Estatística aplicada a ensaios clínicos

RAL - 5838

Luís Vicente Garcia

lvgarcia@fmrp.usp.br

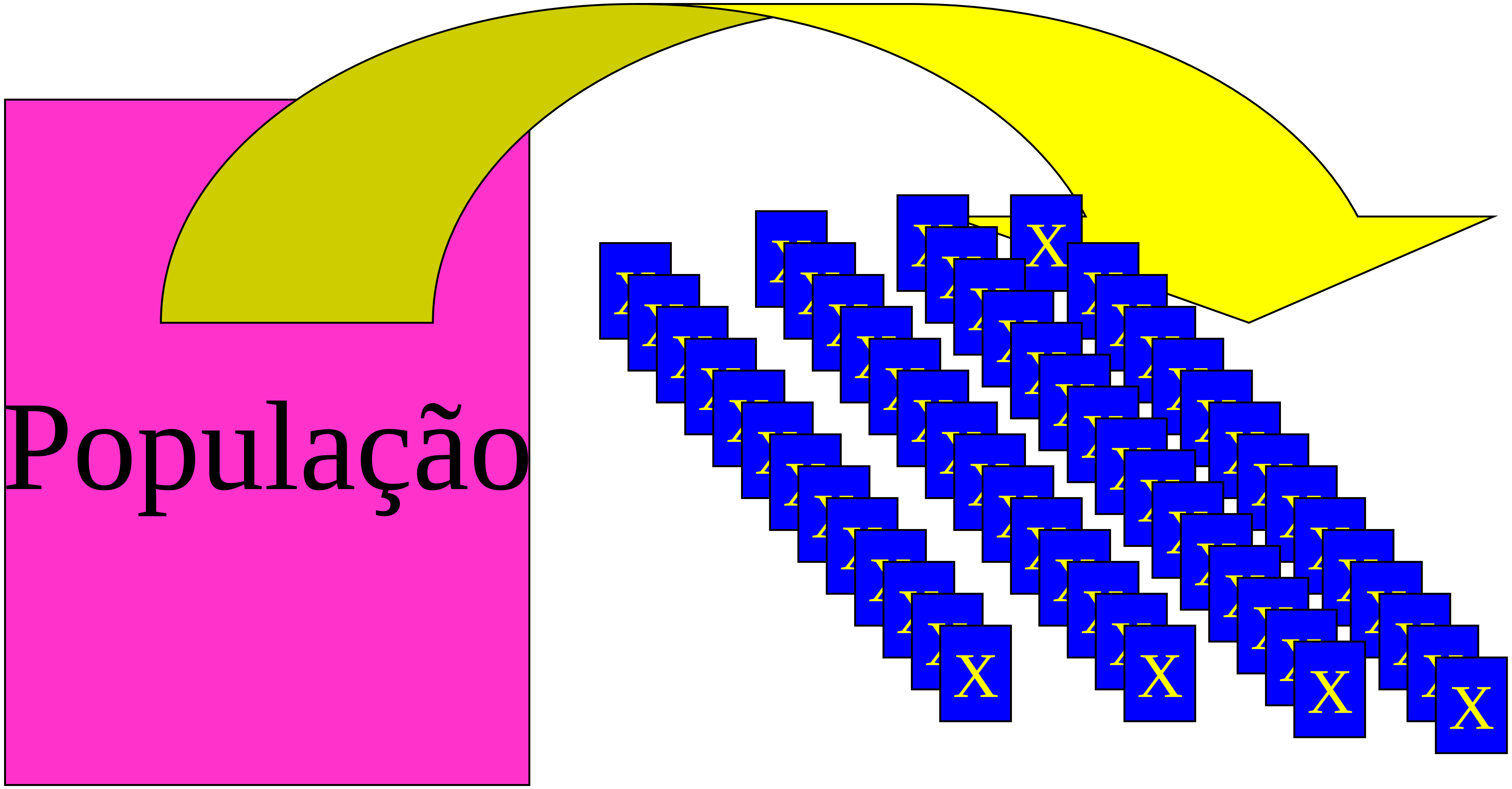
Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto

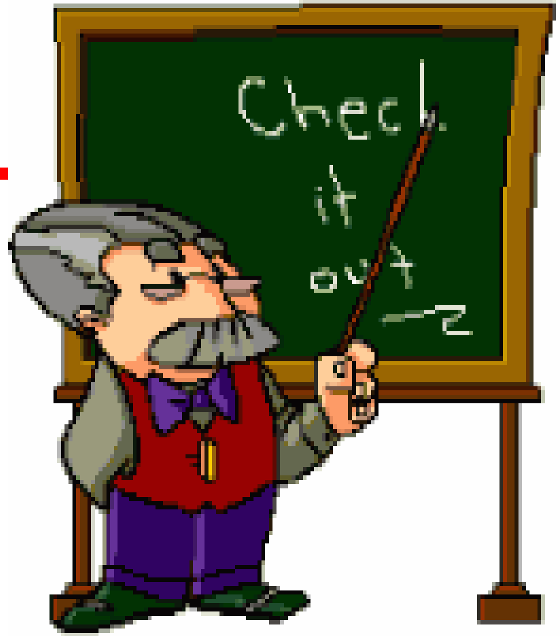
Estatística aplicada a ensaios clínicos

aula 7

Teorema do Limite Central

Distribuição Amostral de Médias





Quantos minutos você estuda por SEMANA ?

POPULAÇÃO:
ESTUDANTES DA UNIVERSIDADE SÃO PAULO

AMOSTRA 1: 500 ESTUDANTES

1

X = 101 min
AMPLITUDE: 0 a 240 min.

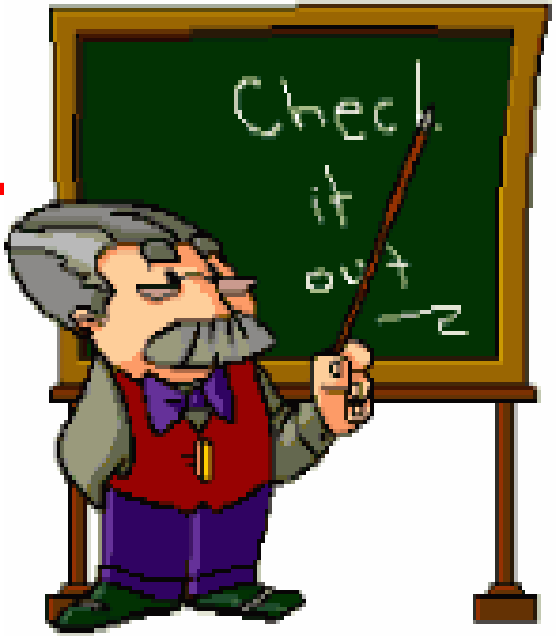
Quantos minutos você estuda por SEMANA ?

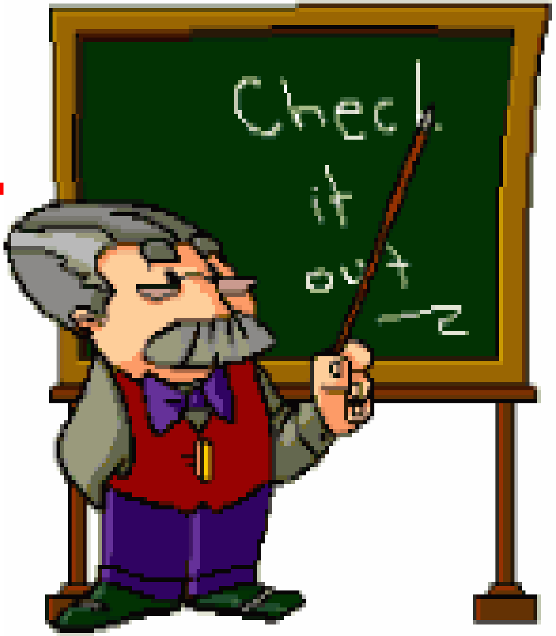
POPULAÇÃO:
ESTUDANTES DA UNIVERSIDADE SÃO PAULO

AMOSTRA 2: 500 ESTUDANTES

2

X = 109 min
AMPLITUDE: 10 a 220 min.





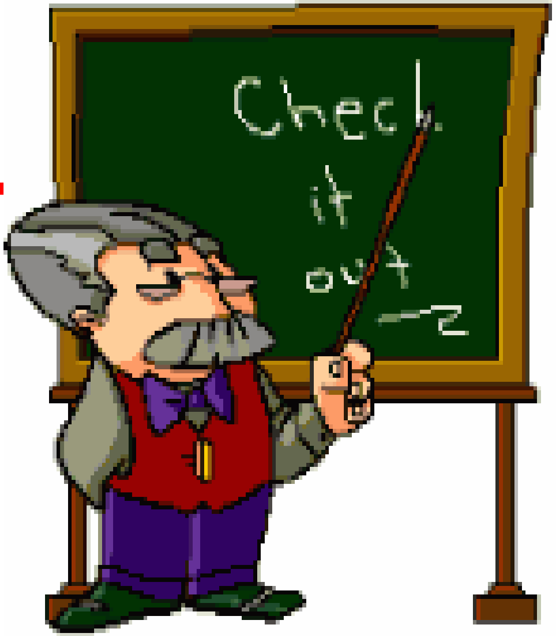
Quantos minutos você estuda por SEMANA ?

POPULAÇÃO:
ESTUDANTES DA UNIVERSIDADE SÃO PAULO

AMOSTRA 3: 500 ESTUDANTES

3

X = 105 min
AMPLITUDE: 5 a 215 min.



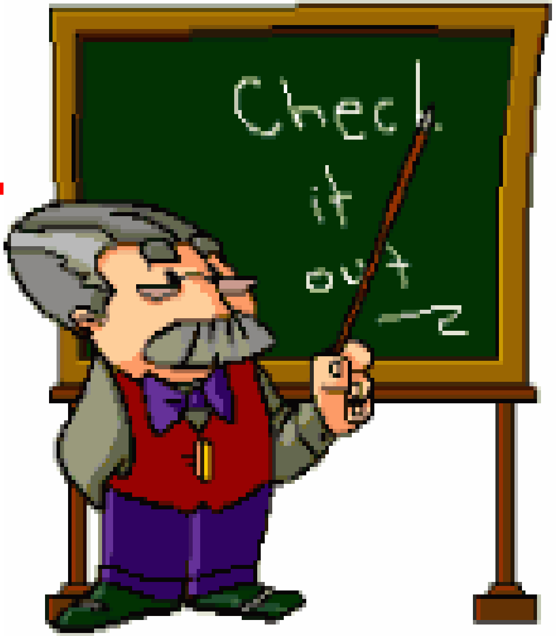
Quantos minutos você estuda
por SEMANA ?

POPULAÇÃO:
ESTUDANTES DA UNIVERSIDADE SÃO PAULO

AMOSTRA 97: 500 ESTUDANTES

97

X = 103 min
AMPLITUDE: 9 a 202 min.



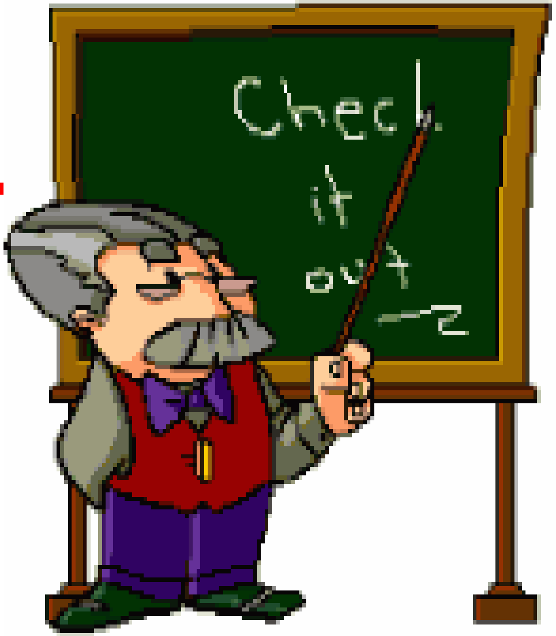
Quantos minutos você estuda
por SEMANA ?

POPULAÇÃO:
ESTUDANTES DA UNIVERSIDADE SÃO PAULO

AMOSTRA 98: 500 ESTUDANTES

98

X = 112 min
AMPLITUDE: 6 a 230 min.



Quantos minutos você estuda
por SEMANA ?

POPULAÇÃO: 98 amostras x 500 participantes
49.000 participantes

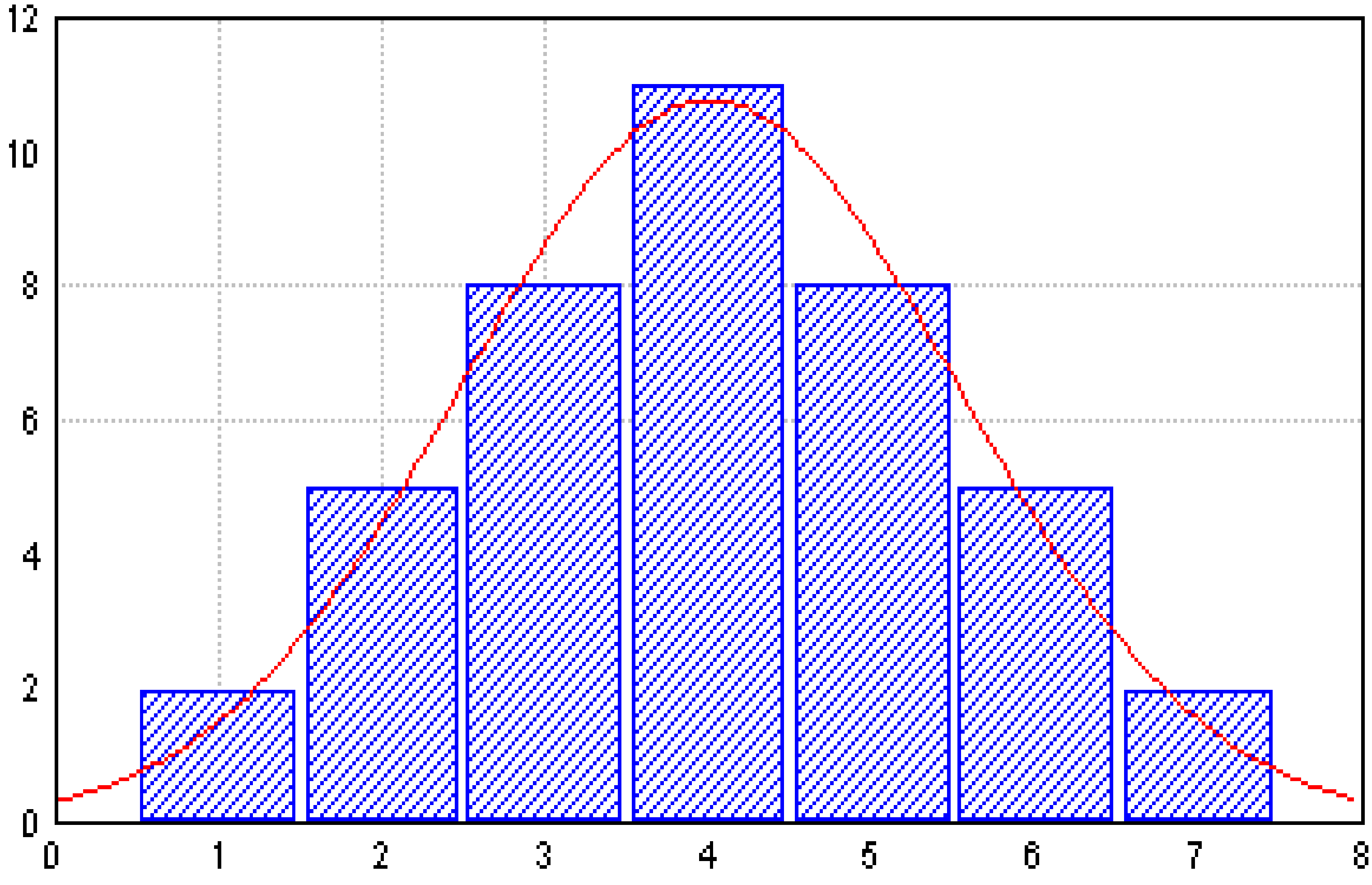
M

M = 99,75 min
AMPLITUDE: 0 a 240 min.

distribuição das médias de cada amostra

X	*f*	X	*f*
111	1	99	9
110	1	98	8
109	1	97	7
108	2	96	6
107	2	95	5
106	3	94	4
105	4	93	3
104	5	92	2
103	6	91	1
102	8	90	1
101	9	89	1
100	9		

DISTRIBUIÇÃO DAS MÉDIAS AMOSTRAIS



Distribuição de Médias Amostrais

A distribuição de médias amostrais aproxima-se de uma distribuição normal.

Distribuição de Médias Amostrais

A média de uma distribuição de médias amostrais é igual à verdadeira média populacional

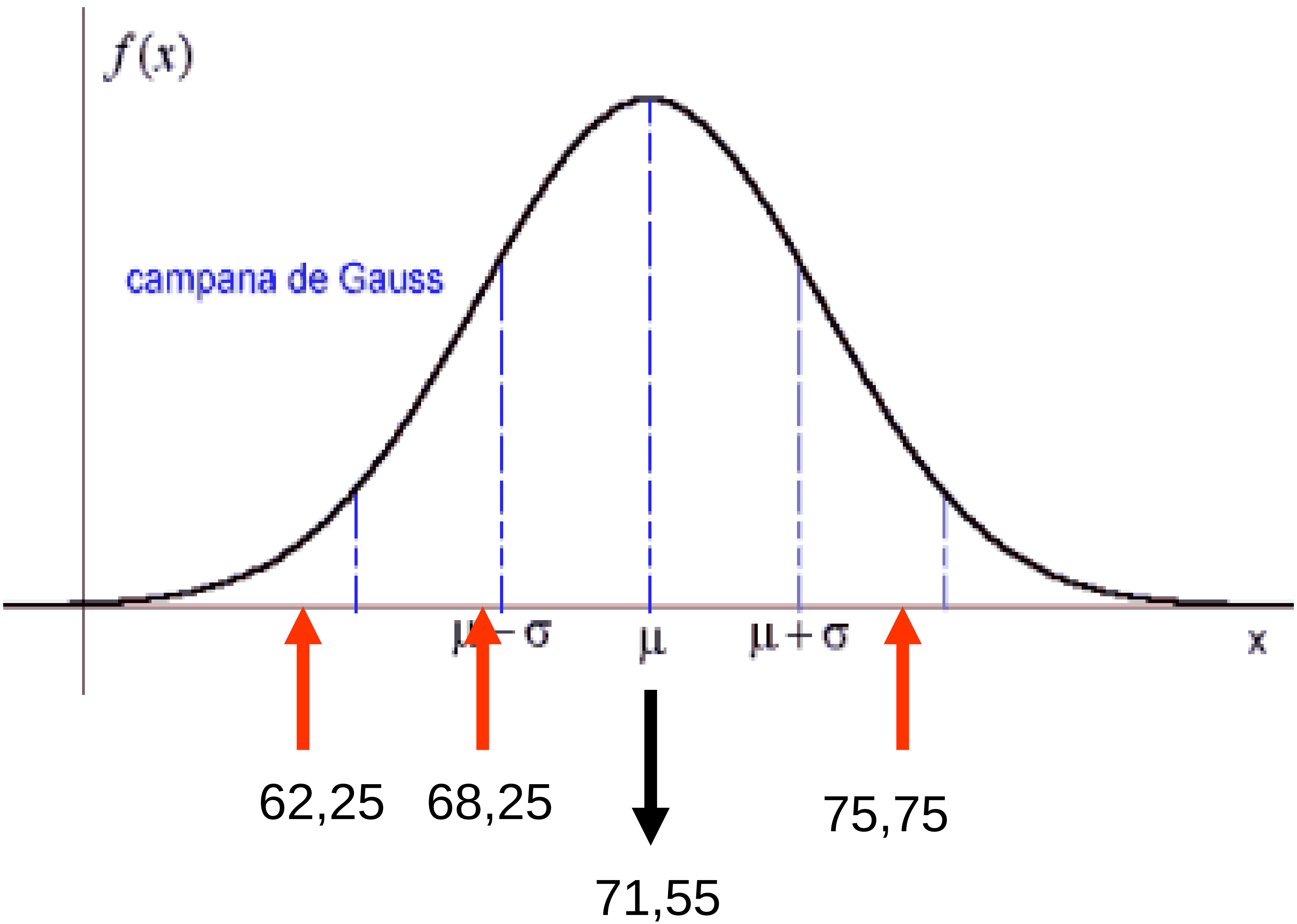
Distribuição de Médias Amostrais

O desvio padrão de uma distribuição de médias amostrais é menor do que o desvio padrão da população.

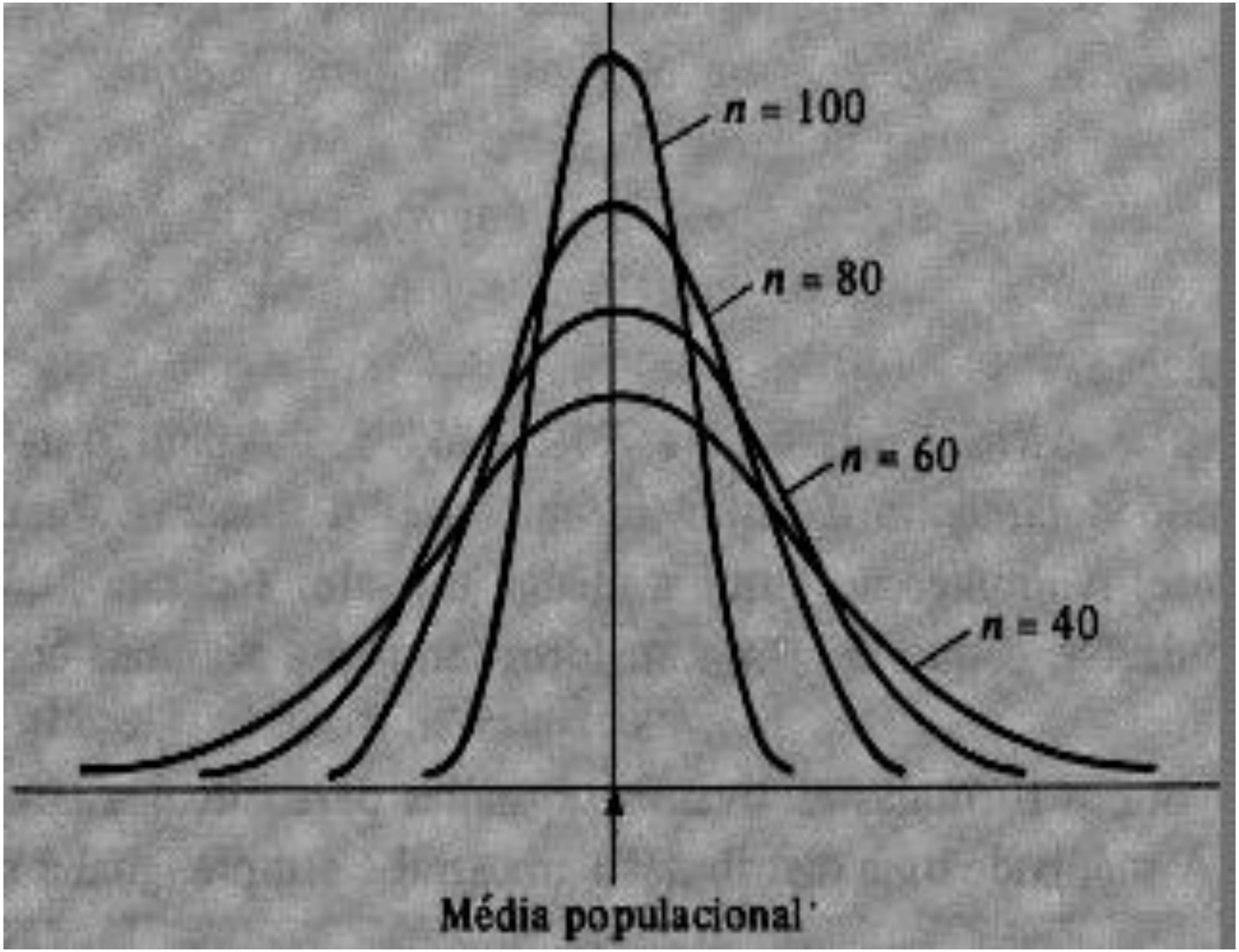
Amostras e Populações

Amostra A	Amostra B	Amostra C
96	40	72
99	86	96
56	56	49
52	67	56
$x = 75,75$	$x = 62,25$	$x = 68,25$

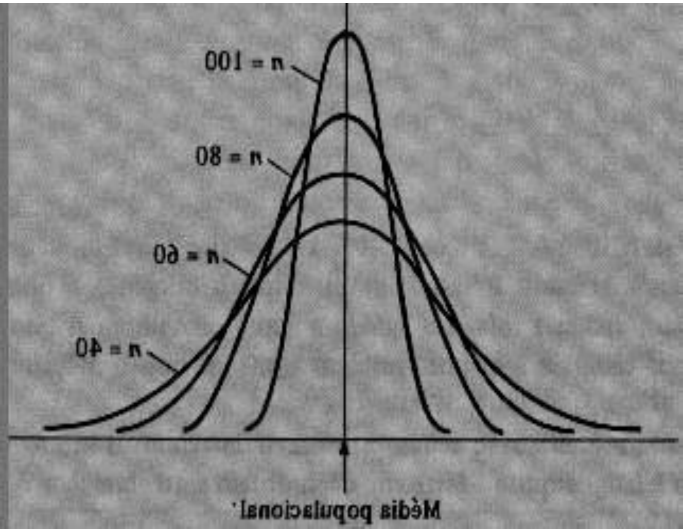
$$M = 71,55$$



$f(x)$
campana de Gauss
$\mu-\sigma$
μ
$\mu+\sigma$
x
62,25
68,25
75,75
71,55



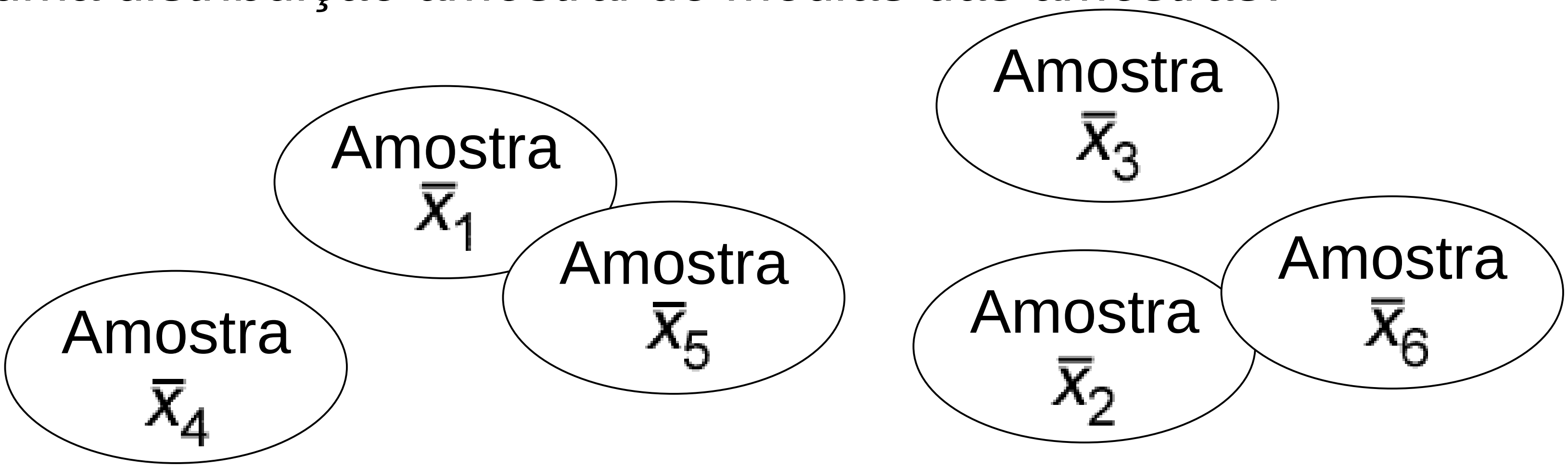
n = 100
n = 80
n = 60
n = 40
Média populacional



Desvio padrão diminui conforme o tamanho da amostra aumenta

Distribuições amostrais

Uma distribuição amostral é a distribuição de probabilidade de uma estatística da amostra formada quando amostras de tamanho *n* são colhidas várias vezes de uma população. Se a estatística da amostra for a sua média simples, a distribuição será uma *distribuição amostral de médias das amostras*.

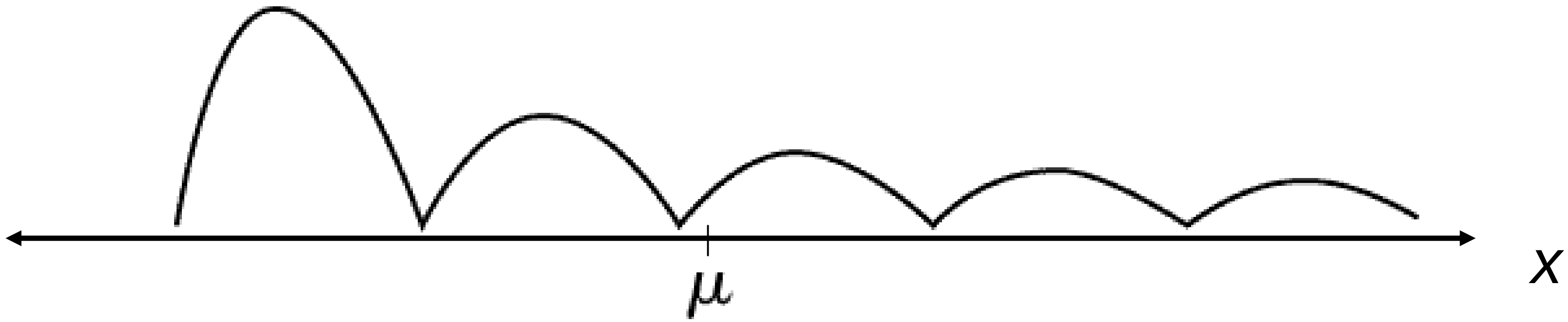


A distribuição amostral consiste nos valores das médias da amostra,

$$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6, \ldots$$

Teorema do Limite Central

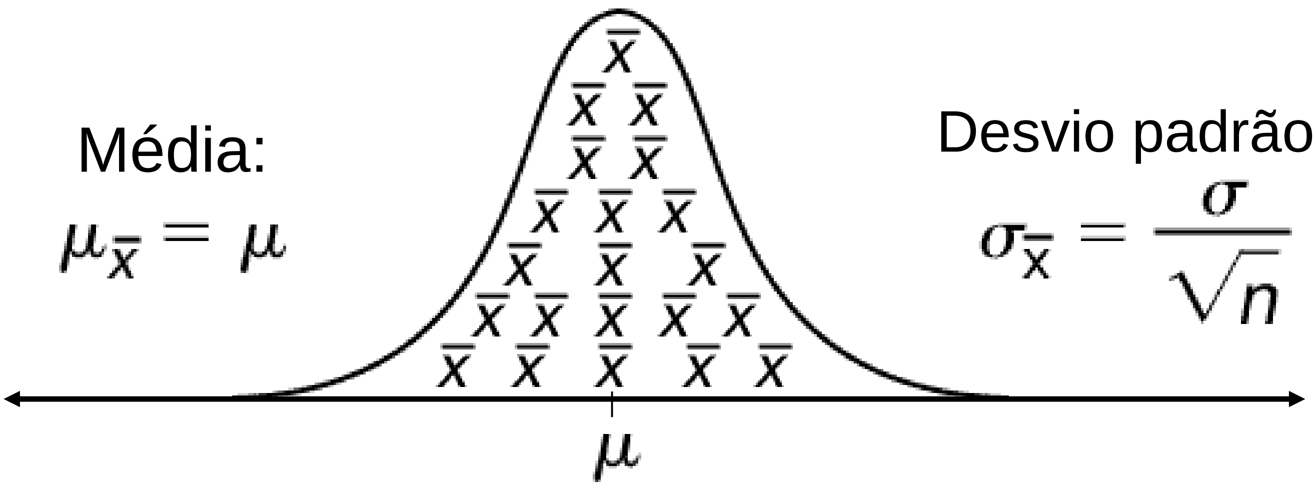
Se uma amostra $n \geq 30$ for tirada de uma população com *qualquer tipo de distribuição*, média = μ
e desvio padrão = σ



as *médias da amostra* terão distribuição normal.

Média:

$$\mu_{\bar{x}} = \mu$$

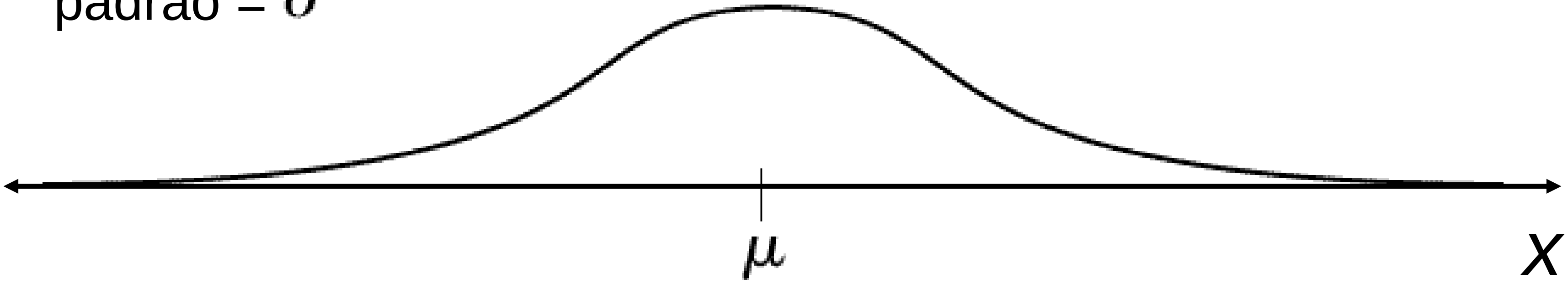


Desvio padrão:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Teorema do Limite Central

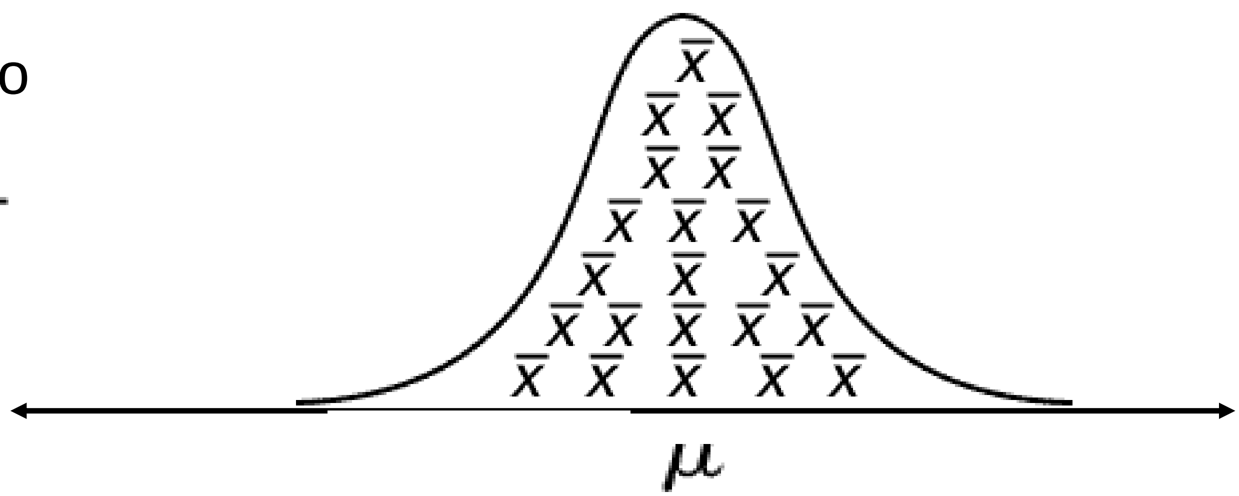
Se uma amostra de qualquer tamanho for tirada de uma população com *distribuição normal*, média = μ desvio padrão = σ



a distribuição das médias da amostra de tamanho *n* será normal, com média $\mu_{\overline{X}} = \mu$

e desvio padrão

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



Desvio-padrão
da distribuição amostral
de médias

$$\sigma_x = \frac{\sigma_M}{\sqrt{n}}$$

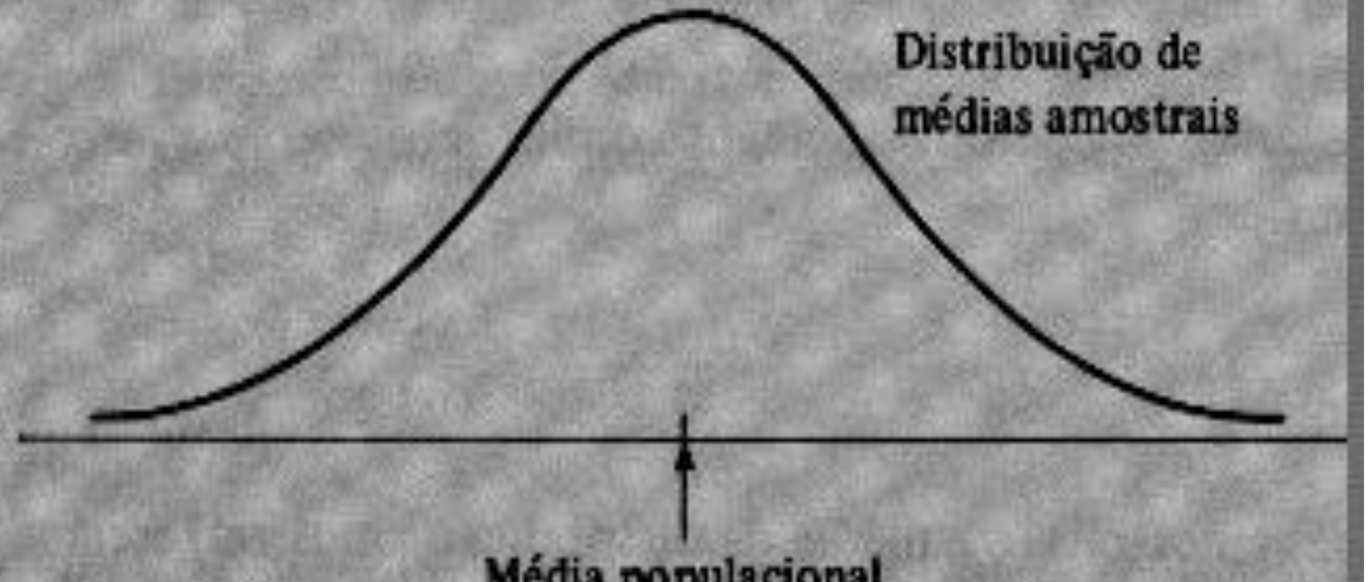
TEOREMA DO LIMITE CENTRAL

Se a população sob amostragem
tem distribuição normal,
a distribuição das médias amostrais
será normal para todos os tamanhos da amostra.

TEOREMA DO LIMITE CENTRAL

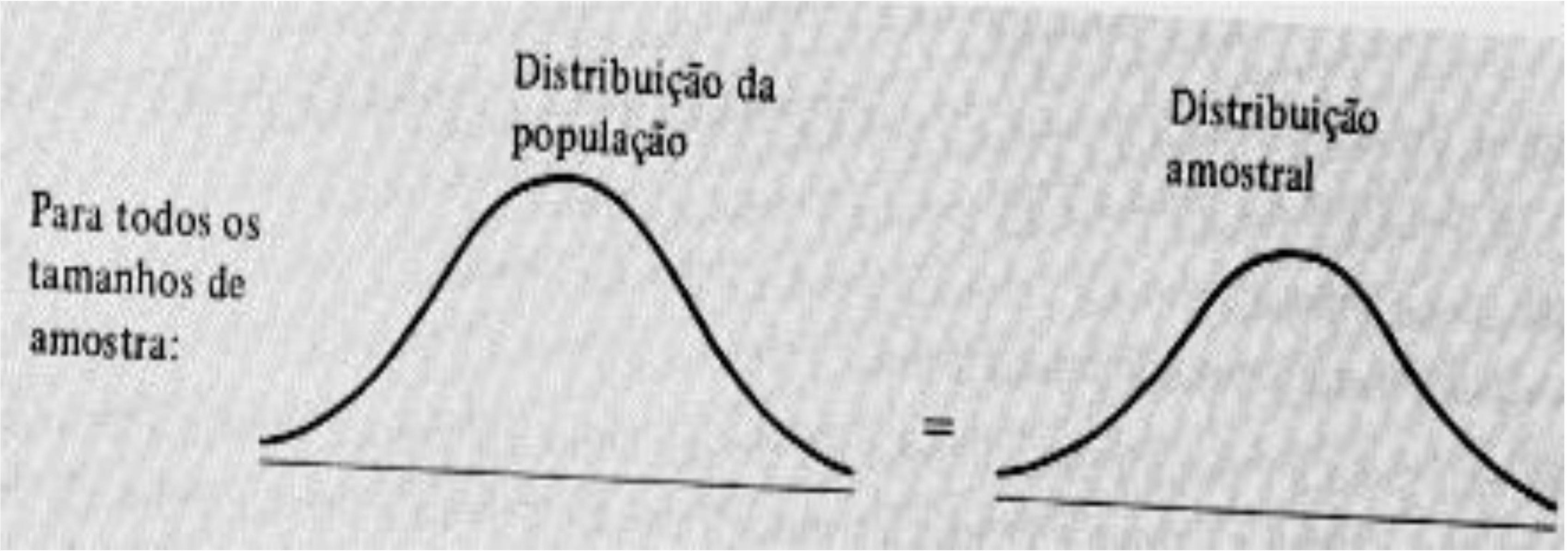
Se a população básica é não normal, a distribuição das médias amostrais será aproximadamente normal para grandes amostras

TEOREMA DO LIMITE CENTRAL

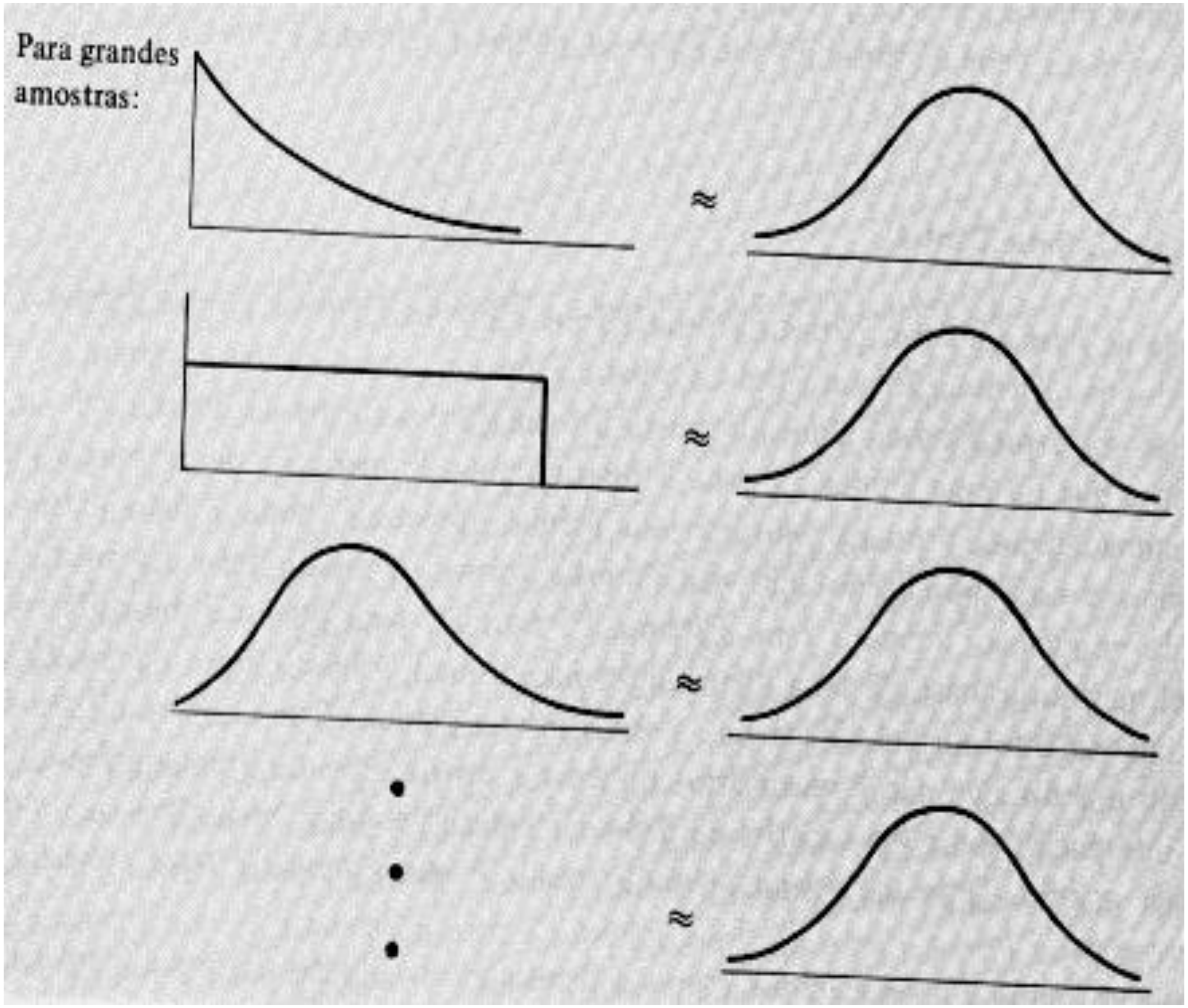


(a) As médias amostrais tendem a grupar-se em torno da média populacional.

TEOREMA DO LIMITE CENTRAL



TEOREMA DO LIMITE CENTRAL



n > 30

Aplicação

Uma população pediátrica muito grande tem média 20 e desvio-padrão 1,4. Extraindo-se uma amostra de 49 crianças, responda:

a) Qual a média da distribuição amostral ?
b) Qual o desvio padrão da distribuição amostral ?
c) Qual a porcentagem de possíveis médias amostrais que diferirão por mais de 0,2 da média da população ?

Aplicação

Uma população pediátrica muito grande tem média 20 e desvio-padrão 1,4.

Extraindo-se uma amostra de 49 crianças, responda:

$X = \mu = 20$

a) Qual a média da distribuição amostral ?
b) Qual o desvio padrão da distribuição amostral ?
c) Qual a porcentagem de possíveis médias amostrais que diferirão por mais de 0,2 da média da população ?

Aplicação

Uma população pediátrica muito grande tem média 20 e desvio-padrão 1,4.

Extraindo-se uma amostra de 49 crianças, responda:

a) Qual a média da distribuição amostral ?
b) Qual o desvio padrão da distribuição amostral ?
c) Qual a porcentagem de possíveis médias amostrais que diferirão por mais de 0,2 da média da população ?

Desvio padrão da distribuição Amostral de Médias

$$\sigma_x = \frac{\sigma_M}{\sqrt{n}}$$

Desvio padrão da distribuição Amostral de Médias

0,2   1,4

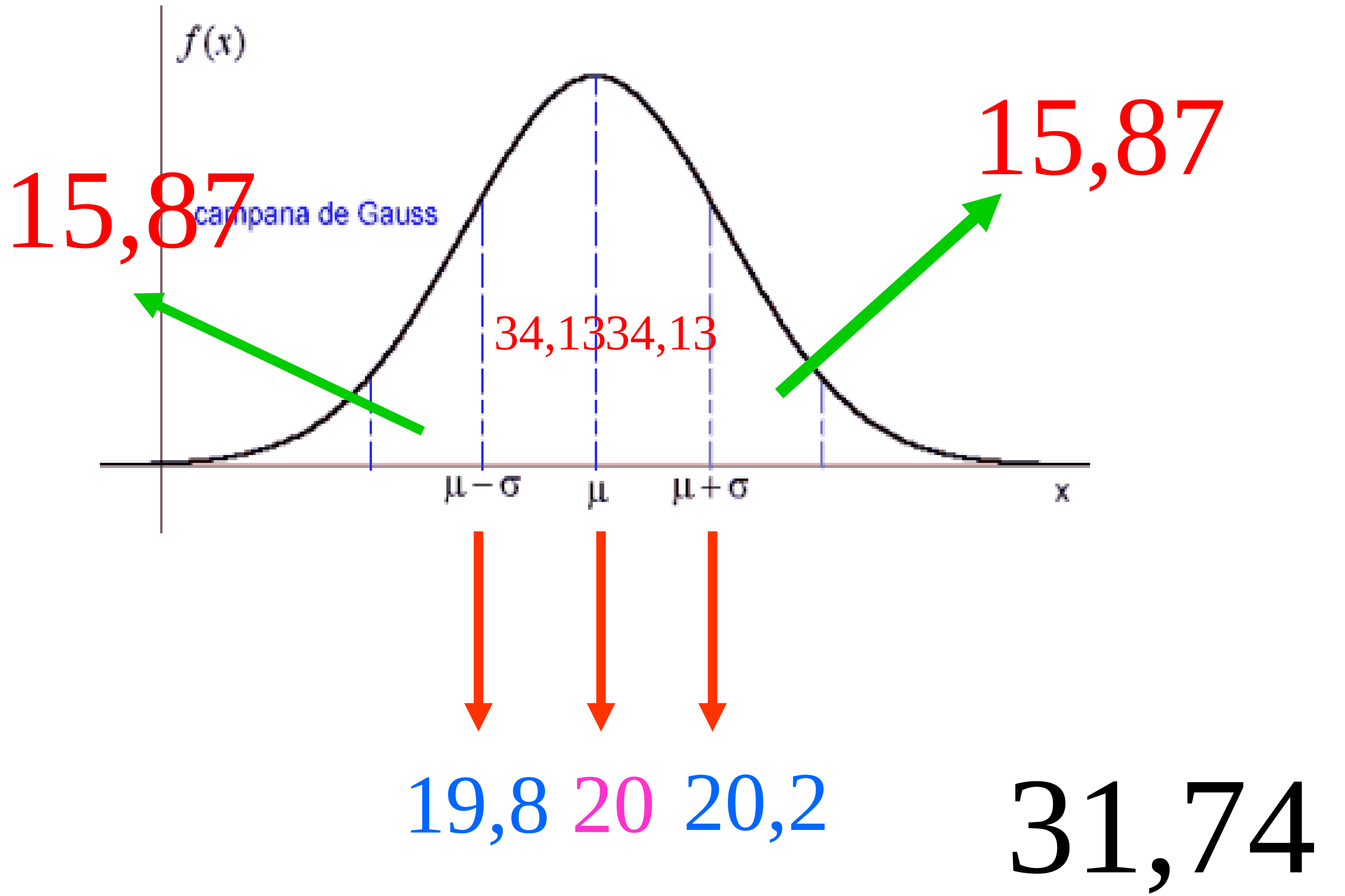
$$\sigma_x = \frac{\sigma_M}{\sqrt{n}}$$

49

Aplicação

Uma população pediátrica muito grande tem média 20 e desvio-padrão 1,4.
Extraindo-se uma amostra de 49 crianças, responda:

a) Qual a média da distribuição amostral ?
b) Qual o desvio padrão da distribuição amostral ?
c) Qual a porcentagem de possíveis médias amostrais que diferirão por mais de 0,2 da média da população ?



f (x)
15,87
campana de Gauss
15,87
34,13
34,13
μ − σ
μ
μ + σ
x
19,8
20
20,2
31,74

Distribuição de Proporções Amostrais

A média (proporção média) de uma distribuição amostral é sempre igual à proporção populacional

$$p_{\text{amostra}} = p_{\text{população}}$$

Desvio padrão da distribuição Amostral de Proporções

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Aplicação

Uma população de adultos apresenta 10% de fumantes. Qual a probabilidade de extrairmos uma amostra de 100 pessoas com 17% ou mais de fumantes ?

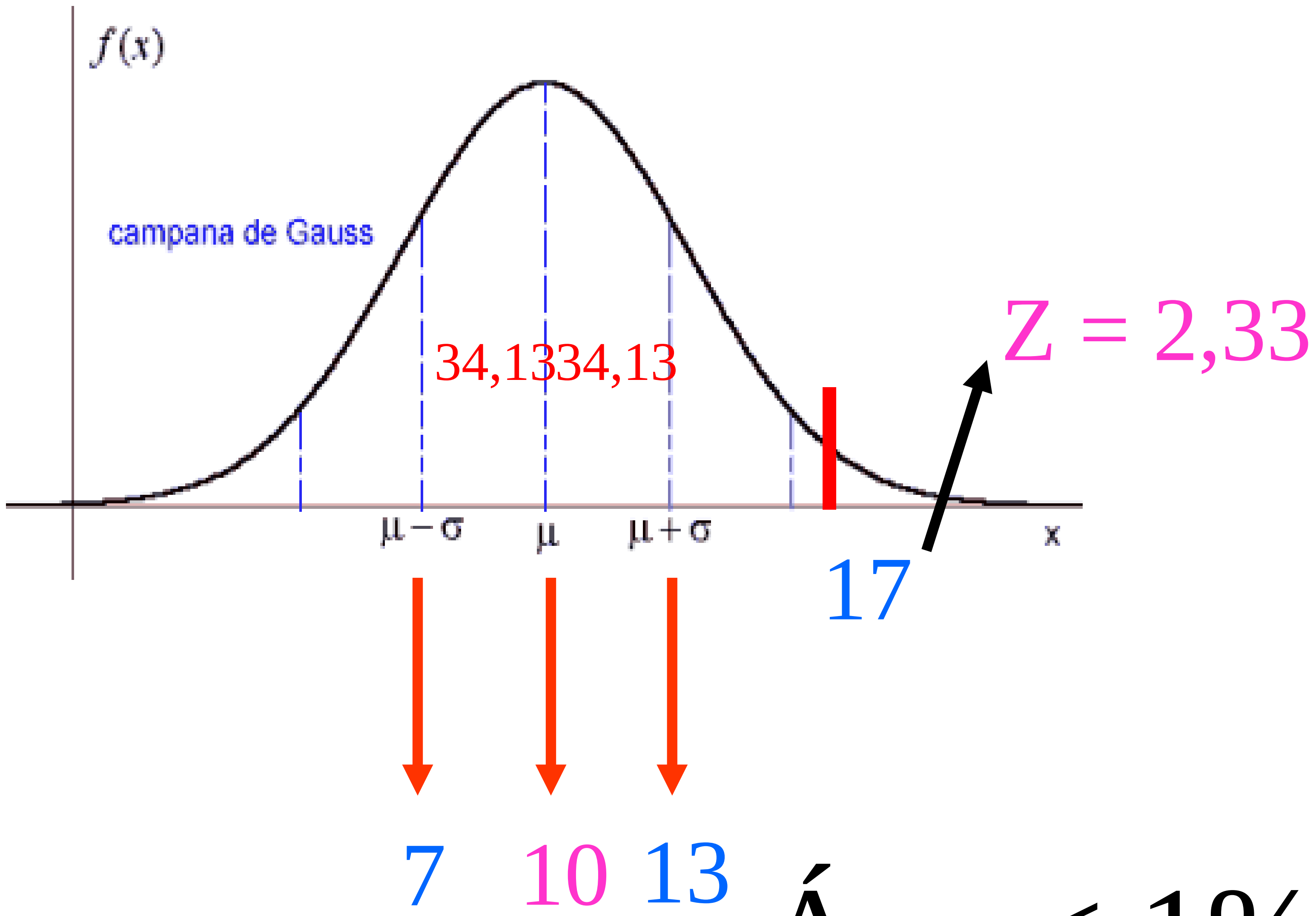
Desvio padrão da distribuição Amostral de Proporções

0,03 = 3%

0,1 1-10

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

100



Área< 1%

Distribuição de Amostral do número de ocorrências

A distribuição amostral do número de ocorrências aproxima-se de uma distribuição normal (p/ $n>20$)

Distribuição de Amostral do número de ocorrências

Distribuição Amostral	Média	Desvio Padrão
Proporções	p	$\sqrt{p(1-p)/n}$
Numero ocorrências	np	$\sqrt{np(1-p)}$

Aplicação

Uma população de adultos apresenta 60% de fumantes. Qual a média e o desvio padrão de uma amostra de 600 pessoas ?

Aplicação

Uma população de adultos apresenta 60% de fumantes. Qual a média e o desvio padrão de uma amostra de 600 pessoas ?

Média = np = 600.60= 360

Desvio padrão $= \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{600.60(0,40)} = \sqrt{144}$

12

Aproximações normais para as distribuições binomiais

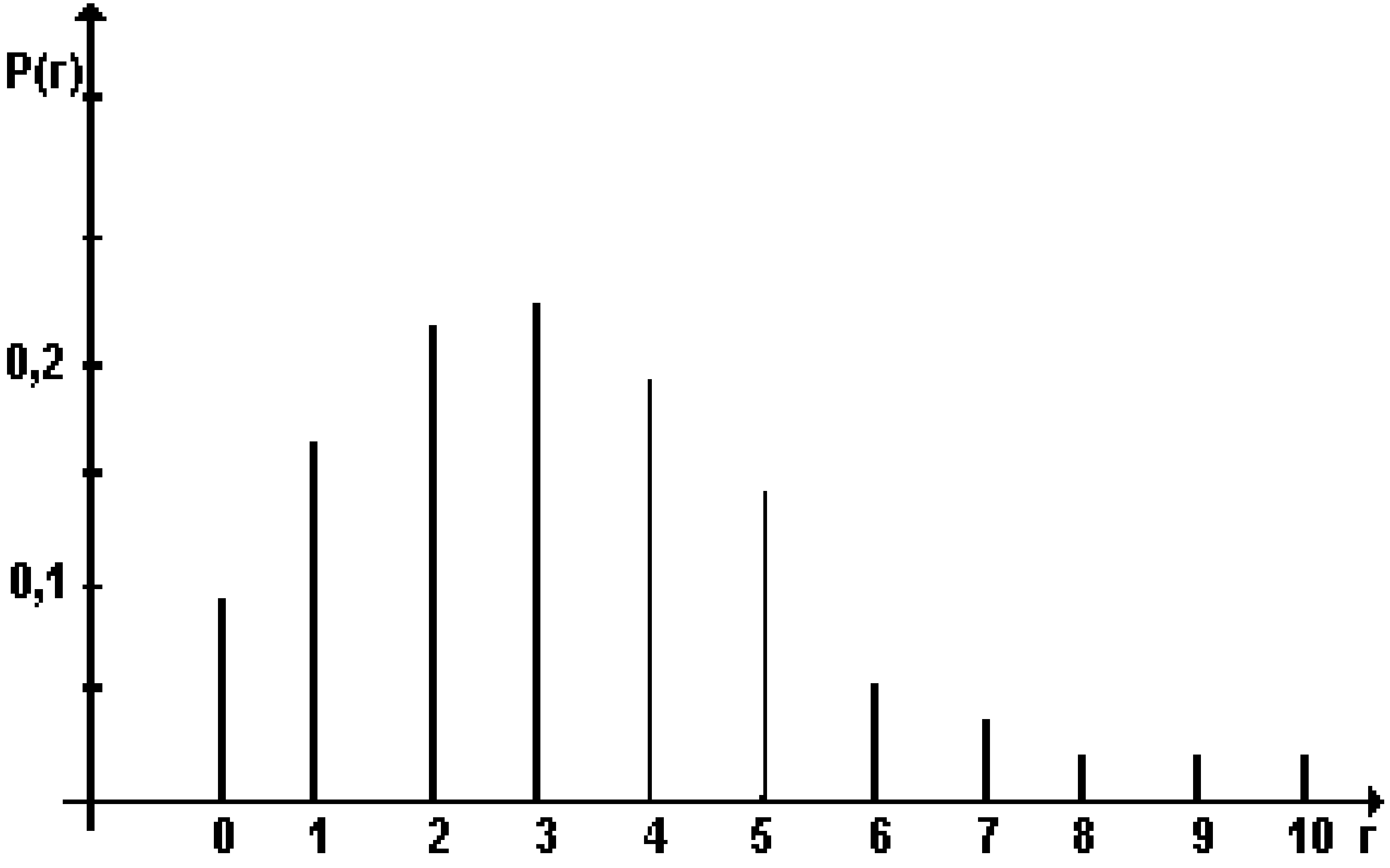
34% dos brasileiros têm sangue tipo A^+. Se 500 brasileiros forem selecionados aleatoriamente, qual é a probabilidade de ao menos 300 terem sangue tipo A^+?

você poderia calcular a probabilidade de exatamente 300, exatamente 301… exatamente 500 brasileiros terem sangue tipo A^+ e depois somar as probabilidades.

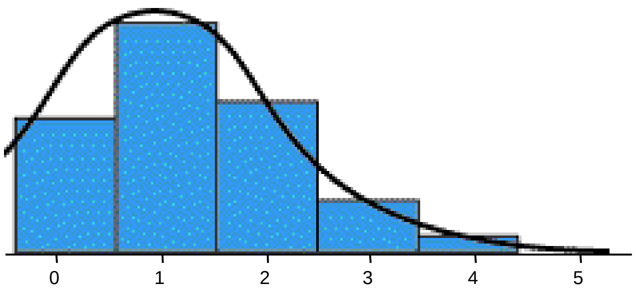
Ou… usar as probabilidades de curva normal para aproximar as probabilidades binomiais.

Se $np \geq 5$ e $nq \geq 5$, a variável aleatória binomial x tem distribuição aproximadamente normal com:

$$\mu = np \quad \text{e} \quad \sigma = \sqrt{npq}$$



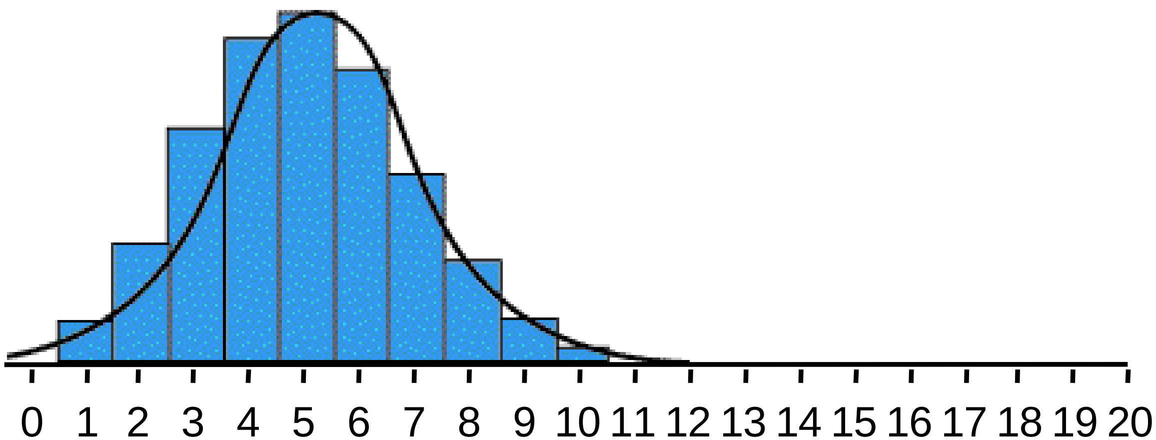
•Distribuição normal como aproximação da binomial



$n = 5$

$p = 0{,}25,\ q = 0{,}75$

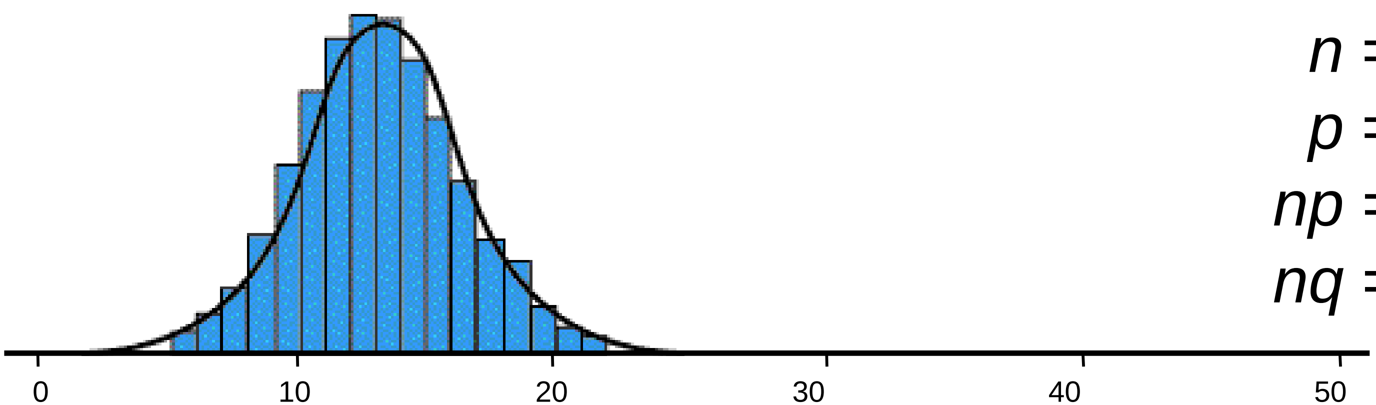
$np = 1{,}25 \quad nq = 3{,}75$



$n = 20$

$p = 0{,}25$

$np = 5 \quad nq = 15$



$n = 50$

$p = 0{,}25$

$np = 12{,}5$

$nq = 37{,}5$