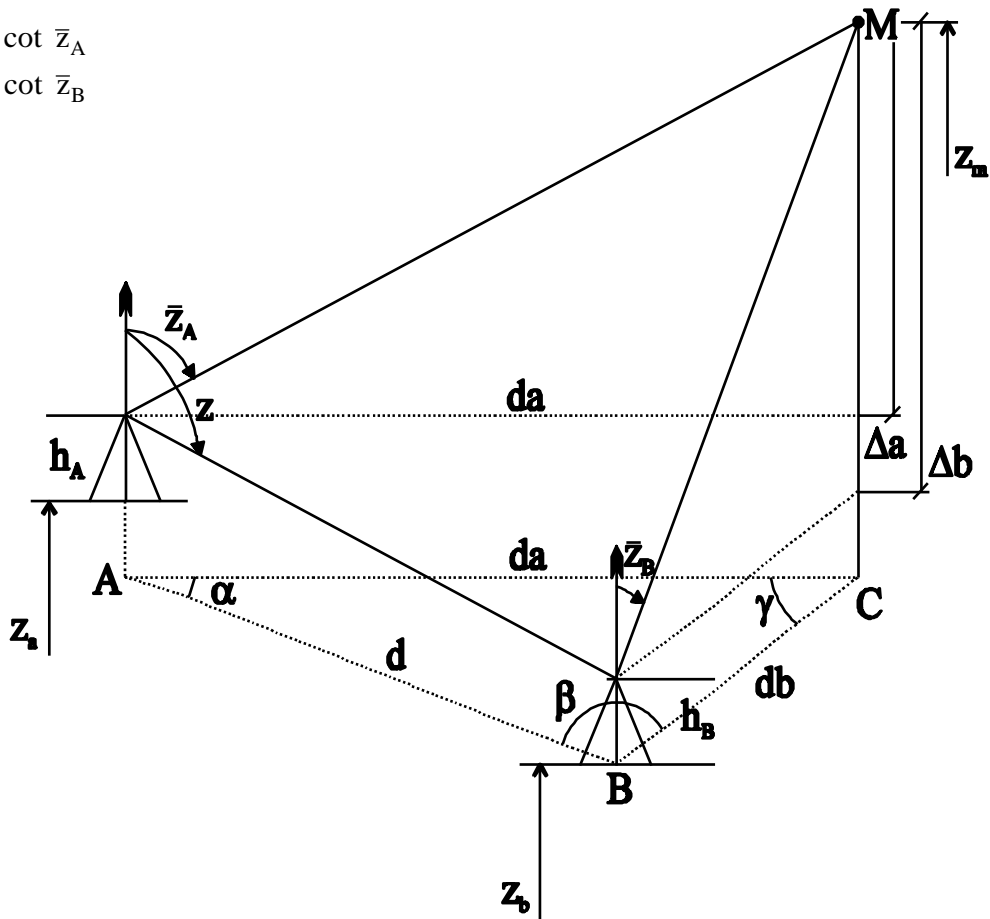
$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$$

$$d_a = d \cdot \frac{\text{sen } \beta}{\text{sen } \gamma} \quad \text{e} \quad d_b = d \cdot \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \gamma}$$

Depois, resolvendo os triângulos verticais em A e B, resulta:

$$\Delta_A = d_a \cdot \cot \bar{z}_A$$

$$\Delta_B = d_b \cdot \cot \bar{z}_B$$



Da geometria, temos então:

$$z_m = z_a + h_a + \Delta_a \quad (01)$$

$$z_m = z_b + h_b + \Delta_b \quad (02)$$

Pode-se adotar uma cota arbitrária para z_a : por exemplo $z_a = 100,00$ m. Para obter a cota de B pode-se fazer uma visada de A para B, medindo-se o ângulo vertical z (ou fazer visadas recíprocas e simultâneas). Supondo uma só visada teríamos:

$$\Delta = d \cdot \cot z \quad \text{e} \quad z_b = z_a + h_a + \Delta \quad (03), \text{ que deve ser levada a (02)}$$

Finalmente obtém-se a cota de z_m pela média:

$$z_m = z_a + h_a + \frac{\Delta_a + \Delta + \Delta_b + h_b}{2}$$

9.2 Com os dados abaixo, calcular efetivamente a cota de um ponto inacessível, sendo que neste caso são fornecidos:

$d = AB = 30,55$ m	$z_a = 100,00$ m
$\alpha = 63^\circ 18'$	$z_b = 101,35$ m
$\beta = 75^\circ 44'$	$h_A = 1,53$ m
$\bar{z}_A = 40^\circ 29'$	$h_B = 1,56$ m
$\bar{z}_B = 38^\circ 54'$	

a) Resolução do triângulo plano;

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 40^\circ 58'$$

$$\frac{d}{\text{sen } \gamma} = \frac{d_A}{\text{sen } \beta} = \frac{d_B}{\text{sen } \alpha}$$

$$d_A = 30,55 \cdot \frac{\text{sen}(75^\circ 44')}{\text{sen}(40^\circ 58')} = 45,16 \text{ m} \quad \text{e} \quad d_B = 30,55 \cdot \frac{\text{sen}(63^\circ 18')}{\text{sen}(40^\circ 58')} = 41,63 \text{ m}$$

b) resolução dos triângulos verticais;

$$\Delta_A = d_A \cdot \cot \bar{z}_A = 52,91 \text{ m}$$

$$\Delta_B = d_B \cdot \cot \bar{z}_B = 51,59 \text{ m}$$

c) cálculo da cota de M;

$$z_m = z_a + h_A + \Delta_A = 100,00 + 1,53 + 52,91 = 154,44 \text{ m}$$

$$z_m = z_b + h_B + \Delta_B = 101,35 + 1,56 + 51,59 = 154,50 \text{ m}$$

$$\therefore z_m = 154,47 \text{ m.}$$

9.3 Qual a diferença que se pode esperar no valor de Δz (calculado de A para B e de B para A), quando se utiliza o processo trigonométrico de visadas recíprocas, para distâncias de 100 m, 1 km, 5 km, 10 km, 20 km ?

Solução: Conforme deduzido:

$$CR = 7 \cdot s^2, \text{ com } s \text{ em km e } CR \text{ em cm}$$

sendo que $\Delta z = 2 \cdot CR$, temos:

distância	diferença
100 m	1,4 mm
1.000 m	14,0 cm
5 km	3,50 m
10 km	14,0 m
20 km	56,0 m

9.4 Calcular a cota de um ponto B, dispondo dos dados das visadas recíprocas e simultâneas feitas entre ele e A (cota 100,00).

ponto	ponto visado	distância (m)	ângulo (dist. zenital)	altura (m)	
				instrumento	sinal
A	B	8.725,50	88° 08' 17"	1,61	5,32
B	A		91° 52' 52"	1,63	5,49

Solução:

$$(A \rightarrow B), \quad \Delta_A = d_A \cdot \cot(Z_A) = 283,65 \text{ m}$$

$$z_B = 100,00 + 1,61 + 283,65 - 5,32 = 379,94 \text{ m}$$

$$(B \rightarrow A), \quad \Delta_B = d_B \cdot \cot(Z_B) = -286,57 \text{ m}$$

$$z_B = 100,00 - (1,63 - 286,57 - 5,49) = 390,43 \text{ m}$$

$$\text{- diferença: } 390,43 - 379,94 = 10,49 \text{ m}$$

$$\text{- verificação: } 2 \cdot CR = 14 \cdot s^2 = 10,66 \text{ m (aceitável)}$$

Assim, z_B pode ser calculado pela média:

$$\therefore z_B = \frac{(379,94 + 390,43)}{2} = 385,19 \text{ m}$$

9.5 Dada a caderneta de nivelamento a seguir, pede-se a cota do ponto N, sabendo-se que a cota do RN vale 865,426.

Nivelamento Geométrico								
ponto visado	estadia A/B (mm)	distância (m)	mira		detalhe	cotas		
			ré	vante		provisórias	ajustes	corretas
RN	1701	40,6	1498			865,426		865,426
	1295							
E2	2123	40,1		1923		865,001	+1	
	1722							
E2	2995	39,2	2799					
	2603							
E3	2045	38,9		1851		865,949	+2	
	1656							
E3	2314	43,4	2097					
	1880							
N	1557	43,6		1339		866,707	+3	866,710
	1121							
N	2137	42,5	1925					
	1712							
E4	2032	41,7		1823		866,809	+4	
	1615							
E4	1748	39,6	1550					
	1352							
E5	2775	38,9		2580		865,779	+5	
	2386							
E5	1698	41,2	1492					
	1286							
RN	2055	40,8		1851		865,420	+6	865,426
	1647							
somos		490,50	11,361	11,367				
erro de fechamento = -6 distância total = 0,49 km erro tolerável = $10 \cdot \sqrt{s(km)} = 7,0mm$								
Nome do operador:						data:		

É interessante observar os seguintes detalhes nessa planilha:

- 1) Todos os pontos intermediários aparecem duas vezes: primeiro como vante e depois como ré, enquanto que os pontos detalhe aparecem uma única vez;
- 2) A distância pode ser calculada, como na taqueometria: $d = k \cdot AB = 100 \cdot AB$, sendo $z = 90^\circ$, sempre;
- 3) A leitura da mira (fio médio M) aparece na coluna de ré e na de vante ou na detalhe, em função da natureza do ponto visado;
- 4) A cota provisória do ponto é obtida somando a cota provisória do ponto anterior com a leitura de ré e subtraindo a leitura de vante (ou detalhe);
- 5) Nos pontos detalhe é preciso tomar o cuidado de identificar corretamente o ponto anterior do caminhamento (e sua cota provisória), sem confundí-lo com outro ponto detalhe ou com o ponto de vante;
- 6) Ao preencher a última linha das provisórias, deve-se chegar à cota de partida já que nesse caso voltou-se ao ponto inicial (contra nivelamento). A diferença deve ser distribuída proporcional e cumulativamente;
- 7) A diferença entre as somatórias das leituras de ré e de vante fornece a diferença de cotas entre o primeiro e o último ponto mais o erro de fechamento; caso se volte ao ponto de partida (como é o caso) obtém-se diretamente o erro de fechamento.

C - EXERCÍCIOS PROPOSTOS

9.6 Ao efetuar trigonometricamente, o nivelamento entre os dois pontos A e B, com visadas recíprocas e simultâneas, foram obtidos:

- a) Cota de A de partida 783,52 m
- b) Cota de B (visada a vante) 828,43 m
- c) Cota de B (visada a ré) 823,35 m

Sendo a altura do alvo igual à do teodolito nas duas visadas, e afastada a ocorrência de erros grosseiros, pergunta-se:

- a) Qual a distância aproximada entre A e B;
- b) Qual a distância zenital da visada a vante;
- c) Qual a distância zenital da visada a ré.

9.7 Em 1979, um grupo de alunos de topografia efetuou o nivelamento e contra-nivelamento geométricos entre uma referência de nível situada no prédio da engenharia civil e outro no prédio da engenharia naval, obtendo os valores que figuram na planilha 9.7, fornecida a seguir.

Calcule essa diferença de nível e verifique se o erro de fechamento está dentro do tolerável. Explique também o fato de uma das distâncias ser menor que as demais (ordem de grandeza). Há algum problema nisso?

9.8 Fornecidos os dados de campo de um nivelamento geométrico, calcular a cota de todos os pontos, incluindo os detalhes: a e b (ver planilha 9.8, a seguir).

9.9 Num nivelamento geométrico foram anotados, por descuido, todos os valores da leitura central da mira na coluna "distância" conforme a planilha 9.9 a seguir. Pede-se preencher corretamente a planilha e realizar o cálculo das cotas de todos os pontos. São fornecidos os valores corretos das duas referências de nível.

Obs.: Lembrar que os pontos detalhes são aqueles que não se repetem e que o ajuste a ser aplicado é o mesmo do correspondente ponto de vante. (Um esboço pode ajudar!)

Nivelamento Geométrico						exercício 9.7		
ponto visado	estadia A/B (mm)	distância (m)	mira		detalhe	cotas		
			ré	vante		provisórias	ajustes	corretas
RN CIV.	1347 949	39,8	1148					
I	1621 1221	40,0		1421				
I	1373 975	39,8	1174					
II	1703 1303	40,0		1503				
II	1549 1149	40,0	1349					
III	1786 1386	40,0		1586				
III	1080 682	39,8	881					
IV	950 550	40,0		750				
IV	1260 1160	10,0	1210					
RN NAV.	1390 1290	10,0		1340				
RN NAV.	1322 920	40,2	1121					
VI	1435 1035	40,0		1235				
VI	1991 1593	39,8	1792					
VII	1558 1160	39,8		1359				
VII	1855 1457	39,8	1656					
VIII	1530 1132	39,8		1331				
VIII	1727 1325	40,2	1526					
RN CIV.	1493 1093	40,0		1293				
somadas								
Nome do operador:						data:		

Nivelamento Geométrico					exercício 9.8			
ponto visado	estadia A/B (mm)	distância (m)	mira		detalhe	cotas		
			ré	vante		provisórias	ajustes	corretas
RN			1445					
1				2103				
1			1628					
2				1975				
2			2051					
3				1378				
3			1057					
4				1082				
a					1053			
b					2314			
4			2045					
5				1030				
5			345					
RN				1009				
sommas								
Nome do operador:						data:		

Nivelamento Geométrico						exercício 9.9		
ponto visado	estadia A/B (mm)	distância (m)	mira		detalhe	cotas		
			ré	vante		provisórias	ajustes	corretas
RN ₁		2052						787,531
1		0235						
2		1835						
3		1294						
1		2899						
4		0784						
5		1583						
4		1778						
6		1863						
7		0442						
7		3479						
8		1870						
9		0231						
RN ₂		0617						795,656
somadas								
Nome do operador:						data:		

Anotações :

Capítulo 10

REPRESENTAÇÃO DO RELEVO

A - RESUMO DA TEORIA

A Representação do relevo topográfico tem como finalidade registrar e permitir visualizar a forma do terreno fornecendo por leitura e com precisão adequada a cota altimétrica dos pontos desejados.

10.1. Pontos cotados

É a forma de representação em que se assinalam somente pontos selecionados, com suas cotas. A separação da parte decimal pode ser feita com a própria representação do ponto.

Utilizado isoladamente ou como complemento, este processo fornece a precisão adequada (cm, mm ou melhor) mas não permite a visualização geral da forma do terreno. Muito empregado em adutoras, redes de água e esgoto, e outros em que se exige o conhecimento preciso de cotas e declividades. Um exemplo de pontos cotados em meio urbano é o da Figura 10.1. No meio rural, serve como exemplo os dados dos exercícios propostos 10.1 e 10.2.

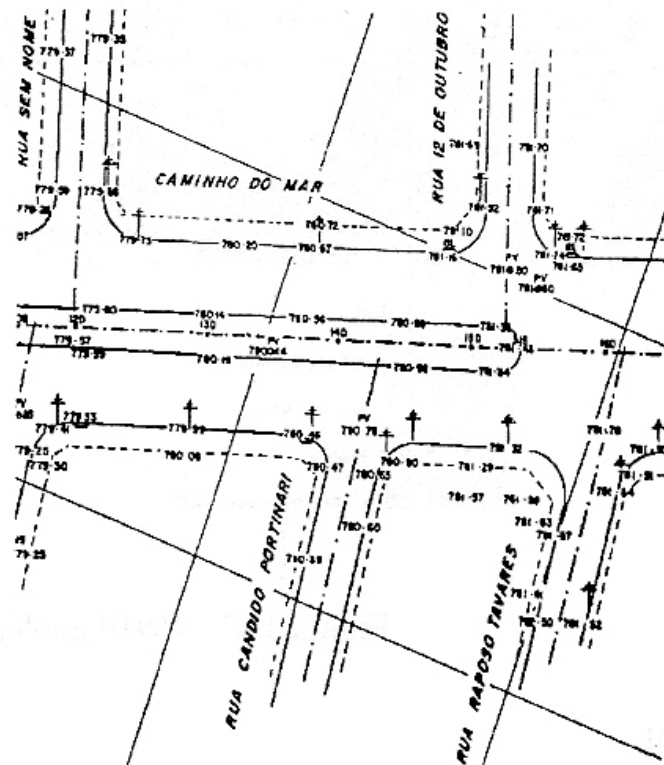


Figura 10.1 - Pontos cotados em meio urbano

10.2. Perfis e secções transversais

Representam cortes verticais do terreno, ao longo de uma linha determinada. Em geral a escala vertical é ampliada com relação à horizontal: $E_V = 2 \text{ a } 10 \cdot E_H$, e costuma-se utilizar papel milimetrado.

Complementa muito bem a planta de curvas de nível, sendo indispensável em muitos casos. Permite a visualização das linhas do terreno, perfis de projeto, camadas de minério, representação da lâmina d'água, áreas em corte ou aterro, e outras.

Um exemplo de perfil é o da Figura 10.2.

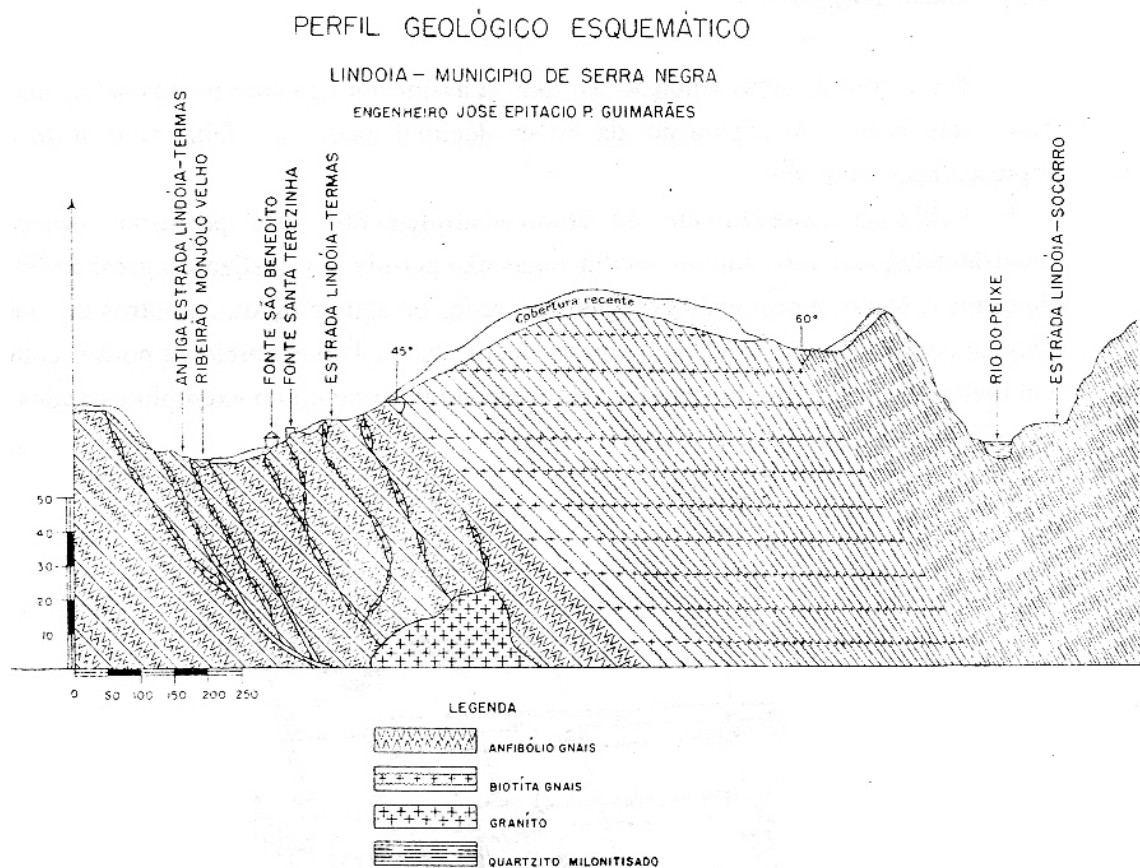


Figura 10.2 - Perfil geológico de uma região do Estado de São Paulo

10.3. Curvas de nível

São linhas de cota constante, inteira, com espaçamento (e) conveniente, de preferência invariável em cada planta, e escolhidos de forma compatível com a escala e a declividade (d) do terreno.

Um exemplo de um mapa de curvas de nível é o da Figura 10.3.

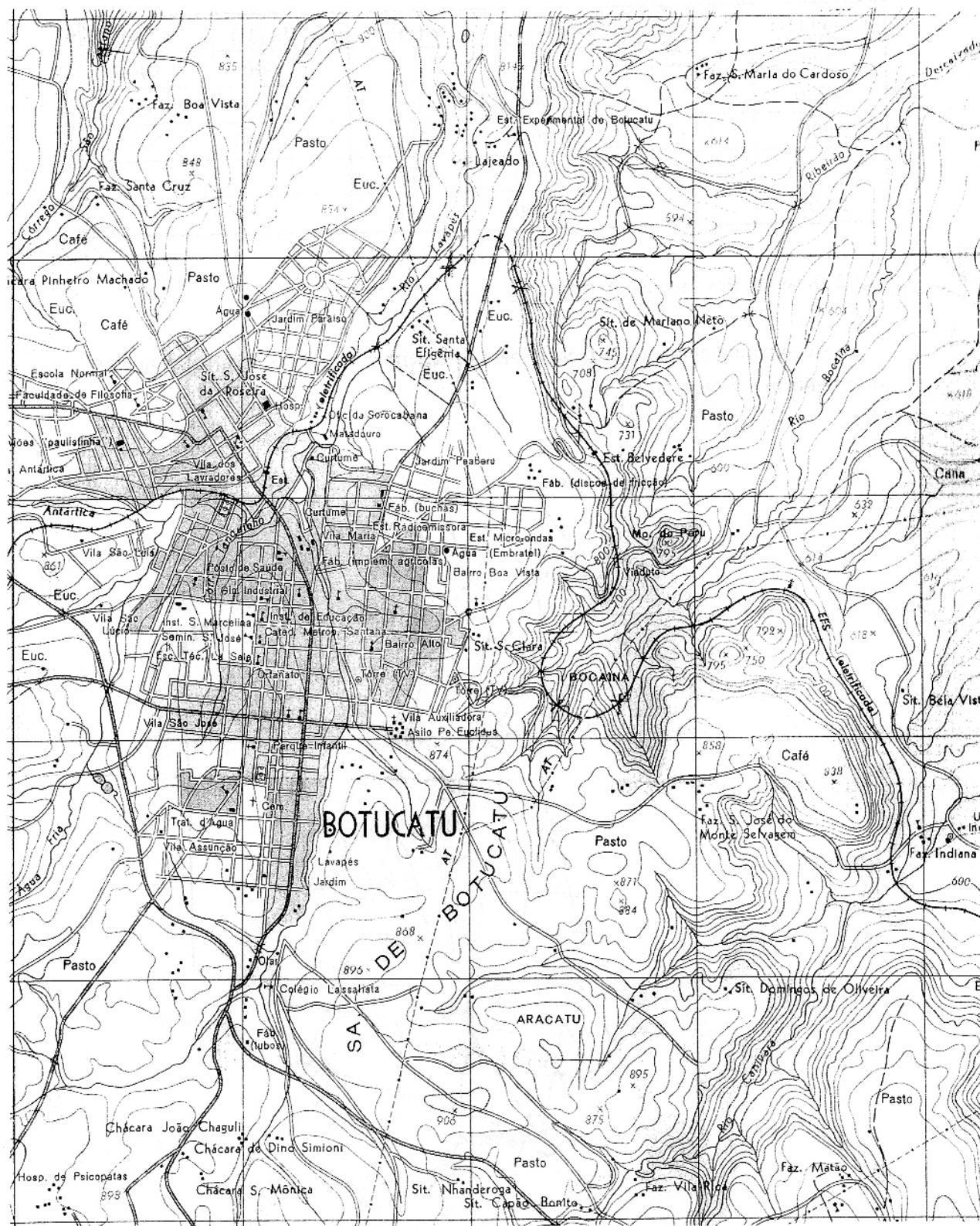


Figura 10.3 - Mapa de curvas de nível - região de Botucatu

10.3.1 Valores usuais de (e)

escala (1:)	e (m)	escala (1:)	e (m)	escala (1:)	e (m)
500	0,5 ou 1	10.000	10	250.000	100
1.000	1	25.000	10	500.000	200
2.000	1 ou 2	50.000	20	1.000.000	200
2.500	2 ou 2,5	100.000	50		
5.000	5	200.000	100		

10.3.2 Desenho das curvas de nível

Acompanhe abaixo a sequência para se desenhar as curvas de nível, tendo em conta também a Figura 10.4:

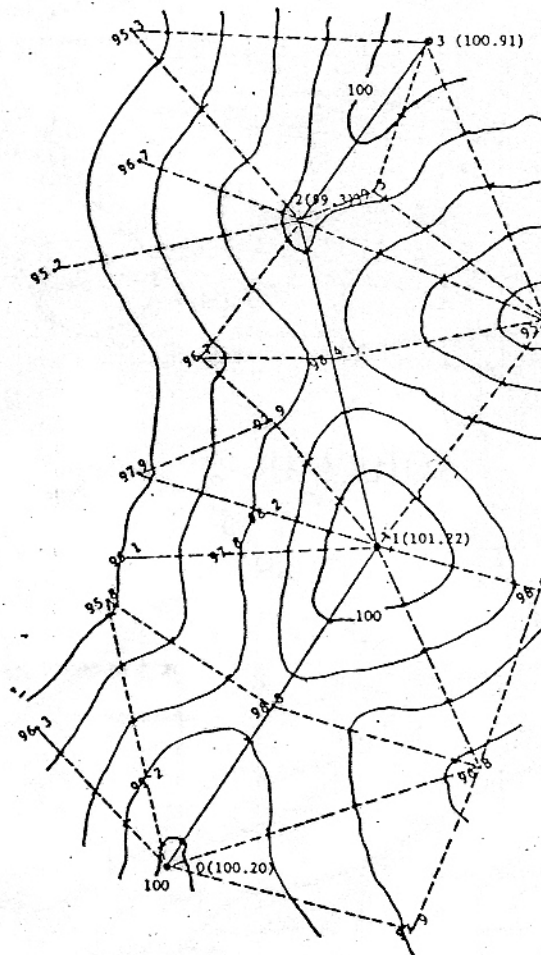


Figura 10.4 - Esquema para desenhar as curvas de nível

a) Demarcam-se os pontos com suas cotas. No levantamento, os pontos devem ser escolhidos criteriosamente, de forma a facilitar as interpolações: pontos mais altos ou mais baixos; pontos de mudanças de declividade; pontos que formam parte de cumeadas (espigões), de vales (talwegues) ou de linhas d'água. Conforme o caso, levantam-se pontos em quadrículas, ou perpendiculares a um dado eixo;

b) Tomam-se pontos próximos formando triângulos sobre cujas arestas será feita a interpolação. Ao longo desses lados determinam-se os pontos de cota inteira. A interpolação, em geral linear, pode ser feita de forma: gráfica, com gabaritos, geométrica (cálculos), etc.

Deve-se evitar linhas de interpolação que se cruzam ou que, partindo de um mesmo ponto, tenham direções muito próximas;

c) Visualizam-se as linhas notáveis (rios, cumeadas, vales, picos) e se as esquematizam. Essas linhas formam barreiras para a interpolação já que não se deve unir pontos de lados opostos, o que definiria cotas irreais;

d) Unem-se os pontos de mesma cota, definindo as curvas de nível;

e) Procura-se retocar as curvas de modo a torná-las coerentes com a forma geral do terreno, tendo em conta que curvas de nível bem traçadas:

- apresentam uma certa harmonia de conjunto;
- não se cruzam nem se interrompem;
- cortam as linhas d'água ortogonalmente;
- formam curvas fechadas em torno de elevações;
- tendem ao paralelismo com as linhas de vale.

10.3.3 Técnicas de desenho

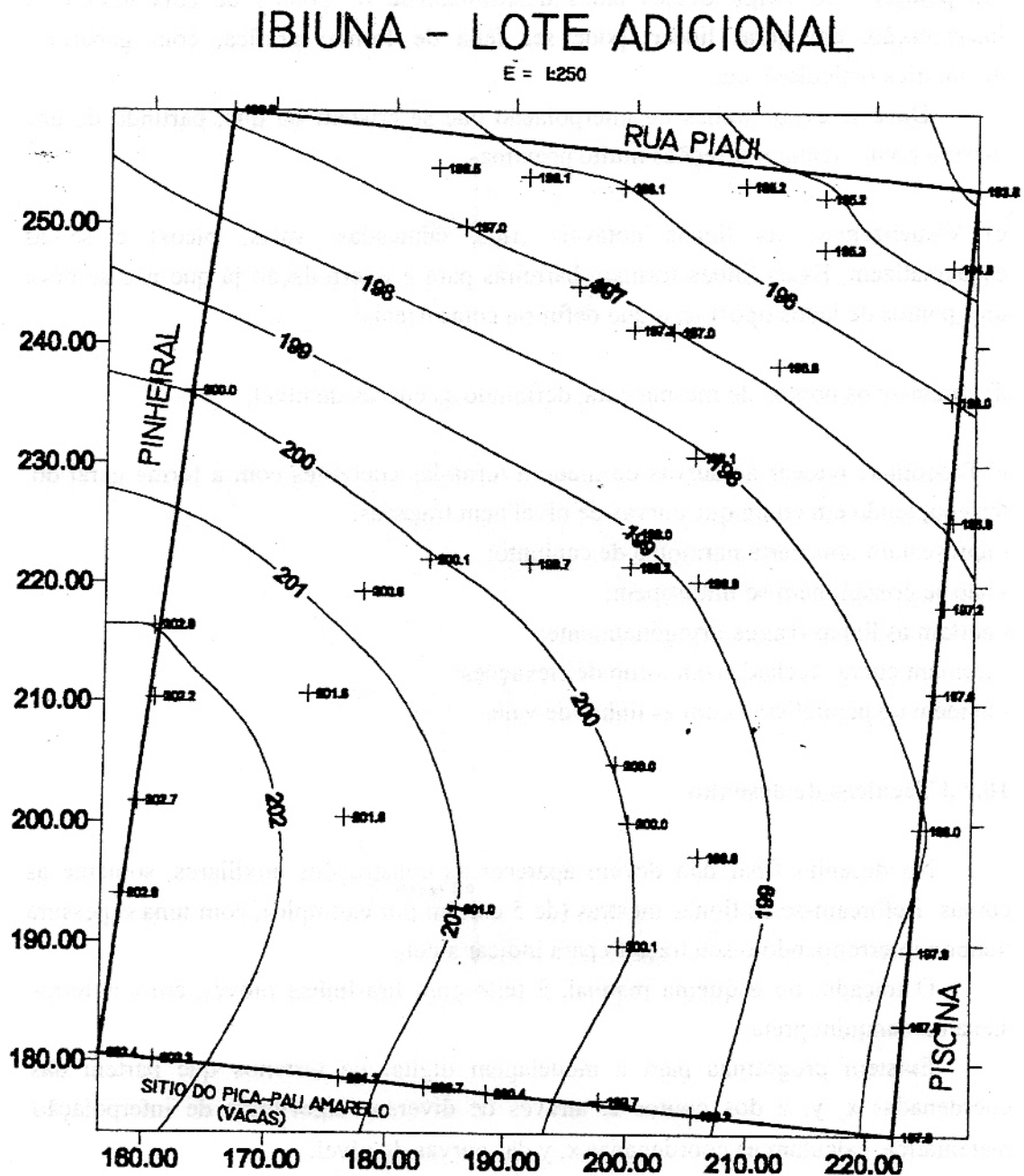
No desenho final não devem aparecer as construções auxiliares, somente as curvas. Reforçam-se as linhas mestras (de 5 em 5m por exemplo), com uma espessura maior e interrompendo o seu traçado para indicar a cota.

O traçado, no esquema manual, é feito com tira-linhas móvel, em cor terra-siena ou nanquim preta.

Existem programas para a modelagem digital de terrenos que partem das coordenadas x , y , z dos pontos e, através de diversos algoritmos de interpolação matemática, calculam as coordenadas x , y das curvas de nível.

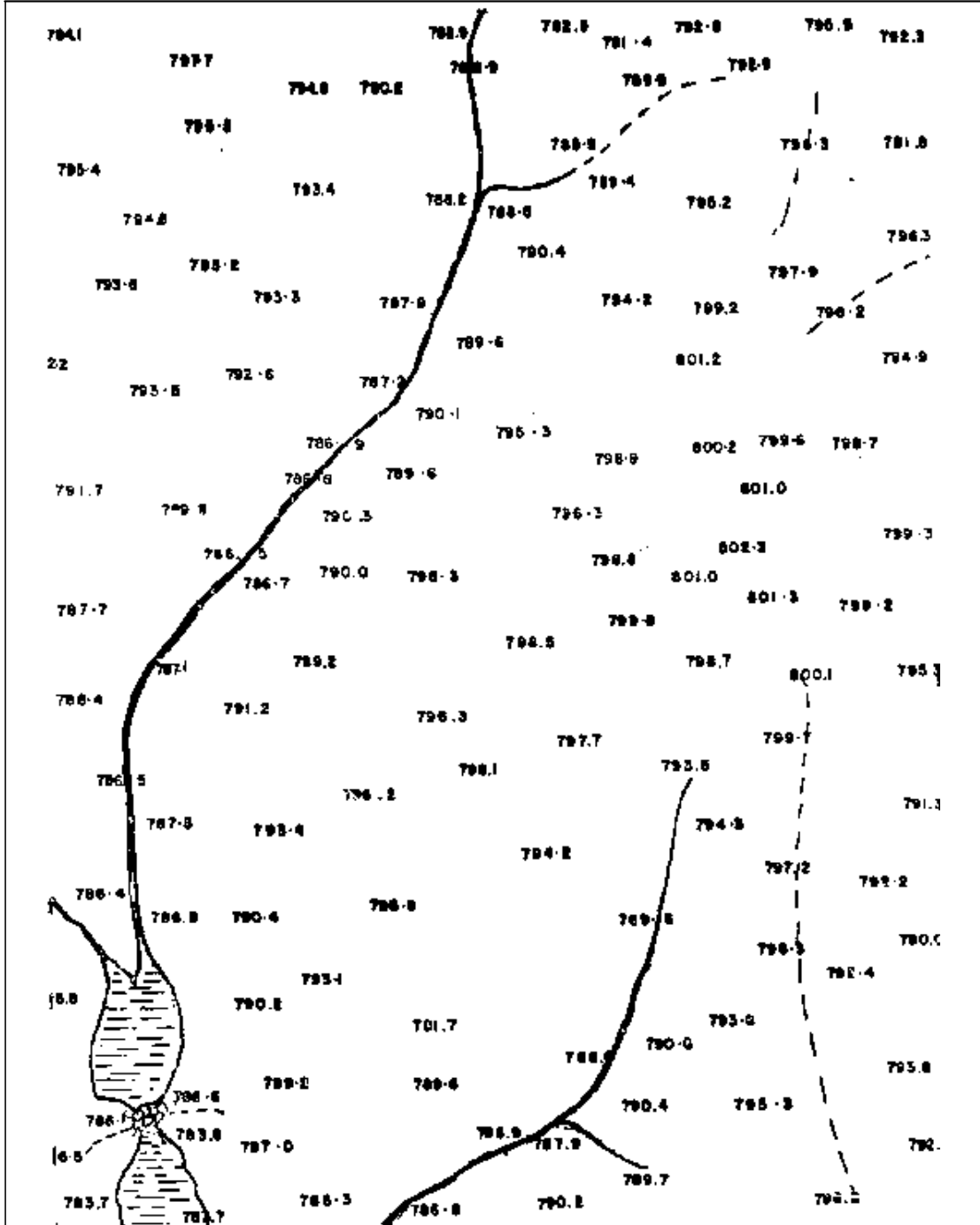
Em geral possuem opções para a introdução de linhas de descontinuidade (não interpolar a partir de pontos situados em lados opostos) e permitem ainda: desenhar os pontos fornecidos, com suas cotas e/ou números, graduar curvas mestras, controlar espessuras, suavizar curvas, etc.. O desenho pode ser exportado e incorporado ao desenho das feições planimétricas da mesma região.

A Figura 10.5 exemplifica um desenho, incluindo curvas de nível, feito totalmente por computador.

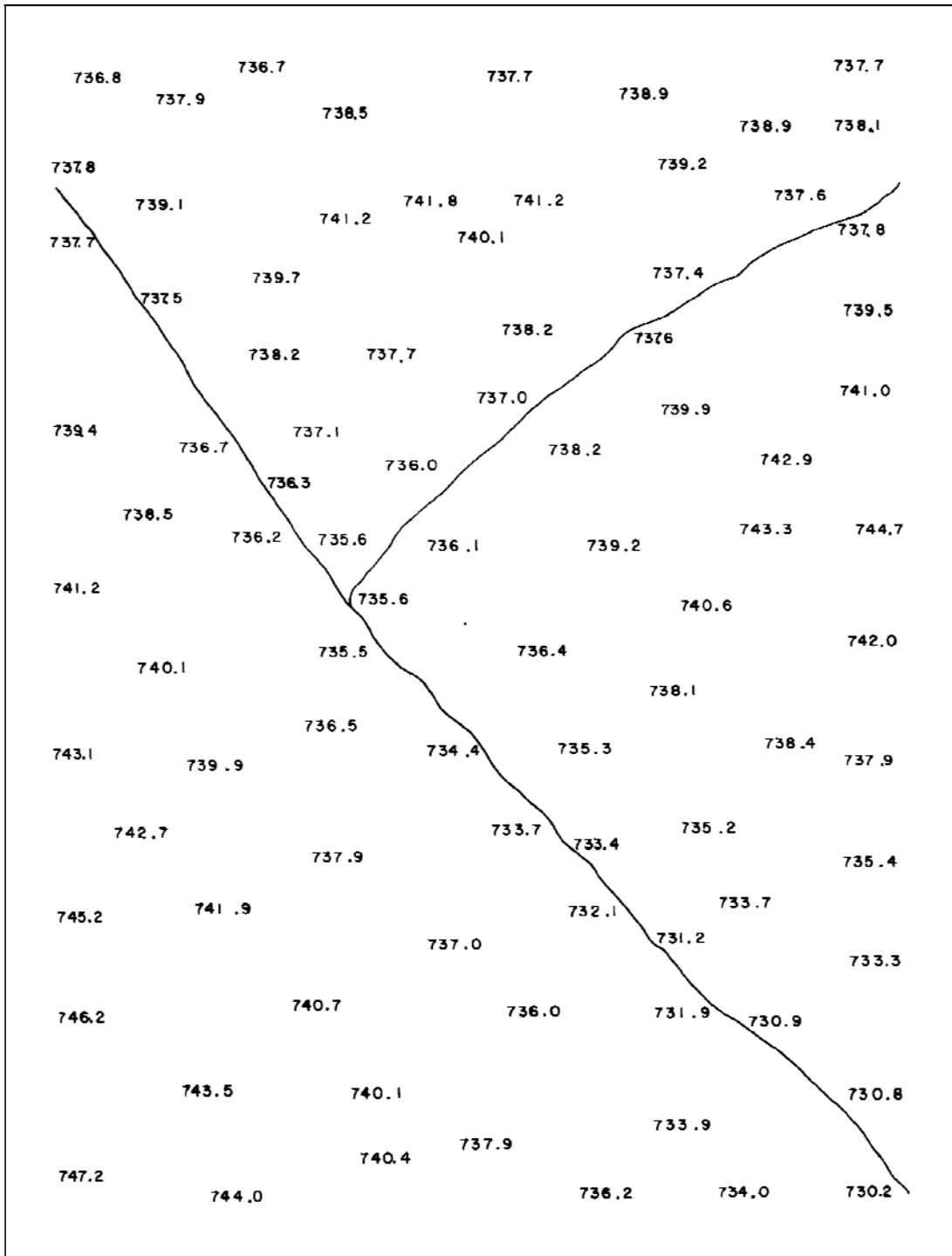


B - EXERCÍCIOS PROPOSTOS

10.1 A partir dos pontos cotados fornecidos, desenhar as curvas de nível com espaçamento e = 1 m. Resolver com maior cuidado a região da cachoeira e as próximas aos vales, rios e cumeadas. Prolongar as curvas até as margens do desenho, por extrapolação.



10.2 Feito o levantamento, das cotas, de alguns pontos de uma determinada região, traçar as curvas de nível segundo os procedimentos descritos. Prolongar as curvas até as margens do desenho, por extrapolação.



Capítulo 11

AVALIAÇÃO DE ÁREAS

A - RESUMO DA TEORIA

A determinação precisa de áreas é importante em topografia, principalmente em levantamentos cadastrais para compra e venda, partilhas, escrituras, etc. De tal forma que isso gerou a chamada agrimensura ou “medida do campo”.

Em topografia utiliza-se sempre a área plana, coisa que decorre naturalmente das distâncias medidas serem horizontais e os ângulos planos. Isso não ocorre em plantas antigas que exprimem as distâncias na direção inclinada do terreno e os rumos como magnéticos, sendo, portanto, variáveis com o tempo.

Os processos para medir área podem ser: analíticos, computacionais, gráficos, mecânicos ou mistos.

11.1. Processos analíticos

São baseados em fórmulas matemáticas aplicáveis às coordenadas dos pontos limitantes da figura.

11.1.1 Fórmula de Gauss

Para poligonais regulares há diversas fórmulas, deduzidas por Gauss, cuja interpretação física é a soma e subtração da área de trapézios formados pelos vértices e suas projeções sobre os eixos N, E.

Dentre 5 possíveis fórmulas destacamos a seguinte, de agora em diante denominada fórmula de Gauss:

$$S = 0,5 \cdot (\sum N_i \cdot E_{i+1} - \sum E_i \cdot N_{i+1}) \quad p/i = 1, 2, \dots, n$$

Com as coordenadas N e E dispostas em duas colunas o processo de cálculo torna-se automático, realizando-se produtos cruzados segundo a diagonal principal e secundária, somando as parcelas, achando-se a diferença entre essas somatórias e efetuando a divisão por dois.

A fórmula pede que no algoritmo se repitam as coordenadas do primeiro ponto. Acompanhe o cálculo da área de um triângulo 1, 2, 3 de coordenadas fornecidas.

ponto	coordenadas	
	N (m)	E (m)
1	1	1
2	5	2
3	2	4
1	1	1

$$\Sigma_1 = (1 \cdot 2 + 5 \cdot 4 + 2 \cdot 1) = 24$$

$$\Sigma_2 = (1 \cdot 5 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot 1) = 13$$

$$\therefore 2 \cdot S = 24 - 13 \Rightarrow S = 5,5 \text{ m}^2$$

No entanto, a maioria das áreas a serem avaliadas não se delimitam por poligonais regulares.

Nesses casos costuma-se avaliar as áreas através da soma de duas parcelas: a área de uma poligonal interna e as demais, compreendidas entre um eixo (lado da poligonal) e a curva limite da área.

São apresentados a seguir três métodos analíticos diferentes, em função da interpretação que é dada para a curva limitante.

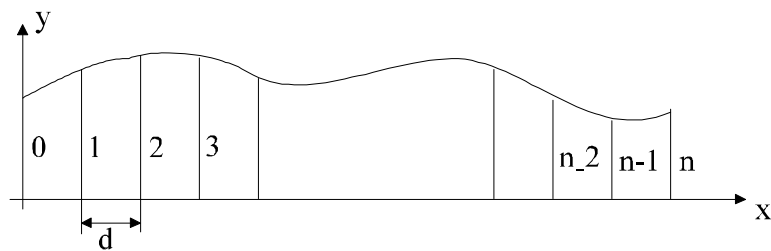


Figura 11.1 - Cálculo de áreas em contornos irregulares

11.1.2 Método de Bezout

Para n qualquer (par ou ímpar) esse método interpreta a curva com uma série de trapézios de base d:

$$S = d \cdot \left(\sum y_i + \frac{y_0 + y_n}{2} \right)$$

onde:

$$\sum y_i = y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1}$$

11.1.3 Método de Poncelet

Para n par, interpreta a curva como uma série de trapézios de base 2.d:

$$S = d \cdot \left(2 \cdot \sum y_i + \frac{(y_0 + y_n) - (y_1 + y_{n-1})}{4} \right)$$

onde:

$$\sum y_i = y_1 + y_3 + y_5 + \dots + y_{n-1}$$

11.1.4 Método de Simpson

Para n par, interpreta a curva como uma série de trechos de parábola de base 2.d:

$$S = \frac{d}{3} \cdot (y_0 + y_n + 2 \cdot \sum y_p + 4 \cdot \sum y_i)$$

onde:

$$\sum y_p = y_2 + y_4 + y_6 + \dots + y_{n-2}$$

$$\sum y_i = y_1 + y_3 + y_5 + \dots + y_{n-1}$$

De todos esses métodos sugere-se utilizar o primeiro já que é mais simples e genérico e produz resultados bastante satisfatórios.

11.2. Processo computacional

Consiste em servir-se de uma mesa digitalizadora acoplada a um computador que disponha de um programa editor de desenho (AutoCAD ou similar).

Aciona-se o comando para inicializar a mesa digitalizadora e a seguir calibra-se a mesa fornecendo as coordenadas (x, y) de pelo menos dois pontos.

Com a mesa calibrada, o cursor passa a fornecer coordenadas reais. No modelo polyline (multi-linha) ou sketch (desenho rascunho) percorre-se o contorno da área a ser avaliada. Deve-se tomar o cuidado de fechar o contorno; existe um comando específico para isso (close) bem como para corrigir erros (pedit).

Ao final pede-se o atributo área, que é o que se procura.

Internamente o programa utiliza a fórmula de Gauss já que o contorno da figura na realidade é uma poligonal de muitos lados.

11.3. Processos gráficos

11.3.1 Transformação geométrica

Aplicável a poligonais regulares, consiste em transformá-las em um triângulo de área equivalente. Divide-se a poligonal em triângulos, transformando dois contíguos em um só, de área equivalente, através do traçado de uma paralela ao lado comum pelo vértice oposto e determinando o ponto de encontro dessa paralela com um dos lados do triângulo que vai permanecer (base). O processo construtivo se esclarece através do exercício resolvido 11.3.

11.3.2 Faixas de igual espessura

Esse processo, aplicável a áreas irregulares consiste em efetuar a divisão da figura em faixas de espessura constante (e), medindo-se as larguras (l_i) dessas faixas, conforme se esquematiza na figura 11.2.

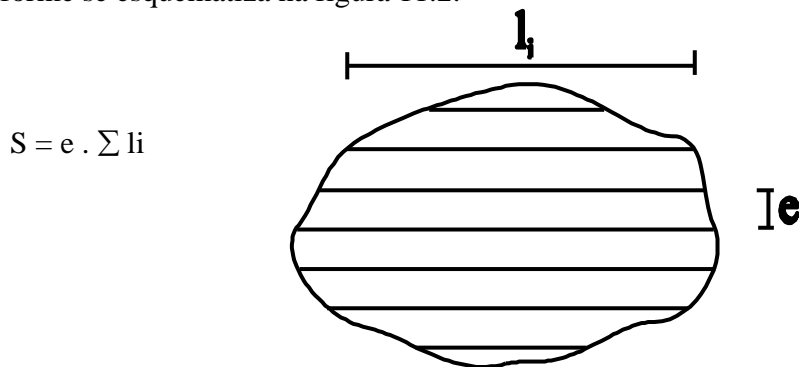


Figura 11.2 - Cálculo de área por faixas de espessura constante

11.3.3 Divisão em quadrículas

Esse método consiste na contagem direta dos quadrados (e frações), multiplicados pela área de um deles. Pode-se decalcar a área em papel milimetrado para facilitar a tarefa (ver figura 11.3).

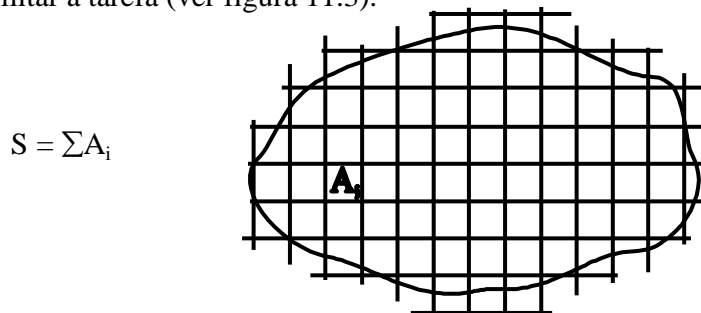


Figura 11.3 - Cálculo de área por contagem de quadrados

11.3.4 Figuras geométricas equivalentes

Esse método consiste em dividir a área em figuras geométricas equivalentes: retângulos, triângulos e trapézios, de modo a compensar as áreas que ficaram dentro e fora da figura geométrica (ver figura 11.4).

$$S = \sum A_i$$

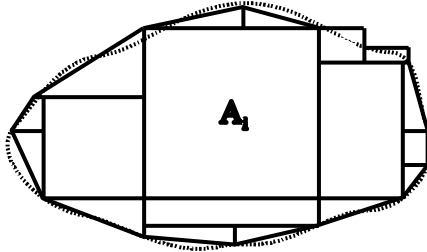


Figura 11.4 - Cálculo de áreas através de figuras geométricas equivalentes

11.4. Processos mecânicos - planímetro

O planímetro é um equipamento que possui dois braços articulados com um polo numa extremidade, que deve permanecer fixo, e um cursor na outra, devendo percorrer todo o contorno da área, retornando ao ponto inicial, (ver figura 11.5).

Um tambor giratório no mesmo braço do cursor, situado na extremidade oposta, faz girar um ponteiro sobre o círculo de leitura. Pode-se demonstrar que o giro do tambor, e portanto a diferença de leituras, é proporcional à área envolvida pelo contorno percorrido.

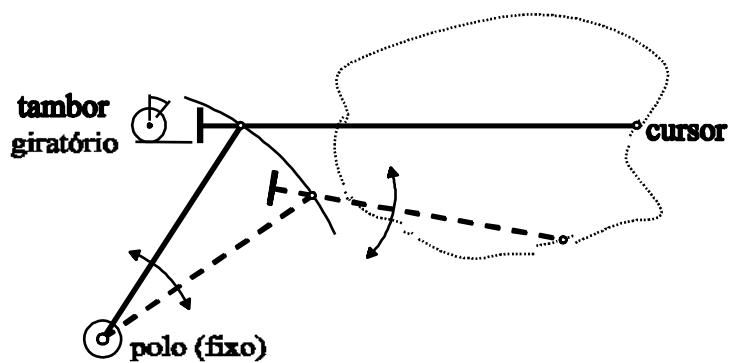


Figura 11.5 - Esquema de um planímetro

A área vem, então, dada pela fórmula:

$$S = k \cdot (L_f - L_i)$$

onde:

k - constante do aparelho para um dado comprimento do braço graduado;

L_f - é a leitura final;

L_i - é a leitura inicial.

Embora o braço possa ser ajustado, por exemplo para $k = 100 \text{ cm}^2/\text{volta}$, sugere-se determinar esse valor planimetrando diversas vezes (n) uma área conhecida (S). Então:

$$k = \frac{n \cdot S}{L_f - L_i}$$

Nos planímetros mais modernos as leituras são digitais. Em todo caso, a precisão dificilmente atinge 1:1.000.

É importante saber que o polo deve ser colocado fora da área a ser avaliada. Caso contrário deve-se somar a área do chamado "círculo zero", dada pelo fabricante, coisa que nem sempre é conveniente.

B - EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

11.1 Dada a poligonal fechada ABCDEA, determinar sua área pelo método de Gauss.

Solução:

vertice	coordenadas (m)		$N_i \cdot E_{i+1}$	$N_{i+1} \cdot E_i$
	N	E		
A	200,00	200,00	-	58728,00
B	293,64	260,78	52156,00	110484,66
C	423,67	239,90	70444,24	91063,64
D	379,59	149,85	63486,95	43682,77
E	291,51	130,21	49426,41	26042,00
A	200,00	200,00	58302,00	-
		TOTAL	293815,60	330001,07

$$2 \cdot S = (293.815,60 - 330.001,07) = 36.185,47 \text{ m}^2$$

$$S = 18.092,74 \text{ m}^2$$

Obs.:

1) deve-se procurar que as coordenadas (NE) de todos os vértices sejam positivas. Se for o caso somando uma constante adequada a todas elas;

2) deve-se efetuar a diferença entre as duas somatórias, tomando-se ao final o módulo e dividindo por dois para obter a área.

11.2 Supondo que uma superfície extra-poligonal tenha sido dividida em segmentos com as alturas relacionadas abaixo e sendo $d = 2,0$ metros o espaçamento, calcular a área desse trecho pelos três métodos (fórmulas) apresentados.

Dados:

$y_0 = 3,0 \text{ m}$	$y_5 = 2,6 \text{ m}$
$y_1 = 3,5 \text{ m}$	$y_6 = 2,4 \text{ m}$
$y_2 = 3,8 \text{ m}$	$y_7 = 2,0 \text{ m}$
$y_3 = 3,2 \text{ m}$	$y_8 = 1,8 \text{ m}$
$y_4 = 2,6 \text{ m}$	

Solução:

a) Fórmula de Bezout

$$\sum y = 3,5 + 3,8 + 3,2 + 2,6 + 2,6 + 2,4 + 2,0 = 20,1 \text{ m}$$

$$S = 2,0 \cdot \left(20,1 + \frac{3,0 + 1,8}{2} \right) = 45,00 \text{ m}^2$$

b) Fórmula de Poncelet

$$\sum y_i = 3,5 + 3,2 + 2,6 + 2,0 = 11,3 \text{ m}$$

$$S = 2,0 \cdot \left(2 \cdot 11,3 + \frac{(3,0 + 1,8) - (3,5 + 2,0)}{4} \right) = 44,85 \text{ m}^2$$

c) Fórmula de Simpson

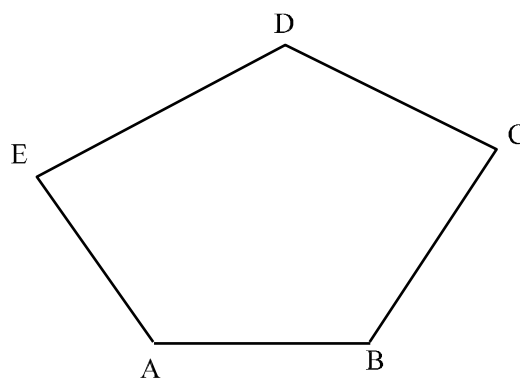
$$\sum y_p = 3,8 + 2,6 + 2,4 = 8,8 \text{ m}$$

$$\sum y_i = 3,5 + 3,2 + 2,6 + 2,0 = 11,3 \text{ m}$$

$$S = \frac{2,0}{3} \cdot (3,0 + 1,8 + 2 \cdot 8,8 + 4 \cdot 11,3) = 45,07 \text{ m}^2$$

Como se pode ver, as fórmulas chegam a valores muito semelhantes: no caso mais desfavorável a diferença é menor que 0,5%.

11.3 Transformar o polígono abaixo numa superfície triangular de área equivalente:



Solução:

Traçam-se:

$EN \parallel AD$

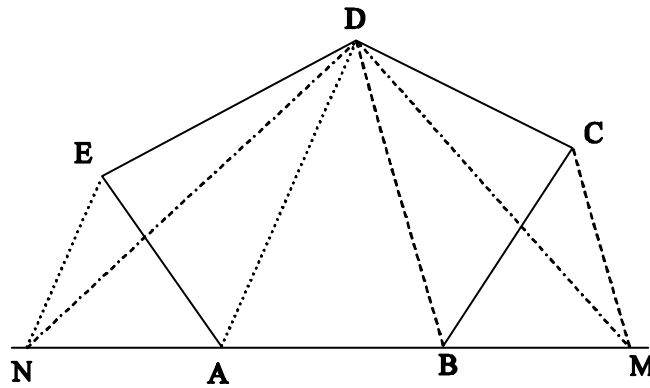
$CM \parallel DB$

área $\triangle ADE = \text{área } \triangle ADN$

área $\triangle BDC = \text{área } \triangle BDM$

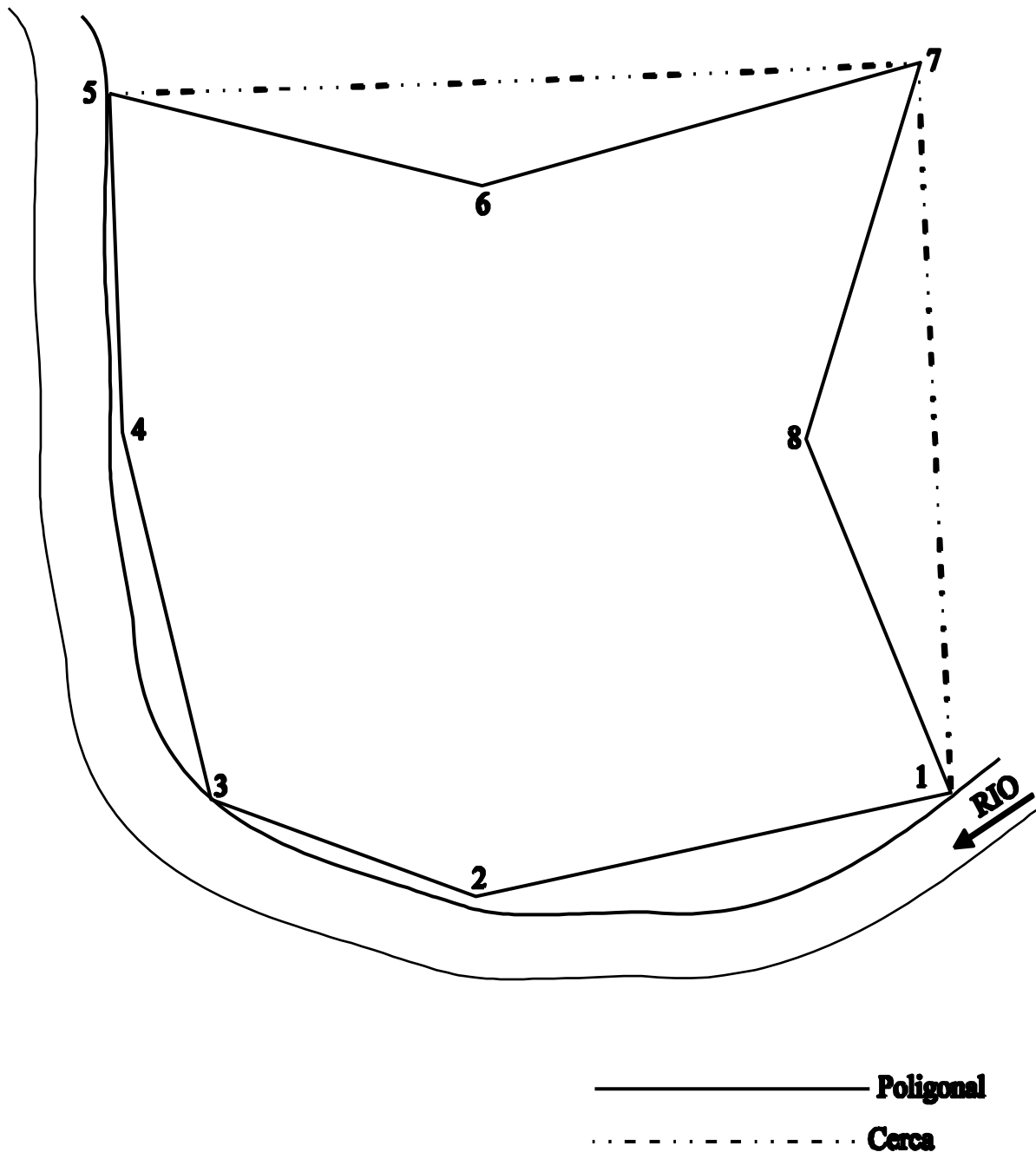
Tem-se então o triângulo DNM de área equivalente à figura inicial:

área $\triangle DNM = \text{área } ABCDE$



11.7 O terreno fornecido a seguir é limitado pelas cercas e pelo rio. Calcular:

- As áreas extra-polygonais definidas pelo rio e pelos lados de 1 a 5 por um dos processos: Bezout, Simpson ou Poncelet;
- Calcular a área dos triângulos 5,6,7 e 7,8,1 por um processo geométrico (medições sobre a figura); somar a área extra-polygonal (calculada no item a) e a área da polygonal 1-2-...-8 (calculada pelo método de Gauss) para obter a área total;
- avaliar a área total do terreno através do planímetro ou em mesa digitalizadora e comparar com o valor obtido no item (b), explicando as causas da diferença.



Anotações :

Capítulo 12

AVALIAÇÃO DE VOLUMES

A - RESUMO DA TEORIA

A avaliação de volumes é de especial interesse no estudo de movimentos de terra, corte ou aterro, em estradas e plataformas para edificações; na avaliação de volume de água represado por barragens; no cálculo da quantidade de minério em minas, etc.

Apresenta-se a seguir alguns métodos de cálculo e suas aplicações mais típicas:

12.1. Método das superfícies equidistantes

Supõe seções planas, paralelas, de áreas (S_i) espaçadas igualmente de uma distância d . A fórmula prática de cálculo é:

$$V \cong \left(\frac{S_1}{2} + S_2 + S_3 + \dots + \frac{S_n}{2} \right) \cdot d$$

A principal aplicação é o cálculo do volume de água em reservatórios de barragens: as superfícies paralelas são definidas pelas curvas de nível. As áreas são avaliadas em planta (planimetradas, por exemplo) e a distância d corresponde ao espaçamento entre as curvas de nível, salvo a primeira e a última.

Os volumes de corte e aterro em plataformas também podem ser calculados dessa forma. As áreas S_i , fechadas, são formadas para cada nível, pela curva antiga (antes do movimento de terra) e pela curva nova.

12.2. Método das seções transversais

Utiliza-se uma fórmula semelhante à anterior (figura 12.1):

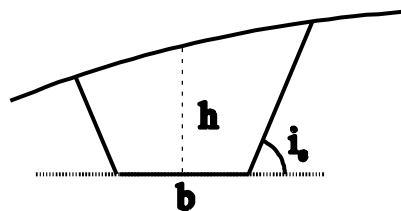
$$V_i = \frac{S_i + S_{i+1}}{2} \cdot d$$

onde:

S_i e S_{i+1} - são duas seções planas, paralelas e verticais, de corte ou aterro;
 d - é o espaçamento horizontal entre elas.

A principal aplicação é em estradas e ferrovias, onde as seções são gabaritadas na escala 1:100, tendo sido levantadas no terreno por seções transversais ao eixo locado. A equidistância (distância entre seções ou estacas) é de 20,00 m.

No projeto definitivo as áreas são planimetradas. No anteprojeto introduz-se uma simplificação para calcular a área em função da altura h de corte ou aterro no eixo da estrada, da largura b da plataforma e das inclinações dos taludes i_c ou i_a .



Supondo b e i_a/i_c constantes, resulta uma fórmula em função de h unicamente. Basta então conhecer as diferenças h_i entre o terreno natural e o "greide" da estrada.

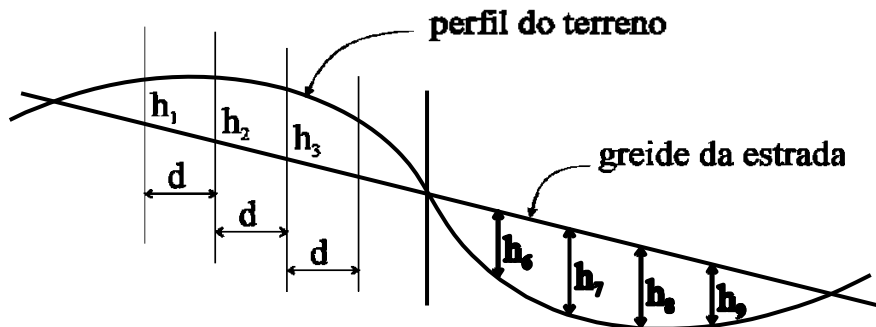
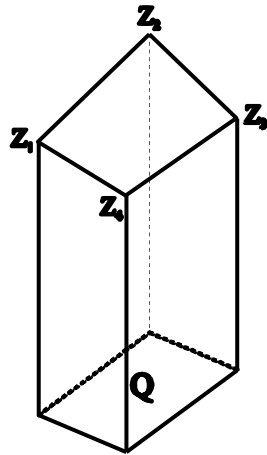


Figura 12.1 - Método das seções transversais

12.3. Método das alturas ponderadas

Neste caso, supõe-se uma base quadrada de área Q e arestas verticais com alturas Z_1, Z_2, Z_3 e Z_4 (figura 12.2), e calcula-se o volume pela fórmula:



$$V = \frac{Q}{4} \cdot (Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4)$$

Figura 12.2 - Método das alturas ponderadas

Na prática utiliza-se o seguinte procedimento:

- . Subdivide-se o terreno em planta em quadrículas com 10 ou 20 m de lado, definindo automaticamente a área Q ;
- . Calcula-se para cada vértice do quadriculado a diferença entre a cota do terreno natural e a cota final da escavação;
- . Calcula-se Σ_1 , que é a soma das diferenças, dos vértices que contribuem apenas para uma quadrícula;
- . Calcula-se Σ_2 , idem, para duas quadrículas;
- . Calcula-se Σ_3 , idem, para três quadrículas;
- . Calcula-se Σ_4 , idem, para quatro quadrículas;
- . Calcula-se o volume desejado através da expressão:

$$V = \frac{1}{4} \cdot (\Sigma_1 + 2 \cdot \Sigma_2 + 3 \cdot \Sigma_3 + 4 \cdot \Sigma_4) \cdot Q$$

Fisicamente os pesos, 1, 2, 3 e 4 correspondem a pontos em situações que contribuem para 1, 2, 3 e 4 quadrados:

- Σ_1 - cantos;
- Σ_2 - bordas;
- Σ_3 - cantos reversos;
- Σ_4 - interiores.

A utilização típica é em escavações, podendo no entanto ser aplicadas a volumes de barragens, etc.

Costuma-se calcular muitas vezes a chamada *cota de passagem* que corresponde à cota de escavação em que o volume de corte compensaria exatamente o de aterro. Calcula-se pela fórmula a seguir:

$$C_p = C_o + \frac{V_o}{S}$$

onde;

C_p - cota de passagem;

C_o - cota de corte;

V_o - volume para a cota C_o;

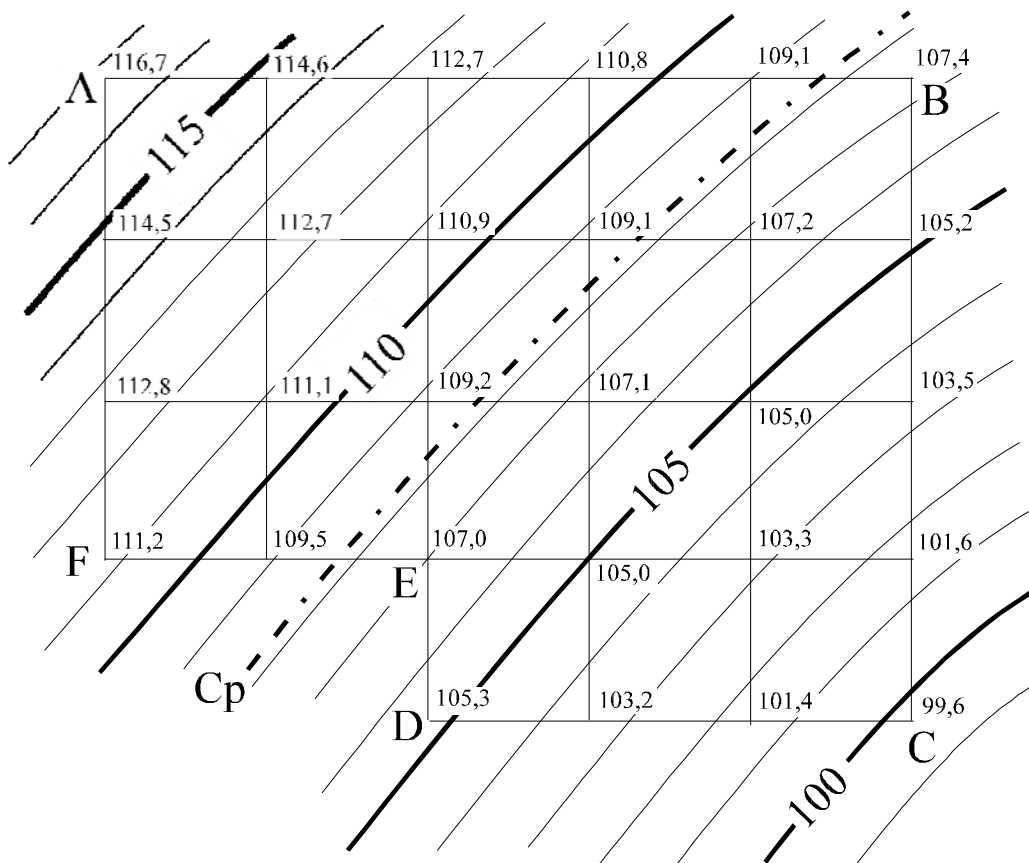
S - área total = n . Q.

B - EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

12.1 Calcular os volumes de corte, aterro e acumulado para 6 (seis) trechos de um corpo estradal cujas áreas das seções transversais são fornecidas nas duas primeiras colunas do quadro abaixo:

estaca	áreas (m ²)		soma das áreas (m ²)		distância entre estacas (m)	volume entre estacas (m ³)		volume acumulado (m ³)	
	corte	aterro	corte	aterro		corte	aterro	corte	aterro
10	45,7	-	-	-	-	-	-	-	-
11	29,3	-	75,0	-	20,0	750	-	750,0	-
12	25,4	-	54,7	-	20,0	547	-	1.297,0	-
12 + 7	17,9	21,2	43,3	21,2	7,0	151,6	74,2	1.374,4	-
13	-	38,6	-	59,8	13,0	-	388,7	985,7	-
14	-	73,8	-	112,4	20,0	-	1.124,0	-	138,3

12.2 Calcular o volume de corte da plataforma A B C D E F A, para a cota de corte C = 100,0 m. Calcular também a cota de passagem.



São dados ainda: $E = 1/1.000$, $a = 20$ m e portanto $Q = 400$ m²;

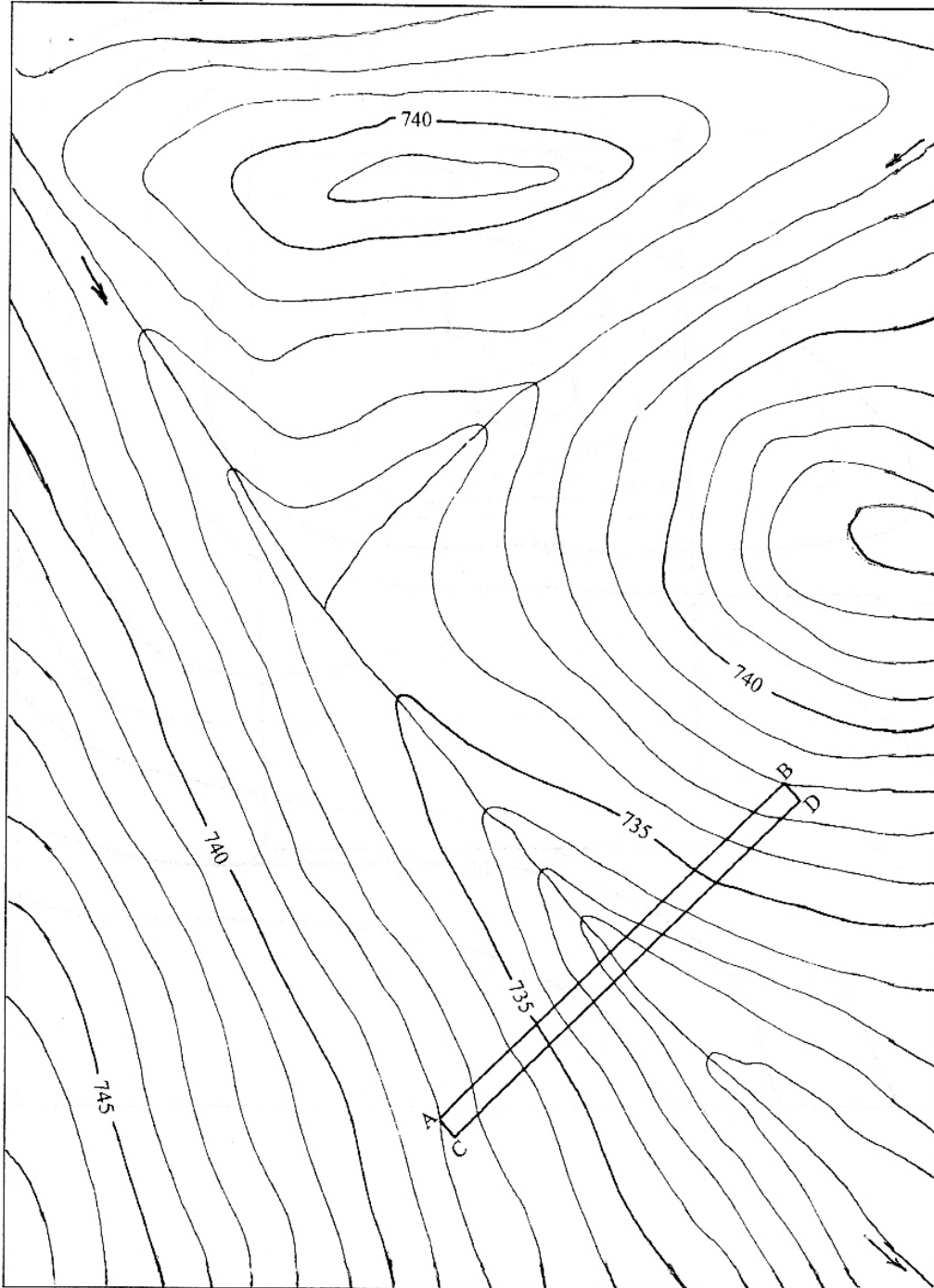
Solução:	$\Sigma_1 = 16,7$	$\Sigma_2 = 14,6$	$\Sigma_3 = 7,0$	$\Sigma_4 = 12,7$
	7,4	12,7		10,9
	-0,4	10,8		9,1
	5,3	9,1		7,2
	<u>11,2</u>	5,2		5,0
	40,2	3,5		3,3
		1,6		5,0
		1,4		9,2
		3,2		11,1
		9,5		<u>7,1</u>
		12,8		80,6
		<u>14,5</u>		
		99,9		

$$V = (40,2 + 2 \cdot 99,9 + 3 \cdot 7,0 + 4 \cdot 80,6) \cdot \frac{400}{4} = 58.340 \text{ m}^2$$

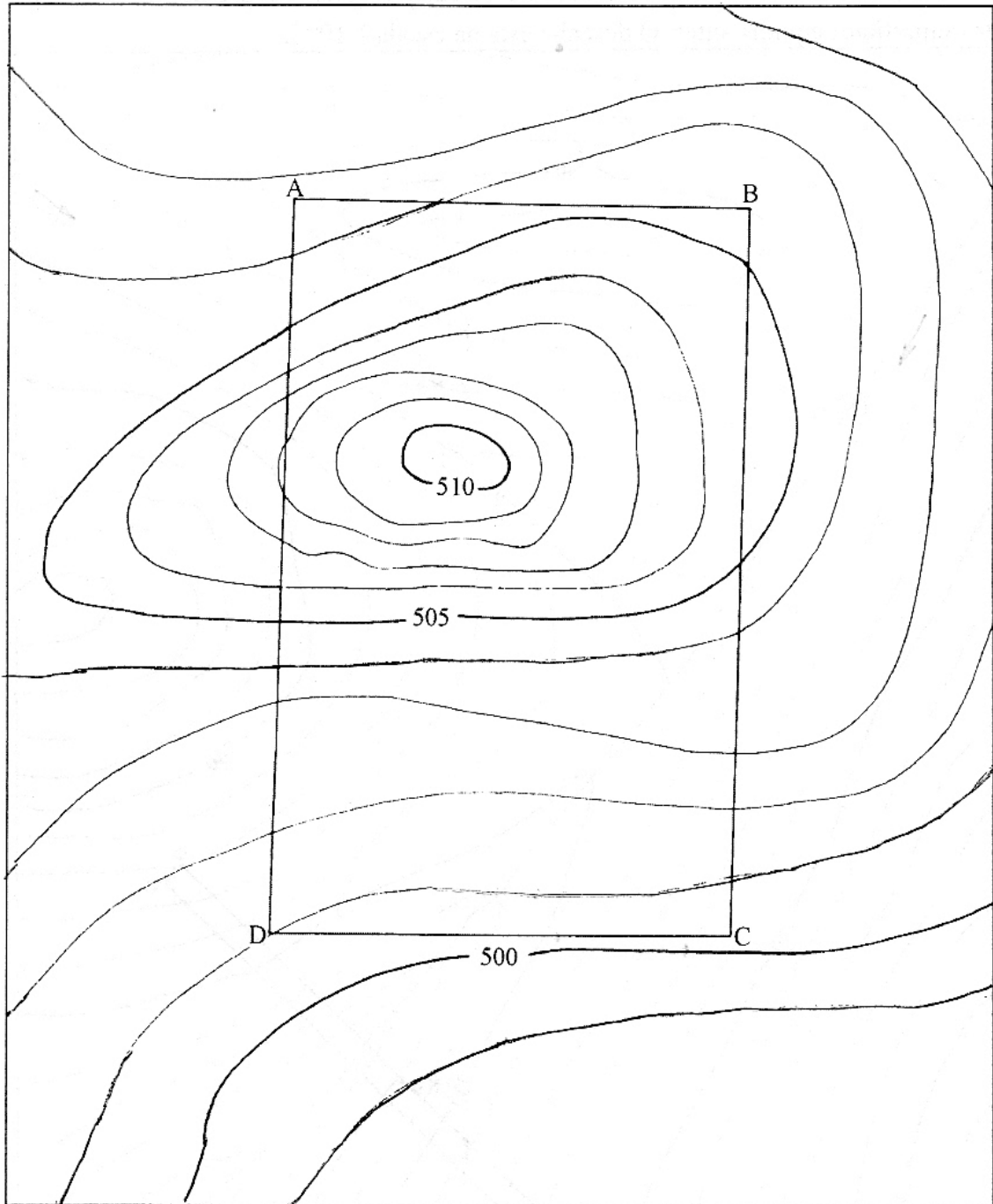
$$C_p = 100,0 + \frac{V}{S} = 100,0 + \frac{58.340}{18 \cdot 400} = 108,1 \text{ m}$$

C - EXERCÍCIOS PROPOSTOS

12.3 Supondo que a cota de inundação da barragem de concreto ABCD é 737 m, pede-se planimetrar a área de inundação e calcular o volume represado pelo método das superfícies equidistantes. O desenho está na escala 1/1000.



12.4 Dada a superfície de um terreno rochoso, representada pelas curvas de nível abaixo, calcular o volume de escavação necessário para implantar a plataforma ABCD na cota 500,00. Considerar os taludes verticais e escala do desenho 1:1000.



Capítulo 13

LOCAÇÃO TOPOGRÁFICA

A - RESUMO DA TEORIA

13.1. Locação topográfica

Essa operação consiste na demarcação no terreno de pontos, definidos por um projeto, visando a implantação da obra. Através da locação pode-se materializar os pontos exatos de execução de pilares e fundações de um edifício, as linhas divisórias de loteamentos, os alinhamentos do meio-fio em ruas e avenidas, o eixo de uma estrada, etc.

O processo completo supõe uma correlação entre o terreno e o projeto, de acordo com a seqüência: levantamento do terreno, construção da planta, execução do projeto sobre cópia dessa planta topográfica, locação do projeto em campo. Por isso é necessário definir no projeto um sistema de coordenadas referido a marcos de campo, materializados de forma permanente, e a partir dos quais serão locados os pontos de interesse.

13.2. Caderneta de locação

Conhecidos os vértices existentes em campo e definidos os pontos do projeto a serem locados, pode-se preparar a Caderneta de Locação a ser utilizada em campo e que deve permitir a definição precisa dos pontos utilizando os aparelhos topográficos.

Definem-se geralmente ângulos e distâncias, calculando-os através das coordenadas da estação e dos pontos.

O esquema é:

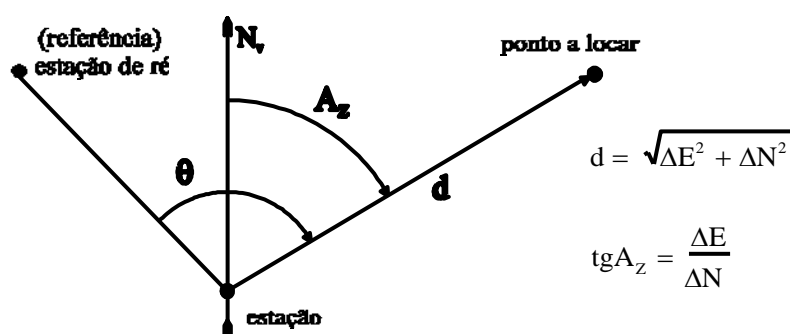


Figura 13.1 - Ângulos e distâncias no processo de locação

Utiliza-se, na maior parte dos casos, o ângulo com ré (θ), calculado por diferença de azimutes, já que nem sempre se dispõe da direção N em cada estação.

13.3. Operações de campo

Em campo os ângulos são medidos com o teodolito na estação, orientado por ré. As distâncias são medidas a trena ou com distanciômetro, segundo a direção fixada.

Os pontos devem ser materializados da forma mais adequada ao tipo de projeto.

Cotas ou níveis também podem ser transportados, da estação para o ponto locado através de nivelamento adequado.

13.4. Observações:

Em alguns casos, a locação é executada da seguinte forma:

a) Em pequenas obras, costuma-se locar eixos perpendiculares e referir todos os pontos através de pares de coordenadas (x , y). Os eixos são materializados por barbantes, fios de aço, construções em madeira, etc;

b) Aparelhos modernos (feixes de laser) permitem materializar visadas definindo eixos ou níveis, facilitando as operações;

c) É aconselhável fornecer alternativas de locação quando se prevê dificuldades de visibilidade para algum ponto;

d) A verificação da locação pode, e deve ser feita, através da interligação dos pontos e comprovando distâncias e ângulos com o projeto.

e) As estações totais permitem locar pontos através de suas coordenadas cartesianas. Para isso deve-se estacionar o equipamento em uma estação, introduzir as coordenadas correspondentes e orientá-lo pela estação de ré, fornecendo o azimute. Depois desloca-se o prisma até a posição desejada, interativamente.

13.5. Estradas

Na preparação de uma caderneta de locação de um segmento de estrada de rodagem compreendido por uma sucessão de tangentes e curvas, é necessário que sejam definidas as deflexões a serem consideradas para o lançamento de cada estaca de cada curva, entre seus extremos.

Na figura 13.2, estão representados os elementos para o cálculo das deflexões sucessivas e acumuladas para uma curva circular simples.

Elementos da curva:

PC - ponto de começo da curva;

PI - ponto de interseção das tangentes;

PT - ponto de término da curva;

Δ - ângulo central ou ângulo de deflexão das tangentes;

D - desenvolvimento da curva;

t - tangente;

G - grau da curva (ângulo central para uma corda de 20 m).

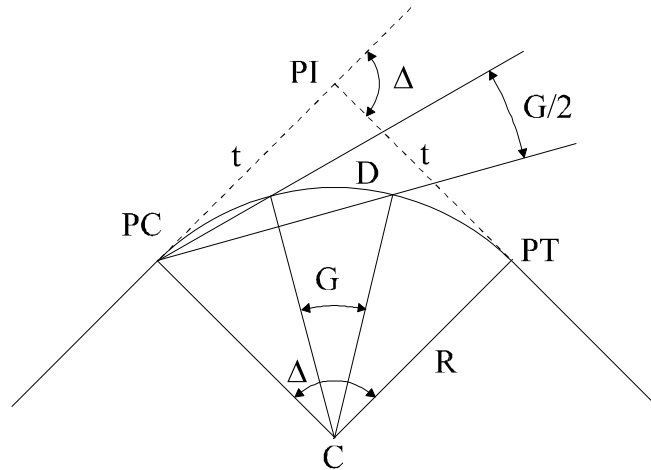


Figura 13.2 - Elementos de uma curva circular

13.5.1 Sequência de cálculo

Abaixo, apresentamos a sequência de cálculos para a locação, de uma curva circular simples, pelo método das deflexões sucessivas e deflexões acumuladas:

a) grau da curva: $G \cong \frac{1146}{R} \left(\frac{G}{2} \cong \text{tg} \frac{G}{2} = \frac{10}{R} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \right);$

b) deflexão por estaca: $d_e = \frac{G}{2}$ (da geometria da figura);

c) deflexão por metro: $d_m = \frac{G}{2} \cdot \frac{1}{20} = \frac{G}{40};$

d) tangente: $t = R \cdot \text{tg} \frac{\Delta}{2};$

e) ponto de começo: $PC = PI - t;$

f) desenvolvimento: $D = \frac{\Delta}{G} \cdot 20$ (somatória de trechos retos de 20 m, e frações nos extremos);

g) ponto de término: $PT = PC + D;$

h) deflexões sucessivas;

$$\text{- se } PC = X \text{ (estaca inteira)} \Rightarrow ds_1 = \frac{G}{2};$$

$$\text{- se } PC = X + a \text{ (estaca fracionária)} \Rightarrow ds_1 = (20 - a) \cdot \frac{G}{40};$$

$$\text{- se } PT = Y \Rightarrow ds_{PT} = ds_n = \frac{G}{2};$$

$$\text{- se } PT = Y + b \Rightarrow ds_{PT} = ds_n = b \cdot \frac{G}{40};$$

i) deflexões acumuladas (caso geral);

$$da_1 = ds_1 = (20 - a) \cdot \frac{G}{40}$$

$$da_2 = ds_1 + ds_2 = da_1 + \frac{G}{2}$$

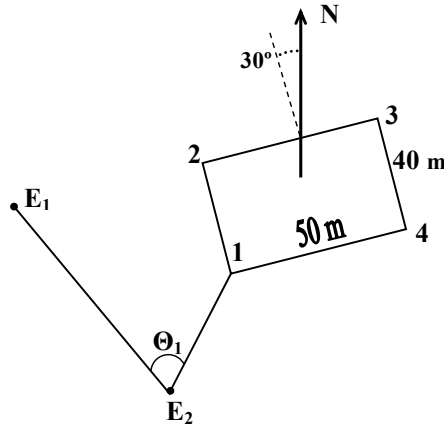
$$da_3 = da_2 + \frac{G}{2}$$

$$da_{n-1} = da_{n-2} + \frac{G}{2}$$

$$da_n = da_{PT} = da_{n-1} + b \cdot \frac{G}{40} \rightarrow da_n = da_{PT} = \frac{\Delta}{2}$$

B - EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

13.1 Calcular os elementos de locação dos 4 pilares (cantos) da casa cujo esquema figura a seguir.



pto.	N (m)	E (m)
E ₁	100,00	110,00
E ₂	70,00	140,00
1	105,00	135,00

São fornecidas as coordenadas das estações E₁, E₂ e do ponto 1 bem como a direção da fachada 23 e as dimensões da casa.

Realizar a locação a partir de E₂ tendo E₁ como referência.

Solução:

1) Cálculo das coordenadas dos pontos 2, 3 e 4:

Pela geometria da figura obtém-se os seguintes azimutes dos lados, resumidos no quadro a seguir:

lado	azimute	distância
12	330°	40 m
23	60°	50 m
14	60°	50 m
34	150°	40 m

a) coordenada de 2 (a partir de 1);

$$\begin{aligned} \Delta N &= 40 \cdot \cos 330^\circ = 34,64 \text{ m} & N_2 &= 105,00 + 34,64 = 139,64 \text{ m} \\ \Delta E &= 40 \cdot \sin 330^\circ = -20,00 \text{ m} & E_2 &= 135,00 - 20,00 = 115,00 \text{ m} \end{aligned}$$

b) coordenada de 3 (a partir de 2);

$$\begin{aligned} \Delta N &= 50 \cdot \cos 60^\circ = 25,00 \text{ m} & N_3 &= 139,64 + 25,00 = 164,64 \text{ m} \\ \Delta E &= 50 \cdot \sin 60^\circ = 43,30 \text{ m} & E_3 &= 43,30 + 115,00 = 158,30 \text{ m} \end{aligned}$$

c) coordenada de 4 (a partir de 1 e de 3);

$$\begin{aligned}\Delta N &= 50 \cdot \cos 60^\circ = 25,00 \text{ m} & N_4 &= 105,00 + 25,00 = 130,00 \text{ m} \\ \Delta E &= 50 \cdot \sin 60^\circ = 43,30 \text{ m} & E_4 &= 135,00 + 43,30 = 178,30 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta N &= 40 \cdot \cos 150^\circ = -34,64 \text{ m} & N_4 &= 164,64 - 34,64 = 130,00 \text{ m} \\ \Delta E &= 40 \cdot \sin 150^\circ = 20,00 \text{ m} & E_4 &= 158,30 + 20,00 = 178,30 \text{ m}\end{aligned}$$

2) Cálculo de azimutes e distâncias de E_2 para os 4 pontos:

$$d = \sqrt{\Delta N^2 + \Delta E^2} \quad \text{tg}A = \frac{\Delta E}{\Delta N}$$

ponto	N (m)	E (m)	d (m)	A
1	105,00	135,00	35,36	351° 52'
2	139,64	115,00	73,99	340° 158'
3	164,64	158,30	96,39	10° 56'
4	130,00	178,30	71,18	32° 33'
E_2	70,00	140,00		

3) Cálculo do ângulo com ré (θ_i):

Para isto basta efetuar a diferença entre o azimute de E_2 para cada ponto (A_i) e de E_2 para E_1 (\bar{A}).

Este último se calcula da seguinte forma;

$$\text{tg}\bar{A} = \frac{\Delta E}{\Delta N} = \frac{110,00 - 140,00}{100,00 - 70,00} = \frac{-30,00}{30,00} = -1,00 \quad \therefore \bar{A} = 315^\circ$$

$$\theta_i = A_i - \bar{A}$$

$$\theta_1 = 351^\circ 52' - 315^\circ = 36^\circ 52'$$

$$\theta_2 = 340^\circ 15' - 315^\circ = 25^\circ 15'$$

$$\theta_3 = 10^\circ 56' - 315^\circ = 55^\circ 56'$$

$$\theta_4 = 32^\circ 33' - 315^\circ = 77^\circ 33'$$

4) Caderneta de locação (formada por θ_i e d_i):

CADERNETA DE LOCAÇÃO				
estação	referência	ponto visado	θ_i	d_i (m)
E2	E1	1	36° 52'	35,36
		2	25° 15'	73,99
		3	55° 56'	96,39
		4	77° 33'	71,18

Com esses elementos vai-se a campo, estaciona-se o equipamento em E_2 , zera-se a leitura de ângulos em E_1 e demarca-se os pontos com os dados da caderneta.

13.2 Preparar a caderneta de locação (deflexões sucessivas e deflexões acumuladas) para uma curva circular simples, cujos elementos são fornecidos:

- estaca do PI = 200+ 0,77 m
- $\Delta = 30^\circ$
- R = 600 m

Solução:

$$G = \frac{1.146}{600} = 1,91^\circ = 1^\circ 54' 36''$$

$$t = 600 \cdot \operatorname{tg} \frac{30^\circ}{2} = 160,77\text{m}$$

$$PC = PI - t = 200 + 0,77 - 160,77$$

$$\Rightarrow PC = 192 + 0,00$$

$$D = \frac{30^\circ}{1^\circ 54' 36''} \cdot 20 = 314,14\text{m}$$

$$PT = PC + D = 192 + 314,14\text{m}$$

$$\Rightarrow PT = 207 + 14,14\text{m}$$

$$ds_1 = \frac{1^\circ 54' 36''}{2} = 57' 18''$$

$$da_1 = ds_1 = 57' 18''$$

$$ds_2 = ds_1 = \dots = ds_{n-1} = \frac{G}{2} = 57' 18''$$

$$ds_{PT} = ds_n = 14,14 \cdot \frac{1^\circ 54' 36''}{40}$$

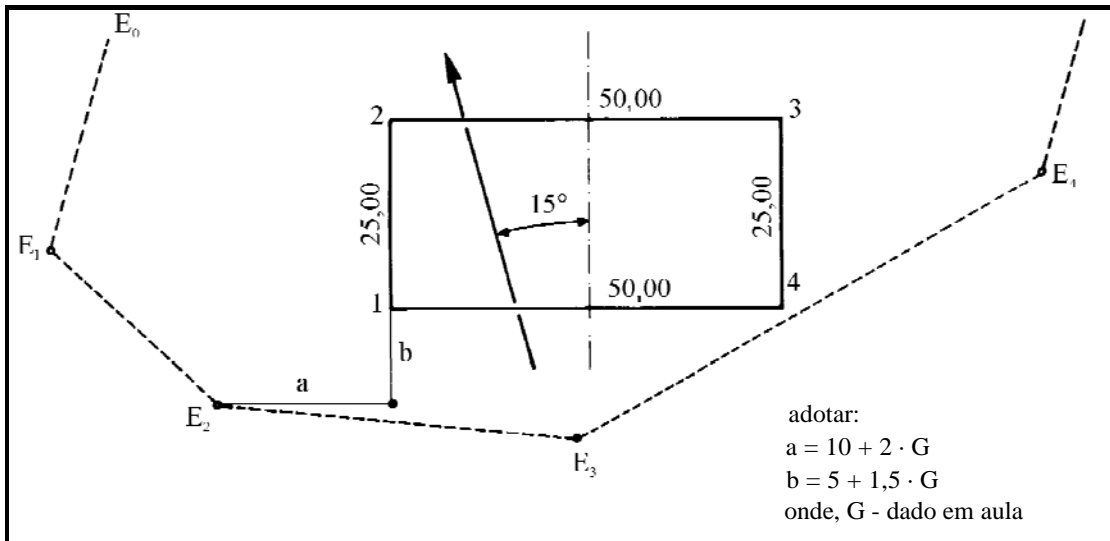
$$ds_{PT} = 40' 30''$$

Com isso pode-se montar a caderneta de locação, que figura a seguir.

CADERNETA DE LOCAÇÃO		
estaca	deflexão sucessiva	deflexão acumulada
PC = 192 + 0,00	0	0
193	57' 18"	57' 18"
194	57' 18"	1° 54' 36"
195	57' 18"	2° 51' 54"
196	57' 18"	3° 49' 12"
197	57' 18"	4° 46' 30"
198	57' 18"	5° 43' 48"
199	57' 18"	6° 41' 06"
200	57' 18"	7° 38' 24"
201	57' 18"	8° 35' 42"
202	57' 18"	9° 33' 00"
203	57' 18"	10° 30' 18"
204	57' 18"	11° 27' 36"
205	57' 18"	12° 24' 54"
206	57' 18"	13° 22' 12"
207	57' 18"	14° 19' 30"
PT = 207 + 14,14	40' 30"	15° 00' 00"

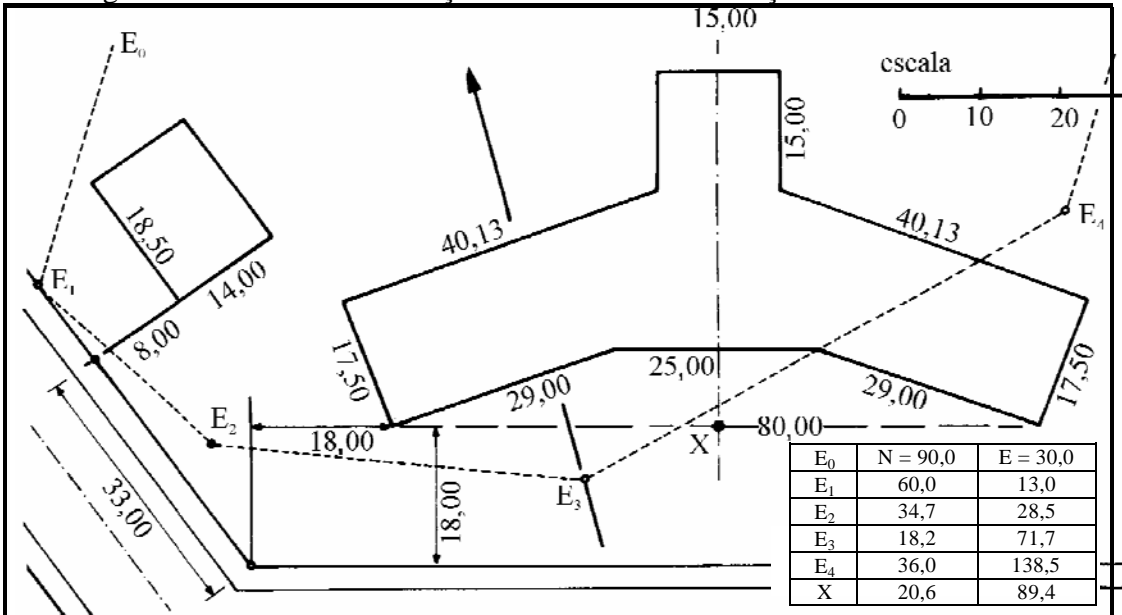
C - EXERCÍCIOS PROPOSTOS

13.3 Organizar a caderneta de locação de acordo com o esboço e os dados fornecidos, sendo que o terreno não permite locar eixos.



Caderneta de Locação								
poligonal			pontos a locar			elementos de locação		
estação	coordenadas		ponto	coordenadas		azimute (laçamento)	ângulo (com ré)	distância
	N	E		N	E			
E0	90,00	30,00						
E1	60,00	13,00						
E2	34,70	28,50						
E3	18,20	71,70						
E4	36,00	138,50						

13.4 Organizar a caderneta de locação de acordo com o esboço e os dados fornecidos.



Caderneta de Locação

poligonal			pontos a locar				elementos de locação	
estação	coordenadas		ponto	coordenadas		azimute (laçamento)	ângulo (com ré)	distância
	N	E		N	E			

Capítulo 14

ESTUDOS SOBRE A PLANTA TOPOGRÁFICA

A - RESUMO DA TEORIA

14.1 Elementos de geometria cotada

Para os estudos posteriores é conveniente apresentar alguns elementos de geometria cotada, aplicando ao caso da topografia.

Caso não se indique o contrário supõe-se que o terreno é fornecido por pontos cotados, isto é, em sua posição (x, y) e sendo fornecida sua cota.

Apresentamos a seguir alguns problemas importantes.

a) *Dados dois pontos cotados, graduar a reta que os une.*

Esta operação consiste em determinar os pontos de cota inteira sobre a reta r (figura 14.1).

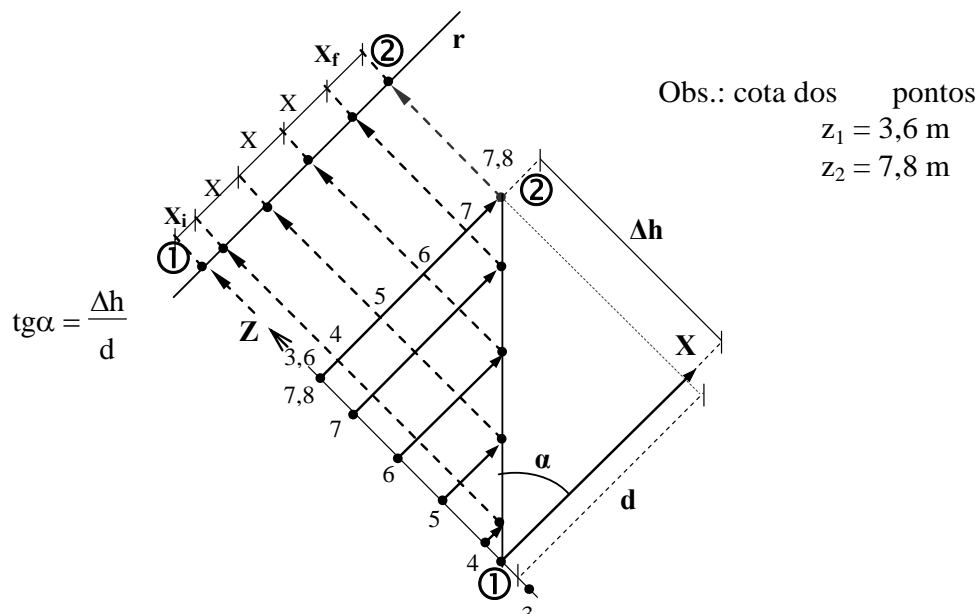


Figura 14.1 - Esquema para graduar uma reta

Graficamente traça-se uma paralela a 12 (base d) e pelo extremo 1 desenha-se o eixo z que deve ser graduado numa escala qualquer; por exemplo 1:100 (1 cm = 1 m).

A seguir determina-se os pontos 1 e 2 através de suas cotas e desenha-se a reta que os une. Essa reta intercepta as horizontais nos pontos de cota inteira que podem então ser levados para a reta r a ser graduada.

Analicamente o cálculo se baseia na $\text{tg } \alpha$, montando-se as proporções:

$$\text{tg} \alpha = \frac{\Delta h}{d} = \frac{4 - 3,6}{x_i} = \frac{5 - 4}{x} = \frac{7,8 - 7}{x_f}$$

onde:

$$\Delta h = 7,8 - 3,6 = 4,20 \text{ m};$$

$$d = 4,6 \text{ m (na escala) ou em cm};$$

x_i - distância do ponto 1 ao primeiro ponto de cota inteira;

x - distância entre dois pontos sucessivos de cota inteira;

x_f - distância entre o último ponto de cota inteira e o ponto 2.

Calculando para o caso concreto teríamos:

$$\frac{x_i}{0,4} = \frac{x}{1} = \frac{x_f}{0,8} = \frac{4,6}{4,2}$$

$$x_i = 0,44 \text{ m}$$

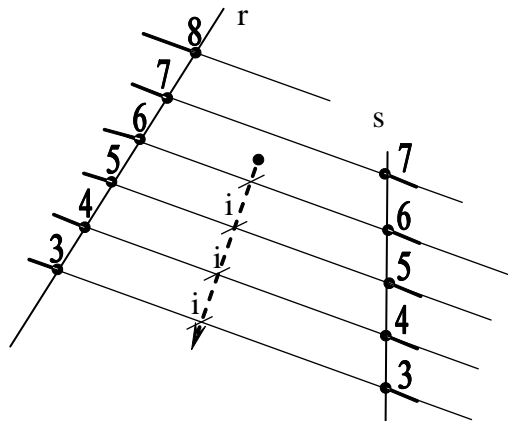
$$x = 1,10 \text{ m}$$

$$x_f = 0,88 \text{ m}$$

b) Fornecido um plano por 3 pontos (ou 2 retas graduadas), traçar as retas horizontais dessa superfície (curvas de nível):

A primeira operação consiste em graduar as duas retas, determinando os pontos de cota inteira. Se necessário pode-se graduar as retas nos trechos externos aos pontos fornecidos. A operação seguinte consiste em unir os pontos de mesma cota que, justamente por esse fato, pertencem a uma mesma horizontal (figura 14.2).

Figura 14.2 - Esquema para determinar as retas horizontais de um plano



Por definição as horizontais de um plano são paralelas entre si e possuem espaçamento constante.

c) Dado um plano pelo gradiente cotado, determinar as horizontais:

Por definição o gradiente ou a reta de maior declive ($\frac{\partial z}{\partial s} = \text{máximo}$) é perpendicular às retas horizontais ($\frac{\partial z}{\partial s} = 0$). O gradiente pode ser representado por uma reta dupla e o intervalo i em que está graduado corresponde ao intervalo (em planta) entre as horizontais que possuem um espaçamento vertical e (figura 14.3).

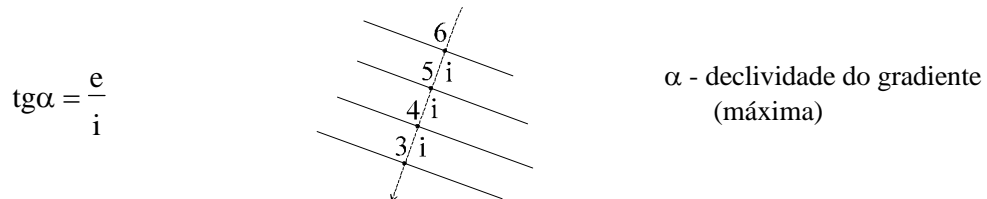


figura 14.3 - gradiente e horizontais de um plano

d) Fornecido um terreno por diversos pontos cotados, desenhar as curvas de nível:

É um problema já resolvido no capítulo Representação do relevo. Pode ser visto da seguinte forma: o terreno é representado por uma superfície poliédrica de faces triangulares (planas). Então, graduam-se as retas correspondentes aos lados da cada triângulo e unem-se os pontos de cota inteira obtendo-se as horizontais (curvas de nível).

Como na realidade as faces dos triângulos não são planas, suavizam-se as curvas (figura 14.4).

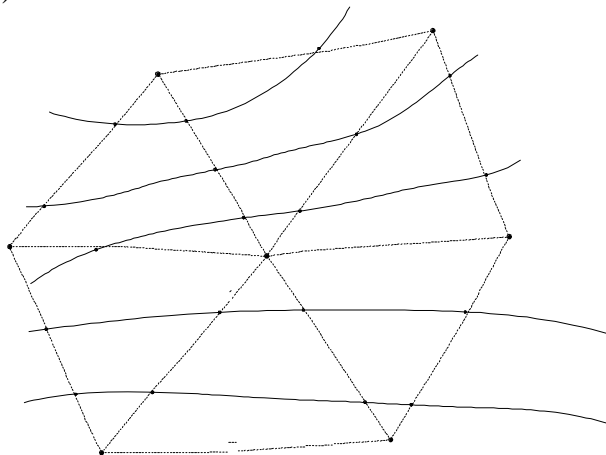


Figura 14.4 - Determinação das horizontais / curvas de nível

14.2 Leitura da planta topográfica

Dado um mapa ou uma planta topográfica a primeira providência para compreendê-la e analisar suas informações é observar uma série de elementos básicos:

- . finalidade com que foi elaborada (para um determinado projeto, mapeamento sistemático, etc...);
- . dados do mapa: escala, data, órgão que efetuou o levantamento (IBGE, IGC, etc...), tipo de projeção cartográfica (UTM, plano topográfico, etc...), tipo de levantamento (terrestre ou aerofotogramétrico);
- . dados da projeção cartográfica como, por exemplo, na UTM: datum horizontal (Córrego alegre, SAD-69, etc...), datum vertical (marégrafo de Torres ou de Imbituba, etc...), meridiano central, convergência meridiana, fator escala, declinação magnética, etc...

A familiaridade com os mapas permite reconhecer rapidamente muito desses dados por alguns elementos: se possui cor ou não, dimensões das edificações e vias, forma das cidades ou aglomerados urbanos, espaçamento das curvas de nível, tabela das convenções cartográficas.

14.3 Leitura e visualização do relevo

A representação das curvas de nível se faz sobre um plano e o usuário do mapa deve aprender a *ler* o relevo, *visualizando-o* em três dimensões.

Nessa tarefa é útil identificar alguns elementos e seguir determinadas técnicas. Acompanhe-as tendo em conta o terreno da figura 14.5:

- a) Procurar as curvas de nível mestras (graduadas) e verificar o espaçamento padrão entre curvas subseqüentes;
- b) Identificar regiões montanhosas, onduladas e planas em função da maior ou menor proximidade de curvas consecutivas;
- c) Identificar a rede de drenagem e acompanhar os rios e riachos, da nascente (montanha, pontos mais altos) em direção à fóz (pontos mais baixos, várzeas), passando por vales entre montanhas;
- d) Procurar os divisores de água, do tipo *linha de cumeada* (espigões em regiões mais altas e contendo pontos cotados como máximos locais) e do tipo *vertente de montanha* (caracterizado por separar dois riachos e por uma mudança acentuada da direção das curvas de nível).

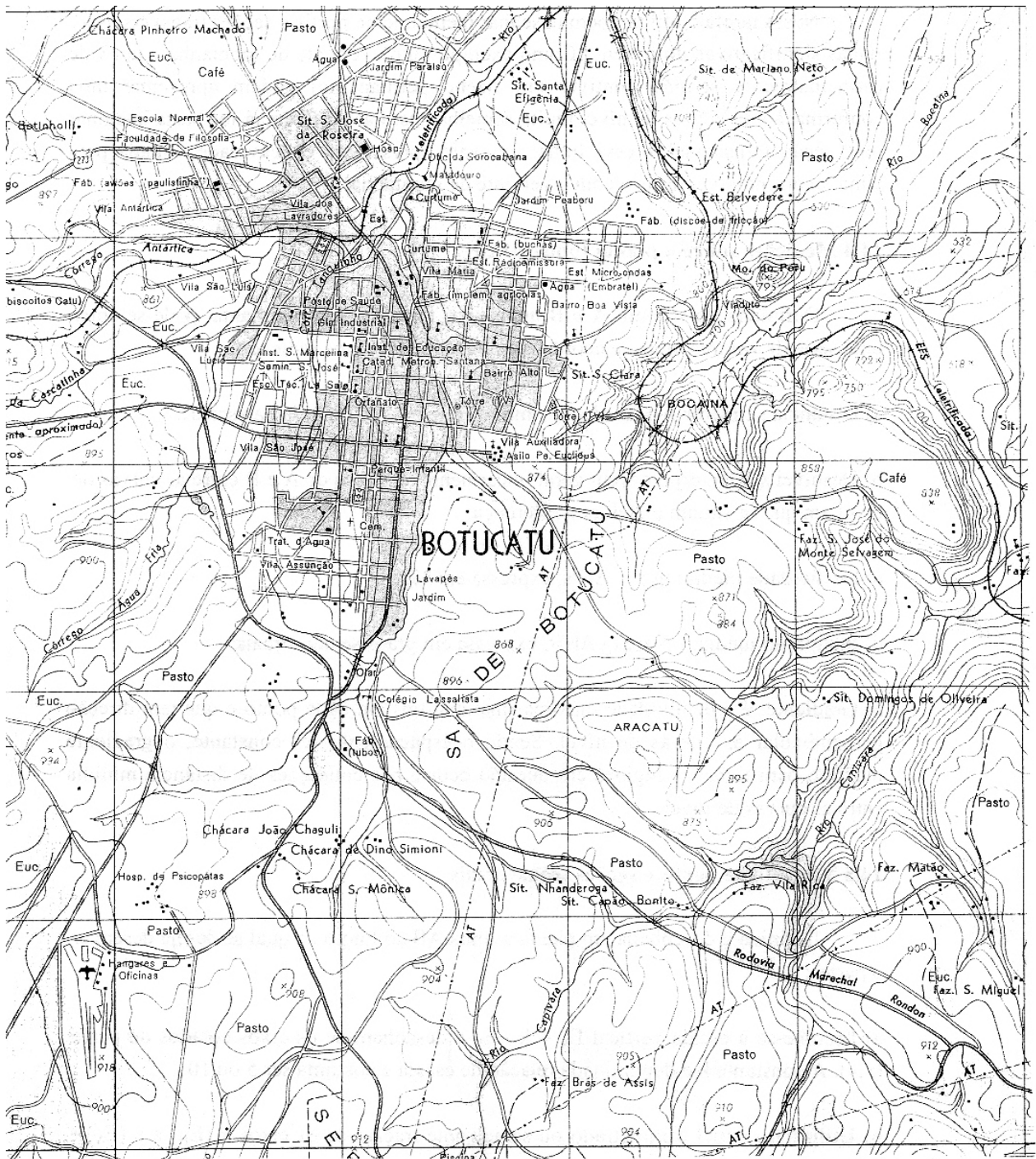


Figura 14.5 - Carta 1:50.000 do IBGE, região de Botucatu, 1965

Nessa tarefa é útil também desenhar mentalmente perfis e seções transversais às linhas significativas do terreno. Como exemplo, uma vertente de montanha e um vale (principalmente se não contiver um riacho permanente) podem apresentar uma conformação de curvas de nível muito semelhantes. Para diferenciá-los basta imaginar uma seção transversal a essa linha: um vale apresentará concavidade voltada para cima, ocorrendo o contrário com a vertente de montanha.

14.4 Medições sobre a planta topográfica

Definidos dois pontos A e B quaisquer, tomados sobre a planta, pode-se obter uma série de valores úteis de acordo com os procedimentos indicados:

- a) Distância s : medir AB na planta e multiplicar por M (módulo da escala);
- b) Desnível ΔH : interpolar (em geral linearmente) as cotas de A e B entre as curvas de nível em que se situam e efetuar a diferença;
- c) Declividade média: $\text{tg } i = \Delta H/s$, expressa em %;
- d) Inclinação média: $i = \text{arc tg } \Delta H/s$, expressa em graus sexagesimais;
- e) Gradiente: é a declividade máxima (máxima tgi) em cada ponto e que tem direção perpendicular às curvas de nível. Sendo o espaçamento (e) constante, o gradiente máximo para todas as regiões em questão ocorre nas condições de distância mínima entre as curvas de nível.

14.5 Traçado de perfis e seções transversais

Definida e desenhada em planta a linha AB ao longo da qual se deseja desenhar o perfil :

- a) Escolhe-se a escala vertical $E_V = k \cdot E_H$ e desenham-se os eixos cotados do perfil (x,y). A constante k é denominada relação de escala e costuma ser 5 ou 10.
- b) Utilizando papel milimetrado ou semelhante traçam-se os eixos x (E_H) e y (E_V) e desenha-se a graduação dos mesmos;

- c) A partir de A, definem-se os pontos de interseção (x_i) de AB com as curvas de nível, e transportam-se esses valores para o eixo x do perfil;
- d) Define-se a coordenada y_i para cada valor de x_i através da cota das curvas interceptadas multiplicadas pela relação de escala k;
- e) Unem-se os pontos através de curvas suaves, obtendo o perfil desejado;

O desenho de seções transversais segue exatamente o mesmo procedimento já que se trata de um caso particular de perfil.

14.6 Traçado de um caminhamento com declividade constante

Existindo duas regiões a serem unidas, por exemplo, uma planície (A) e o alto de um planalto (B) através de uma estrada de declividade constante e pré-definida ($tg\alpha$), deve-se seguir as seguintes etapas:

- a) Verificar se a declividade imposta é compatível com o terreno. Por um lado, é impossível que a declividade da estrada seja maior que o gradiente; por outro lado uma declividade pequena, numa estrada, pode levar a muitas sinuosidades e obrigar a construção pontes e viadutos. Em estradas de regiões montanhosas a declividade máxima é de 6%; para ferrovias impõem-se o valor de 2% com máximo em função da tração da locomotiva, sem auxílios especiais como seriam os sistemas funicular ou por cremalheira;
- b) Calcula-se o valor d' em planta correspondente à distância horizontal entre duas curvas consecutivas que produz a declividade estabelecida. Por exemplo, para uma declividade de 6% num mapa na escala 1:10.000, e com curvas de nível de 5 em 5 m teríamos:

$$tg\alpha = \frac{6}{100} = \frac{\Delta h}{x} = \frac{5}{x}$$

$$\therefore x = 83,3 \text{ m}$$

$$\text{na escala } d' = \frac{x}{10.000} = 8,3 \text{ mm};$$

c) Ajusta-se o compasso a medida d' e partindo de A, determina-se a intersecção com a próxima curva de nível (existem dois pontos possíveis). O novo ponto escolhido serve como centro do compasso para repetir a operação, que se desenvolve até a região B;

d) Existem muitas soluções para a seqüência de pontos; deve-se escolher uma que evite zigzagues e tenha em conta outras condições como: minimizar a distância total e o número de curvas, não apresentar curvas com raio abaixo de um valor limite, etc...;

e) Quando se fixam dois pontos obrigatórios, e não duas regiões, não é possível fixar o valor da declividade. Esta sai como decorrência e pode ser determinada de forma interativa, construindo estradas com diversas declividades até acertar exatamente o segundo ponto.

14.7 Plataformas

Em muitos projetos de implantação de obras sobre o terreno necessita-se realizar a terraplenagem de algumas regiões. Em geral são áreas retangulares e planas mas algumas vezes ocorrem casos especiais.

a) Plataformas planas

Vai-se analisar a implantação de uma área retangular em terreno acidentado, contendo uma região de corte e outra de aterro (figura 14.6). Demarcada a área sobre o terreno trata-se de desenhar as novas curvas de nível.

Para isso tenha-se em conta que o movimento de terra vai criar taludes de corte e de aterro (planos inclinados) que podem ser definidos pelos respectivos gradientes, devidamente graduados.

Os gradientes são perpendiculares às bordas da área retangular (horizontal) e sua graduação se faz demarcando sucessivos intervalos de corte e aterro (ic e ia). Para o cálculo desses dois valores deve-se fornecer a declividade do gradiente em cada situação.

Os valores mais comuns são:

$$\text{- corte: } \operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{2} = \frac{e}{i_c}$$

onde: 3 - na vertical;
2 - na horizontal;
e - espaçamento entre curvas de nível.

$$\text{- aterro: } \operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{3} = \frac{e}{i_a}$$

com significados análogos.

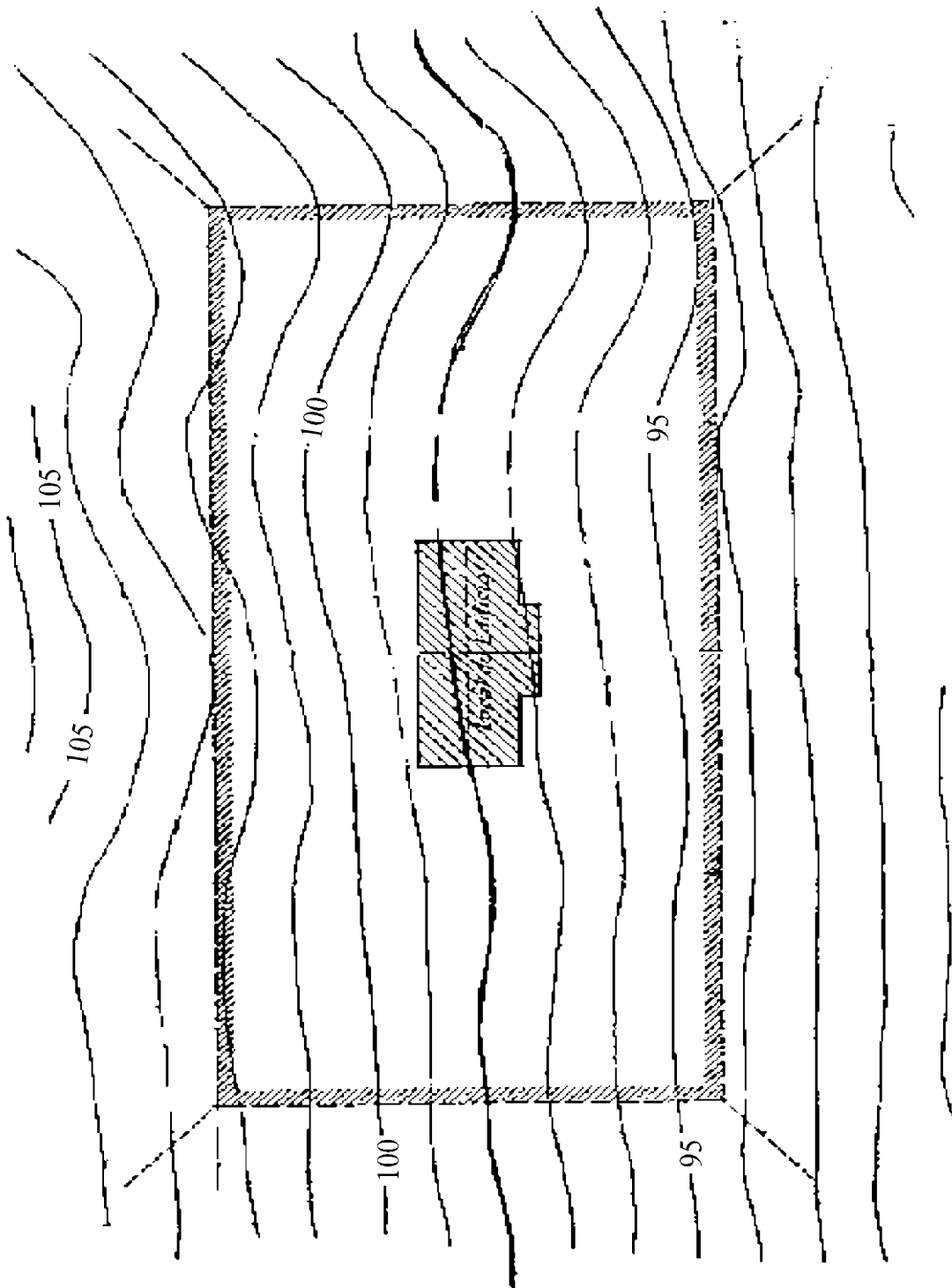


Figura 14.6 - Projeto de plataforma plana com corte e aterro, na cota 98

Os valores de i_a e i_c transportados para a escala da planta permitem graduar os gradientes e traçar perpendicularmente as horizontais dos taludes. As curvas de nível (após o movimento de terra) são obtidas pela intersecção de superfícies, ou seja, determinam-se os pontos de encontro das horizontais dos taludes, entre si e com as curvas de nível do terreno natural (figura 14.7).

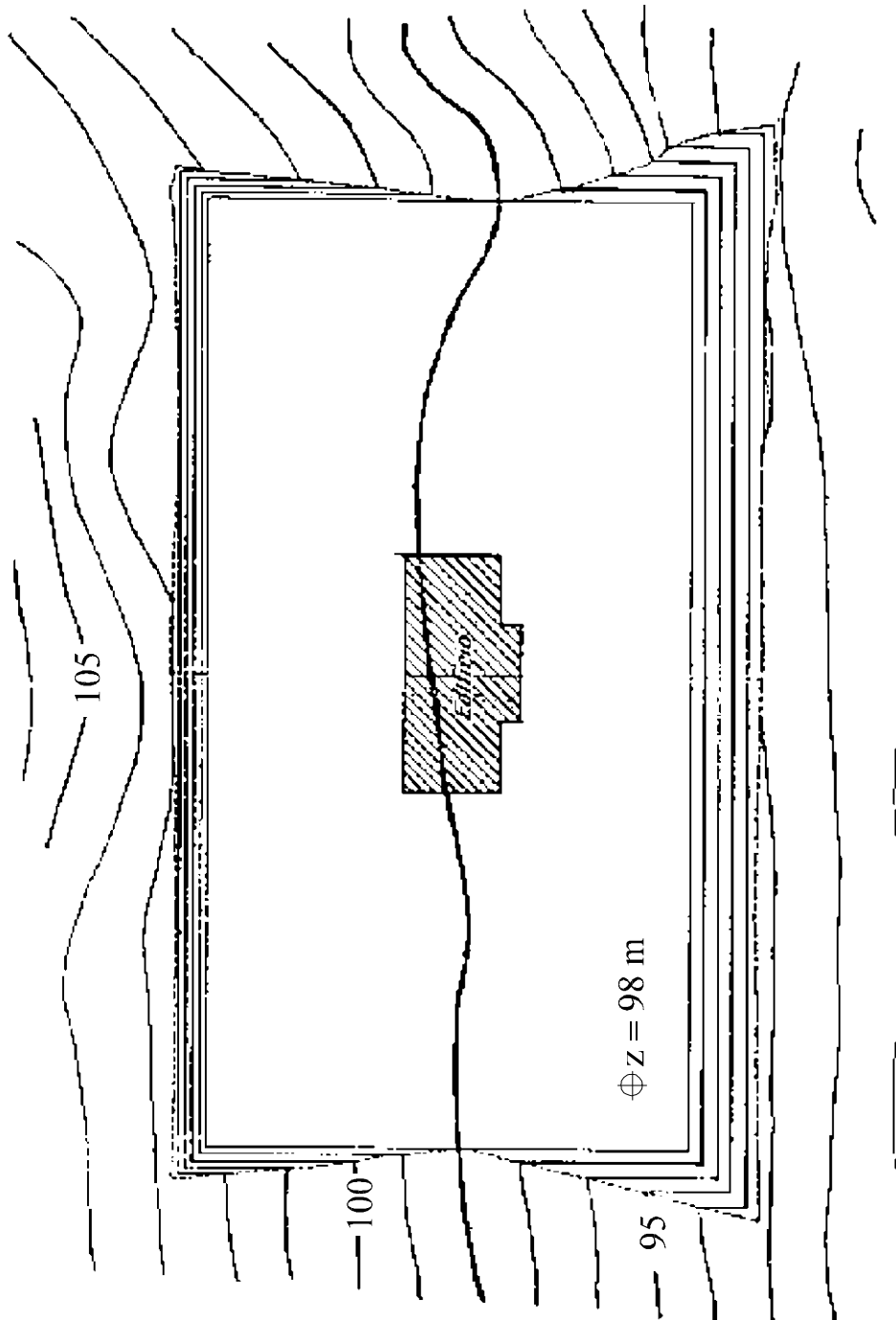


Figura 14.7 - Plataforma implantada, com as novas curvas de nível

Existem algumas linhas notáveis de interesse:

- . *linha de passagem*: corresponde à curva de nível equivalente à cota da plataforma;
- . *linhas de off-set*: correspondem às linhas de encontro dos taludes com o terreno natural. São obtidas através da união dos pontos de inflexão das curvas de nível, ou seja, pontos de encontro de horizontais com as curvas de nível do terreno. Para maior definição pode-se desenhar e efetuar o encontro de horizontais intermediárias com curvas de nível também intermediárias (meio espaçamento).

b) Plataformas inclinadas

É o caso, por exemplo, de uma estrada inclinada em um trecho em corte ou aterro.

A resolução do problema é muito semelhante ao caso anterior havendo, no entanto, a dificuldade adicional de determinar o gradiente.

Para encaminhar a solução imaginemos um caso concreto (figura 14.8) em que AB é a borda da plataforma inclinada sendo fornecidas suas cotas (18 e 14 m) e o intervalo de corte i_C . Imagine-se agora o ponto C (cota 18 m) resultante do encontro da horizontal que passa por A com o gradiente desenhado por B.

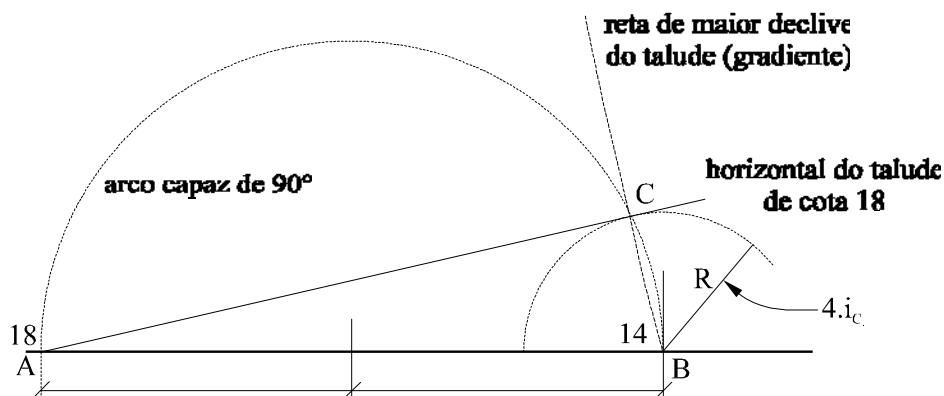


Figura 14.8 - Traçado das horizontais de uma plataforma inclinada

Este ponto encontra-se a uma distância $R = 4 \cdot i_C$ do ponto B (18 - 14 m) e a reta horizontal é perpendicular ao gradiente. Então basta determinar o ponto de encontro do arco capaz de 90° , sobre o diâmetro AB, com a circunferência de raio R centrada em B.

A seguir gradua-se a reta de maior declive (através de i_C) e desenham-se as horizontais. Repetindo-se o processo para todas as bordas da plataforma, segue-se o mesmo procedimento do problema anterior.

14.8 Barragens

Este caso se resolve facilmente pensando na crista da barragem como sendo uma plataforma horizontal retangular (com o comprimento bem maior do que a largura) que possui dois taludes de aterro (a montante e a jusante).

Cada horizontal a montante interceptará a respectiva curva de nível do terreno de maneira a formar uma área fechada, correspondente à linha de inundação, para essa cota.

Em função da cota máxima de projeto (diversas opções) pode-se acompanhar pela planta o efeito da inundação, calcular áreas e volumes de água represada. Pode-se estudar também o efeito de situar a barragem mais abaixo ou mais acima, ao longo do rio.

14.9 Jazidas de minério

As jazidas podem ser definidas em plantas através de pontos cotados. No caso de supor face (s) plana (s) bastariam três pontos (e a espessura).

Se os pontos forem de afloramento, a cota de cada um será a própria cota do terreno. Se forem feitas sondagens e o minério estiver abaixo da superfície, a cota da capa mineral se obtém subtraindo a profundidade em que se encontra o minério da cota do terreno.

Dados 3 pontos cotados pode-se graduar duas retas e determinar as horizontais do plano. O encontro dessas retas com as curvas de nível do terreno define a linha de afloramento. Deve-se procurar os diversos ramos dessa linha, em encostas opostas, do outro lado da montanha, etc...

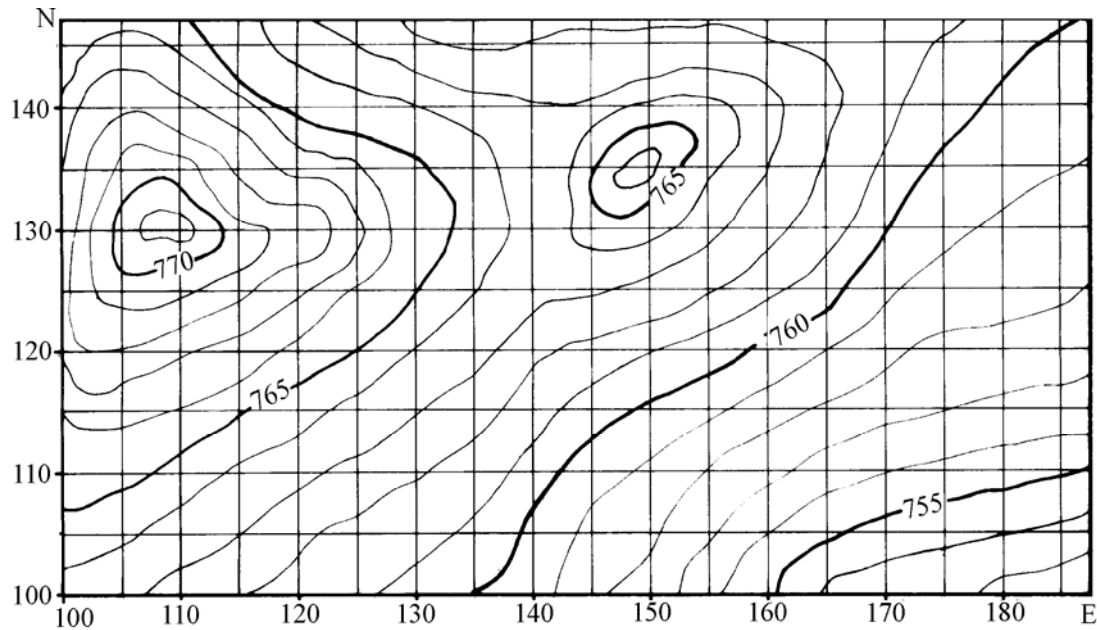
Outro dado de interesse é a direção e o ângulo de mergulho da camada. Estes se definem como o azimute e a declividade do gradiente cuja determinação, como foi visto, não oferece maiores dificuldades.

B - EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Não são apresentados, tendo em conta o nível de detalhe com que foi desenvolvido cada item, e com exemplos.

C - EXERCÍCIOS PROPOSTOS

14.1 Terreno natural: Dada a planta do terreno abaixo na escala aproximada de 1:500, demarcar os pontos A,B,C e D de acordo com as coordenadas fornecidas, e responder aos itens que se pedem.

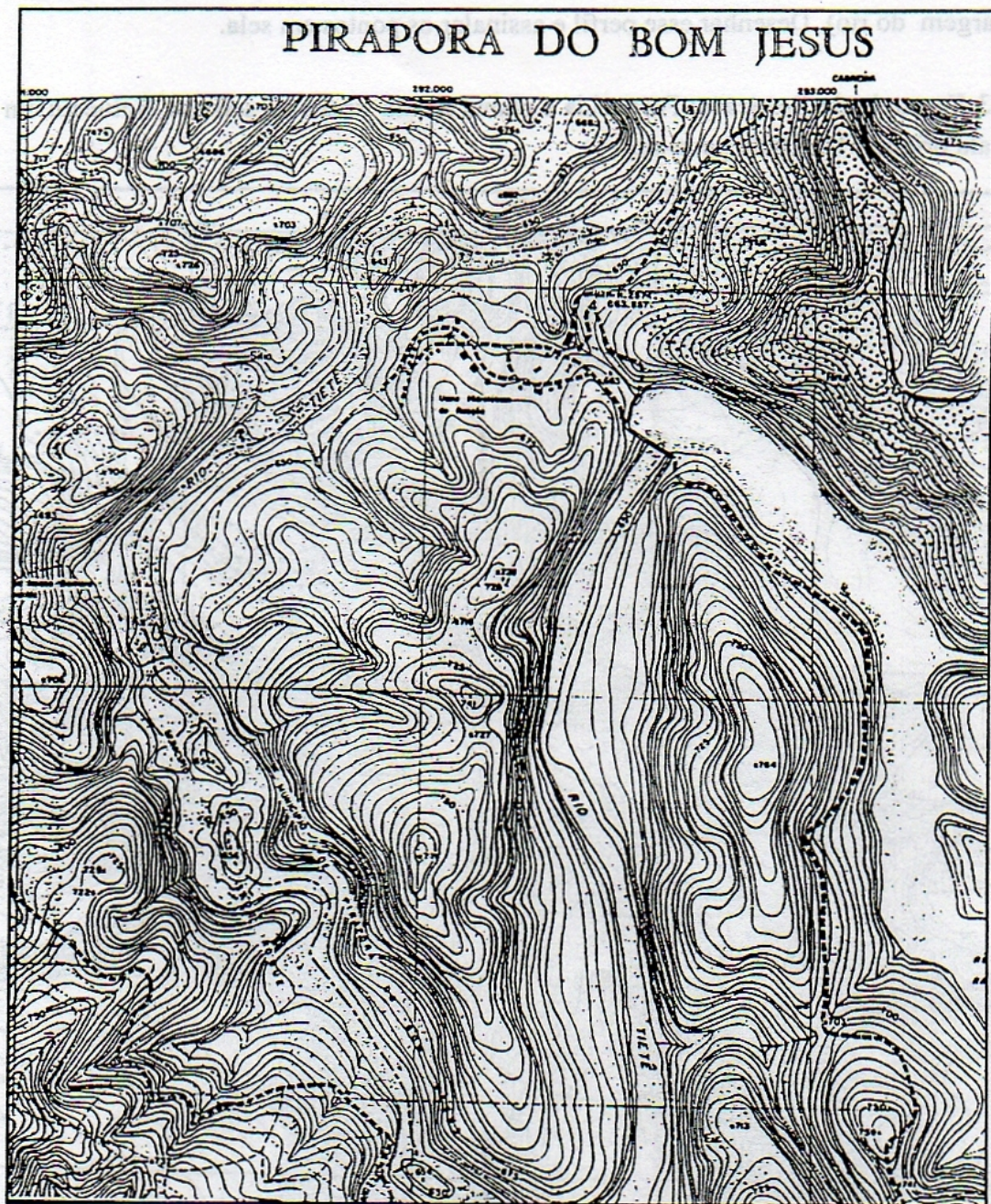


ponto	N(m)	E(m)	ponto	N(m)	E(m)
A	130	110	C	115	170
B	145	155	D	105	110

Indicar:

1- O espaçamento das curvas de nível	e =	
2- A cota dos pontos A e B	$H_A =$	$H_B =$
3- A distância AB	s =	
4- A declividade média entre A e B	i =	
5- A declividade máxima no trecho AB	$i_{\text{máx}} =$	
6- A distância inclinada AB	$d_i =$	
7- Assinalar a região do terreno de máxima declividade		
8- Traçar uma estrada entre as regiões de D e A, com declividade constante $p = 10\%$		
9- Propor uma declividade alternativa para essa estrada de forma a melhorar o seu traçado.		
10- Traçar o perfil dessa estrada		

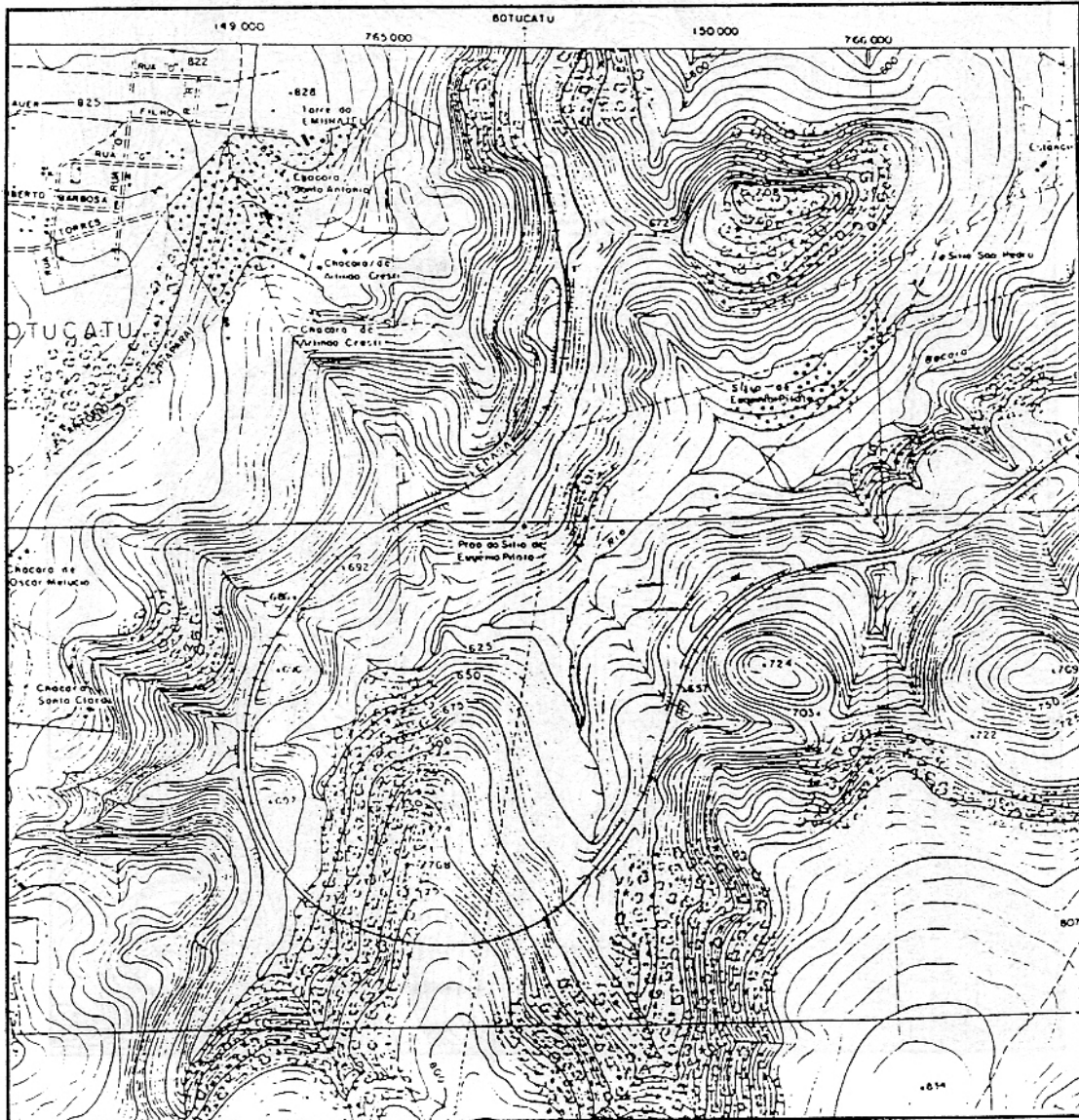
14.2 Usina do Rasgão: Fornecida a planta da região da Usina do Rasgão (Pirapora do Bom Jesus - SP), reduzida da escala original (1:10.000), pede-se:



- Calcular a redução sofrida por essa planta, baseando-se na quadrícula graduada e determinar a sua escala;
- Calcular a declividade média entre a tomada d'água da usina e a saída da mesma no rio, por dois caminhos: seguindo o leito natural do rio e seguindo os dutos da usina;

- c) Traçar um perfil do terreno ao longo da linha de quadrícula horizontal média;
- d) Traçar a linha do divisor de águas que vai desde a casa de força até o sul do terreno (margem do rio). Desenhar esse perfil e assinalar os pontos em sela.

14.3 Ferrovia de Botucatu: Fornecida a planta de um trecho da serra de Botucatu em escala original 1:10.000, pede-se:



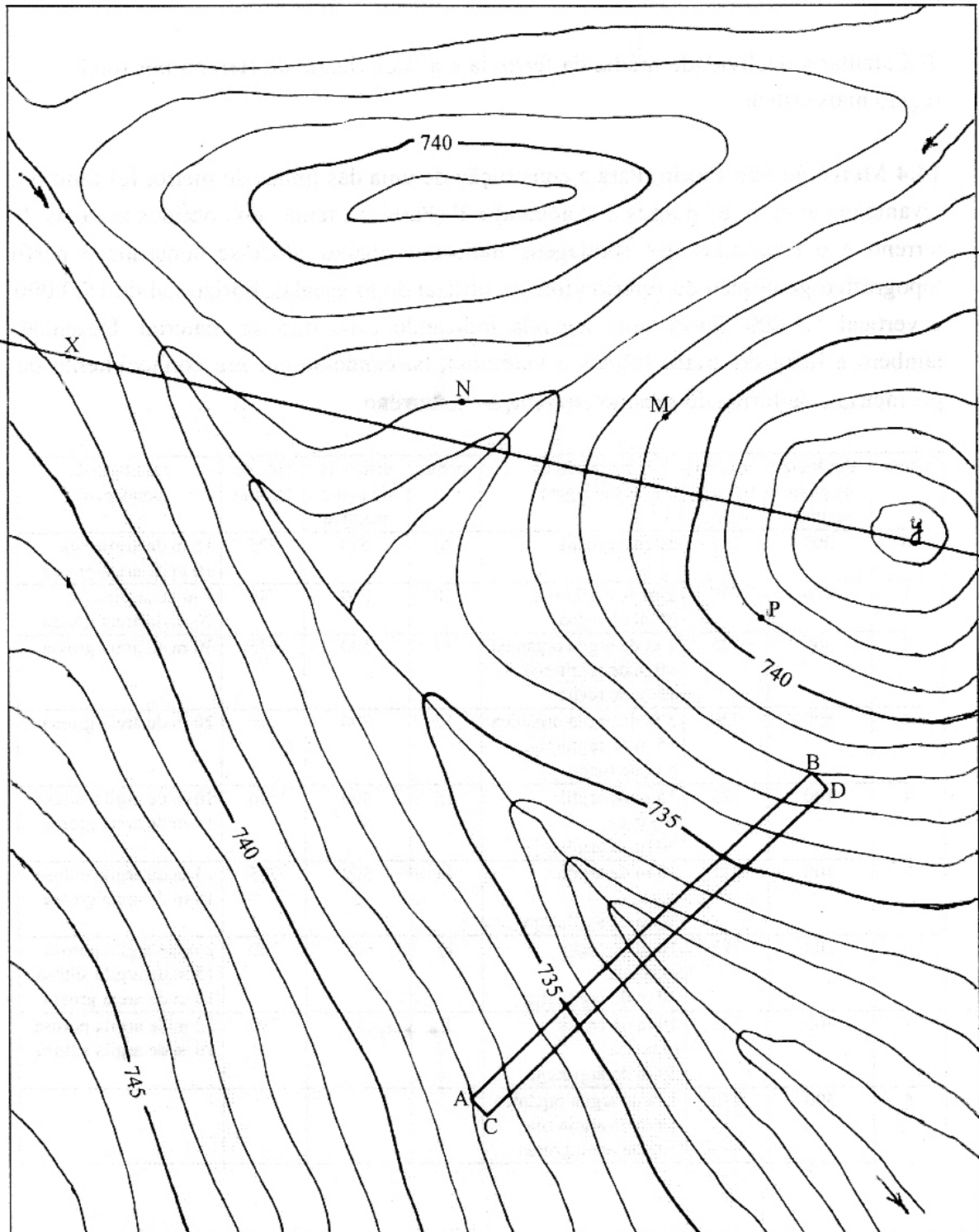
- a) Verificar se houve ou não redução de escala nessa cópia;
- b) Calcular os diversos raios de curvatura da ferrovia (antiga Sorocabana);

- c) Desenhar o perfil ao longo do eixo da ferrovia, em toda a extensão do desenho, fazendo constar a linha férrea e o terreno natural, indicando o início e o fim de possíveis túneis, viadutos, cortes e aterros;
- d) Calcular a declividade média da ferrovia e a declividade do terreno por trechos na região mais crítica.

14.4 Metrô de São Paulo: Para a construção de uma das linhas do metrô, foi feito um levantamento entre os pontos S (Santana) e P (Paraiso), tendo sido obtidos as cotas do terreno e o resultados das sondagens indicados abaixo. Pede-se construir o perfil topográfico-geológico do referido trecho, utilizando as escalas, horizontal de 1:20.000 e vertical 1:1.000. Fazer uma legenda indicando cada tipo de material. Desenhar também a linha do metrô (túneis e viadutos), baseando-se em seu conhecimento da geometria e da forma do mesmo em relação ao terreno.

ponto	distância do ponto seguinte	cota do terreno	resultado da sondagem	ponto	distância do ponto seguinte	cota do terreno	resultado da sondagem
S	200	760	50 m de rocha	9	500	735	15 m de argila rija 10 m de areia grossa
1	400	730	1 m de argila rija 30 m de rocha	10	200	740	1 m de argila rija 20 m de areia grossa
2	400	725	1 m de argila orgânica 10 m de argila rija 15 m de rocha	11	500	745	30 m de areia grossa
3	500	720	5 m de argila orgânica 15 m de argila rija 5 m de rocha	12	200	710	20 m de areia grossa
4	100	725	15 m de argila orgânica 30 m de argila rija	13	400	750	10 m de argila siltosa 15 m de areia grossa
5	100	715	10 m de argila orgânica 30 m de argila rija	14	300	755	15 m de argila siltosa 15 m de areia grossa
6	200	715	10 m de argila orgânica 30 m de argila rija	15	600	760	2 m de argila porosa 13 m de argila siltosa 12 m de areia grossa
7	400	725	10 m de argila orgânica 20 m de argila rija	P	-	790	22 m de argila porosa 16 m de argila siltosa
8	300	730	1 m de argila orgânica 19 m de argila rija 1 m de areia grossa				

14.5 Barragem e Jazida: Fornecida a planta de um terreno com um projeto de barragem de terra, na escala 1:500, pede-se:



- a) Desenhar os taludes de aterro (novas curvas de nível) da barragem ABCD, com cota máxima 738,00 m. Desenhar também as linhas de encontro do talude com o terreno supondo uma inclinação de 1/1 (H/V) tanto para montante como para jusante;
- b) Supondo que a cota de inundação é 737,00 m calcular:
- a máxima altura da lâmina d'água, indicando o ponto em que isso ocorre;
 - a área inundada;
 - o volume de água represado;
- c) Construir os gráficos da área inundada e do volume represado em função da cota de inundação;
- d) Sendo conhecidos três pontos de afloramento de uma jazida (P, M, N), pede-se:
- desenhar a linha de afloramento;
 - determinar a direção da jazida e o ângulo de mergulho da camada.;
- e) Levantar o perfil do terreno ($E_V = 1/100$) ao longo da linha x-y, indicando o nível d'água (inundação na cota 737,00) e a camada de minério (supor uma espessura aparente de 3,00 m).

14.6 Plataformas e estradas (2 modelos): Fornecidas as plantas anexas, traçar as linhas de intersecção dos taludes de corte e aterro da plataforma e da estrada, sendo dados:

Escala : 1/500

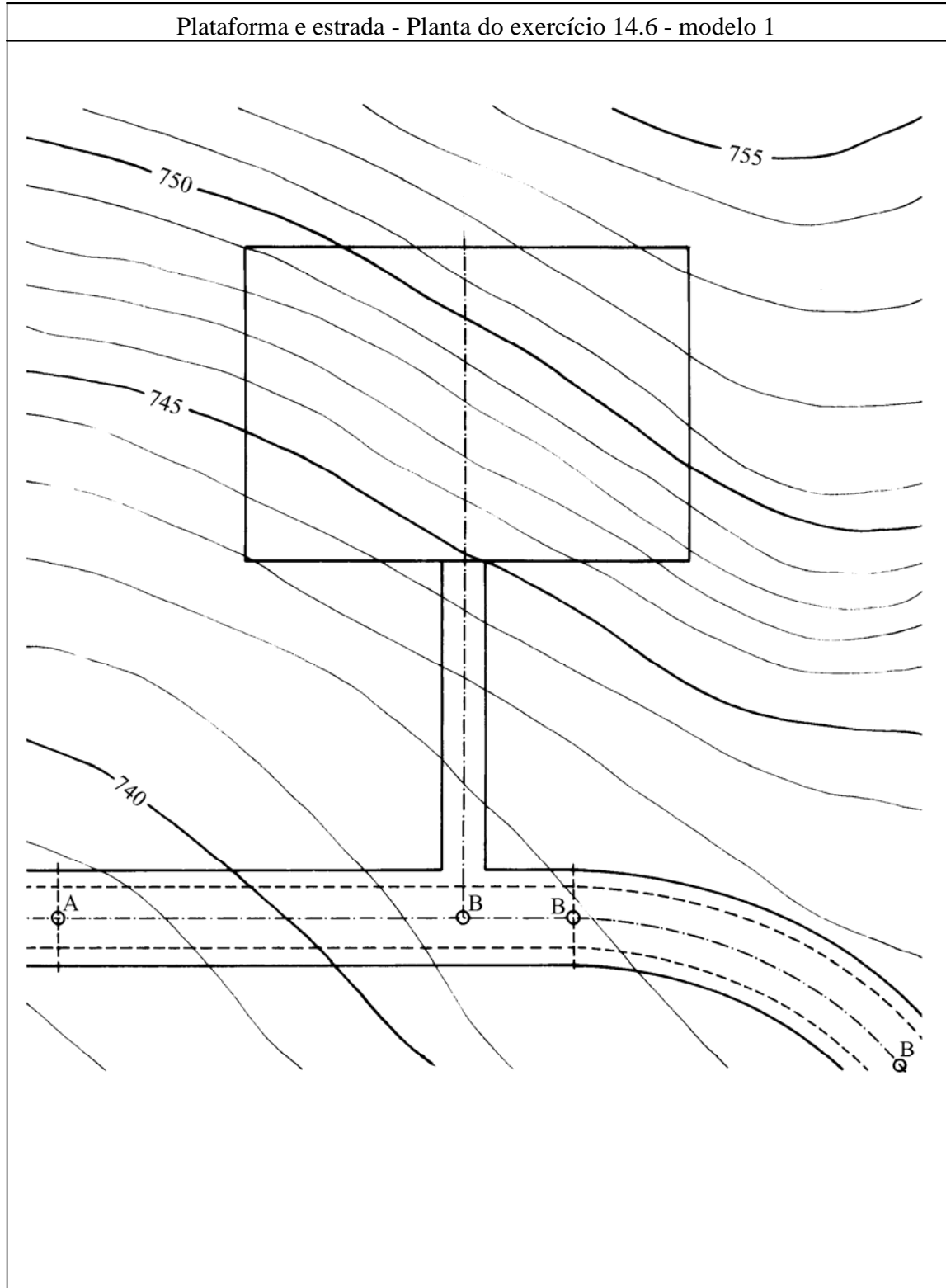
- inclinação dos taludes: corte 3/2 (V/H) e aterro 2/3 (V/H)

E sendo ainda:

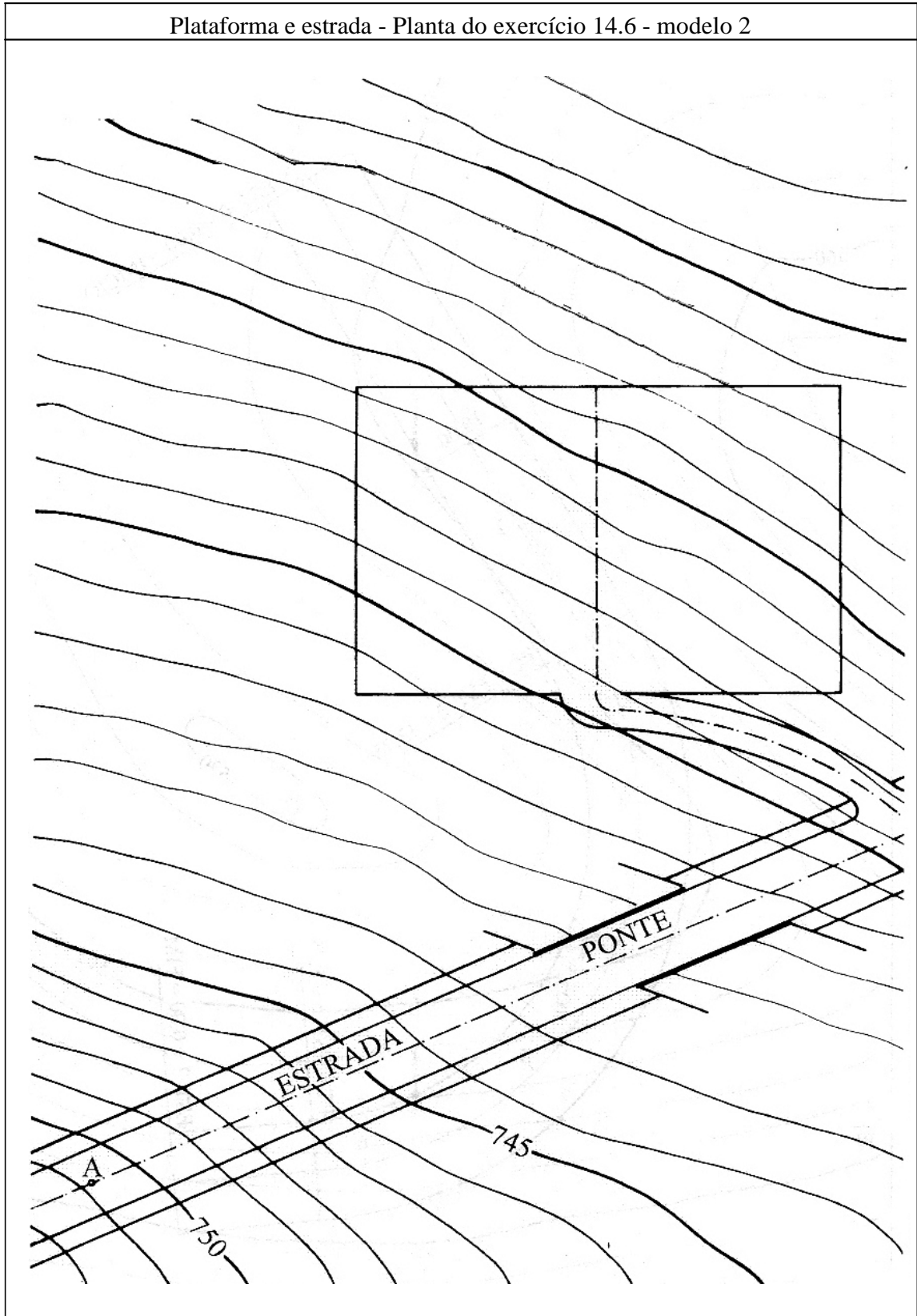
a) para o modelo 1: - cotas			
	• da plataforma		746,00 m
	• da estrada	em A	738,00 m
		em B	740,00 m

b) para o modelo 2: - cotas			
	• da plataforma		747,00 m
	• da estrada	em A	752,00 m
		em B	749,00 m

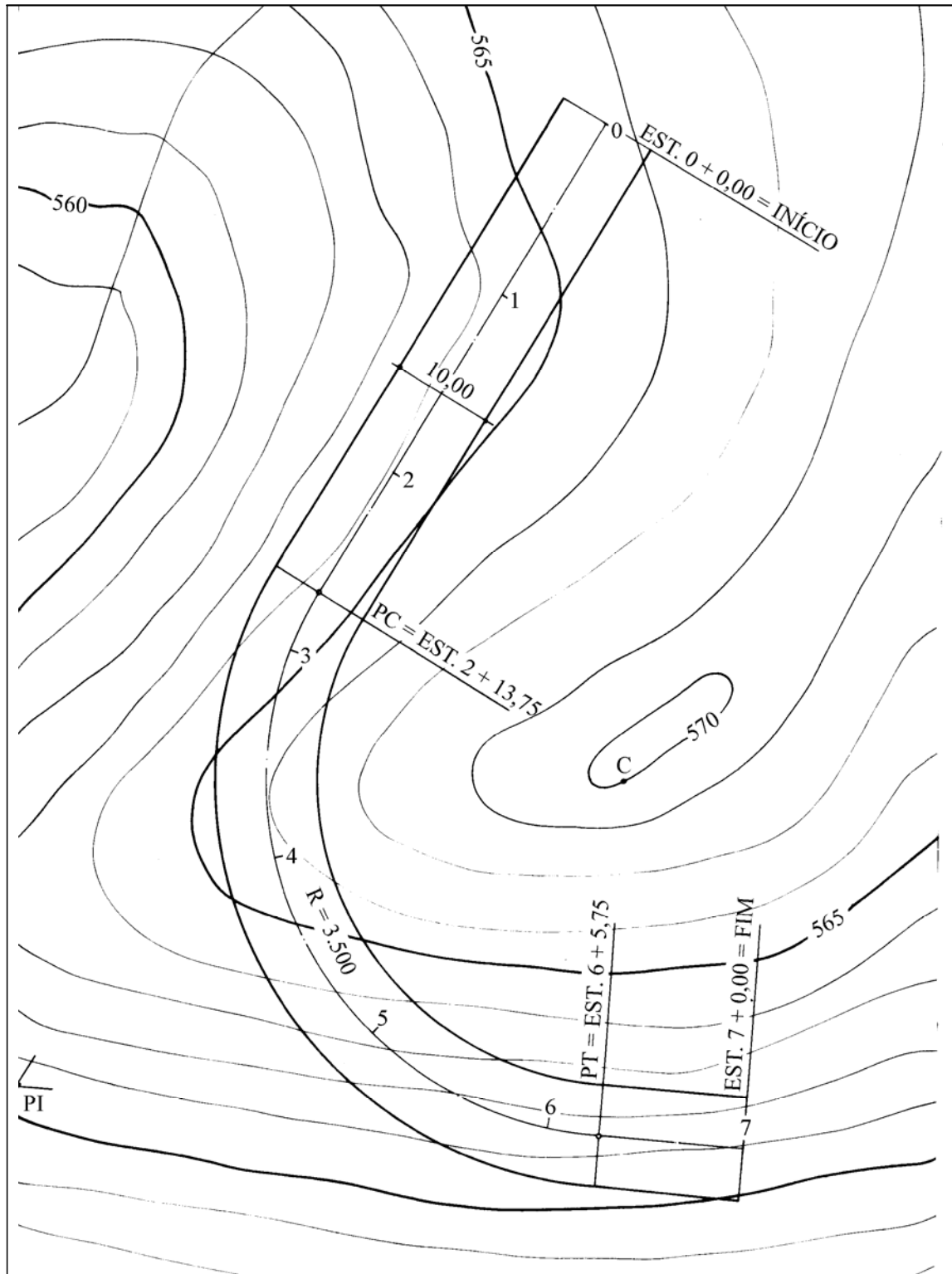
Plataforma e estrada - Planta do exercício 14.6 - modelo 1



Plataforma e estrada - Planta do exercício 14.6 - modelo 2



14.7 Estrada de rodagem: Sendo fornecido o terreno em anexo e um trecho de estrada que se pretende implantar, pede-se:



a) Traçar as curvas de nível do novo relevo depois da implantação, indicando as zonas de corte e aterro, e as linhas de off-set. São dados:

- Escala da planta	1:500
- Declividade do greide da estrada	3%
- Declividade do talude de aterro	2:3 (V:H)
- Declividade do talude de corte	3:2 (V:H)
- Cota do greide no ponto "0"	565,80 m (coincide com o terreno)

b) Desenhar o greide da estrada, indicando também o perfil do terreno e as áreas de corte e aterro. Adotar as escalas: $H = 1:50$ e $V = 1:50$;

c) Desenhar as seções transversais em cada estaca (0 a 7), representando o perfil original do terreno e o perfil modificado indicando ainda as zonas de corte e aterro e as linhas de off-set. Adotar para as escalas de desenho das seções: $H - 1:200$ e $V - 1:100$;

d) Determinar as áreas das seções transversais e calcular os volumes de corte e de aterro para esse trecho de estrada.

Anotações :

Capítulo 15

ORGANIZAÇÃO DE LEVANTAMENTOS

A organização dos trabalhos depende bastante do tipo de levantamento a ser feito, suas características, sua finalidade. No entanto, pensando na Topografia para fins de cadastro, apresentamos neste capítulo algumas noções básicas: um fluxograma e as especificações de um levantamento topográfico completo.

A - FLUXOGRAMA

O fluxograma que apresentamos na figura 15.1, indica a seqüência de operações até a entrega do desenho final, prevendo diversas hipóteses, por exemplo: concorrência/contratação, que podem ocorrer ou não. Esse quadro permite uma visão geral das diversas etapas e de seu inter-relacionamento. (ver anexo ao capítulo)

B - LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO

15.1. Apresentação

Apresenta-se a seguir um exercício de Levantamento topográfico completo a ser feito por cada grupo de alunos, e que visa fixar os conceitos vistos na matéria, ao mesmo tempo que reforça o conhecimento prático:

- a) A época e o prazo de entrega podem variar a cada ano, podendo ser feito durante as férias de julho ou durante a semana da Pátria em Setembro, por exemplo;
- b) O local, tradicionalmente, tem sido um área da Cidade Universitária;
- c) A nota desse exercício entra na média da outra disciplina de Topografia, tendo um peso adequado ao trabalho que exige;

- d) As especificações e instruções listadas mais adiantes devem ser rigorosamente obedecidas e por isso convém extremar os cuidados no trabalho, cálculo e desenho;
- e) Convém combinar com os professores a forma de assessoramento e esclarecimento de dúvidas para a realização desse trabalho, principalmente durante as férias escolares;
- f) Os aparelhos poderão ser retirados pelos alunos, ficando sob sua custódia e responsabilidade durante o tempo que for necessário;

15.2. Detalhamento

15.2.1 Objetivo

O propósito é realizar um levantamento topográfico, planialtimétrico, com os elementos de cadastro, compreendendo todos os detalhes existentes, tais como: construções, muros, cercas, postes, bueiros, arruamentos e outras benfeitorias existentes.

15.2.2 Local

Cada grupo deverá se inscrever para uma das áreas previamente selecionadas pelos professores. A área escolhida deve ter limites definidos que deverão ser bem caracterizados.

15.2.3 Itens para apresentação

Cada grupo deverá apresentar:

- a) Um relatório, descrevendo o local, a forma de planejamento, o cronograma de execução, as dificuldades encontradas e os resultados obtidos;
- b) Folhas de caderneta de campo e croquis. A caderneta de campo deve ser autêntica, realmente aquela utilizada no campo durante a operação. As distâncias devem ser anotadas (valores parciais e totais) nas folhas de caderneta de campo;
- c) Cálculo de cotas taqueométricas, realizado nas folhas de taqueometria;
- d) Folhas de cálculo de azimutes das poligonais;

- e) Folhas de cálculo das coordenadas das poligonais;
- f) Folhas de nivelamento geométrico;
- g) Cálculo das áreas;
- h) Apresentação individual - desenho original (cartão) a lápis;
Constarão obrigatoriamente:
 - a rede de coordenadas (tinta);
 - as poligonais (tinta);
 - todas as construções realizadas;
 - formato ABNT: A1, A2 ou A3;
- i) Apresentação em grupo:
 - um original transparente (vegetal ou similar) e
 - uma cópia (heliográfica ou similar).

15.2.4 Observações

Embora a realização do trabalho de campo tenha por unidade o grupo, o desenho e acabamento para apresentação será individual e pessoal, na forma indicada acima, estando o aluno sujeito a argüição sobre toda a realização na entrega e/ou quando da avaliação do mesmo.

- Formação de grupos: De acordo com a divisão já feita na disciplina de Topografia básica;
- A realização desse trabalho será considerada essencial para aprovação na disciplina. Em caso de inobservância de especificação ou má qualidade, o trabalho será recusado;
- O instrumental necessário permanecerá sob guarda e responsabilidade dos membros do grupo durante o tempo necessário. Não poderá ser utilizado para fins alheios aos da disciplina e deverá ser devolvido antes do prazo de entrega do trabalho;
- Para entrega final, as diversas partes do trabalho deverão ser apresentadas na ordem indicada, numeradas e montadas em uma pasta adequada, com identificação na parte externa: do local levantado, do grupo que realizou o trabalho e do aluno que o apresenta. O desenho não deve ser dobrado.

15.3. Especificações

As especificações indicadas a seguir são necessárias para que o trabalho desenvolvido se mantenha dentro de um padrão aceitável:

especificações	
Escala de representação	1:500
Espaçamento das curvas de nível	1 m
A poligonal principal e, eventualmente poligonais secundárias, terão seus lados medidos a trena, e com comprimento mínimo de :	30 m
Partida de um vértice de coordenadas conhecidas ou determinadas com GPS	
Ângulos serão medidos pelo método de leitura de Ré ou Vante	
O erro angular de fechamento admissível	$15'' \cdot \sqrt{n}$
O erro linear de fechamento admissível	1:5.000
As altitudes dos vértices da poligonal principal serão obtidas através do nivelamento geométrico	$12(mm) \cdot \sqrt{s(km)}$
Os pontos de detalhes serão obtidos com estação total, observando-se a distância máxima de	100 m
Para definição das curvas de nível, serão levantados no mínimo	30 a 40 pontos por hectare
No desenho final, a direção do norte, de preferência, deverá coincidir com a vertical da folha	
Área mínima, constando obrigatoriamente construções (edificações, sistema viário, etc.)	20.000 m ²
Malha de coordenadas a cada 10 cm. Referenciadas as coordenadas de origem ou seja, do plano topográfico local.	
Os vértices da poligonal deverão constar na planta	
Na legenda deve constar:	
Data / Local do Levantamento / Equipe / Prof. Responsável / Escala	
Lista de convenções e símbolos conforme anexo B da NBR 13133	

15.4. Roteiro

Abaixo, fornecemos um roteiro geral, que servirá de guia dos trabalhos:

- a) Escolha do local a partir daqueles previamente selecionados ou indicados pelo professor;
- b) Reconhecimento da área escolhida e seleção dos melhores locais para a implantação dos vértices da Poligonal de Apoio, obedecendo-se ao critério de intervisibilidade. Devem ser escolhidos pontos estratégicos, a partir dos quais seja possível tomar-se o maior número de pontos de detalhe possíveis, evitando-se as poligonais secundárias. Tais vértices servirão também como Referências de Nível (R.N.);
- c) Medição da Poligonal de Apoio, lendo-se os ângulos horizontais e verticais com o teodolito, distâncias com distanciômetro e nivelamento e contra-nivelamento geométrico com o nível;
- d) Levantamento de pontos de detalhes (pontos de cota, alinhamento, construções, postes, árvores, etc.), a partir dos vértices das poligonais;
- e) Cálculo e compensação da poligonal, incluindo o nivelamento geométrico, verificando-se as especificações de fechamento angular, linear e altimétrico;
- f) Cálculo dos pontos de detalhe (irradiação);
- g) Desenhos;
- h) Cálculo de Áreas e Relatório.

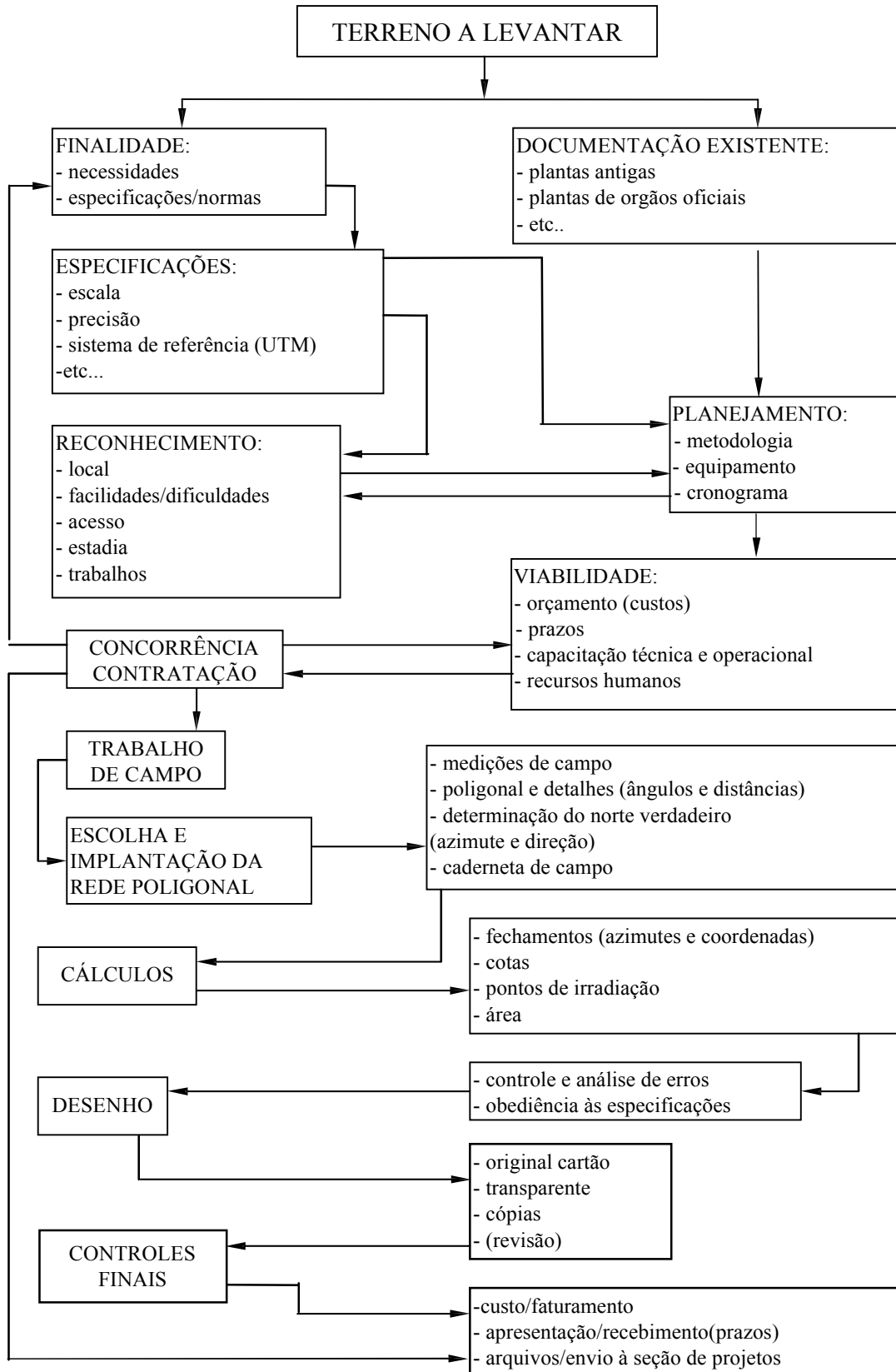


Figura 15.1 - Fluxograma de atividades

GEOMETRIA, CALCULADORA E MICRO

A - RESUMO DA TEORIA

A Topografia, como é sabido, envolve muitas noções de geometria, com os respectivos cálculos e por isso é interessante rever alguns conceitos fundamentais de geometria, a forma como se utilizam as calculadoras e micros e como se exprimem os resultados de forma coerente.

16.1 - RECORDANDO A GEOMETRIA

16.1.1. Triângulos

Em um triângulo (com ângulos A, B, C e lados opostos a, b, c) pode-se calcular alguns elementos em função de outros através:

- da lei dos senos: $\frac{\text{sen } A}{a} = \frac{\text{sen } B}{b} = \frac{\text{sen } C}{c}$

- da lei dos cossenos: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

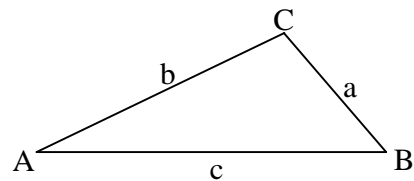


figura 16.1 - triângulo qualquer

Obs.: na Topografia medem-se alguns lados e ângulos, e calculam-se os demais elementos através de relações geométricas.

16.1.2. Arco de circunferência

Um arco de circunferência (s) pode ser calculado em função do raio da circunferência (R) e do ângulo subentendido (θ), expresso em radianos.

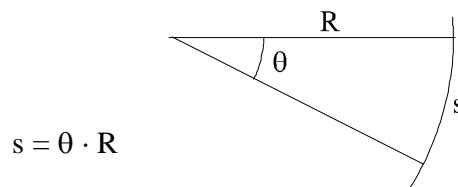


Figura 16.2 - Comprimento de um arco de circunferência

Obs.: para ângulos pequenos, o arco pode ser confundido com a corda e o ângulo em radianos com o seno e a tangente, propriedades que são úteis na Topografia.

16.1.3. Conversão de ângulos

A conversão de um ângulo em radianos (θ^{rd}) para graus (θ°) é feita lembrando-se que π^{rd} (3,1415926535) corresponde a 180° . Uma simples "regra de três" soluciona qualquer caso.

Obs.: normalmente os instrumentos topográficos (teodolitos) trabalham com graus sexagesimais (graus, minutos, segundos e fração); as calculadoras com grau decimal (grau e fração); e os computadores com radianos. De maneira que é necessário saber efetuar as conversões.

Exemplo: Dado um ângulo $\theta = 30^\circ 20' 35,6''$, exprima-o em graus decimais e em radianos.

$$\text{- grau decimal } \theta^\circ = 30 + \frac{20}{60} + \frac{35,6}{60 \cdot 60} = 30,34322$$

$$\text{- radianos } \theta^{\text{rd}} = \frac{3,1415... \cdot \theta^\circ}{180} = 0,52958913$$

16.1.4. Soma de dois ângulos

Na soma de dois ângulos fornecidos por instrumentos topográficos é preciso ter em conta que se trabalha na base sexagesimal: $60''=1'$ e $60'=1^\circ$ e que os ângulos devem estar compreendidos entre 0° e 360° .

Exemplo: Fornecidos os ângulos abaixo, efetue a soma.

$$30^\circ 30' + 30^\circ 31' = 61^\circ 01'$$

$$275^\circ 45' + 305^\circ 25' = 221^\circ 10'$$

$$8^\circ 17' - 10^\circ 43' = 357^\circ 34'$$

16.1.5. Coordenadas

Dado um ponto através de suas coordenadas polares, ângulo (θ) e distância (d), pode-se obter as coordenadas retangulares através das fórmulas:

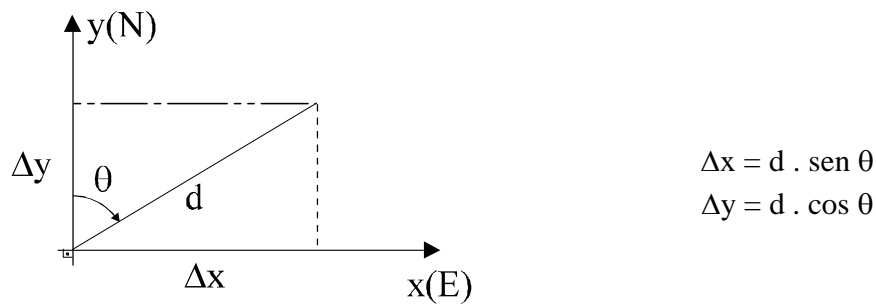


Figura 16.3 - Esquema para obtenção de coordenadas retangulares

A transformação inversa é feita tendo em conta que:

$$d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \quad \text{e} \quad \text{tg}\theta = \frac{\Delta x}{\Delta y}$$

Obs.: em Topografia a coordenada x corresponde a direção Este (E) e y ao Norte (N). Os ângulos (denominados azimutes) são medidos no sentido horário, a partir do Norte. Confira, na figura abaixo, como ficam as linhas trigonométricas comparando-as com a formulação tradicional.

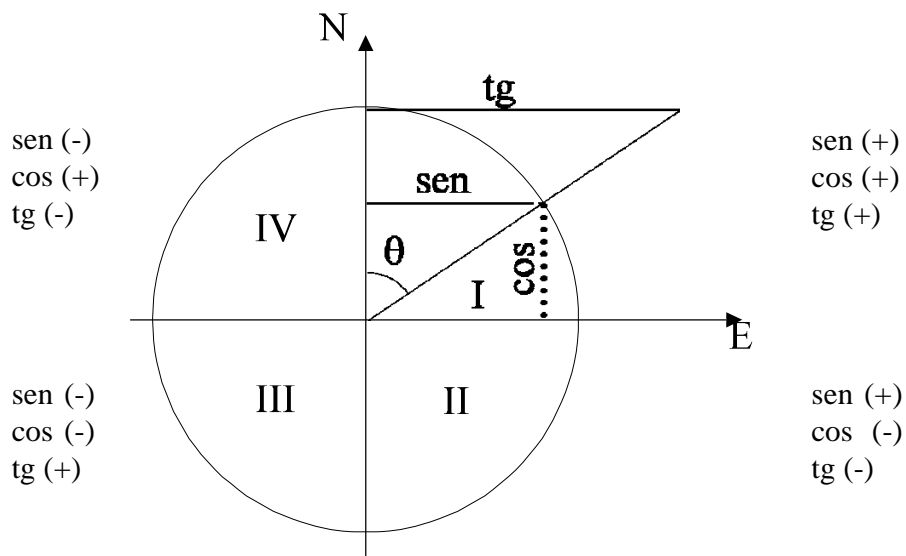


Figura 16.4 - Linhas trigonométricas em topografia

16.1.6. Rotação e translação de eixos

A partir de um ponto com coordenadas x, y , pode-se encontrar as novas coordenadas x', y' num novo sistema que pode ser definido com relação ao anterior através de uma translação x_0, y_0 da origem, e uma rotação θ dos eixos, no sentido anti-horário.

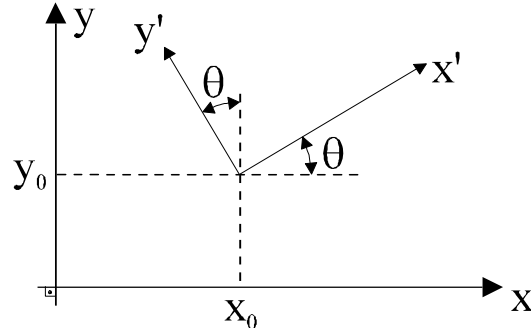


Figura 16.5 - Esquema de rotação e translação

As fórmulas são as seguintes:

$$x' = (x - x_0) \cos\theta + (y - y_0) \operatorname{sen}\theta$$

$$y' = -(x - x_0) \operatorname{sen}\theta + (y - y_0) \cos\theta$$

A transformação no sentido inverso se faz através das seguintes fórmulas:

$$x = x' \cos\theta - y' \operatorname{sen}\theta + x_0$$

$$y = x' \operatorname{sen}\theta + y' \cos\theta + y_0$$

Nesse caso consideram-se positivas a rotação (sentido horário) e as transformações para voltar ao sistema anterior.

16.2. - FAÇA COM A SUA CALCULADORA

Talvez seja esta a ocasião de rever o manual de sua calculadora, anotando suas potencialidades. É interessante conhecer bem todos os recursos disponíveis, já que, insistimos, a Topografia envolve muitos cálculos. Ao mesmo tempo, previna-se para não ser "traído" por ela em horas críticas.

Verifique se sua calculadora possui as funções seguintes e faça com ela os cálculos sugeridos.

16.2.1. Transformação de ângulos

Algumas calculadoras utilizam teclas com símbolos: → H, HR, HMS, D-R, R-D, ou indicadores ° ' " para realizar essas operações.

Como exercício, transforme o ângulo θ para graus decimais e para radianos:

$$\theta = 30^\circ 20' 35,6''$$

Obs.: alguns casos simples e facilmente memorizáveis podem servir sempre que se queira recordar rapidamente o uso:

$$30^\circ 30' = 30,50^\circ \quad 3,1415\dots = 180^\circ$$

16.2.2. Soma (e subtração) direta de ângulos

Algumas calculadoras apresentam funções para isso; os símbolos utilizados costumam ser HMS + e HMS -.

Uma forma opcional de fazer essa operação é transformar as duas parcelas para grau e fração e depois retornar o resultado para grau, minuto e segundo.

Exemplo: Faça, com sua calculadora, as seguintes operações, conferindo os resultados:

$$\begin{aligned} 30^\circ 30' + 30^\circ 31' &= 61^\circ 01' \\ 275^\circ 45' + 305^\circ 25' &= 221^\circ 10' \\ 8^\circ 17' - 10^\circ 43' &= 357^\circ 34' \end{aligned}$$

16.2.3. Transformação de coordenadas (polares/retangulares)

Os símbolos convencionais das teclas costumam ser P-R, R-P ou semelhantes, para a entrada de dados, e $x \Leftrightarrow y$ para a saída dos resultados.

Obs.: adote um exemplo de resultados conhecidos e faça essa transformação num sentido e noutro, verificando a ordem de entrada de dados e saída de resultados. Por exemplo: $\theta = 30^\circ$ e $d = 10,00$ m correspondem a $y = \Delta N = 8,66$ m e $x = \Delta E = 5,00$ m.

Exemplos:

a) Encontre agora ΔN e ΔE para $\theta = 125^\circ 32' 43,7''$ e $d = 389,561$ m.

Resposta: $\Delta N = -226,471$ m

$\Delta E = 316,968$ m

b) Qual o ângulo e a distância correspondentes a $\Delta N = 89,375$ m e $\Delta E = -78,932$ m.

Resposta: $d = 119,240$ m

$\theta = 318^\circ 33' 02''$

16.2.4. Cálculos trigonométricos

Para a obtenção do valor das linhas sen, cos, tg, não se esqueça de transformar previamente os ângulos para grau e fração. Para a obtenção da cot, calcule primeiro tg e utilize a função $1/x$.

Convém lembrar também que para uma dada função trigonométrica, correspondem dois ângulos no intervalo $0^\circ - 360^\circ$:

- para sen e cos: θ e $180^\circ - \theta$

- para tg e cot: θ e $180^\circ + \theta$

Embora as duas soluções sejam matematicamente válidas, via de regra, só uma é compatível com o problema e deverá ser escolhida de acordo com os dados existentes; sua calculadora só fornecerá uma solução (em grau e fração), que nem sempre será a correta; atenção!

16.2.5. Cálculos em cadeia

Quando houver cálculos em cadeia, por exemplo, uma longa expressão matemática, evite ter que anotar resultados intermediários, realizando os cálculos na seqüência mais adequada, utilizando parênteses (se é o caso da sua calculadora) ou em último caso utilizando os recursos de memória. Com isso não há perda de precisão nos resultados e evitam-se transcrições incorretas.

Quando necessário, tenha em conta que no cálculo das funções trigonométricas são necessárias 6 casas decimais para a definição precisa do minuto e 8 para o segundo.

16.2.6. Funções avançadas

Outras funções serão úteis na Topografia, e pode-se recordá-las à medida em que forem necessárias. Se sua calculadora for programável, provavelmente haverá programas prontos para muitos cálculos topográficos. Sugestão: informe-se.

16.3. - MICROS E PLANILHAS ELETRÔNICAS

16.3.1. Funções matemáticas e trigonométricas

Como é sabido, as planilhas eletrônicas (MS-EXCEL e outras) trabalham com um reticulado e cada elemento ou célula pode ser referenciado por uma coluna (nomeada por letras: A, B, C...) e uma linha (numerada: 1, 2, 3...).

Existem funções pré-programadas como, por exemplo:

= sin (x)	= asin (x)	= pi ()
= cos (x)	= acos (x)	= int (x)
= tan (x)	= atan (x)	etc...

O argumento x é um endereço e a fórmula será aplicada ao valor numérico contido nessa célula. Os argumentos de funções trigonométricas devem ser fornecidos em radianos, tornando-se necessário, portanto, uma transformação prévia. Ainda que versões mais avançadas já permite escrever diretamente o ângulo, na formulação: 30:25:32. Caso não esteja disponível, para calcular, por exemplo, o seno de 30° 25' 32" devem ser realizadas as seguintes operações:

a) escrever em células diferentes as parcelas de ângulo: A1:30, B1:25 e C1:32;

b) transformar o ângulo para grau e função e a seguir para radianos:

$$\begin{aligned} A2: &= A1 + B1/60 + C1/3600 && (30,42555...) \\ A3: &= A2 * PI() / 180 && (0,531026...) \end{aligned}$$

O primeiro sinal de =, numa célula, é indicativo de que se trata de uma fórmula; o programa colocará em cada célula o resultado da fórmula associada.

c) aplicar a função desejada:

$$A4: = \sin (A3)$$

O valor procurado aparecerá nessa célula A4 (0,506418...).

16.3.2. Operações com ângulos

A soma e subtração de ângulos deve ser feita através da transformação de graus, minutos e segundos para radianos e aplicando depois a transformação inversa.

Isso é feito construindo fórmulas e funções da planilha eletrônica e aplicando as fórmulas vistas na primeira parte deste capítulo.

Essa limitação, de não poder trabalhar com ângulos sexagesimais e não possuir funções diretas de transformação, complica um pouco os cálculos. Mas uma vez construída a fórmula (ou sequência de operações) esta pode ser copiada com facilidade para outras regiões da planilha.

16.3.3. Fórmulas e planilhas topográficas

Todas as fórmulas da Topografia podem então ser programadas, utilizando também os símbolos matemáticos:

+ mais	* vezes	^ exponenciação
- menos	/ dividido	

As planilhas de cálculo de azimutes e de coordenadas prestam-se a esse tipo de cálculo, pois possuem uma sequência definida e que se repete linha a linha. Um pequeno esforço adicional permite programar o cálculo de fechamento.

Em função da complicação das operações com ângulos sugere-se trabalhar com duas regiões correlatas da planilha. Na primeira figurariam os valores tal como aparecem no trabalho com calculadoras (grau, minuto, segundo) e através da segunda se fariam as transformações angulares (radianos).

Para apresentar os resultados basta imprimir a primeira região.

A planilha de nivelamento e de cálculo de área são mais simples de resolver já que não envolvem ângulos.

16.3.4. Outros programas

Como é lógico, existem outras possibilidades como utilizar programas de cálculo matemático (como o Mathcad e o Matlab) ou desenvolver programas próprios em linguagem adequada (VB, C++, C #) ou adquirir programas desenvolvidos especificamente para os cálculos topográficos.

16.4. - EXPRESSANDO RESULTADOS

Nas aplicações técnicas, os resultados devem ser certos, com precisão conhecida e expressos de forma coerente. Cálculos errados ou mal apresentados podem ter resultados catastróficos:

a) o número de algarismos significativos dá uma idéia de precisão, sendo que o último costuma ser aproximado, e os demais exatos. Zeros à esquerda não são significativos (0,0005); à direita são significativos após a vírgula (0,100) e antes da vírgula, quando expressamente indicado (1.500);

b) quando se exprime uma grandeza com seu erro médio quadrático ou sua precisão, as duas parcelas devem ser coerentes.

- Certo : $16,45 \text{ m} \pm 1 \text{ cm}$
 - Errado : $16,453 \text{ m} \pm 1 \text{ cm}$
 $16,4 \text{ m} \pm 1 \text{ cm}$

c) Além de obedecer à legislação metrológica com relação aos símbolos a serem empregados para cada unidade, deve-se exprimir as grandezas de modo a facilitar a sua compreensão.

Como exemplo, não haveria sentido em exprimir as dimensões de uma casa em km ou mm.

Obs.: É muito importante ter sensibilidade para valores, isto é, perceber se a ordem de grandeza de um resultado está correta ou não. Isto possibilita evitar erros grosseiros de cálculo (ou de fornecimento de valores às máquinas de calcular / computadores).

Por exemplo, a escavação de uma área de 83 m x 65 m, com uma altura de corte que varia de 0 a 2 m, não pode resultar num volume de 543,7 m³; provavelmente o valor correto é 5437 m³ e houve o erro de uma casa ao se fornecer um ou alguns dos valores.

B - EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

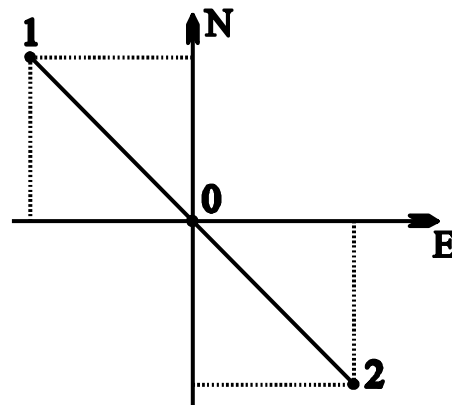
16.1 Dada uma série de pontos com coordenadas conhecidas num sistema x, y, pede-se calcular as coordenadas num novo sistema N, E que se obtém trasladando o anterior de $x_0 = 10,00$ m e $y_0 = 20,00$ m e girando de 30° no sentido anti-horário.

ponto	x (m)	y (m)	(x - x ₀)	(y - y ₀)	E (m)	N (m)
1	5,00	5,00	-5,00	-15,00	-11,83	-10,49
2	5,00	25,00	-5,00	5,00	-1,83	6,83
3	15,00	15,00	5,00	-5,00	1,83	-6,83
4	15,00	10,00	5,00	-10,00	-0,67	-11,16
5	15,00	50,00	5,00	30,00	19,33	23,48

Basta aplicar as fórmulas apresentadas e preencher as colunas. Faça um esquema da situação e confira os resultados.

16.2 Com relação a um ponto 0, são fornecidas as diferenças de coordenadas ΔN e ΔE de dois pontos (1 e 2), como no esquema a seguir. Pede-se determinar o quadrante de cada um deles, analisando o resultado da calculadora: a) pelo valor da tangente e b) pela transformação de coordenadas (retangulares para polares).

ponto	ΔE (m)	ΔN (m)
1	-10	10
2	10	-10



a) Pela tangente teríamos:

$$\operatorname{tg}A_1 = \frac{-10}{10} = -1 \quad A_1 = -45^\circ \quad (315^\circ)$$

$$\operatorname{tg}A_2 = \frac{10}{-10} = -1 \quad A_2 = -45^\circ \quad (315^\circ)$$

Ou seja, a calculadora fornece somente um resultado e deve-se procurar o outro somando 180° (no caso da tangente) e analisando o esboço da figura. Com isso se chegaria a $A_1 = 315^\circ$ e $A_2 = 135^\circ$.

b) Pela transformação de coordenadas teríamos:

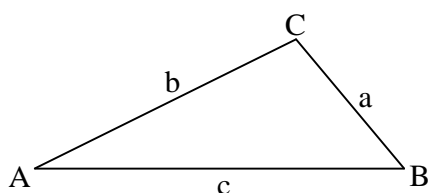
$$\begin{array}{llll} \text{ponto 1} & \Delta E = -10 & \Rightarrow & d = 14,14 \text{ m} & A_1 = -45^\circ \Rightarrow 315^\circ \\ & \Delta N = 10 & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} \text{ponto 2} & \Delta E = 10 & \Rightarrow & d = 14,14 \text{ m} & A_1 = 135^\circ \\ & \Delta N = -10 & & & \end{array}$$

Ou seja, o resultado é fornecido diretamente.

C - EXERCÍCIOS PROPOSTOS

16.3 Dados alguns elementos de um triângulo, calcular os demais



a) $A = 75^\circ 43' 18''$

$B = 29^\circ 19' 15''$

$C = 1854,83 \text{ m}$

b) $a = 142,56 \text{ m}$

$b = 435,23 \text{ m}$

$c = 390,05 \text{ m}$

c) $A = 43^\circ 27'$

$c = 456,23 \text{ m}$

$a = 378,59 \text{ m}$

- Analise o porquê das duas soluções e determine o valor de a , acima do qual o problema não tem solução.

16.4 Determinar os valores das funções trigonométricas indicadas utilizando sua calculadora (a precisão dos resultados deve ser compatível com os dados)

$\text{sen}(37^\circ 58' 23,3'')$

$\text{tg}(158^\circ 25' 41,8'')$

$\text{cot}(\pi/6)$

$\text{cot}(57,296)$

16.5 Determinar os ângulos correspondentes aos arcos fornecidos ($0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$)

$\text{arc tg}(1,9538642)$

$\text{arc sen}(-0,4935796)$

$\text{arc cos}(0,7918447)$

16.6 Calcular, sem utilizar funções trigonométricas, o ângulo compreendido por um segmento de 1 m a 5 km de distância. Expressar esse valor em segundos e fração e indicar o erro percentual que se comete ao fazer essa aproximação.

16.7 Expressar de forma correta e prática os valores indicados (unidades/algarismos significativos)

10 ⁻⁸ km	
0,007 m	
135° 03' 11,82" ± 1"	
753,923 m com aproximação de 5 cm	
17.382,771 m com aproximação de 50 m	
125° 37' 00" com aproximação de 0,1°	
2 m com aproximação de 0,1 mm	

16.8 Em um triângulo ABC são fornecidas as coordenadas dos pontos A e B, o lado b (AC) e o módulo da tangente trigonométrica da direção da direção AC (θ). Calcular as coordenadas do ponto C e a distância BC, para cada uma das possibilidades. Anote também o tempo gasto e a calculadora utilizada.

	N (m)	E (m)
A	31.145,08	20.080,52
B	9.356,15	27.875,70

$$AC = 23.141,35 \text{ m}$$

$$|\operatorname{tg}\theta| = 0,78995128$$

16.9 Tendo em conta os resultados do exercício 16.1, realize a transformação inversa. Obs.: aplicar a fórmula adequada para obter os valores x, y fornecidos.

Anotações :

Capítulo 17

MEDIDAS E ERROS

A - RESUMO DA TEORIA

Medida é a comparação de uma grandeza com uma unidade de mesma natureza, resultando num número.

Erro: em geral, as grandezas físicas (distâncias, ângulos, pesos, etc.) não são números exatos, existindo uma diferença entre o valor verdadeiro (desconhecido) e o valor obtido no processo de medição, diferença que se denomina erro da medida.

17.1. Instrumentos

Os instrumentos são os dispositivos que permitem a medição, que pode ser:

- . direta - faz-se a comparação direta com o padrão (trena);
- . indireta - obtidas através de outras, por cálculo (p.ex.: triangulação).

Para um dado instrumento, define-se:

- *precisão nominal* - corresponde à menor divisão da graduação do instrumento. Nem sempre é atingida;

- *precisão efetiva* - é a que vem dada pelo erro médio das medidas que se fazem. O número que a exprime costuma diminuir com o número de medições/observações, até o limite fixado pela precisão nominal.

17.2. Erro das medidas

Os erros de medida podem ser de três tipos:

a) *erros grosseiros* - resultantes da imperícia, descuido do operador ou falha instrumental. Para evitá-los tomam-se precauções como as seguintes:

- repetir as operações e comparar os resultados;
- criar operações de controle;
- treinar os operadores;
- cuidar o registro dos valores para evitar enganos;

b) *erros sistemáticos* - resultantes de causas conhecidas ou detectáveis, como por exemplo as percepções do operador (acuidade visual, inércia/retardamento para acionar os instrumentos,...); erros instrumentais (aferição / calibragem defeituosa); erros devido a fatores naturais (variação de pressão, temperatura, efeito do vento); erro de método (simplificações ou métodos inadequados). Para evitá-los deve-se:

- treinar operadores;
- empregar métodos que atenuem os fatores pessoais;
- calibrar/aferir corretamente os aparelhos;
- estudar o efeito de fatores ambientais para corrigi-los ou evitá-los;
- estudar e comparar a precisão de diferentes métodos;

c) *erros acidentais* - resultantes de causas desconhecidas ou incontroláveis, de ocorrência probabilística. Eliminados os erros grosseiros e sistemáticos, a análise estatística permite determinar o valor mais provável da grandeza e sua margem de erro. Baseia-se nos seguintes postulados:

- as medidas tendem a agrupar-se em torno da média;
- a probabilidade de ocorrência é máxima nas proximidades da média;
- existe uma simetria na probabilidade de ocorrência com relação à média;
- a curva de probabilidade é "contínua".

Obs.: A curva de Gauss obedece a esses postulados, e os conceitos seguintes admitem que os valores medidos obedecem a essa distribuição.

17.3. Média

A média (M) de uma série de medições de uma grandeza (x) é o valor mais representativo e mais provável dessa grandeza:

$$M = \frac{\sum x_i}{n}$$

Os resíduos se calculam: $v_i = x_i - M$, sendo $\sum v_i = 0$.

17.4. Erro médio quadrático

O erro médio quadrático corresponde ao ponto de inflexão da curva de Gauss e denomina-se desvio-padrão (e_q) na distribuição real, calculando-se pela fórmula

$$e_q = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-1}}$$

Obs.: o erro médio quadrático define, de alguma forma, a precisão da medida. Uma medida qualquer x_a tem $p\%$ de probabilidade de estar no intervalo $M \pm k \cdot e_q$, de acordo com a tabela abaixo, equivalente à área sob a curva de Gauss.

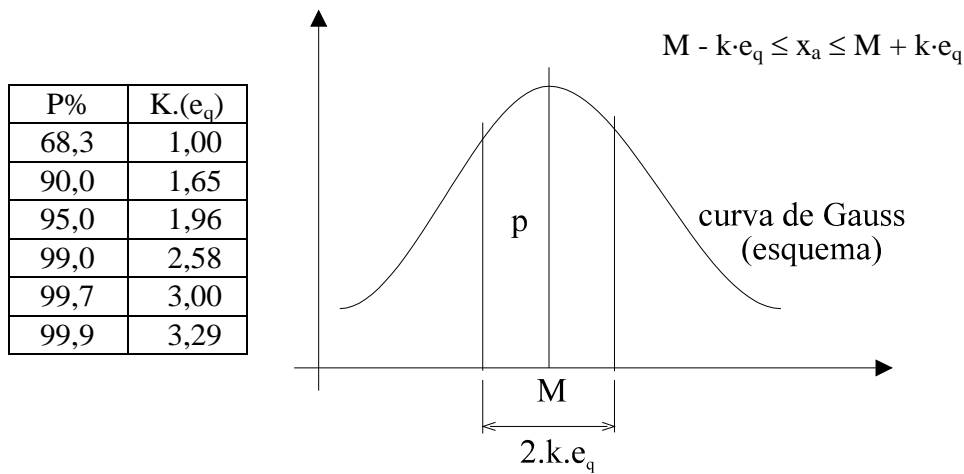


Figura 17.1 - Curva de Gauss

Um critério para realizar uma triagem das medições é abandonar as que tenham um afastamento da média superior a um erro admissível e_{ad} , sendo muito comum utilizar-se $e_{ad} = 2,5 \cdot e_q$. Após a triagem recalcula-se a média com os valores restantes.

17.5. Erro da média

Este é o erro do qual está afetada não uma medida simples x mas a média de n observações. Calcula-se:

$$e_m = \frac{e_q}{\sqrt{n}}$$

O valor mais provável de uma grandeza determinada através de uma série de medições (n), exprime-se então corretamente da forma:

$$x = M \pm e_m$$

17.6. Propagação de erros

Dada uma grandeza F , obtida através de uma composição (soma, multiplicação,...) de outras grandezas x , y , z ; pode-se calcular o erro de F (e_f), em função de (e_x), (e_y) e (e_z), como segue:

a) multiplicação por uma constante: $F = k \cdot x \Rightarrow e_f = k \cdot e_x$;

b) soma (subtração): $F = x \pm y \Rightarrow e_f = \sqrt{e_x^2 + e_y^2}$;

- generalizando: $F = a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z \Rightarrow e_f = \sqrt{\frac{(a \cdot e_x)^2}{2} + \frac{(b \cdot e_y)^2}{2} + \frac{(c \cdot e_z)^2}{2}}$;

- no caso de n medições $F = x + x + x \dots \Rightarrow e_f = e_x \cdot \sqrt{n}$;

c) produto (divisão) $F = x \cdot y \Rightarrow e_f = \sqrt{\frac{(e_x)^2}{x^2} + \frac{(e_y)^2}{y^2}}$ que também pode ser

generalizada.

17.7. Cálculo de erros

Em muitos casos a diferencial total (df) permite calcular os erros:

$$df = \frac{\partial F}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot dy + \dots$$

Os erros, supostos pequenos, podem ser utilizados em lugar de dx, dy,...

Quando se consegue utilizar a função (ln), a diferenciação conduz diretamente ao erro relativo:

$$\ln F = \ln f(x) + \ln f(y) + \dots$$

17.8. Observações com precisão desigual

É o que acontece, por exemplo, quando se determina o valor de uma grandeza através de 2 séries diferentes, utilizando aparelhos diversos ou o mesmo aparelho com um número de observações desigual. Nesses casos, o erro das médias (precisão) é diferente.

- Costuma-se atribuir pesos de tal forma que:

$$p_1 \cdot e_1^2 = p_2 \cdot e_2^2 = \dots = \text{constante}$$

- A média se calcula:

$$M = \frac{\sum p_i \cdot x_i}{p} \quad \text{onde, } p = \sum p_i$$

- O erro da média fica sendo:

$$e_m = \sqrt{\frac{p_1 \cdot e_1^2}{p}} = \sqrt{\frac{p_2 \cdot e_2^2}{p}} = \dots$$

B - EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

17.1 O erro médio quadrático de uma série de observações foi $e_q = 3$ mm. Dobrando o número de observações, qual será o novo erro quadrático? Sendo $e_{m1} = 0,8$ mm o erro da média inicial, qual será o erro final (e_{m2})?

$$e_{q1} \cong \alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \quad \text{e} \quad e_{q2} \cong \alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot n}}$$

$$\text{logo, } e_{q2} = \frac{e_{q1}}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \cong 2\text{mm}$$

$$e_{m1} = \frac{e_{q1}}{\sqrt{n}} \quad \text{e} \quad e_{m2} = \frac{e_{q2}}{\sqrt{2 \cdot n}} = \frac{e_{q1}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot n}} = \frac{e_{m1}}{2} = \frac{0,8}{2} = 0,4\text{mm}$$

Obs.: calcule o número aproximado de observações, em cada caso;

17.2 Um ângulo α foi medido através de duas séries de n leituras, resultando:

$$\alpha_1 = 62^\circ 34' 25,4'' \quad \text{com } e_{m1} = 1,2''$$

$$\alpha_2 = 62^\circ 34' 26,2'' \quad \text{com } e_{m2} = 0,8''$$

Qual o valor mais provável de α e seu erro?

a) Cálculo dos pesos

$$p_1 \cdot e_1^2 = p_2 \cdot e_2^2 \Rightarrow p_2 = \left(\frac{e_1}{e_2} \right)^2 \cdot p_1 = \left(\frac{1,2}{0,8} \right)^2 \cdot p_1 = 2,25 \cdot p_1$$

$$\text{b) } \alpha'' = \frac{p_1 \cdot \alpha_1'' + p_2 \cdot \alpha_2''}{p_1 + p_2} = \frac{p_1 \cdot 25,4'' + 2,25 \cdot p_1 \cdot 26,2''}{p_1 + 2,25 \cdot p_1} \cong 26,0''$$

$$\alpha_m = 62^\circ 34' 26,0''$$

$$\text{c) } e_m = \sqrt{\frac{p_1 \cdot e_1^2}{3,25 \cdot p_1}} = \sqrt{\frac{1}{3,25}} \cdot 1,2 = 0,67'' \cong 0,7''$$

$$\therefore e_m = 0,7''$$

* Analise o fato de e_m ser menor (e não maior) que e_{m1} e e_{m2}

17.3 Através da análise de erros, verifique se a mira horizontal pode ser utilizada com um teodolito de minutos ou se devemos empregar um aparelho de segundos. Fazer um gráfico esquemático do erro relativo em função da distância.

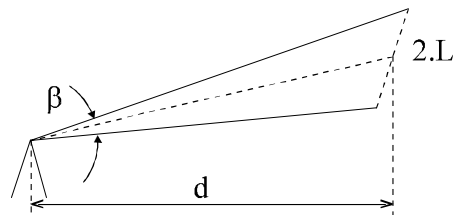
A distância d medida pelo processo da mira horizontal é calculada através da fórmula.

$$d = L \cdot \cot\left(\frac{\beta}{2}\right)$$

onde:

L - semi comprimento da mira $2 \cdot L = 2,0000 \pm 0,0001$ m;

$\beta/2$ - metade do ângulo compreendido pelas duas extremidades (horizontais) da mira.



Aplicando o logarítmo natural tem-se:

$$\ln d = \ln L + \ln \cot(\beta/2)$$

diferenciando, vem:

$$\frac{\partial d}{d} = \frac{\partial L}{L} + \frac{\partial \cot(\beta/2)}{\cot(\beta/2)} = \frac{\partial L}{L} - \frac{d \cdot \partial \beta \cdot \frac{1}{2}}{L \cdot \cos^2(\beta/2)}$$

mas, $\cos^2(\beta/2) \cong 1,00 \dots$

$$\frac{\partial d}{d} = \frac{\partial L}{L} - \frac{d \cdot \partial \beta}{2 \cdot L}$$

por outro lado, $\frac{\partial L}{L} \cong \frac{\Delta L}{L} = \frac{0,0001}{2,0000} = 5 \cdot 10^{-5}$

e:

$\partial \beta'' = 1'' = 1/206265$ rd aparelho de segundos;

$\partial \beta' = 1/3438$ rd aparelho de minutos;

$\partial d/d = e_r =$ erro relativo;

$e_{abs} =$ erro absoluto $= e_r \cdot d$.

Supondo uma distância de 100 m temos:

a) para o aparelho de minutos

$$e_r = 5 \cdot 10^{-5} - \frac{100}{2} \cdot \frac{1}{3438} \cong \frac{1}{69} \text{ (muito grande)}$$

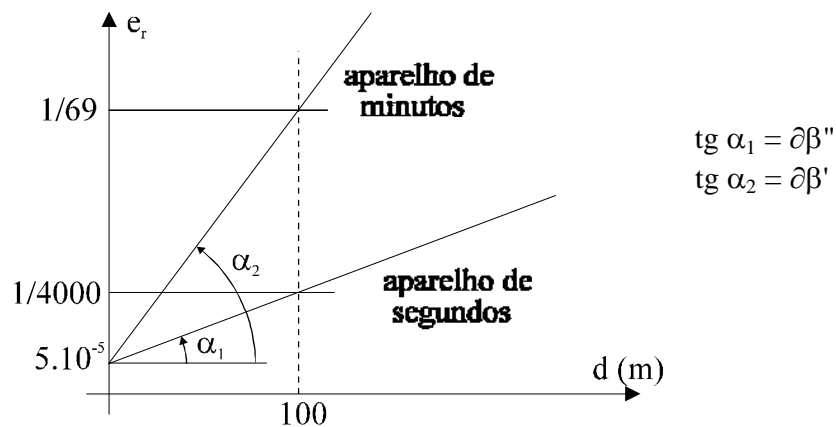
$$e_{\text{abs}} = 100 \cdot \frac{1}{69} = 1,45\text{m (inaceitável)}$$

b) para o aparelho de segundos:

$$e_r = 5 \cdot 10^{-5} - \frac{100}{2} \cdot \frac{1}{206265} \cong \frac{1}{4000} \text{ (bom !)}$$

$$e_{\text{abs}} = \frac{100}{4000} \cong 2,5\text{cm (aceitável !)}$$

c) gráfico esquemático:



Conclusão: deve-se utilizar um aparelho de leitura direta de segundos

C - EXERCÍCIOS PROPOSTOS

17.4 Uma distância foi medida 10 vezes, encontrando-se os valores indicados abaixo. Calcular os desvios, a média, o erro médio quadrático, o erro da média e_m , e esse mesmo valor expresso em termos relativos.

medida	distância (m)	v_i	v_i^2
1	207,532		
2	531		
3	528		
4	531		
5	537		
6	541		
7	527		
8	536		
9	525		
10	531		
somadas			

17.5 Na determinação do azimute de uma direção por visada ao sol, uma equipe de alunos da EPUSP, obteve os valores indicados abaixo. Fazer uma triagem dos resultados e calcular a média final e o erro da média. A que se deve, provavelmente, o erro ocorrido na determinação dos azimutes eliminados? Tem sentido falar em erro relativo para ângulos?

medida	Azimutes	v_i	v_i^2
1	15° 56'		
2	15° 55'		
3	15° 59'		
4	16° 08'		
5	15° 54'		
6	15° 57'		
7	15° 41'		
8	15° 58'		
9	15° 47'		
10	16° 18'		

17.6 Um ângulo A é obtido através da subtração de dois outros $A = A_2 - A_1$ obtidos através de séries de leitura. Calcular o valor mais provável de A e seu erro, sendo:

$$A_2 = 54^\circ 35' 52'', \text{ com } e_m = 4''$$

$$A_1 = 23^\circ 57' 38'', \text{ com } e_m = 3''$$

17.7 Os medidores eletrônicos de distância apresentam erros que se comportam de acordo com a expressão $e = a + b \cdot s$, onde a e b são constantes e s é a distância. Para $a = 10$ mm e $b = 10$ ppm (partes por milhão), calcular o erro relativo e absoluto nas distâncias: 100 m, 1 km e 20 km. Podendo optar entre dois aparelhos com diferentes constantes a e b , qual você escolheria para distâncias curtas e qual para distâncias longas? Aparelho 1: $a = 3$ mm e $b = 10$ ppm; Aparelho 2: $a = 10$ mm e $b = 5$ ppm. Em que distância os aparelhos são equivalentes em termos de erro absoluto? Fazer um gráfico.

17.8 Uma grandeza angular foi medida com um teodolito com precisão de segundo, resultando nos valores indicados na tabela abaixo. Pede-se:

A média aritmética, os desvios em relação à média, o desvio padrão e o erro da média aritmética.

medida	Azimutes	v_i	v_i^2
1	$232^\circ 42' 15''$		
2	$232^\circ 42' 20''$		
3	$232^\circ 42' 18''$		
4	$232^\circ 42' 13''$		
5	$232^\circ 42' 16''$		
6	$232^\circ 42' 17''$		
7	$232^\circ 42' 12''$		
8	$232^\circ 42' 16''$		
9	$232^\circ 42' 16''$		
10	$232^\circ 42' 14''$		
11	$232^\circ 42' 15''$		
12	$232^\circ 42' 19''$		
13	$232^\circ 42' 18''$		

17.9 Uma distância foi medida com um distanciômetro eletrônico cuja precisão nominal é de 5 mm + 5ppm, resultando nos valores da tabela abaixo. Pede-se:

A média aritmética, os desvios em relação à média, o erro da média aritmética e o erro relativo.

medida	distâncias	v_i	v_i^2
1	1565,230		
2	1565,227		
3	1565,231		
4	1565,229		
5	1565,226		
6	1565,234		
7	1565,232		
8	1565,298		
9	1565,225		
10	1565,224		
11	1565,233		
12	1565,223		
13	1565,238		
14	1565,220		
15	1565,242		

17.10 Calcular a média ponderada e os respectivos desvio padrão da média de três instrumentos cujas precisões são:

instrumento de micro-ondas $I_m = \pm (15 \text{ mm} + 5 \text{ ppm})$

instrumento de infra-vermelho $I_i = \pm (5 \text{ mm} + 5 \text{ ppm})$

instrumento de laser $I_l = \pm (10 \text{ mm} + 2 \text{ ppm})$

a distância medida para cada instrumento foi:

instrumento de micro-ondas $I_m = 4\,263,190 \text{ m}$

instrumento de infra-vermelho $I_i = 4\,263,139 \text{ m}$

instrumento de laser $I_l = 4\,263,154 \text{ m}$

Capítulo 18

EXERCÍCIOS PRÁTICOS

18.1 Medição de distâncias e ângulos

Estacionar o equipamento (ET) no ponto correspondente ao número do grupo (ver figura 18.1) e medir a distância da estação em que se está, até a vante, pelos seguintes processos, preenchendo a planilha 18.1:

a) Medição expedita (a passo); uma para cada componente da equipe:

Instruções:

1) Aferição: medir com a trena uma distância de 100m e contar o número de passadas vezes e calcular a média n ; o valor da passada é $p = \frac{100,00}{n}$ m;

2) Medição: caminhar de forma natural de um ponto a outro, contar o número de passadas e multiplicá-lo por p .

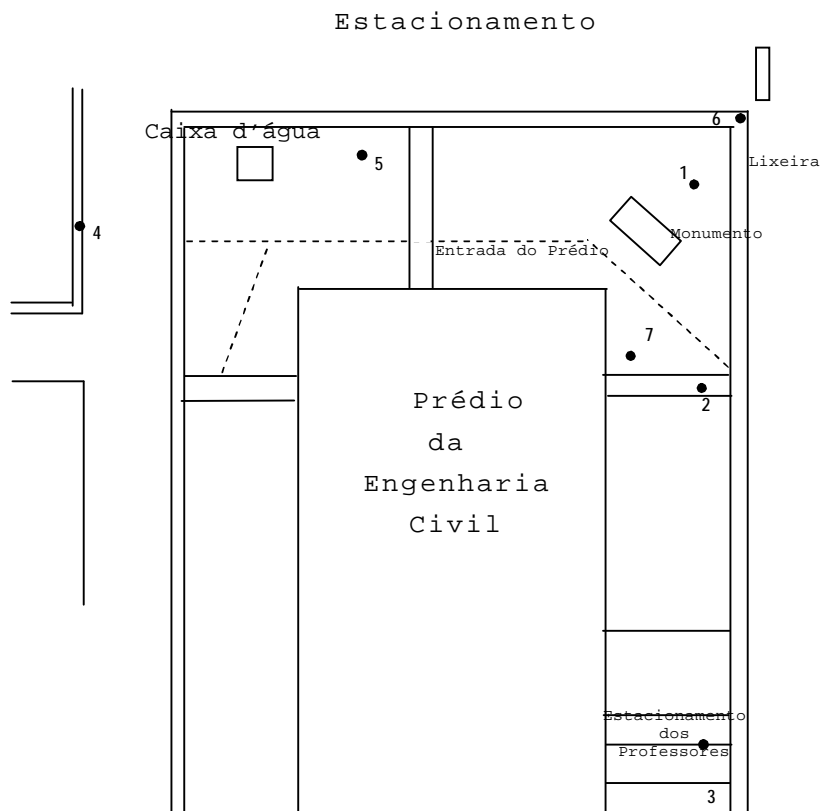


Figura 18.1 – Croqui dos Pontos

Equipamento: trena.

b) Medição de distância com trena

Esse exercício visa treinar a técnica de medição de distância com esse equipamento, avaliando suas dificuldades e a precisão que pode fornecer. Com isso valoriza-se a medição eletrônica de distâncias e ganha-se sensibilidade para o que representa o centímetro e o milímetro em campo, podendo-se então especificar melhor a precisão em projetos, com conhecimento de causa.

Instruções:

- 1) Efetuar pelo menos três medições da distância d e calcular a média. Eliminar valores discrepantes e efetuar novas medições até conseguir a precisão mínima de 1:1.000;
- 2) Cuidar dos seguintes pontos:
 - . Horizontalidade da trena, controlada visualmente por alguém situado perpendicularmente à direção 12 e relativamente afastada. Uma das extremidades deve estar bem próxima do chão;
 - . Fixar o zero da graduação na extremidade de ré e efetuar a leitura no outro extremo, aplicando a tensão correta e anotando o valor. Efetuar a medição no sentido descendente para facilitar o trabalho;
 - . Conseguir o alinhamento dos pontos intermediários através de avaliação visual com o auxílio de 2 ou 3 balizas. Procurar que esses pontos intermediários não sejam os mesmos em cada medição para evitar vícios de leitura (forçar o mesmo valor);
 - . A tensão deve ser adequada para diminuir o efeito da catenária e para não supor muita dificuldade para o operador de ré ao segurar essa extremidade;
 - . O operador de vante deve manter a baliza na vertical (com ajuda da pessoa que controla a horizontalidade da fita) e pode deslocar a trena para cima e para baixo procurando a distância mínima;
 - . Somar os valores parciais e anotar o total em lugar conveniente para comparar os demais, tirando a média, efetuando cálculos, etc...

Equipamento: - trena e 2 balizas (necessários)

Obs.: entrega individual, preenchendo a folha anexa (entregar fotocópia)

c) Medição de distância com a estação total

Medir essa mesma distância com esse equipamento.

Instruções:

- 1) Estacionar a estação total sobre um ponto pré-fixado e nivelá-lo. Familiarizar-se com as operações de medição de distância, com os diversos parafusos (foco, retículo, trava, movimento fino, etc.) e também com as possibilidades oferecidas (através do manual e com as dicas do apêndice).
- 2) Treinar o uso do equipamento.
- 3) Levar o prisma até o ponto de vante e mantê-lo na vertical.
- 4) Efetuar as leituras.

- Equipamento: estação total e bastão com prisma.

18.2 Medição de ângulos

Este exercício visa treinar a medição de ângulos com a estação total e a familiarização com esse equipamento, bem como ganhar sensibilidade para o que apresenta o minuto e o segundo de arco, notadamente para ter noção da potencialidade desse equipamento e o que se pode exigir do topógrafo.

Instruções:

- 1) Treinar as operações de medição de ângulo como: zerar, congelar, efetuar leitura digital de ângulos (horizontal e vertical), etc.
- 2) Medir ângulos, três vezes, por cada um dos seguintes processos:
 - . zero ou orientação qualquer - por diferença obtém-se α ;
 - . zero em vante - a leitura de ré corresponde a α (ângulo interno);
 - . zero em ré - leitura de vante fornece β (ângulo externo) $\Rightarrow \alpha = 360^\circ - \beta$;
 - . deflexões - a leitura fornece $D \Rightarrow \alpha = 180^\circ - D$.
- 3) Calcular o ângulo interno α , obtendo a média e o desvio padrão;
- 4) Medir três vezes o ângulo vertical z de um ponto afastado e tirar a média.

Equipamento: estação total.

Obs.: entrega de um exercício por grupo, preenchendo a planilha 18.4 (entregar fotocópia)

18.3 Levantamento de poligonal

Este exercício visa levantar uma poligonal em campo consolidando o aprendizado experimental e realizar seu fechamento, aprimorando a técnica de cálculo. Permite obter uma visão de conjunto dessa operação fundamental da topografia.

Instruções:

- a) Número de lados $n = 4$ (caso o professor não indique outra coisa em contrário);
- b) Demarcar as estações (E_1 a E_n) com estacas (1 x 1 cm), definindo precisamente o centro da estação (tacha, prego ou cruzeta a caneta). Os lados devem ter dimensões compreendidas entre 30 e 50 m. Numerar os vértices de forma crescente no sentido horário;
- c) Fazer um esboço da poligonal em papel adequado (A4), onde devem figurar os elementos necessários (construções, vias, etc.) para situar a poligonal no entorno. Podem ser anotados ainda: as parcelas correspondentes a cada distância medida, local, data, operador/grupo, etc;
- d) Medir as distâncias entre as estações a trena. O erro relativo nas distâncias deve ser inferior a 1/1.000. Repetir as medições para que essa precisão seja atingida;
- e) Medir os ângulos pelo processo da orientação qualquer, estacionando o aparelho em cada estação e visando a ré e a vante. No final, conferir o ângulo interno (obtido pelo cálculo) com a medição do mesmo através da orientação por vante. Repetir as leituras caso a diferença seja inaceitável (maior que duas vezes o menor valor da graduação). Anotar a média das leituras angulares na planilha de cálculo de azimutes;
- f) Realizar o cálculo de azimutes admitindo como azimute definitivo o do primeiro lado;
- g) Realizar o fechamento linear na planilha de cálculo de coordenadas. O erro deve ser inferior a 1/3.000;

- Equipamentos: - Estação total e bastão com prisma
 - Piquetes e marreta (devolver tudo ao final)

Obs.: Cada aluno deve entregar um exemplar do exercício (esboço, planilha de azimutes e coordenadas).

18.4 Taqueometria

Este exercício visa realizar o levantamento taqueométrico de uma poligonal simplificada para conhecer melhor este processo expedito, aprendendo a ler a mira e a realizar os cálculos , ao mesmo tempo que aponta suas potencialidades.

Instruções:

- a) Número de lados $n = 3$. Escolher pelo menos um ponto com um certo desnível em relação aos demais. Não se exige tanta precisão na sua demarcação como na poligonal clássica;
- b) Estacionar o aparelho em cada estação e fazer as visadas taqueométricas a ré e a vante, medindo os ângulos (método do zero em vante). Efetuar as leituras de mira (A,M,B) e anotar os valores na planilha de taqueometria. Não esquecer de medir a altura do instrumento;
- c) Para efeito de treino, não colocar a luneta na horizontal e não fazer coincidir o fio médio do retículo com nenhum valor inteiro;
- d) Realizar os cálculos taqueométricos, calculando distâncias e diferenças de cota. Como há duas visadas para cada lado, calcular as respectivas médias;
- e) Realizar o fechamento angular e linear da poligonal nas planilhas de azimute e coordenadas respectivamente;
- f) Realizar o fechamento altimétrico da poligonal, de acordo com o seguinte processo:
 - adotar a cota 100,00 para o primeiro vértice;
 - calcular a cota das demais estações, tendo o cuidado de tomar a média das diferenças de cota ΔH (por exemplo, de 1 para 2 e de 2 para 1);

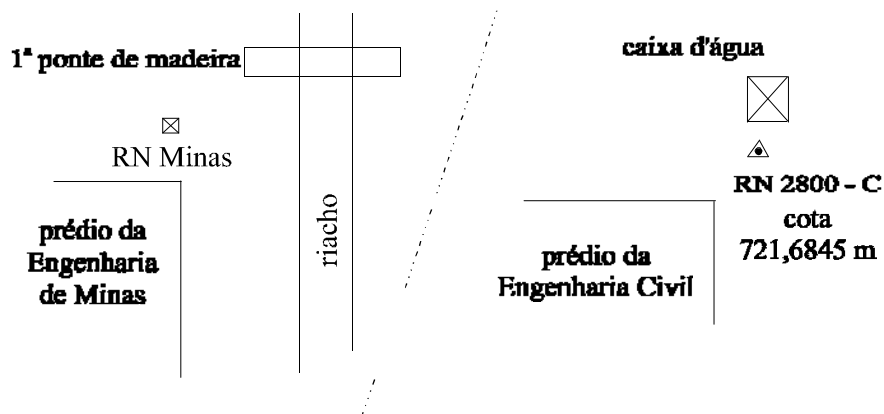
- no final do processo obtém-se, por cálculo (de 1 para 2, de 2 para 3 e de 3 para 1), a cota da estação 1, resultando numa diferença ΔH com relação à cota de partida 100,00. Esse erro deve ser distribuído calculando a correção para cada ponto;
- a correção da cota em cada estação é obtida distribuindo o erro total proporcionalmente ao comprimento dos lados;

$$f_i = \frac{\Delta H \cdot l_i}{\Sigma l_i}$$

- Equipamentos:
- estação total ou teodolito eletrônico
 - trena pequena para medir a altura do instrumento
 - mira

18.5 Nivelamento geométrico

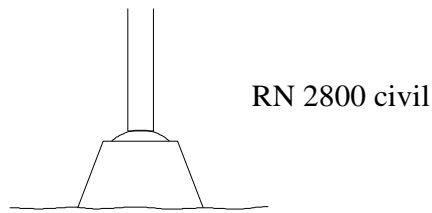
Este exercício visa ganhar sensibilidade para a precisão deste processo, em contraposição com outros tipos de nivelamento, como o taqueométrico. Introduce o aluno no uso desse equipamento (nível) e o familiariza com esse processo, de grande importância na engenharia. O exercício consiste em determinar a diferença de nível entre a RN 2800-C do IBGE (junto ao prédio da Engenharia Civil) e a RN instalado junto ao prédio da Engenharia de Minas, de acordo com o esquema abaixo.



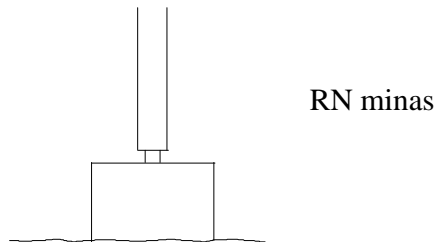
Instruções:

- a) Efetuar o nivelamento e o contra-nivelamento, adotando, quando possível, visadas equidistantes com $d \cong 40$ m. Efetuar com cuidado o último tramo (passagem do riacho) para manter equidistância.

b) Na origem, colocar a mira no centro da placa metálica chumbada no marco de concreto e adotar a cota 100,00 para esse ponto;



c) No destino, colocar a mira sobre o pino metálico;



Equipamentos: nível e mira

18.6 Nivelamento geométrico

Este exercício visa treinar o levantamento de pontos detalhes, com atributo e localização, e a familiarização com as funções da estação total. O levantamento deverá ser realizado diretamente em coordenadas (X, Y, Z) ou (E, N, Z), utilizando as funções correspondentes da estação total. Deverão ser levantados no mínimo 30 pontos, tais como postes, definição de arruamentos, árvores, marcos, bocas de lobo, benfeitorias existentes, etc.. Para o prédio Paula Souza (emgenharia civil), levantar pontos junto à fachada do mesmo, pilares e pontos que materializem a projeção da cobertura. Preencher a planilha correspondente (Levantamento de detalhes), elaborar um croqui com a indicação dos elementos levantados e o desenho final em AutoCAD.

A seguir é apresentada uma seqüência resumida das operações de campo a serem efetuadas:

- a) Estacionar o equipamento no ponto inicial, de coordenadas conhecidas ou arbitradas;
- b) *Calar* o equipamento, medir e introduzir os valores de *ih* (*instrument height*, altura do instrumento), *th* (*target height*, altura do alvo = altura do prisma no bastão) e *Zs* (cota Z da estação, *station*);
- c) Acionar o menu a través das teclas ON + MENU;
- d) Selecionar a opção *coordenada*;

- e) Selecionar o modo Estação conhecida;
- f) Fornecer as coordenadas da estação ocupada através da opção S (*station*; se não estiver disponível, adotar 100, 100, 100);
- g) Selecionar o método de orientação a ser utilizado, no caso Hz;
- h) Orientar o equipamento, zerando na direção do norte magnético ou na estação de vante;
- i) Confirmar os valores pressionando-se a opção SIM. Caso tenha cometido algum engano, repetir o processo a partir do item e). Se tudo estiver correto, o equipamento está posicionado e orientado, pronto para a realização das medidas (coleta de dados);
- j) Selecionar o modo Pontos Polares do menu Coordenadas. São apresentados os valores de coordenadas do ponto ocupado, ângulo de referência, ih e Zs. Confirmar todos através da opção SIM;
- k) Posicionar o refletor em cada ponto a ser levantado e realizar as medidas pressionando a tecla da opção SIM;
- l) Fazer as anotações na planilha correspondente: coordenadas e atributos (na coluna descrição).

18.7 Modelagem digital de terrenos

Este exercício visa a aplicação prática de conceitos da Modelagem Digital de Terrenos. Para tanto, a partir de um conjunto de pontos com coordenadas X, Y, Z, fornecidas, cada aluno deverá realizar a modelagem, utilizando um programa, como por exemplo o SURFER. Pede-se:

- a) Gerar curvas de nível utilizando pelo menos três métodos de interpolação diferentes (variar também o tamanho e espaçamento da malha regular intermediária), suavizar essas curvas;
- b) Rotular as curvas de nível, controlar o tamanho do texto dessas cotas;
- c) Desenhar os pontos fornecidos, com um símbolo e sua cota;
- d) Elaborar um relatório contendo informações sobre cada modelagem realizada (parâmetros);
- e) Gerar um modelo 3D do terreno;
- f) Exportar os dados para leitura no AutoCAD (formato DXF);
- g) Apresentar em papel os mapas e desenhos gerados.

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo		18.1 e 18.2
PTR-2201 (Informações Espaciais I)		
Exercício de campo		
Local de medição:		
Nome do aluno:	grupo:	
Professor:	data:	

18.1 Aferição do passo		
Distância medida	metros	
Número de passadas	1	
	2	
	3	
	4	
	média	
Valor do passo	p =	

18.2 Medição de distância com trena			
	valores parciais	total	diferenças p/ a média
1ª medição:		=	
2ª medição:		=	
3ª medição:		=	
média =		m ±	cm

18.3 Medição de distância com estação total			
	valores parciais	total	diferenças p/ a média
1ª medição:		=	
2ª medição:		=	
3ª medição:		=	
média =		m ±	cm

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo		18.4
PTR-2201 (Informações Espaciais I)		Exercício de campo
Local de medição:		
Professor:		
Grupo:	data:	
Nome dos alunos:		
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		

18.4 Medição de ângulos						
1 - zero qualquer		$L_{ré}$	L_{vante}	$\alpha = L_{ré} - L_{vante}$	desvios	
	1					
	2					
	3					
2 - zero em vante		$L_{ré}$	L_{vante}	$\alpha = L_{ré}$	desvios	
	4		0°			
	5		0°			
	6		0°			
3 - zero em ré		$L_{ré}$	L_{vante}	β	$\alpha = 360^\circ - \beta$	desvios
	7	0°				
	8	0°				
	9	0°				
4 - deflexões		$L_{ré}$	L_{vante}	D	$\alpha = 180^\circ - D$	desvios
	10	180°				
	11	180°				
	12	180°				
				média =		\pm
5 - ângulo vertical		z_1				
		z_2				
		z_3				
		média				

Capítulo 19

ANEXOS

Neste anexo encontram-se todas as planilhas utilizadas nesta apostila. As mesmas poderão ser copiadas para a realização dos exercícios de campo.

Cálculo de coordenadas										
est	azimute (grau/min/seg)	distância (metros)	coordenadas parciais					coordenadas gerais		
			ΔN		ajt. (mm)	ΔE		ajt. (mm)	N (m)	E (m)
			pos. (m)	neg. (m)		pos. (m)	neg. (m)		coordenadas de partida	
somas										
Nome do operador:							data:			

Taqueometria								
estação h-inst.	ponto visado	ângulos		mira		distância (G = 100·AB) G·(sen ² z)	Δ G·(senz)-(cosz)	h + Δ - M cota do Pto. Vis.
		horizontal	A B	M	A - M M - B			
Nome do operador:							data:	

Nivelamento Taqueométrico			
estação	cota provisória	ajuste	cota definitiva

Nivelamento Geométrico								
ponto visado	estadia A/B (mm)	distância (m)	mira		detalhe	cotas		
			ré	vante		provisórias	ajustes	corretas
somas								
Nome do operador:						data:		

Caderneta de Locação								
poligonal			pontos a locar			elementos de locação		
estação	coordenadas		ponto	coordenadas		azimute (laçamento)	ângulo (com ré)	distância
	N	E		N	E			

Anotações :