

Tópico:

Análise Discriminante (No SPSS e no Minitab)

Bibliografia:

- R.A. **Johnson**, Applied Multivariate Statistical Analysis, Prentice Hall, 1992
- L.J. **Corrar**; E. **Paulo**; J.M. **Dias Filho**, Analise multivariada ..., Atlas, 2007
- L.P. **Favero**; et al, Análise de dados - modelagem multivariada ..., Campus, 2009.

A análise de funções discriminantes: utilizada para determinar quais variáveis discriminam entre dois ou mais grupos que ocorre naturalmente.

Exemplos:

Clientes de uma empresa:

- Análise de Discriminantes: Como selecionar variáveis que melhor discriminam clientes que permanecem e clientes que abandonam os serviços da empresa?
- Construção de regras de classificação: Conhecidos os valores das variáveis de um novo cliente, classificá-lo no grupo dos que abandonam ou no grupo dos que permanecem na empresa.

Clientes de um banco:

- Análise de Discriminantes: Como selecionar variáveis que melhor discriminam clientes que pagam e clientes que não pagam seus débitos?
- Construção de regras de classificação: Conhecidos os valores das variáveis de um novo cliente, classificá-lo no grupo dos que pagam ou no grupo dos que não pagam.

Análise Discriminante no SPSS

Foi realizada uma análise de agrupamento em 21 empresas considerando-se as variáveis vendas (**ven**), rentabilidade (**ren**), liquidez_geral (**liq**) e endividamento (**end**). Utilizou-se o método de Ward e a distância Euclidiana.

A análise indicou que seria interessante considerar 3 grupos.

Vamos realizar uma análise discriminante para os 3 grupos obtidos.

*exemplo_discriminante_SPSS.sav [DataSet1] - PASW Statistics Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Direct Marketing Graphs Utilities Add-ons Window Help

Visible: 6 of 6 Variables

	Empresa	ven	ren	liq	end	grupo
1	TELEMAR	7696136	7,8	,4218	55,98	1
2	TELEFONICA	7256514	14,1	,6093	38,13	1
3	CBB/AMBEV	7055807	10,6	,6162	66,06	1
4	IPIRANGA	6405875	16,6	1,2257	51,26	2
5	VALE DO RIO DOCE	5543249	17,5	,3515	32,15	1
6	BUNGE	5403555	18,9	,8971	71,65	2
7	CARGILL	5095290	21,0	,7832	86,56	2
8	BRASIL TELECOM	4951187	5,6	,6144	57,64	1
9	GRUPO PÃO DE AÇÚCAR	4361683	6,3	,7355	53,57	1
10	CSN	3993615	25,7	,4115	68,30	3
11	ELETROPAULO METROPOLITANA	3943479	13,4	,5782	70,79	3
12	EMBRAER	3681026	17,5	1,2055	66,26	2
13	CEMIG	3642252	16,9	,7651	54,79	2
14	USIMINAS	3466890	36,0	,8625	46,00	2
15	SOUZA CRUZ	2877280	25,6	,9593	50,37	2
16	COPEL	2808485	17,8	,6920	45,64	2
17	CORREIOS	2771797	15,0	1,0011	54,40	2
18	SADIA	2710150	15,0	,9791	63,99	2
19	REFAP	2675925	15,4	,4027	67,32	3
20	COSIPA	2590105	47,9	,4671	68,08	3
21	BUNGE FERTILIZANTES	2523068	22,6	,9301	63,97	2

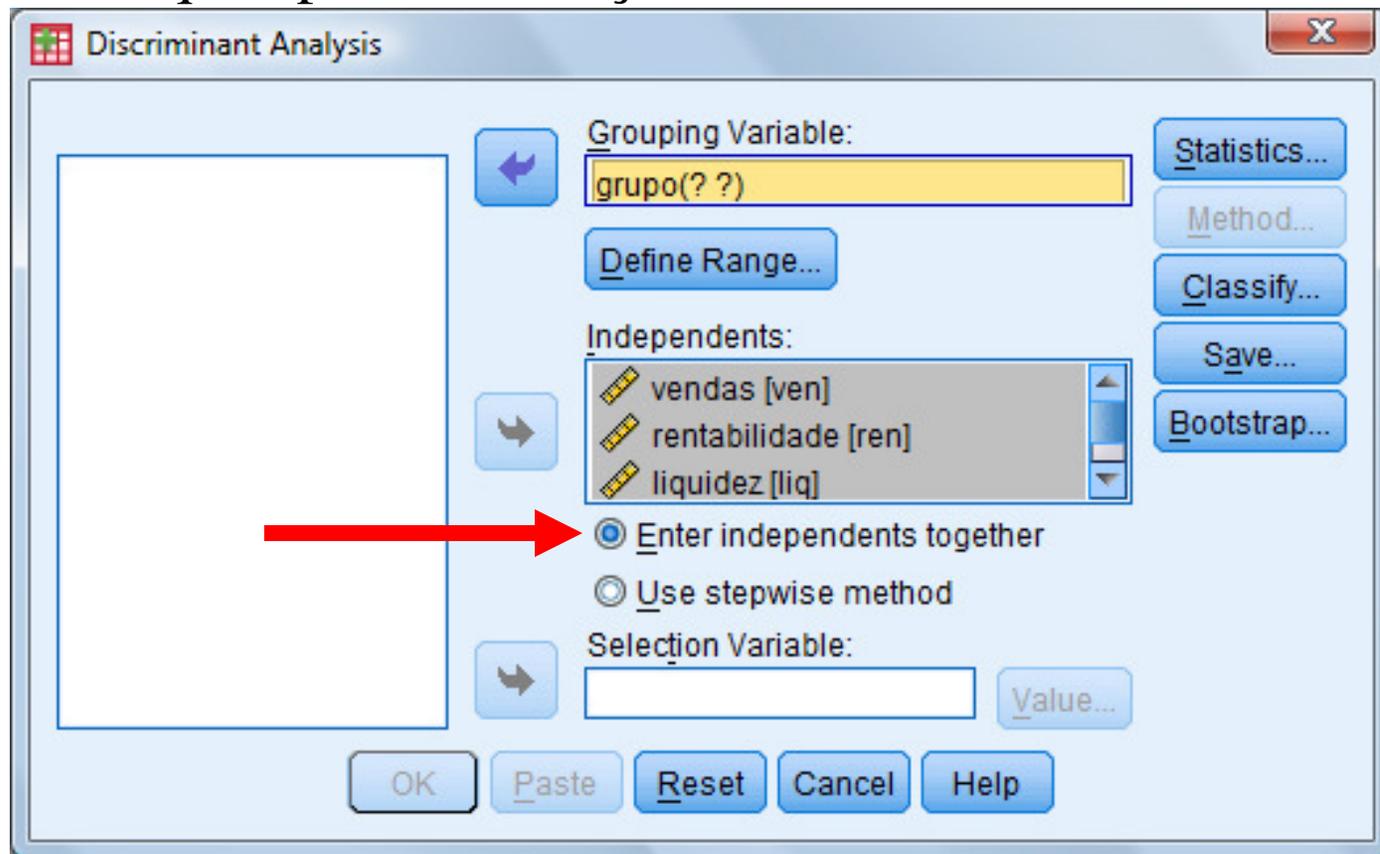
Analyze ► Classify ► Discriminant ...

The screenshot shows the SPSS Statistics Data Editor interface. The 'Analyze' menu is open, and the 'Classify' option is selected, which has opened a sub-menu. In this sub-menu, the 'Discriminant...' option is highlighted. Three red arrows indicate the navigation path: one from the 'Analyze' menu, one from 'Classify', and one from 'Discriminant...'. The background shows a data table with columns 'ren', 'liq', 'end', and 'grupo'.

	ren	liq	end	grupo
1	7,8	,4218	55,98	1
2	14,1	,6093	38,13	1
3	10,6	,6162	66,06	1
4	16,6	1,2257	51,26	2
5	17,5	,3515	32,15	1
6	18,9	,8971	71,65	2
7	21,0	,7832	86,56	2
8	5,6	6,111	57,64	1
9			53,57	1
10			68,30	3
11			70,79	3
12			66,26	2
13			54,79	2
14			46,00	2
15			50,37	2
16	17,8	,6920	45,64	2
17	15,0	1,0011	54,40	2
18	15,0	,9791	63,99	2
19	15,4	,4027	67,32	3
20	47,9	,4671	68,08	3
21	22,6	,9301	63,97	2

Enter independents together (vamos usar este) : considera todas as variáveis selecionadas

Stepwise: faz o processo mantendo as variáveis que mais contribuem. Só neste caso é que aparece a função **Method**.

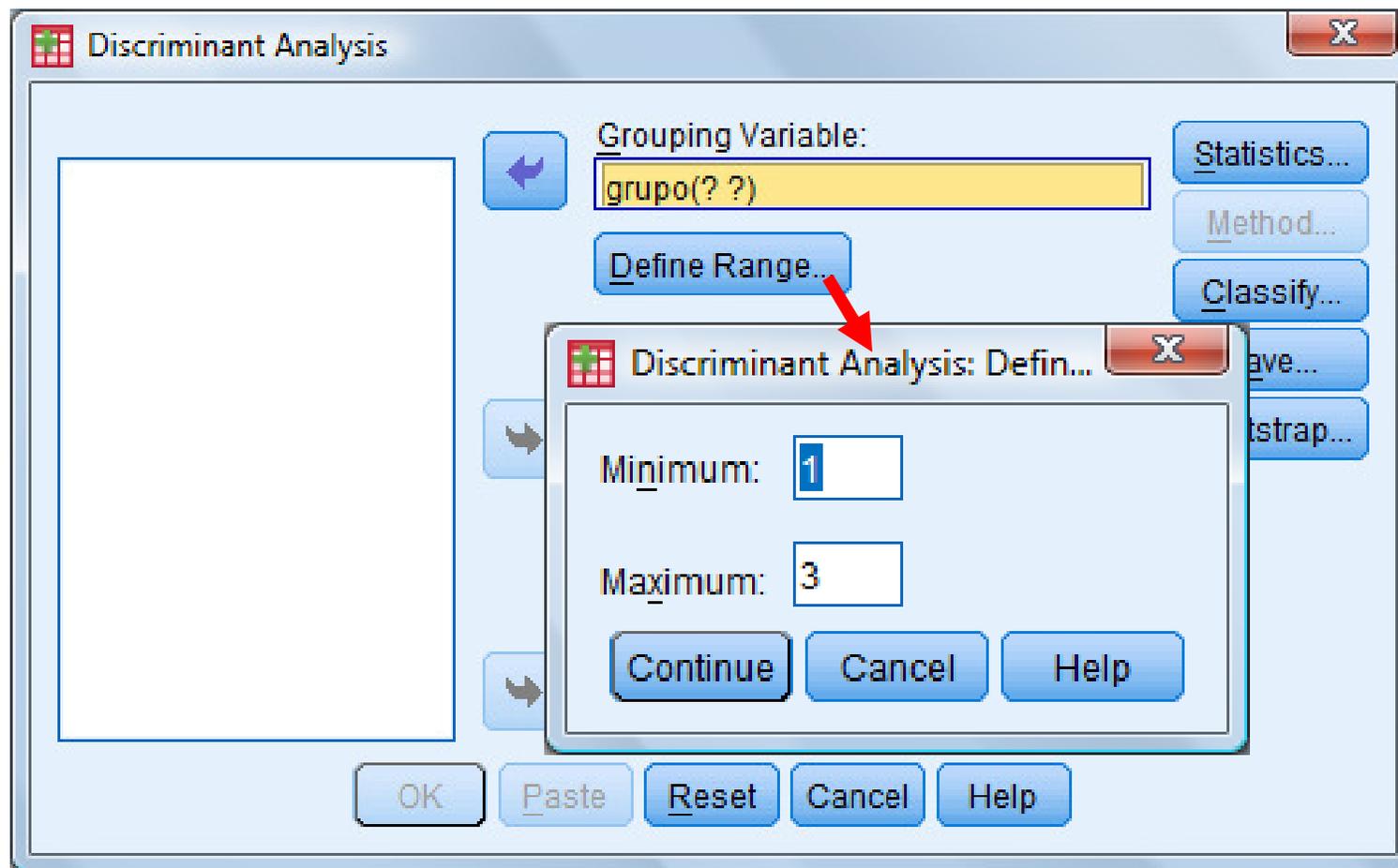


Selecione as variáveis independentes (**Independents**)

Selecione a variável de agrupamento (**Grouping Variable**)

Para a variável de agrupamento (**Grouping Variable**) é necessário definir o intervalo (**Define Range**). No nosso caso a variável grupo tem valores 1, 2 e 3.

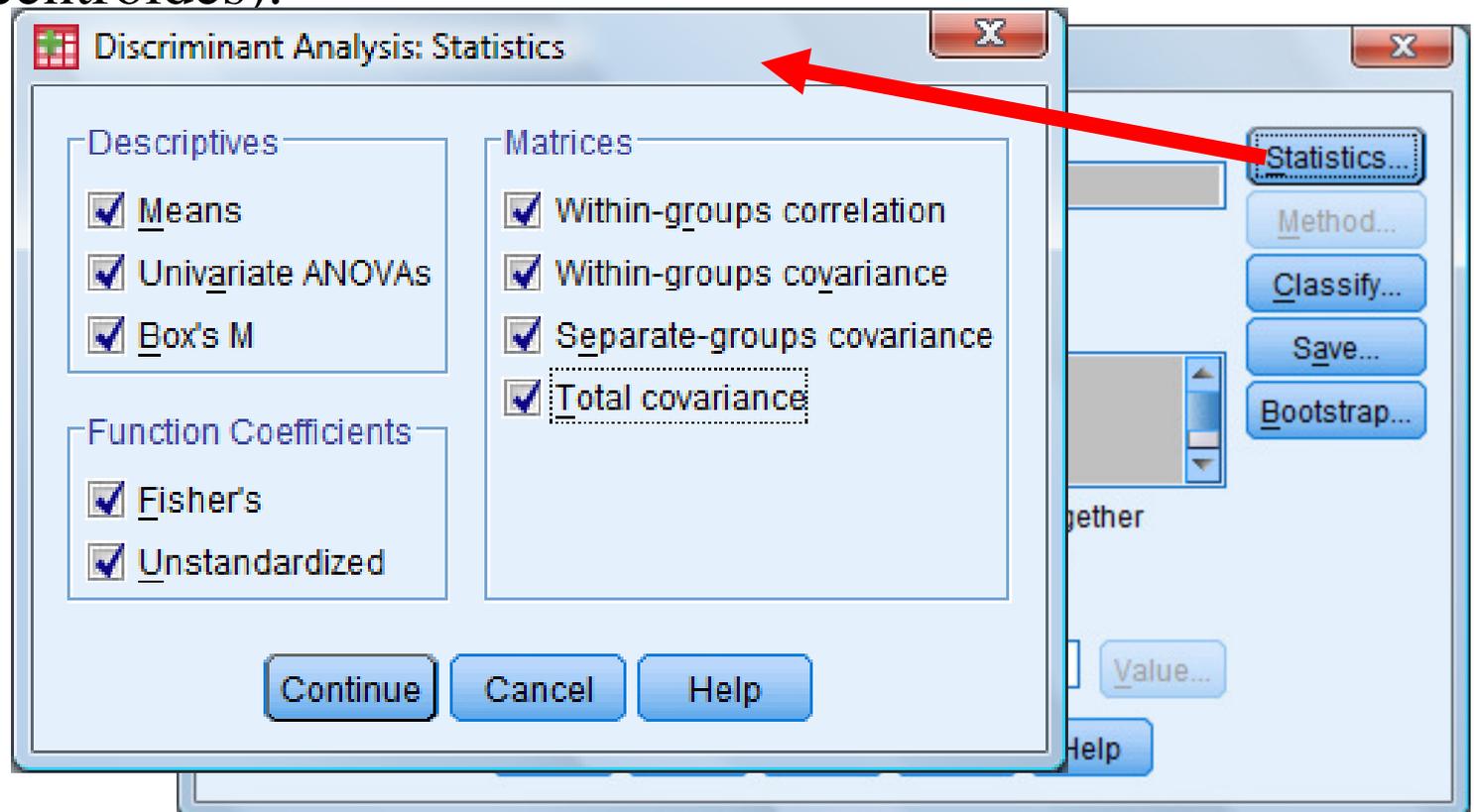
Define Range ► Minimum e Maximum ► Continue



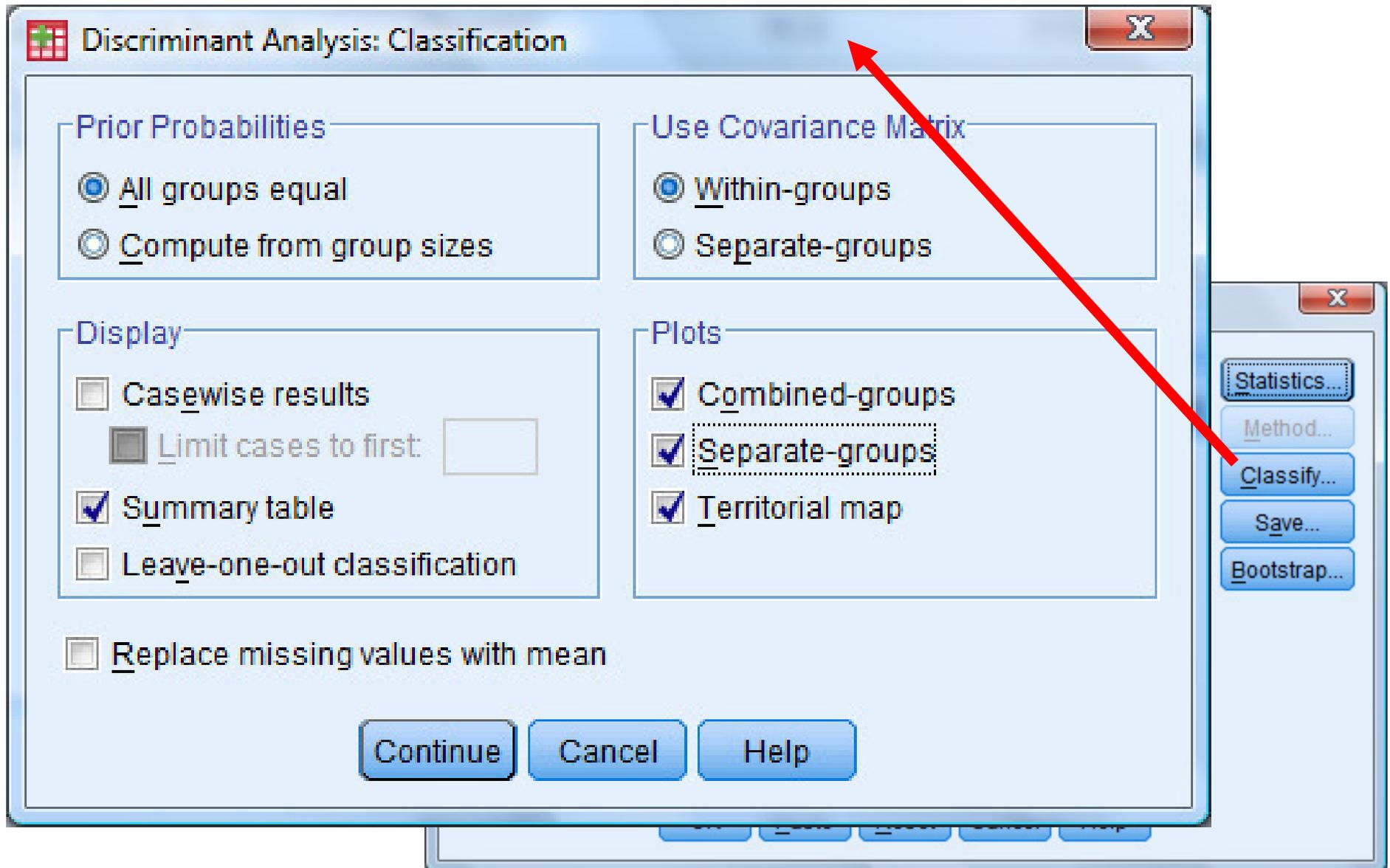
Statistics ► **Selecione todos** ► continue

Fisher: mostra os coeficientes das funções score discriminantes de cada grupo, no nosso exemplo são 3 funções. Embora seja usado o nome **Fisher**, não são as funções discriminante de Fisher, que para nosso exemplo são duas.

Unstandardized (não padronizado): mostra os coeficientes das funções discriminantes de Fisher com a origem localizada na grande média (centróide dos centróides).



Classify ► All groups equal, Summary table, Combined groups, Separate-groups, Territorial map ► Continue



Prior probabilities: (probabilidades a priori): probabilidade de um objeto ser alocado para um dado grupo.

- **All groups equal:** igual probabilidade para todos os grupos,

$$p_1 = p_2 = \dots = p_g = 1/g$$

Compute from size groups: probabilidades a priori obtida do tamanho dos grupos: $p_1 = n_1/(n_1+n_2+\dots+n_g)$, $p_2 = n_2/(n_1+n_2+\dots+n_g)$, ..., $p_g = n_g/(n_1+n_2+\dots+n_g)$.

Use covariance Matrix:

Within groups: usa a matriz de covariância agrupada **Sp**

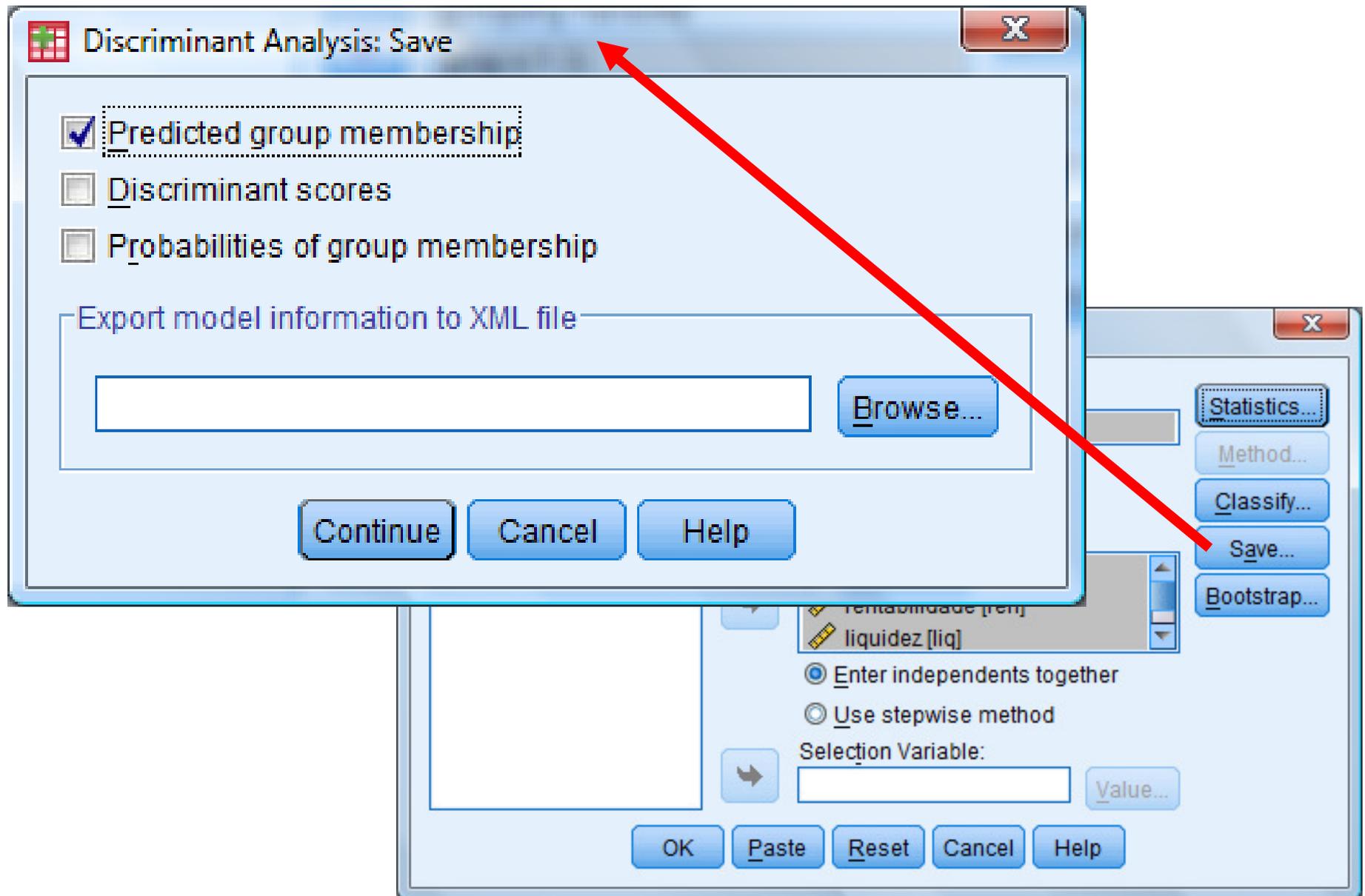
Plots:

Combined groups: diagrama de dispersão de todos os grupos com funções Fisher não padronizadas como eixos.

Separate groups: diagrama de dispersão de cada grupo com funções de Fisher não padronizadas como eixo.

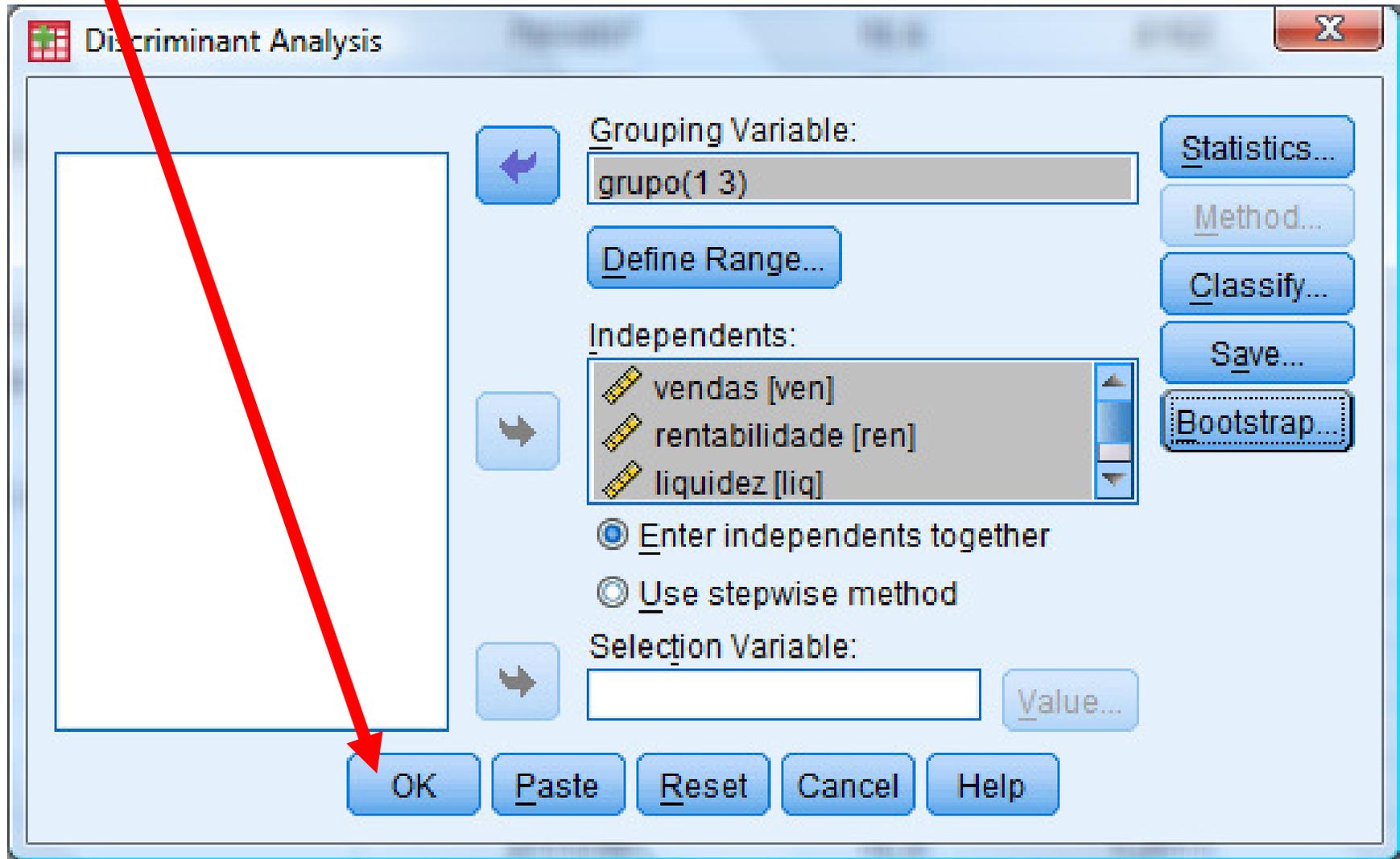
Territorial map: mapa mostrando as regiões de separação dos grupos nas funções de Fisher

Save ► Predicted group membership ► Continue



- “Predicted group membership”**: apresenta a classificação dos casos já existentes de acordo com a função discriminante construída;
- “Discriminant scores”**: apresenta os escores discriminantes para cada caso em cada função discriminante, caso mais de uma função discriminante seja determinada;
- “Probabilities of group membership”**: gera variáveis (tantas quantas forem as categorias da variável dependente) que dão a probabilidade do caso estar em cada uma das categorias.

OK



Analysis Case Processing Summary: Informa quantas observações foram consideradas na análise. No caso, não temos observações excluídas.

Analysis Case Processing Summary

Unweighted Cases		N	Percent
Valid		21	100,0
Excluded	Missing or out-of-range group codes	0	,0
	At least one missing discriminating variable	0	,0
	Both missing or out-of-range group codes and at least one missing discriminating variable	0	,0
	Total	0	,0
Total		21	100,0

Group Statistics: mostra a média e desvio padrão para cada variável em cada grupo e no total de elementos.

Group Statistics

grupo		Mean	Std. Deviation	Valid N (listwise)	
				Unweighted	Weighted
1	vendas	6144096	1373941	6	6.000
	rentabilidade	10.32350	4.7142721	6	6.000
	liquidez	.558117	.1427577	6	6.000
	endividamento	50.58567	12.82431	6	6.000
2	vendas	3762333	1299392	11	11.000
	rentabilidade	20.25418	6.1327563	11	11.000
	liquidez	.936427	.1679981	11	11.000
	endividamento	59.53564	12.40841	11	11.000
3	vendas	3300781	772136.7	4	4.000
	rentabilidade	25.59000	15.81107	4	4.000
	liquidez	.464875	.0807509	4	4.000
	endividamento	68.62100	1.5048293	4	4.000
Total	vendas	4354922	1667720	21	21.000
	rentabilidade	18.43319	9.6776993	21	21.000
	liquidez	.738519	.2578113	21	21.000
	endividamento	58.70905	12.58021	21	21.000

Tests of Equality of groups means: Teste de igualdade das médias para cada variável definindo os grupos. É interessante que as médias sejam diferentes, para diferenciar entre os grupos. Para a variável endividamento o valor-P = 0,074 > 0,05. A diferença não é significativa a 0,05.

A estatística lambda (λ) de Wilk's é também chamada de estatística U. Seu valor varia entre 0 e 1 e valores próximos de 0 indicam que a variabilidade dentro dos grupos é menor que a variabilidade total; valores próximos de 1 indicam que as médias dos grupos são iguais. Note que para a variável endividamento temos o maior valor, $\lambda=0,784$, estando de acordo com o valor-P, o teste indica que as médias podem ser iguais.

Tests of Equality of Group Means

	Wilks' Lambda	F	df1	df2	Sig.
vendas	,505	8,809	2	18	,002
rentabilidade	,660	4,626	2	18	,024
liquidez	,304	20,636	2	18	,000
endividamento	,748	3,026	2	18	,074

Pooled within-groups matrices: mostra a matriz de covariância agrupada e a matriz de correlação agrupada.

Graus de liberdade: $n_1+n_2+n_3-g = 6 + 11 + 4 - 3 = 18$

Pooled Within-Groups Matrices^a

		vendas	rentabilidade	liquidez	endividamento
Covariance	vendas	1,562E12	-964350,977	18917,527	3480763,182
	rentabilidade	-964350,977	68,733	-,273	-24,560
	liquidez	18917,527	-,273	,022	,235
	endividamento	3480763,182	-24,560	,235	131,600
Correlation	vendas	1,000	-,093	,101	,243
	rentabilidade	-,093	1,000	-,220	-,258
	liquidez	,101	-,220	1,000	,137
	endividamento	,243	-,258	,137	1,000

a. The covariance matrix has 18 degrees of freedom.

Covariance matrices: Mostra a matriz de covariância de cada grupo.

Covariance Matrices^a

grupo		vendas	rentabilidade	liquidez	endividamento
S1=	1 vendas	1,888E12	1856416,604	-72168,539	1192532,227
	rentabilidade	1856416,604	22,224	-,383	-46,700
	liquidez	-72168,539	-,383	,020	,852
	endividamento	1192532,227	-46,700	,852	164,463
S2=	2 vendas	1,688E12	-936930,402	62823,528	5432054,336
	rentabilidade	-936930,402	37,611	-,230	-18,323
	liquidez	62823,528	-,230	,028	-,037
	endividamento	5432054,336	-18,323	-,037	153,969
S3=	3 vendas	5,962E11	-5757032,197	24374,301	790177,597
	rentabilidade	-5757032,197	249,990	-,234	-8,449
	liquidez	24374,301	-,234	,007	,114
	endividamento	790177,597	-8,449	,114	2,265
Total	vendas	2,781E12	-7323171,590	-86616,700	-3586679,674
	rentabilidade	-7323171,590	93,658	,000	12,675
	liquidez	-86616,700	,000	,066	,199
	endividamento	-3586679,674	12,675	,199	158,262

a. The total covariance matrix has 20 degrees of freedom.

Teste Box-M:

H_0 : as matrizes de covariâncias das populações são iguais

H_1 : nem todas as covariâncias são iguais

Valor-P = 0.088 > 0.05 logo não rejeitamos H_0 e prosseguimos com a análise.

Test Results^a

Box's M		25,676
F	Approx.	1,656
	df1	10
	df2	483,606
	Sig.	,088

Tests null hypothesis of equal population covariance matrices.

a. Some covariance matrices are singular and the usual procedure will not work. The non-singular groups will be tested against their own pooled within-groups covariance matrix. The log of its determinant is 33,927.

Matriz singular: determinante igual a zero.

Summary of Canonical Discriminant Functions

Eigenvalues: Mostra os autovalores da matriz $W^{-1} B$. Note que temos quatro variáveis, portanto a matriz é 4x4 e teremos 4 autovalores. Mas como o critério para o número de funções de Fisher é $s \leq \min(3-1, 4) = 2$, são escolhidos os dois maiores autovalores positivos.

Eigenvalues

Function	Eigenvalue	% of Variance	Cumulative %	Canonical Correlation
1	3.393 ^a	67.2	67.2	.879
2	1.654 ^a	32.8	100.0	.789

a. First 2 canonical discriminant functions were used in the analysis.

Wilk's Lambda: apresenta o teste U para as funções discriminantes. Como a variável dependente possui três categorias, foram criadas duas funções discriminantes.

O teste das funções “1 through 2” apresenta o teste de significância das duas funções ao mesmo tempo.

O valor-P encontrado, $sig = .000 < \alpha = 0,05$, indica que as duas funções conjuntamente conseguem diferenciar os grupos.

O teste das funções “2” (última linha da tabela) apresenta o teste de significância para a função 2 separadamente. O valor-P encontrado, $sig = .001 < \alpha = 0,05$, indica que a função 2 consegue classificar os casos quando considerada sozinha.

Wilks' Lambda

Test of Function(s)	Wilks' Lambda	Chi-square	df	Sig.
1 through 2	.086	40.528	8	.000
2	.377	16.108	3	.001

Standardized Canonical Discriminant Function coefficients:

mostra os coeficientes das funções discriminantes de Fisher. São os autovetores da matriz $\mathbf{W}^{-1} \mathbf{B}$, mas sem a normalização $\mathbf{a}'\mathbf{S} \mathbf{a} = 1$. O SPSS chama as funções discriminantes lineares de Fisher de “funções discriminantes canônicas padronizadas”.

Standardized Canonical Discriminant Function Coefficients

	Function	
	1	2
vendas	-0,5796109	0,4510969
rentabilidade	0,4921266	-0,3676600
liquidez	0,7910777	0,6449814
endividamento	0,3391058	-0,6630136

$$y_1 = -0.580 \text{ ven} - 0.492 \text{ ren} + 0.791 \text{ liq} - 0.339 \text{ end}$$

$$y_2 = 0.451 \text{ ven} - 0.368 \text{ ren} + 0.645 \text{ liq} - 0.663 \text{ end}$$

Structure Matrix (matriz de estrutura): mostra as correlações de cada variável com as funções discriminantes (padronizadas).

As variáveis com maior correlação são as que possuem poder discriminatório naquela função. A função 1 tem maior correlação com a variável vendas. Na função 2 a maior correlação é com as variáveis liq, ren. e end.

Structure Matrix

	Function	
	1	2
vendas	-,463*	,390
liquidez	,671	,681*
rentabilidade	,285	-,380*
endividamento	,180	-,370*

Pooled within-groups correlations between discriminating variables and standardized canonical discriminant functions

Variables ordered by absolute size of correlation within function.

*. Largest absolute correlation between each variable and any discriminant function

Canonical Discriminant Function Coefficients: são os coeficientes das funções de Fisher ajustadas (Unstandardized coefficients) de modo que a origem se localize no centróide dos centróides.

Canonical Discriminant Function Coefficients

	Function		
	1	2	
vendas	-0,000000463801410	0,000000360965186	-4.638E-7
rentabilidade	0,059359914580227	-0,044346854337990	
liquidez	5,282371266815424	4,306822359348117	
endividamento	0,029560234179788	-0,057795641381738	
(Constant)	-4,710958508479864	-0,542064606357557	

Unstandardized coefficients (coeficientes não padronizados)

Funções discriminantes canônicas não padronizadas:

$$f_1 = -4,63 \cdot 10^{-7} ven + 0.059 ren + 5.2821 liq + 0.030 end - 4.711$$

$$f_2 = 3,609 \cdot 10^{-7} ven - 0.044 ren + 4.3071 liq - 0.058 end - 0.542$$

Functions at group centroids: Mostra os valores das funções de Fisher não padronizadas (f1 e f2) nos centróides dos grupos.

Functions at Group Centroids

grupo	Function	
	1	2
1	-2.504	.698
2	1.453	.510
3	-.239	-2.449

Unstandardized canonical discriminant functions evaluated at group means

Classification Processing summary: mostra os casos processados na análise. Nossa amostra possui 21 casos e todos foram considerados na análise e classificados.

Classification Processing Summary

Processed		21
Excluded	Missing or out-of-range group codes	0
	At least one missing discriminating variable	0
Used in Output		21

Prior Probabilities for groups: mostra as probabilidades de classificação a priori. Foi escolhido opção igualmente provável, daí o resultado $p = 1/g = 1/3 = .333$

Prior Probabilities for Groups

grupo	Prior	Cases Used in Analysis	
		Unweighted	Weighted
1	.333	6	6.000
2	.333	11	11.000
3	.333	4	4.000
Total	1.000	21	21.000

Classification Function Coefficients:

São os coeficientes das funções score discriminante para cada grupo

$$d_i(\mathbf{x}) = \bar{\mathbf{x}}_i' \mathbf{s}_p^{-1} \mathbf{x} - \frac{1}{2} \bar{\mathbf{x}}_i' \mathbf{s}_p^{-1} \bar{\mathbf{x}}_i + \ln p_i \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, g$$

Classification Function Coefficients

	grupo		
	1	2	3
vendas	3.2E-006	1.2E-006	9.7E-007
rentabilidade	.408	.651	.682
liquidez	23.681	43.774	22.094
endividamento	.335	.463	.584
(Constant)	-27.969	-44.315	-36.584

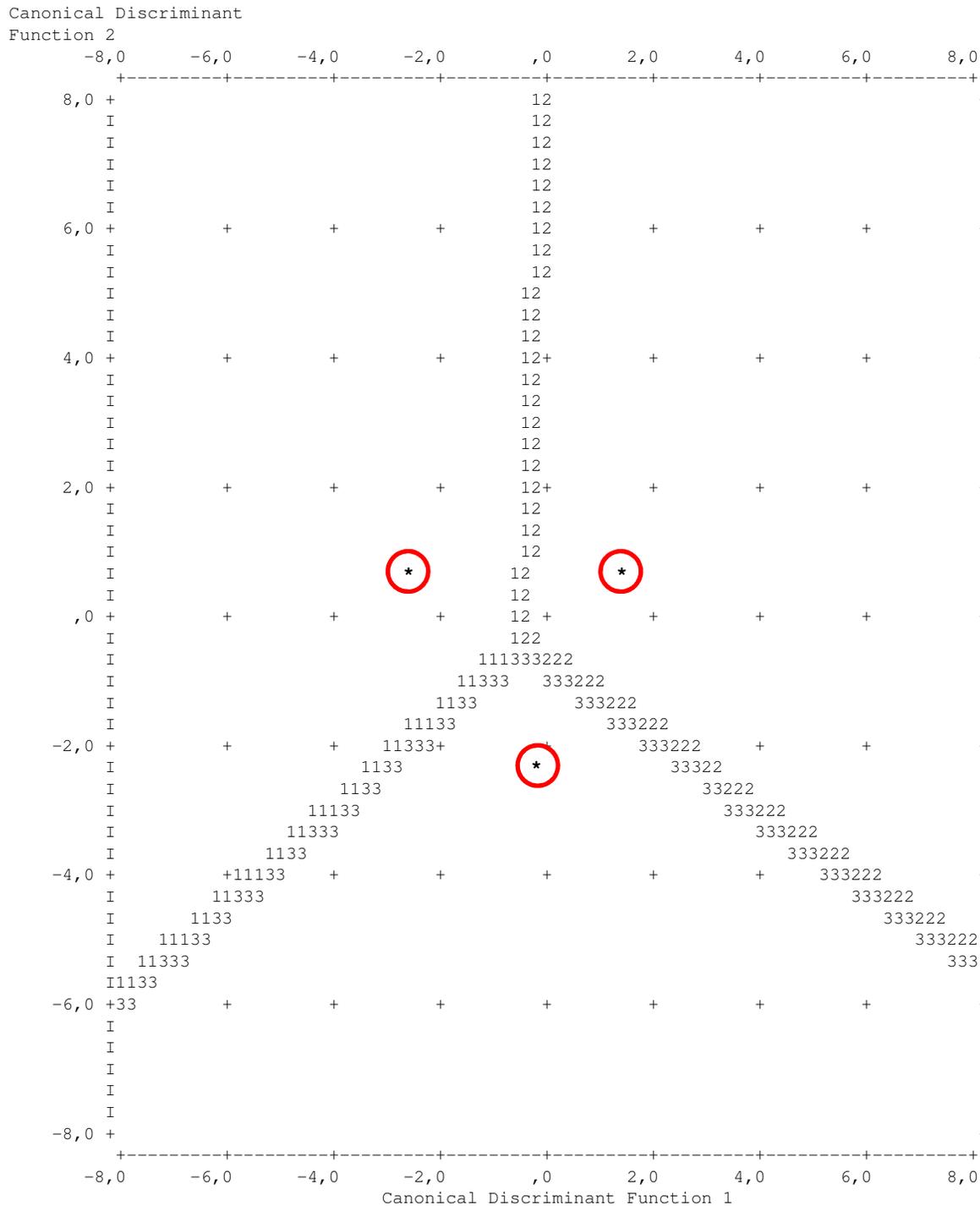
Fisher's linear discriminant functions

classifica-se um determinado caso de acordo com o maior valor em uma dessas três funções.

grupo 1: $d_1 = 3.10^{-6} \text{ven} + 0,408\text{ren} + 23,681\text{liq} + 0,335\text{end} - 27,968$

grupo 2: $d_2 = 1,2.10^{-6} \text{ven} + 0,651\text{ren} + 43,774\text{liq} + 0,463\text{end} - 44,315$

grupo 3: $d_3 = 9,7.10^{-7} \text{ven} + 0,682\text{ren} + 22,094\text{liq} + 0,584\text{end} - 36,584$



Mapa territorial:

Apresenta graficamente a disposição dos centróides de cada grupo em relação às funções discriminantes não padronizadas e também os limites de separação dos grupos.

Symbols used in territorial map

Symbol Group Label

Symbol	Group Label
1	1
2	2
3	3
*	Indicates a group centroid

Canonical Discriminant Functions

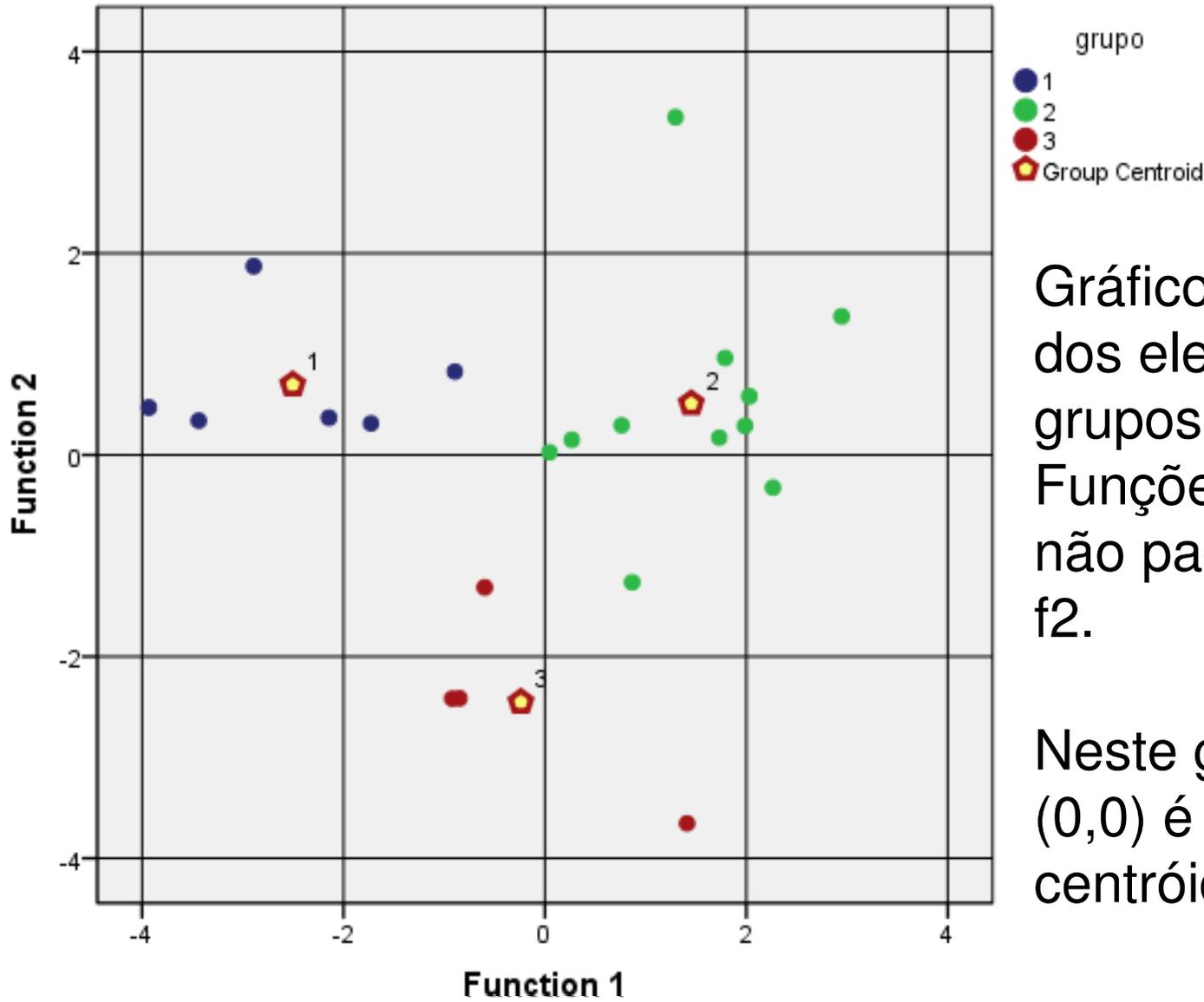


Gráfico de dispersão dos elementos dos grupos em relação as Funções discriminantes não padronizadas f1 e f2.

Neste gráfico a origem (0,0) é o centróide dos centróides.

Classification results: mostra a efetividade do modelo, isto é, quanto de acerto o modelo obteve em suas classificações. Neste caso, o modelo conseguiu acertar a classificação em 95,2 % dos casos (observação “a” da tabela).

Para que possamos considerar que o modelo tenha uma classificação razoável, no mínimo é necessário que esta porcentagem de acerto seja maior que a probabilidade de o caso ser classificado em cada categoria mais 25% ($\% \text{acerto} > p_i + 25\%$)

Para o exemplo $95,2\% > 33,3333\% + 25\%$, ou seja, uma classificação razoável.

Classification Results^a

			Predicted Group Membership			Total
			1	2	3	
Original	Count	1	6	0	0	6
		2	0	10	1	11
		3	0	0	4	4
	%	1	100.0	.0	.0	100.0
		2	.0	90.9	9.1	100.0
		3	.0	.0	100.0	100.0

a. 95.2% of original grouped cases correctly classified.

Nos próximos slides é apresentada uma análise do mesmo problema no Minitab.

Verifique no “output” a tabela de classificações e as funções discriminantes

Arquivo: exemplo_discriminante_Minitab.MTW

The screenshot displays the Minitab software interface. At the top, the title bar reads "Minitab - exemplo_discriminante_Minitab.MPJ". Below it is a menu bar with options: File, Edit, Data, Calc, Stat, Graph, Editor, Tools, Window, Help, Assistant. A toolbar with various icons is positioned below the menu bar. The main window is divided into two panes. The top pane, titled "Session", shows the date and time "17/10/2011 10:17:46" and a welcome message: "Welcome to Minitab, press F1 for help." The bottom pane, titled "Worksheet 1 ***", contains a data table with 14 rows and 8 columns. The columns are labeled C1-T (Empresa), C2 (Vendas), C3 (Rentabilidade), C4 (Liquidez), C5 (Endividamento), C6 (Grupos), C7, and C8. The data rows list companies and their corresponding values for each metric.

	C1-T	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
	Empresa	Vendas	Rentabilidade	Liquidez	Endividamento	Grupos		
1	TELEMAR	7696136	7,8	0,4218	55,98	1		
2	TELEFONICA	7256514	14,1	0,6093	38,13	1		
3	CBB/AMBEV	7055807	10,6	0,6162	66,06	1		
4	IPIRANGA	6405875	16,6	1,2257	51,26	2		
5	VALE DO RIO DOCE	5543249	17,5	0,3515	32,15	1		
6	BUNGE	5403555	18,9	0,8971	71,65	2		
7	CARGILL	5095290	21,0	0,7832	86,56	2		
8	BRASIL TELECOM	4951187	5,6	0,6144	57,64	1		
9	GRUPO PÃO DE AÇÚCAR	4361683	6,3	0,7355	53,57	1		
10	CSN	3993615	25,7	0,4115	68,30	3		
11	ELETROPAULO METROPOLITANA	3943479	13,4	0,5782	70,79	3		
12	EMBRAER	3681026	17,5	1,2055	66,26	2		
13	CEMIG	3642252	16,9	0,7651	54,79	2		
14	USIMINAS	3466890	36,0	0,8625	46,00	2		

Current Worksheet: Worksheet 1

Editable

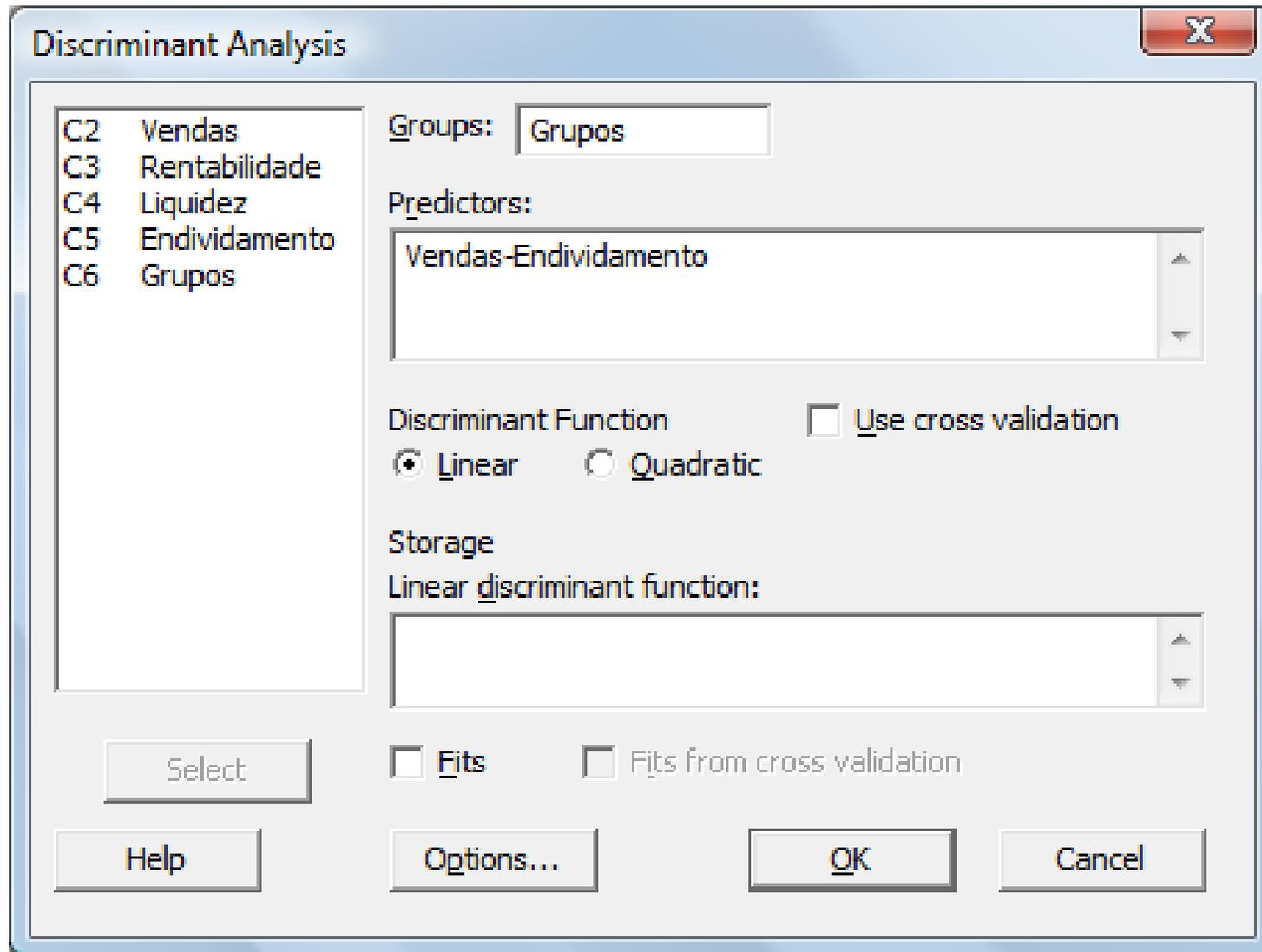
Stat ► Multivariate ► Discriminant Analysis ...

The screenshot shows the Minitab software interface. The 'Stat' menu is open, and the 'Multivariate' sub-menu is selected, with 'Discriminant Analysis...' highlighted. The data table below shows 14 rows of data with columns C5 through C8. The first five rows (1-5) have empty cells for C5-C8, while rows 6-14 contain numerical values.

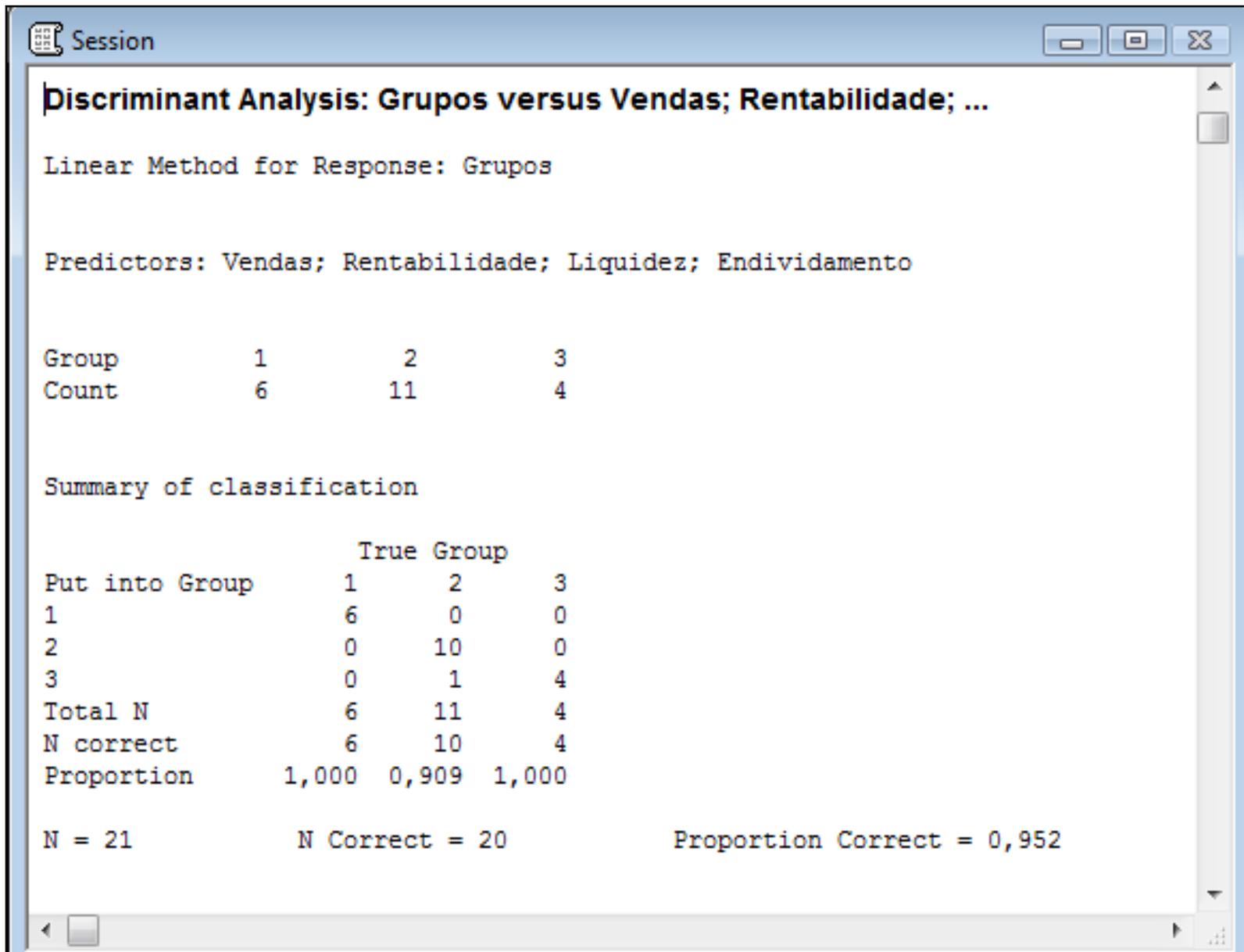
		C5	C6	C7	C8
1	TELEMAR				
2	TELEFONICA				
3	CBB/AMBEV				
4	IPIRANGA				
5	VALE DO RIO DOCE				
6	BUNGE	5403555	18,9	0,8971	71,65
7	CARGILL	5095290	21,0	0,7832	86,56
8	BRASIL TELECOM	4951187	5,6	0,6144	57,64
9	GRUPO PÃO DE AÇÚCAR	4361683	6,3	0,7355	53,57
10	CSN	3993615	25,7	0,4115	68,30
11	ELETROPAULO METROPOLITANA	3943479	13,4	0,5782	70,79
12	EMBRAER	3681026	17,5	1,2055	66,26
13	CEMIG	3642252	16,9	0,7651	54,79
14	USIMINAS	3466890	36,0	0,8625	46,00

Groups: Grupos

Predictors: Vendas-Endividamento



Resultado: Classificações Corretas/Incorretas



Resultado: Distância entre os centróides; Função Discriminante Linear

Classification Function Coefficients:

São os coeficientes das funções score discriminante para cada grupo

Screenshot of the SPSS Session window. The window title is 'Session'. The main text area displays the following output:

Squared Distance Between Groups

	1	2	3
1	0,0000	15,6822	15,0180
2	15,6822	0,0000	11,6182
3	15,0180	11,6182	0,0000

Linear Discriminant Function for Groups

	1	2	3
Constant	-26,888	-43,228	-35,491
Vendas	0,000	0,000	0,000
Rentabilidade	0,409	0,651	0,682
Liquidez	23,688	43,778	22,095
Endividamento	0,335	0,462	0,583

No SPSS	grupo		
	1	2	3
vendas	3.2E-006	1.2E-006	9.7E-007
rentabilidade	.408	.651	.682
liquidez	23.681	43.774	22.094
endividamento	.335	.463	.584
(Constant)	-27.969	-44.315	-36.584

Fisher's linear discriminant functions

Análise Discriminante no R

```
06_Discriminante.R* x
Source on Save
Run Source
1 library(MASS)
2 base <- read.table("exemplo_discriminante_Excel.csv",
3 header=TRUE,sep=";",dec=",")
4 # Análise discriminante (a) Probabilidades e (b) Funções
5 Discriminante.a = lda(Grupo ~ Vendas + Rentabilidade +
6 Liquidez + Endividamento, data=base, CV=TRUE)
7 #
8 Discriminante.b = lda(Grupo ~ Vendas + Rentabilidade +
9 Liquidez + Endividamento, data=base)
10 # Resultados
11 Discriminante.a
12 Discriminante.a
12:16 (Top Level) R Script
```