

Solução:

$$PV = \$ 78.000,00$$

$$FV = \$ 110.211,96$$

$$i = 2,5\% \text{ a.m.}$$

$$FV = PV \times (1 + i)^n$$

$$\frac{FV}{PV} = (1 + i)^n$$

$$\frac{110.211,96}{78.000,00} = (1,025)^n$$

$$1,412974 = (1,025)^n$$

Aplicando-se log:

$$\log 1,412974 = \log (1,025)^n$$

$$\log 1,412974 = n \times \log 1,025$$

$$n = \frac{\log 1,412974}{\log 1,025} = \frac{0,150134}{0,010724} = 14 \text{ meses}$$

10. Para uma taxa de juros de 7% ao mês, qual das duas alternativas de pagamento apresenta menor custo para o devedor:

- pagamento integral de \$ 140.000,00 a vista (na data zero);
- \$ 30.000,00 de entrada, \$ 40.000,00 em 60 dias e \$ 104.368,56 em 120 dias.

Solução:

O problema pode ser solucionado calculando-se PV das duas alternativas à taxa de 7% a.m. A alternativa que apresentar o maior valor presente é a que tem o maior custo, isto é:

$$a) PV = \$ 140.000,00$$

$$b) PV = 30.000,00 + \frac{40.000,00}{(1,07)^2} + \frac{104.368,56}{(1,07)^4}$$

$$PV = 30.000,00 + 34.937,55 + 79.622,27 \\ = \$ 144.559,82$$

A alternativa de pagamento b) com maior valor presente, apresenta um custo superior a 7% ao mês, sendo portanto a mais onerosa.

O custo (taxa percentual) da alternativa b) em relação ao pagamento a vista é calculado pelo conceito da taxa interna de retorno. Em verdade, deseja-se saber a taxa de juros que iguala o PV da alternativa b) ao valor do pagamento a vista. Assim:

$$140.000,00 = 30.000,00 + \frac{40.000,00}{(1 + i)^2} + \frac{104.368,56}{(1 + i)^4}$$

$$110.000,00 = \frac{40.000,00}{(1 + i)^2} + \frac{104.368,56}{(1 + i)^4}$$

Com o auxílio de uma calculadora financeira, chega-se a: IRR = 8,3% a.m., que representa o custo mensal efetivo das condições de pagamento expostas em b).

Exercícios propostos

- A taxa de juros de um financiamento está fixada em 3,3% a.m. em determinado momento. Qual o percentual desta taxa acumulada para um ano?
- Capitalizar as seguintes taxas:
 - 2,3% ao mês para um ano;
 - 0,14% ao dia para 23 dias;
 - 7,45% ao trimestre para um ano;
 - 6,75% ao semestre para um ano;
 - 1,87% equivalente a 20 dias para um ano.
- Calcular a taxa equivalente composta a 34% ao ano para os seguintes prazos:
 - 1 mês;
 - 1 quadrimestre;
 - 1 semestre;
 - 5 meses;
 - 10 meses.
- Se um investidor deseja ganhar 18% ao ano de taxa efetiva, pede-se calcular a taxa de juro que deverá exigir de uma aplicação se o prazo de capitalização for igual a:
 - 1 mês;
 - 1 trimestre;
 - 7 meses.
- Admita-se que um banco esteja pagando 16,5% ao ano de juros na colocação de um título de sua emissão. Apurar a taxa efetiva (equivalente) para os seguintes prazos:
 - 1 mês;
 - 9 meses;
 - 37 dias;
 - 100 dias.

6. Calcular a taxa equivalente mensal das seguintes taxas:
 - a) 2,9% para 26 dias;
 - b) 3,55% para 34 dias.
7. Com relação a formação das taxas de juros, pede-se:
 - a) em 77 dias uma aplicação rendeu 8,3% de juros. Apurar as taxas mensal e anual equivalentes;
 - b) um banco cobra atualmente 18,6% ao ano de juros. Para uma operação de 136 dias, determinar a taxa efetiva (equivalente) que será cobrada;
 - c) uma empresa está cobrando juros de 3% para vendas a prazo de 28 dias corridos. Determinar a taxa efetiva mensal e anual da venda a prazo;
 - d) determinar a taxa equivalente para 44 dias de 109,3% ao ano.
8. Um financiamento está sendo negociado a uma taxa nominal (linear) de 72% ao ano. Determinar o custo efetivo anual desta operação, admitindo que os juros sejam capitalizados:
 - a) mensalmente;
 - b) trimestralmente;
 - c) semestralmente.
9. a) Um título está pagando uma taxa efetiva de 2,85% ao mês. Para um mês de 30 dias, transformar esta remuneração em taxa nominal (linear).
 - b) Para cada taxa nominal apresentada a seguir, pede-se calcular a taxa efetiva anual:
 - 9% a.a. capitalizados mensalmente;
 - 14% a.a. capitalizados trimestralmente;
 - 15% a.a. capitalizados semestralmente;
 - 12% a.a. capitalizados anualmente.
10. Determinar o montante de uma aplicação de \$ 22.000,00 admitindo os seguintes prazos e taxas:
 - a) $i = 2,2\%$ a.m.; $n = 7$ meses
 - b) $i = 5\%$ a.m.; $n = 2$ anos
 - c) $i = 12\%$ a.t.; $n = 1$ ano e meio
 - d) $i = 20\%$ a.s.; $n = 4$ anos
 - e) $i = 0,15\%$ ao dia; $n = 47$ dias
 - f) $i = 9\%$ a.a.; $n = 216$ meses
11. Calcular o juro de uma aplicação de \$ 300.000,00 nas seguintes condições de prazo e taxa:
 - a) $i = 2,5\%$ a.m.; $n = 1$ semestre
 - b) $i = 3,3\%$ a.m.; $n = 1$ ano e 3 meses
 - c) $i = 6\%$ a.s.; $n = 72$ meses
 - d) $i = 10\%$ a.a.; $n = 120$ meses
 - e) $i = 25\%$ a.q.; $n = 4$ anos
12. Um banco lança um título pagando 6% a.t. Se uma pessoa necessitar de \$ 58.000,00 daqui a 3 anos, quanto deverá aplicar neste título?
13. Sendo a taxa corrente de juros de 10% a.q. (ao quadrimestre), quanto deve ser aplicado hoje para se resgatar \$ 38.500,00 daqui a 28 meses?
14. Calcular a taxa mensal de juros de uma aplicação de \$ 68.700,00 que produz um montante de \$ 82.084,90 ao final de 8 meses.
15. Um banco publica em suas agências o seguinte anúncio: “aplique \$ 1.000,00 hoje e receba \$ 1.180,00 ao final de 6 meses”. Determinar a efetiva taxa mensal, semestral e anual de juros oferecida por esta aplicação.
16. Uma loja está oferecendo uma mercadoria no valor de \$ 900,00 com desconto de 12% para pagamento a vista. Outra opção de compra é pagar os \$ 900,00 após 30 dias sem desconto. Calcular o custo efetivo mensal da venda a prazo.
17. Os rendimentos de uma aplicação de \$ 12.800,00 somaram \$ 7.433,12 ao final de 36 meses. Determinar a taxa efetiva mensal de juros desta aplicação.
18. Determinar as taxas mensal e anual equivalentes de juros de um capital de \$ 67.000,00 que produz um montante de \$ 171.929,17 ao final de 17 meses.
19. Determinar a taxa mensal de juros de uma aplicação de \$ 22.960,00 que produz um montante de \$ 28.822,30 ao final de 10 meses.
20. Uma empresa tem observado um crescimento exponencial médio de 10% ao ano na demanda física de seus produtos. Mantida esta tendência ao longo do tempo, determine em quantos anos dobrará a demanda.
21. Uma empresa observa que seu faturamento está crescendo a uma taxa geométrica de 4% ao semestre nos últimos anos. Mantida esta tendência, calcular em quantos anos o faturamento irá:

- a) duplicar;
b) triplicar.
22. Determinar a taxa mensal de juros compostos que faz com que um capital triplique de valor após três anos e meio.
23. Uma taxa efetiva de juros com capitalização quadrimestral é aplicada a um capital gerando um total de juros, ao final de 2 anos, igual a 270% do valor do capital aplicado. Determinar o valor desta taxa de juros.
24. Uma empresa contrata um empréstimo de 48.700,00 e prazo de vencimento de 30 meses. Sendo a taxa de juro anual de 19,5% pede-se calcular o montante a pagar utilizando as convenções linear e exponencial.
25. Quanto um investidor pagaria hoje por um título de valor nominal (valor de resgate) de \$ 13.450,00 com vencimento para daqui a um semestre? Sabe-se que este investidor está disposto a realizar a aplicação somente se auferir uma rentabilidade efetiva de 20% a.a.
26. Admita que uma pessoa irá necessitar de \$ 33.000,00 em 11 meses e \$ 47.000,00 em 14 meses. Quanto deverá ela depositar hoje numa alternativa de investimento que oferece uma taxa efetiva de rentabilidade de 17% a.a.?
27. Para um poupador que deseja ganhar 2,5% ao mês, o que é mais interessante: a) receber \$ 18.500,00 de hoje a 4 meses ou; b) \$ 25.500,00 de hoje a 12 meses?
28. Uma pessoa deve \$ 2.500,00 vencíveis no fim de 4 meses e \$ 8.500,00 de hoje a 8 meses. Que valor deve esta pessoa depositar numa conta de poupança, que remunera à taxa de 2,77% ao mês, de forma que possa efetuar os saques necessários para pagar seus compromissos?
- Admita em sua resposta que após a última retirada para liquidação da dívida: a) não permanece saldo final e; b) permanece um saldo igual a \$ 4.000,00 na conta de poupança.
29. Um investidor efetuou no passado uma aplicação num título cujo vencimento se dará daqui a 4 meses, sendo seu montante de \$ 36.670,00. O banco procura o aplicador e oferece trocar este título por outro vencível daqui a 9 meses, apresentando valor de resgate de \$ 41.400,00. Sendo de 2,1% ao mês a taxa corrente de juros de mercado, é interessante para o investidor a troca de títulos.
- Qual a rentabilidade da nova aplicação proposta pelo banco?
30. João tem as seguintes obrigações financeiras com Pedro:
- dívida de \$ 18.200,00 vencível no fim de um mês;
 - dívida de \$ 23.300,00 vencível no fim de 5 meses;
 - dívida de \$ 30.000,00 vencível no fim de 10 meses.
- Prevendo dificuldades no pagamento desses compromissos, João propõe substituir este plano original por dois pagamentos iguais, vencendo o primeiro de hoje a 12 meses e o segundo no fim de 15 meses. Determinar o valor desses pagamentos para uma taxa de juros de 2,8% a.m.
31. Uma empresa levanta um empréstimo de \$ 25.000,00 a ser pago em 3 prestações crescentes em PA de razão igual ao primeiro termo. O primeiro pagamento deve ser efetuado no fim de 3 meses, o segundo no fim de 4 meses e o terceiro no fim de um ano.
- Para uma taxa de juros de 3,5% a.m., apurar o valor desses pagamentos.
32. Uma empresa tem o seguinte conjunto de dívidas com um banco:
- \$ 39.000,00 vencível de hoje a 3 meses;
 - \$ 55.000,00 vencível do hoje a 6 meses;
 - \$ 74.000,00 vencível de hoje a 8 meses.
- Toda a dívida poderia ser quitada em um único pagamento de \$ 192.387,07. Para uma taxa de juro nominal de 28,08% ao ano capitalizada mensalmente, determinar em que momento deveria ser efetuado esse pagamento para que seja equivalente com o conjunto atual da dívida.
33. Uma pessoa deve a outra a importância de \$ 12.400,00. Para a liquidação da dívida, propõe os seguintes pagamentos: \$ 3.500,00 ao final de 2 meses; \$ 4.000,00 ao final de 5 meses; \$ 1.700,00 ao final de 7 meses e o restante em um ano. Sendo de 3% ao mês a taxa efetiva de juros cobrada no empréstimo, pede-se calcular o valor do último pagamento.
34. Uma dívida apresenta as seguintes condições de pagamento: \$ 6.200,00 vencíveis em certa data e \$ 9.600,00 vencíveis 4 meses após. O devedor propõe uma renegociação da dívida nas se-

- guintes condições: \$ 3.000,00 após 3 meses do vencimento do primeiro pagamento original; \$ 4.500,00 daí a 3 meses e o restante 5 meses depois deste último pagamento. Para uma taxa efetiva de juros de 2,9% a.m., calcular o saldo a pagar.
35. Determinada mercadoria foi adquirida em 4 pagamentos bimestrais de \$ 1.460,00 cada um. Alternativamente, esta mesma mercadoria poderia ser adquirida pagando-se 20% de seu valor como entrada e o restante ao final de 5 meses. Sendo de 30,60% a.a. a taxa nominal de juros com capitalização mensal a ser considerada nesta operação, pede-se determinar o valor da prestação vencível ao final de 5 meses.
36. Uma dívida tem o seguinte esquema de pagamento: \$ 3.900,00 vencíveis em 3 meses a partir de hoje e \$ 11.700,00 de hoje a 5 meses. O devedor propõe ao credor refinanciar esta dívida mediante 5 pagamentos bimestrais, iguais e sucessivos, vencendo o primeiro de hoje a um mês. Sendo de 2,1% ao mês a taxa de juros da dívida original e de 3,0% ao mês a taxa a ser considerada no refinanciamento, pede-se determinar o valor de cada pagamento bimestral.
37. Sabe-se que a taxa nominal de uma aplicação financeira é de 12% a.a., capitalizados mensalmente. Pede-se determinar:
- quanto valerá uma aplicação de \$ 10.000,00 depois de 5 meses;
 - taxa efetiva anual da aplicação financeira;
 - taxa efetiva mensal da aplicação financeira.
38. Um investidor aplicou \$ 240.000,00 em fundo de investimento, apurando as seguintes taxas efetivas mensais de retorno:
- Mês 1: 0,9376%
- Mês 2: 0,9399%
- Mês 3: 0,8283%
- Mês 4: 0,8950%
- Pede-se calcular:
- montante do investimento ao final do mês 4;
 - taxa de retorno acumulada do período;
 - taxa média equivalente mensal.
39. Uma pessoa levanta um empréstimo de \$ 60.000,00 pagando uma taxa de juro de 1,2% a.m. Pede-se:
- se o empréstimo prever um pagamento de \$ 25.000,00 ao final de 3 meses, \$ 15.000,00 ao final de 4 meses, e uma parcela ao final de 6 meses, calcular o valor deste último pagamento;
 - calcular o valor de cada pagamento admitindo que o empréstimo seja liquidado em 3 parcelas iguais, vencíveis, respectivamente, em 2, 4 e 6 meses.
40. Um banco concede um empréstimo de \$ 120.000 para uma empresa para ser pago em 4 prestações ao final dos meses 3, 5, 6 e 8. As três primeiras prestações têm o mesmo valor, porém o último pagamento, previsto para o final do mês 8, é igual ao dobro das parcelas anteriores. A taxa de juro cobrada pelo banco é de 1,5% a.m. Calcular o valor de cada um dos pagamentos.
41. O aplicador A possui o dobro do capital de B. O capital somado de A e B totaliza \$ 42.000,00. Os dois aplicadores decidiram investir seus capitais por três meses da forma seguinte:
- 20% em caderneta de poupança com rendimento nominal de 0,94% a.m.;
 - 30% em título de renda fixa com rendimento nominal de 11,25% a.a.;
 - 50% em um fundo de investimento (renda fixa) com rendimento nominal de 10,75% a.a.
- Pede-se calcular o montante (principal e juros) de cada aplicador, em cada alternativa de investimento, ao final do trimestre.

Respostas

- 47,64% a.a.
- 31,37% a.a.
 - 3,27% p/23 dias
 - 33,30% a.a.
 - 13,96% a.a.
 - 39,58% a.a.
- 2,47% a.m.
 - 10,25% a.q.
 - 15,76% a.s.
 - 12,97% p/5 meses
 - 27,62% p/10 meses
- 1,39% a.m.
 - 4,22% a.t.

- c) 10,14% p/7 meses
5. a) 1,28% a.m.
b) 12,14% p/9 meses
c) 1,58% p/37 dias
d) 4,33% p/100 dias
6. a) 3,35% a.m.
b) 3,13% a.m.
7. a) 3,16% a.m.
45,18% a.a.
b) 6,66% p/136 dias
c) 3,22% a.m.
46,23% a.a.
d) 9,45% p/44 dias
8. a) 101,22% a.a.
b) 93,88% a.a.
c) 84,96% a.a.
9. a) 2,81% a.m. (taxa nominal)
b) Taxa Efetiva Anual:
• $i = 9,38\%$
• $i = 14,75\%$
• $i = 15,56\%$
• $i = 12,0\%$
10. a) $FV = \$ 25.619,99$
b) $FV = \$ 70.952,20$
c) $FV = \$ 43.424,10$
d) $FV = \$ 94.595,97$
e) $FV = \$ 23.605,73$
f) $FV = \$ 103.776,65$
11. a) $J = \$ 47.908,03$
b) $J = \$ 188.231,82$
c) $J = \$ 303.658,94$
d) $J = \$ 478.122,74$
e) $J = \$ 4.065.574,57$
12. $PV = \$ 28.824,22$
13. $PV = \$ 19.756,59$
14. $i = 2,25\%$ a.m.
15. $i = 2,80\%$ a.m.
 $i = 18,0\%$ a.s.
 $i = 39,24\%$ a.a.
16. $i = 13,64\%$ a.m.
17. $i = 1,28\%$ a.m.
18. $i = 5,7\%$ a.m.
 $i = 94,50\%$ a.a.
19. $i = 2,3\%$ a.m.
20. 7,27 anos
21. a) 17,67 semestres
b) 28,01 semestres
22. $i = 2,65\%$ a.m.
23. $i = 24,37\%$ a.q.
 $i = 92,35\%$ a.a.
24. FV (Linear) = \$ 76.325,44
 FV (Exponencial) = \$ 76.023,65
25. $PV = \$ 12.278,11$
26. $PV = \$ 67.710,00$
27. Receber \$ 25.500,00 ao final de um ano (maior PV).
28. a) $PV = \$ 9.072,23$
b) $PV = \$ 12.286,84$
29. $i = 2,46\%$ a.m.
A troca do título foi interessante.
30. Valor de cada pagamento = \$ 44.068,10
31. 1º Pagamento = \$ 5.399,36
2º Pagamento = \$ 10.798,72
3º Pagamento = \$ 16.198,08
32. 12º mês
33. \$ 6.085,47
34. \$ 11.255,47
35. \$ 4.679,41
36. \$ 3.283,06
37. a) \$ 10.510,10
b) $i = 12,68\%$ a.a.
c) $i = 1\%$ a.m.
38. a) \$ 248.759,21
b) $i = 3,65\%$ ao período
c) $i = 0,90\%$ a.m.
39. a) \$ 23.178,69
b) \$ 20.973,44
40. $P_3 = P_5 = P_6 = \$ 26.232,14$
 $P_8 = \$ 52.464,28$
- 41.
- | | Aplicador A | Aplicador B |
|-----------------------|--------------|-------------|
| Caderneta de poupança | \$ 5.759,41 | \$ 2.879,70 |
| Título de renda fixa | \$ 8.626,89 | \$ 4.313,45 |
| Fundo de investimento | \$ 14.361,97 | \$ 7.180,98 |