ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

PME-3211 - Mecânica dos Sólidos II

<u>2ª Lista de Exercícios</u>

Exercícios Sugeridos (Livro Texto)

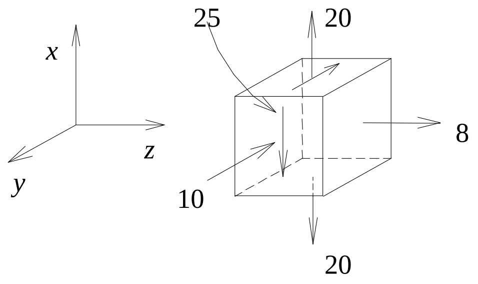
Gere, J.M. & Goodno, B.J., Mecânica dos Materiais, Cengage Learning, 2010, 858 p.

- <u>Tensão Plana:</u> 7.2.1, 7.2.9, 7.2.11

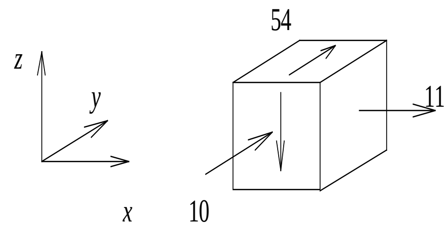
Exercícios Sugeridos (fora do Livro)

1) Determine o tensor das tensões, escrito em relação à base b = $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, para cada um dos casos indicados (as tensões estão em MPa). Utilize a convenção de sinais dada em sala de aula!!

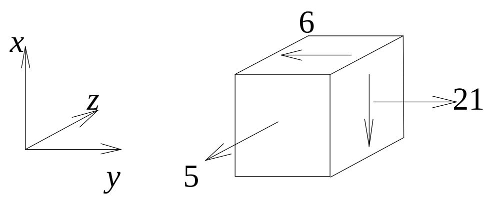
a)



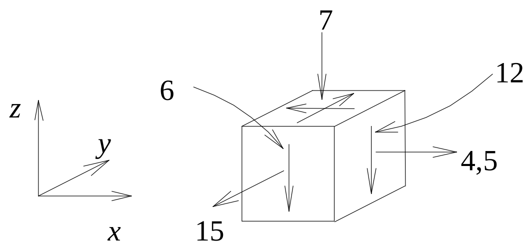
b)



c)



d)

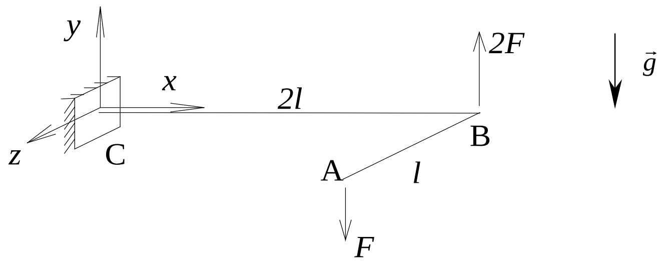


2) A figura abaixo indica o eixo central de uma estrutura tubular (d_i = 254 mm, t = 25,4 mm) engastada na extremidade C. Os trechos AB e BC são ortogonais entre si e estão ambos contidos no plano xz. Forças concentradas de intensidade F e $2F$ são aplicadas respectivamente nas seções A e B, conforme ilustrado. O material utilizado é o aço estrutural A36, cujas propriedades são dadas abaixo. Pede-se determinar o estado de tensões nos seguintes pontos da estrutura (ver observações na página seguinte):

$P_1 = (2l, d_i/2 + t, l/2)$ $\quad$ $P_4 = (0, d_i/2 + t, 0)$

$P_2 = (l, d_i/2 + t, 0)$ $\quad$ $P_5 = (0, 0, d_i/2 + t)$

$P_3 = (l, -d_i/2 - t, 0)$ $\quad$ $P_6 = (0, 0, -d_i/2 - t)$

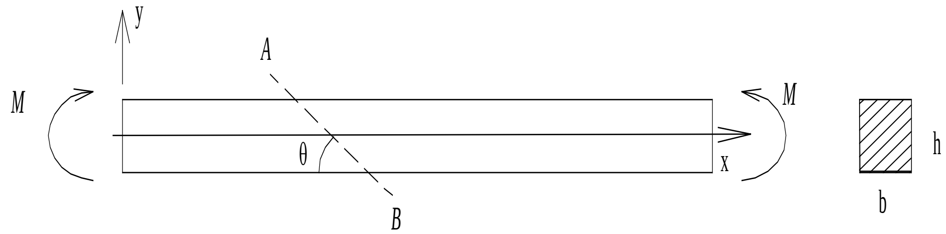


Dados do problema: F = 2000 N; l = 2,0 m; g = 10 m/s^2 .
E = 200 GPa (módulo de elasticidade do material);
G = 78 GPa (módulo de elasticidade transversal do material);
ρ = 7850 kg/m^3 (massa específica do material).

Observações:

a) O estado de tensões deve ser indicado: (i) com um elemento 3D de lados paralelos aos eixos coordenados x, y, z indicados na figura, com todas as tensões não-nulas representadas neste elemento (indicar o sentido em que cada tensão está realmente atuando e sua magnitude) e (ii) com o tensor das tensões escrito em relação a base de versores $b = (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$;
b) Considerar o efeito do peso próprio da estrutura uma vez que este tem a mesma ordem de grandeza dos esforços aplicados;
c) Levar em consideração as tensões de cisalhamento devidas à força cortante, quando for pertinente;
d) Expressar todas as tensões em MPa.

3) Uma viga de seção transversal retangular (base b, altura h) é submetida a um momento fletor de intensidade M (flexão pura). A partir da distribuição de tensões normais numa seção transversal genérica (i.é, a partir de σ_x), expressa em função dos parâmetros dados, determine:
a) a distribuição de tensões normais (σ_n) segundo o plano inclinado AB, para $\theta = 45^o$ (ver figura);
b) a distribuição de tensões de cisalhamento (τ_n) segundo o plano inclinado AB.



Respostas da 2ª Lista de Exercícios

1) a) $[T]_b = \begin{bmatrix} 20 & -25 & 0 \\ -25 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$ (MPa) b) $[T]_b = \begin{bmatrix} 11 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 54 \\ 0 & 54 & 0 \end{bmatrix}$ (MPa)

c) $[T]_b = \begin{bmatrix} 0 & -6 & 0 \\ -6 & 21 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ (MPa) d) $[T]_b = \begin{bmatrix} 4{,}5 & 0 & -12 \\ 0 & 15 & 6 \\ -12 & 6 & -7 \end{bmatrix}$ (MPa)

2) Os tensores $[T]$ de cada ponto, escritos com relação à base indicada, são:

a) no ponto P1: $[T]_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2{,}00 \end{bmatrix}$ b) no ponto P2: $[T]_b = \begin{bmatrix} 4{,}52 & 0 & 2{,}61 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2{,}61 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

c) no ponto P3: $[T]_b = \begin{bmatrix} -4{,}52 & 0 & -2{,}61 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2{,}61 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ d) no ponto P4: $[T]_b = \begin{bmatrix} 13{,}9 & 0 & 2{,}61 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2{,}61 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

e) no ponto P5: $[T]_b = \begin{bmatrix} 0 & -3{,}37 & 0 \\ -3{,}37 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ f) no ponto P6: $[T]_b = \begin{bmatrix} 0 & 1{,}85 & 0 \\ 1{,}85 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Obs: todas as tensões estão em MPa.

3) As distribuições de tensões normais e cisalhantes são dadas por:

$$\vec{\sigma}_n = (\sigma_x.\text{sen}^2\,\theta).\vec{n}$$

$$\vec{\tau}_n = (\sigma_x.\text{sen}\,\theta.\cos\theta).\vec{t}$$

sendo, $\sigma_x = \dfrac{-12M.y}{b.h^3}$, $\vec{n} = (\text{sen}\,\theta,\ \cos\theta,\ 0)$ e $\vec{t} = (\cos\theta,\ \text{-sen}\,\theta,\ 0)$

Para θ = 45º virá: $\left\| \begin{array}{l} \vec{\sigma}_n = -\dfrac{3\sqrt{2}.M.y}{b.h^3}.\left(\vec{e}_x + \vec{e}_y\right) \\ \vec{\tau}_n = -\dfrac{3\sqrt{2}.M.y}{b.h^3}.\left(\vec{e}_x - \vec{e}_y\right) \end{array} \right.$, ou, em módulo: $\left\| \begin{array}{l} \left\|\vec{\sigma}_n\right\| = \dfrac{6.M.|y|}{b.h^3} \\ \left\|\vec{\tau}_n\right\| = \dfrac{6.M.|y|}{b.h^3} \end{array} \right.$