Estatística Aplicada II

- Revisão: Probabilidade
- Propriedades da Média Amostral

Aula de hoje

- Tópicos
  - Revisão:
    - Distribuição de probabilidade
    - Variáveis aleatórias
    - Distribuição normal
  - Propriedades da Média Amostral

- Referências

  - Barrow, M. Estatística para economia, contabilidade e administração. São Paulo: Ática, 2007, Cap. 3
  - Morettin, P. e W. Bussab. Estatística básica. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2005. Cap. 6-7

Média amostral

- **Objetivo**: Estimar **a média** μ de uma variável aleatória X, a partir de uma amostra retirada ao acaso da população.
- **Por exemplo, estimar a média** μ :
- Da renda domiciliar em uma localidade
- Dos gastos domiciliares com educação no estado de São Paulo
- Da altura dos índividuos no país

Revisão

Inferência Estatística

- A teoria da probabilidade é a base da inferência estatística.
- Muitas vezes, por escassez de tempo, de recursos financeiros, ou por outras razões, o pesquisador não consegue trabalhar com todos os indivíduos de uma população
- A inferência estatística é o ramo da estatística que permite ao pesquisador a obtenção de conclusões sobre a população a partir da análise da amostra de um subconjunto de indivíduos da população.

Modelos Probabilísticos

- Modelos probabilísticos são modelos teóricos que nos descrevem a distribuição de frequências de um fenômeno
- Exemplo de um modelo probabilístico para lançamento de um dado:

Face	1	2	3	4	5	6
Frequência Teórica	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

- Modelos Probabilísticos são descritos através de:
  - Um Espaço Amostral
  - Uma probabilidade para cada ponto amostral

Distribuição de probabilidades

- Algumas propriedades:
- A probabilidade de qualquer evento é maior ou igual a zero e menor ou igual a um.
- A probabilidade de todo o espaço amostral é igual a um.
- A probabilidade do conjunto vazio é igual a zero.

Distribuição conjunta das frequências

- Usando exemplo apresentado em Bussab-Morettin, p.71
- Variáveis grau de instrução (Y) e região de procedência (V)

V \ Y	Ensino Fundamental	Ensino Médio	Superior	Total
Capital	4	5	2	11
Interior	3	7	2	12
Outro	5	6	2	13
Total	12	18	6	36

Variáveis aleatórias

- É uma variável cujo resultado ou valor decorre de um experimento ou fenômeno que envolva um elemento casual.
- São, por exemplo: soma de dois dados, cotação do dólar, precipitação diária de chuva em uma cidade, limite de resistência de uma peça
- Podem ser
  - discretas
  - contínuas
- Notação
  - variáveis aleatórias: X, Y, ... (letras maiúsculas)
  - valores possíveis das variáveis aleatórias: x, y, ... (minúsculas)

Variáveis aleatórias discretas

- A função que atribui a probabilidade a cada valor possível de uma variável aleatória discreta é denominada função de probabilidade

  $f(x) = P(X = x)$

- Exemplo
  - Dado honesto: $f(x) = 1/6$, para $x=1, 2, 3, 4, 5$ ou 6

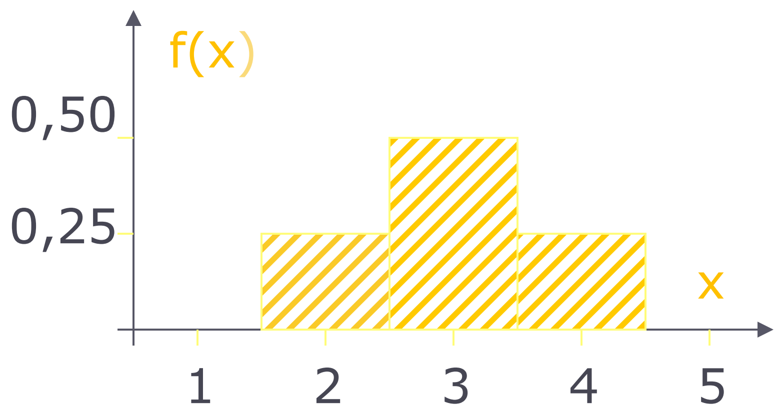
- Propriedades

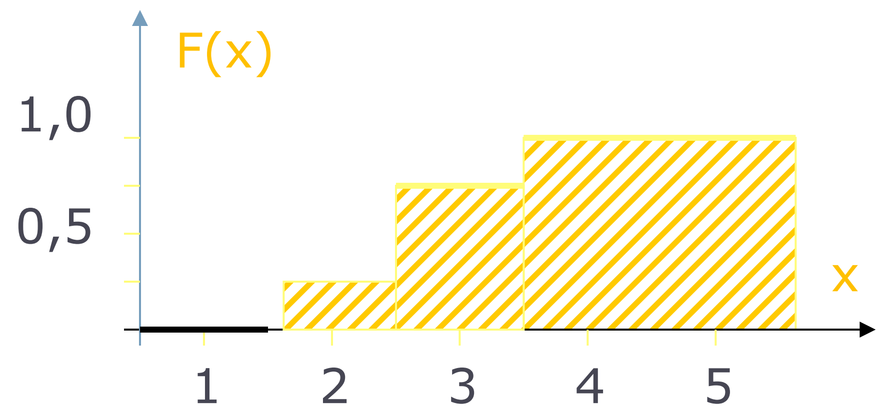
$$f(x) \geq 0 \qquad \sum_{todos\ X} f(x) = 1$$

Função distribuição (acumulada)

- A função distribuição acumulada de uma variável aleatória X associa a cada valor possível de X a probabilidade de ocorrência de um valor menor ou igual a x. Denota-se F(x)

$$F(x) = P(X \leq x)$$





Variáveis aleatórias contínuas

- Assume valores em intervalo de números reais
- Não é possível listar todos os possíveis valores de uma VA contínua
- Associa-se probabilidades a intervalos de valores da VA contínua
- Uma VA X contínua é caracterizada por sua função densidade de probabilidade f(x) com as propriedades

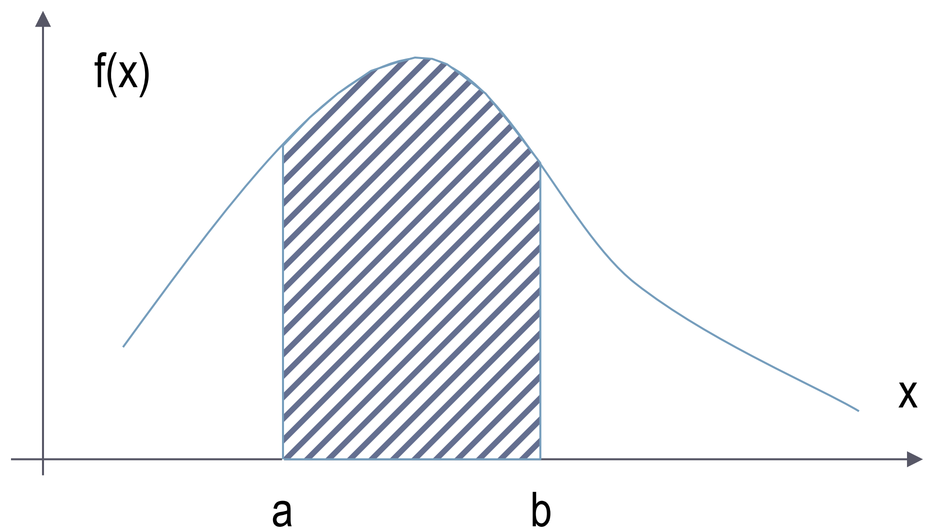
(i) A área sob a curva de densidade é 1

(ii) $P(a \leq X \leq b)$ = área sob a curva da densidade f(x) e acima do eixo x, entre os pontos a e b

Variáveis aleatórias contínuas

- f(x) = função densidade de probabilidade

$$P(a \leq X \leq b)$$



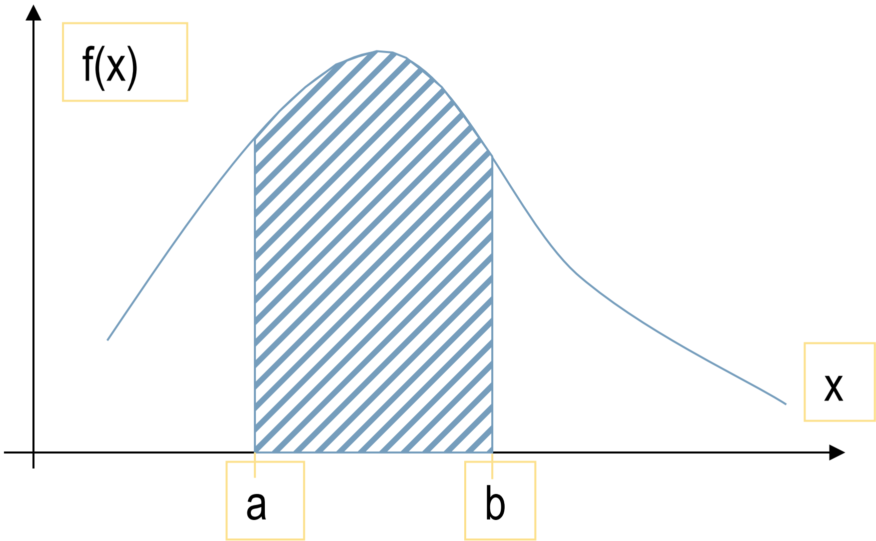
Observações

1. A probabilidade de qualquer ponto é zero

2. $P(a \leq X \leq b) = P(a \leq X < b) = P(a < X \leq b)$
   $= P(a < X < b)$.

Variáveis aleatórias contínuas

- Propriedades



$$P(a \leq X \leq b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X < b) = P(a < X < b)$$

Distribuição normal

A distribuição normal é uma das mais importantes distribuições contínuas de probabilidade pois:

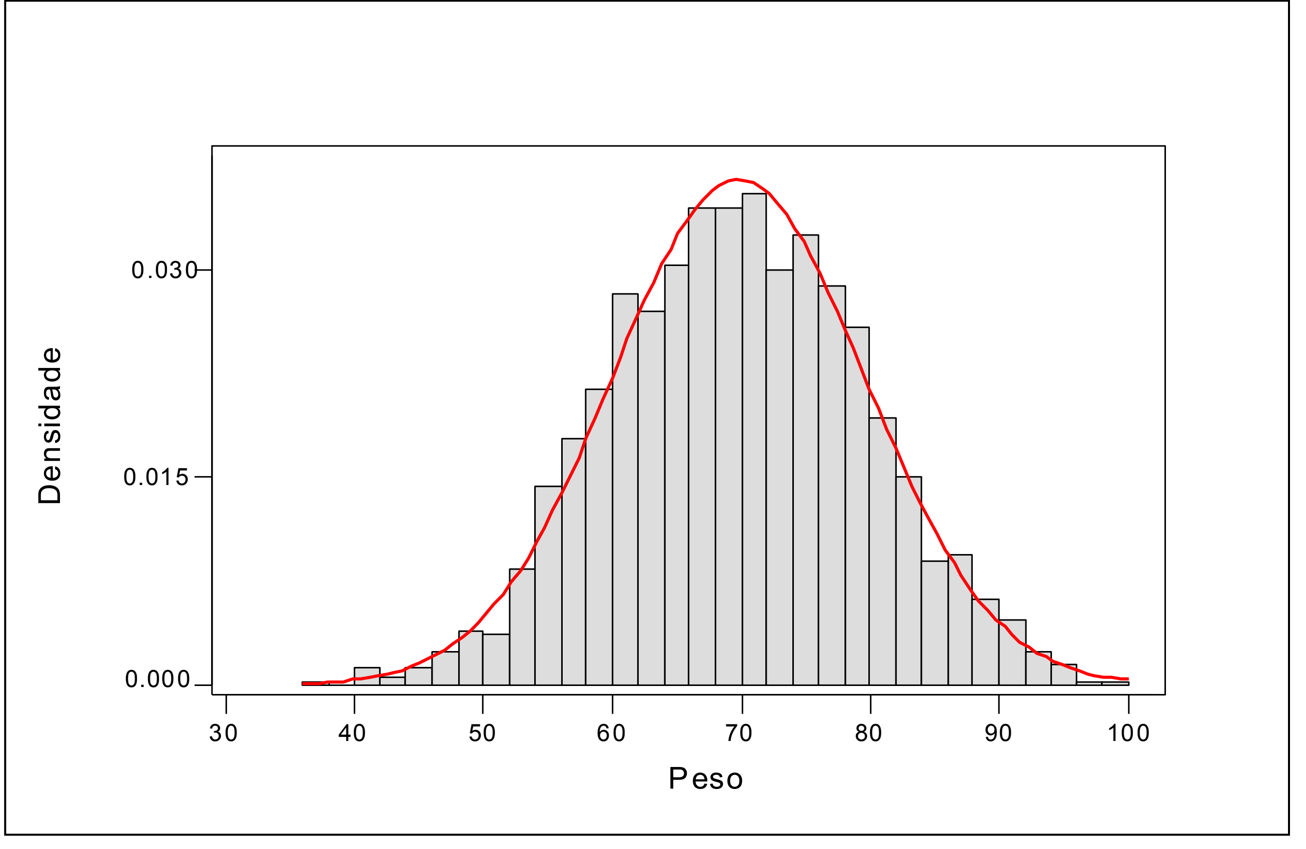
Muitos fenômenos aleatórios comportam-se de forma próxima a essa distribuição. Exemplos:

1. altura
2. pressão sangüínea
3. peso

Vamos definir a variável aleatória

X: peso, em kg, de uma pessoa adulta escolhida ao acaso da população.

Como se distribuem os valores da variável aleatória X, isto é, qual a distribuição de probabilidades de X ?



A curva contínua da figura denomina-se curva normal.

A distribuição normal

A VA X tem distribuição normal com parâmetros μ e σ^2 se sua função densidade de probabilidade é dada por

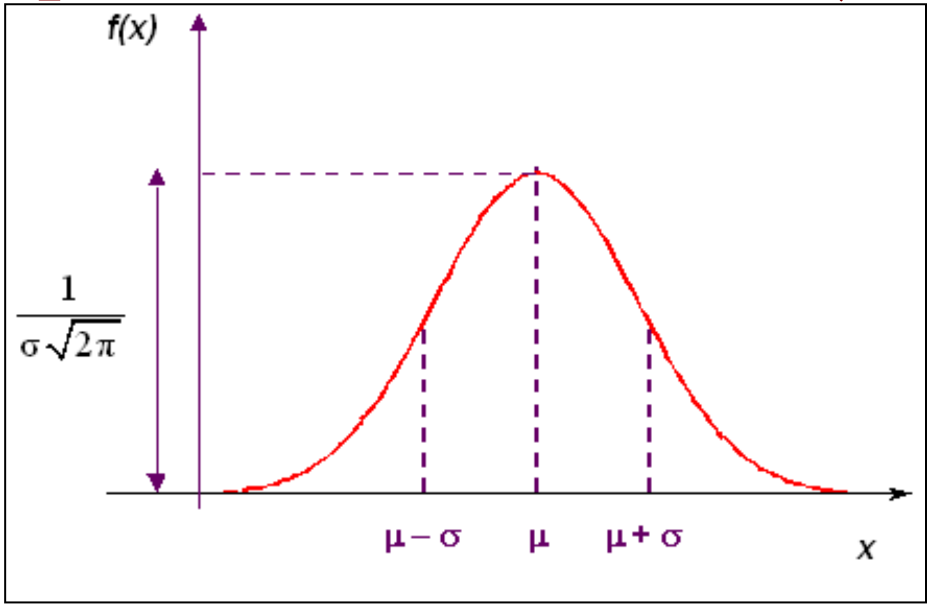
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad , \quad -\infty < x < \infty$$

onde

1. μ é o valor esperado (média) de X ($-\infty < \mu < \infty$)
2. σ^2 é a variância de X ($\sigma^2 > 0$)

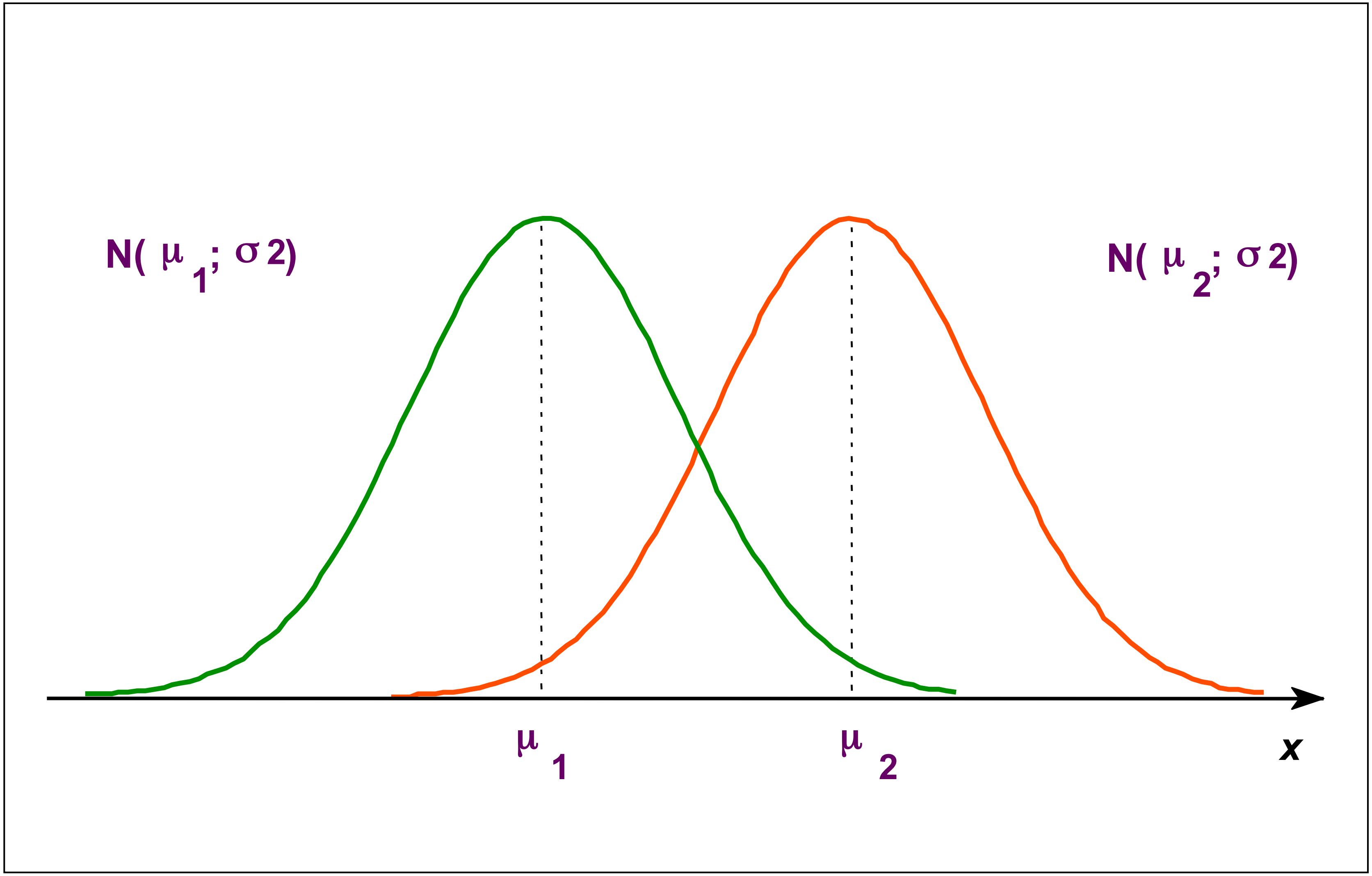
Notação : $X \sim N(\mu ; \sigma^2)$

Propriedades de X ~ N(μ;σ^2)



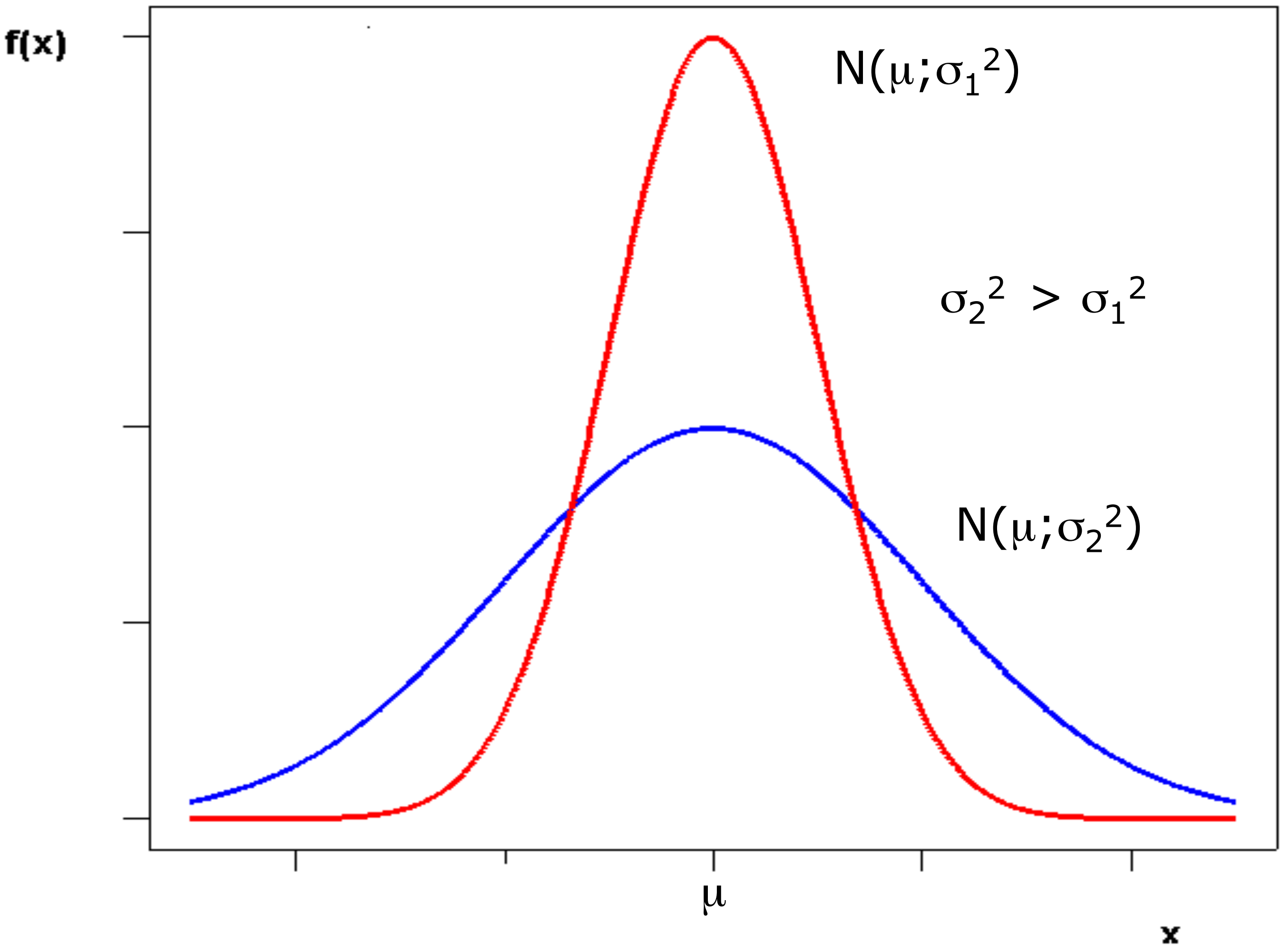
- **E(*X*) = μ (média ou valor esperado)**
- **Var(*X*) = σ^2**
- ***f*** **(*x*) → 0 quando *x* → ±∞**
- ***x*** **= μ é ponto de máximo de *f*** **(*x*)**
- **a curva Normal é simétrica em torno da média μ**

A distribuição normal depende dos parâmetros μ e σ^2



Curvas Normais com mesma variância σ^2 mas médias diferentes ($\mu_2 > \mu_1$).

Influência de σ^2 na curva Normal

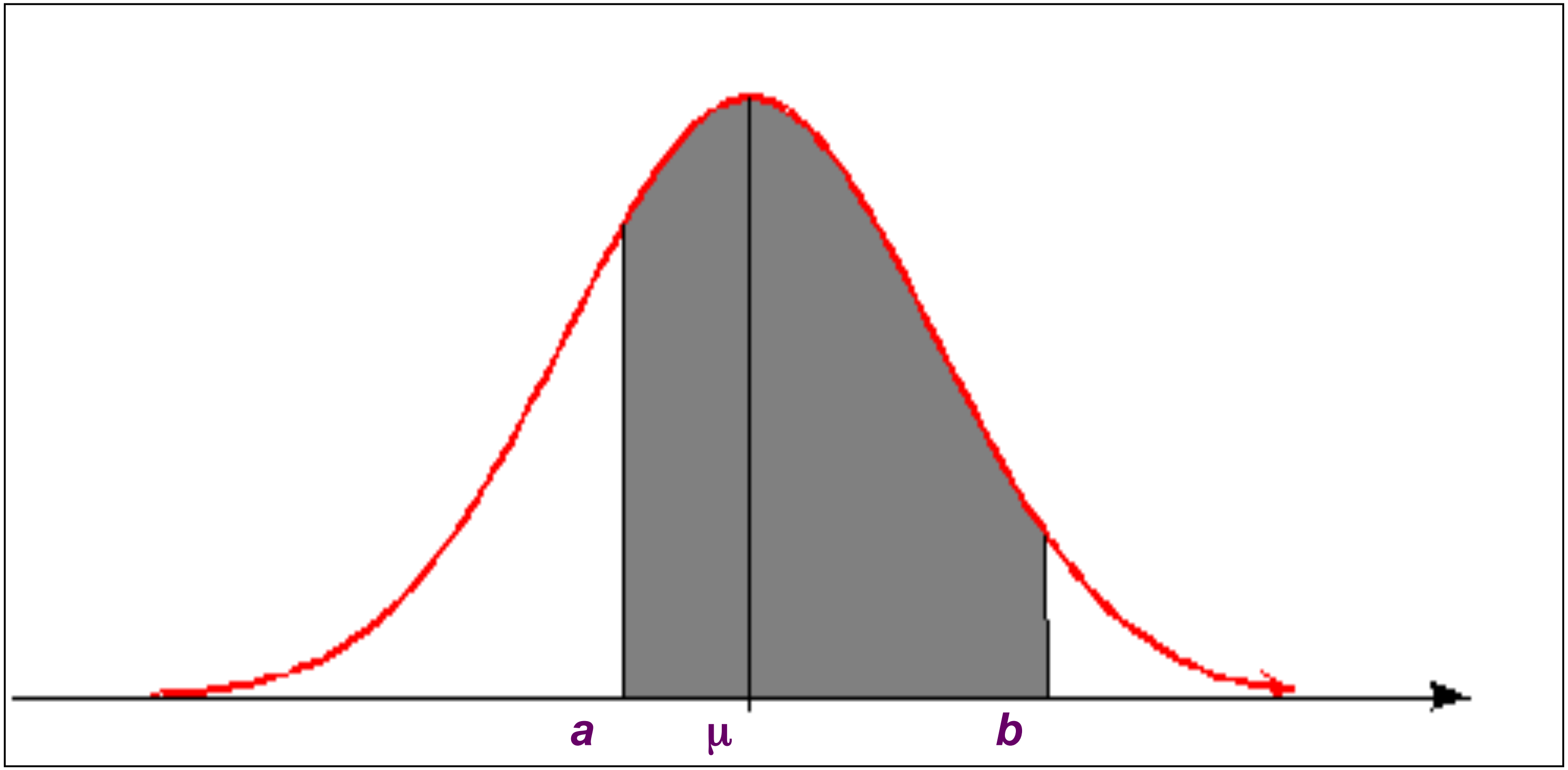


Curvas Normais com mesma média μ,
mas com variâncias diferentes **($\sigma_2^2 > \sigma_1^2$).**

Cálculo de probabilidades

$P(a < X < b)$

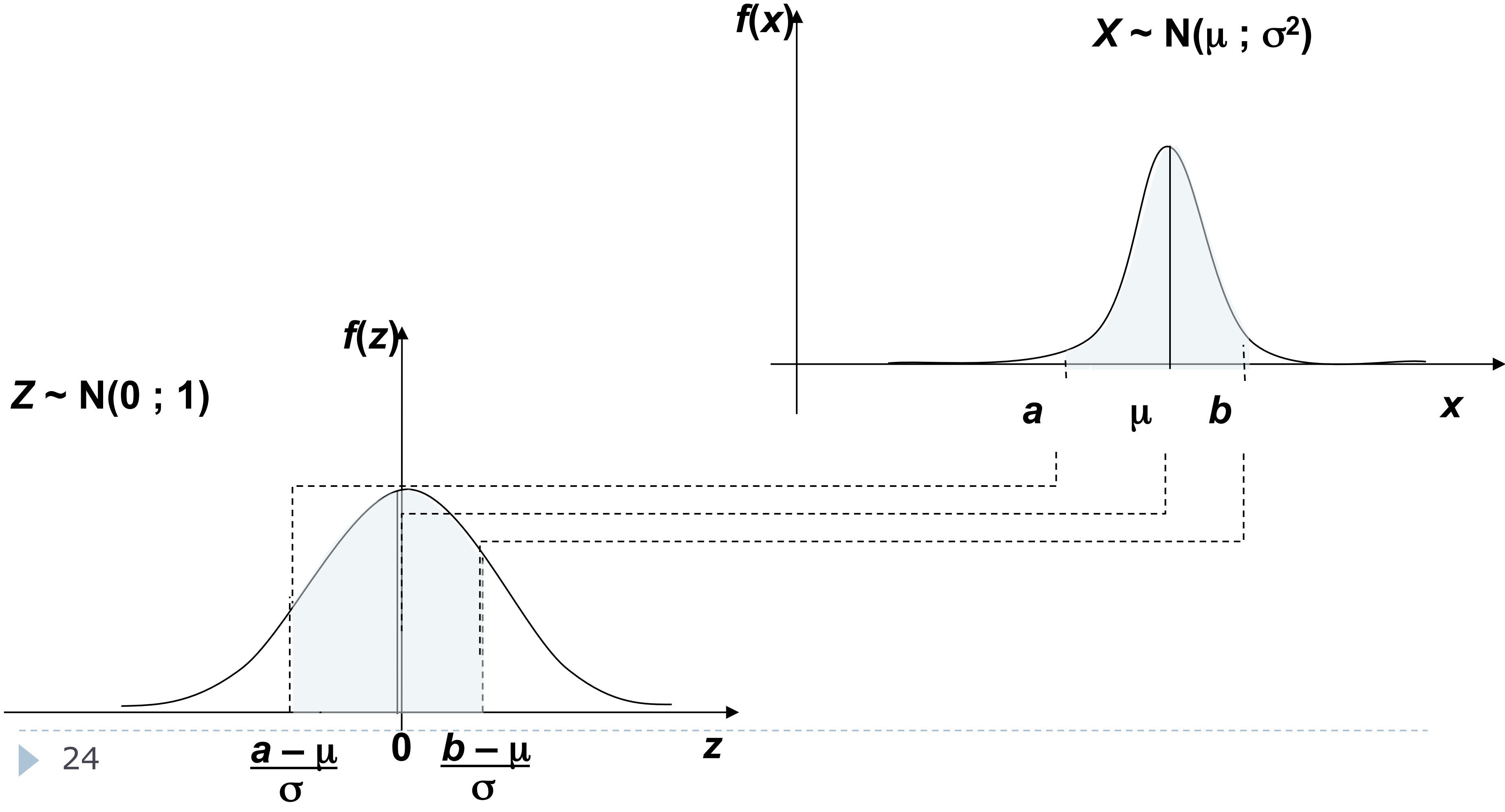
Área sob a curva e acima do eixo horizontal (*x*) entre *a* e *b*.



Se $X \sim N(\mu\ ;\ \sigma^2)$, definimos $\boxed{Z = \dfrac{X - \mu}{\sigma}}$

$\Rightarrow$ $E(Z) = 0$

$Var(Z) = 1$



A v.a. *Z* ~ N(0;1) denomina-se *normal padrão* ou *reduzida.*

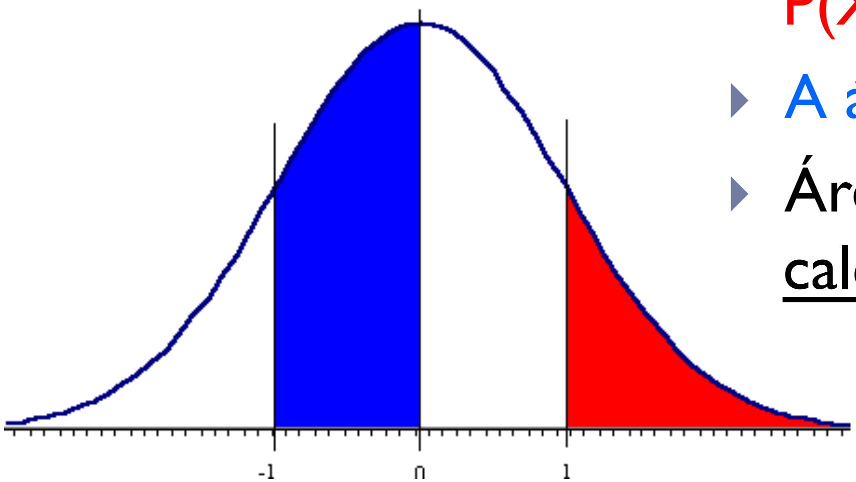
Portanto,

$$P(a < X < b) = P\left(\frac{a-\mu}{\sigma} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{b-\mu}{\sigma}\right) = P\left(\frac{a-\mu}{\sigma} < Z < \frac{b-\mu}{\sigma}\right)$$

Dada a v.a. Z ~N(0;1) podemos obter a v.a. $X \sim N(\mu;\sigma^2)$ através da transformação inversa

$$X = \mu + Z\sigma.$$

Para variáveis aleatórias contínuas, **as probabilidades são representadas pelas áreas sob a curva**



- Área total sob a curva é 1
- A área em vermelho é igual a $P(X>1)$
- A área em azul é igual a $P(-1<X<0)$
- Áreas <u>são obtidas em tabelas ou calculadas em computador</u>

Distribuição normal

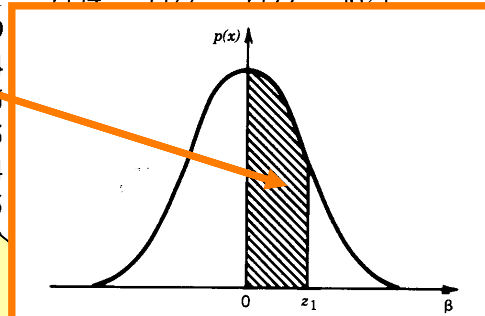
$P(z_1=1{,}02)=?$

TABLE 4.3 Probability Values for Normal Error Function

One-Sided Integral Solutions for $p(z_1) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_0^{z_1} e^{-\beta^2/2}\, d\beta$

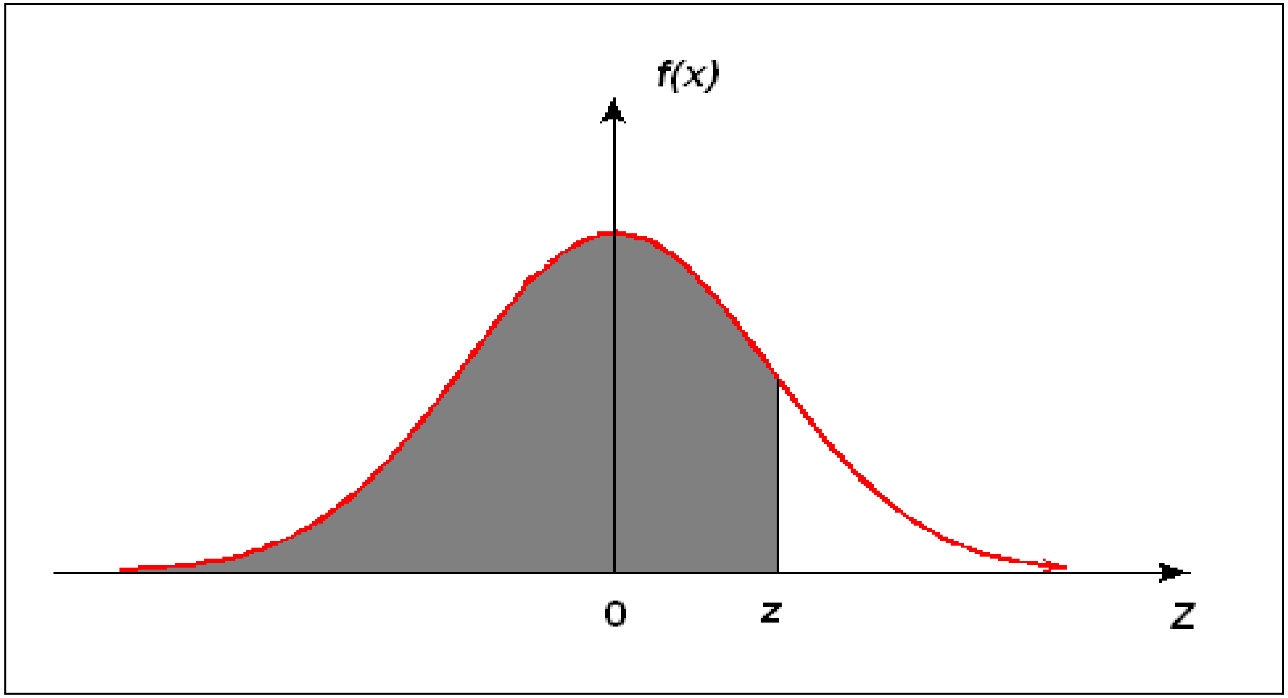
$z_1 = \frac{x_1 - x'}{\sigma}$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	[illegible]	[illegible]	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	[illegible]	[illegible]	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	[illegible]	[illegible]	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	[illegible]	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3233
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1.2	.3849	.3869	.3888	[illegible]	.3925	.3944	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1.3	.4032	.4049	.4066	[illegible]	.4099	.4115	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	[illegible]	.4265	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	[illegible]	.4394	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	[illegible]	[illegible]	[illegible]	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.49865	.4987	.4987	.4988	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990

$Z_1=1{,}02$



$P(z_1=1{,}02)=34{,}61\%$

Uso da tabela normal padrão



Denotamos : $A(z) = P(Z \leq z)$, para $z \geq 0$.

Distribuição Normal : Valores de P(Z ≤ z) = A(z)

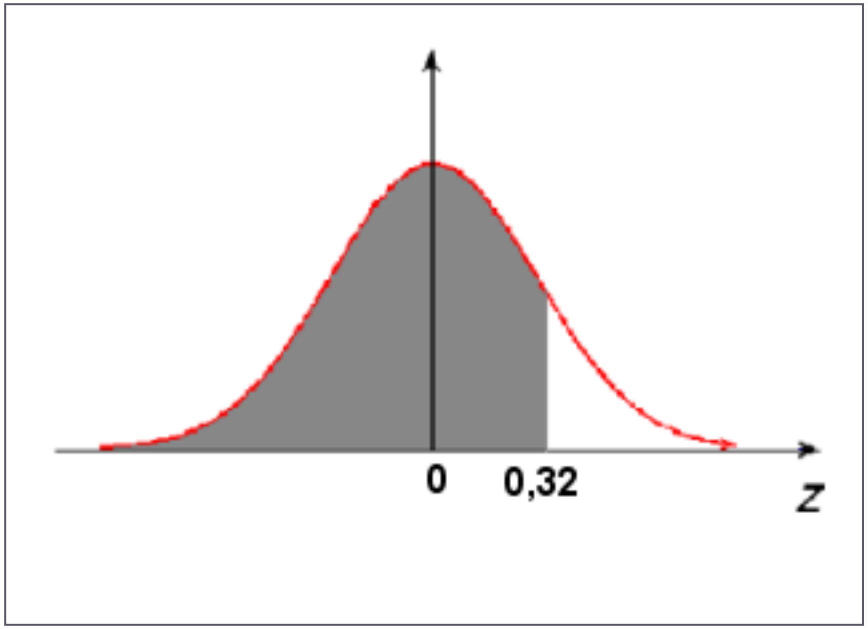
Segunda decimal de z

Parte inteira e primeira decimal de z

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Exemplo: Seja $Z \sim N(0; 1)$, calcular

a) $P(Z \leq 0{,}32)$

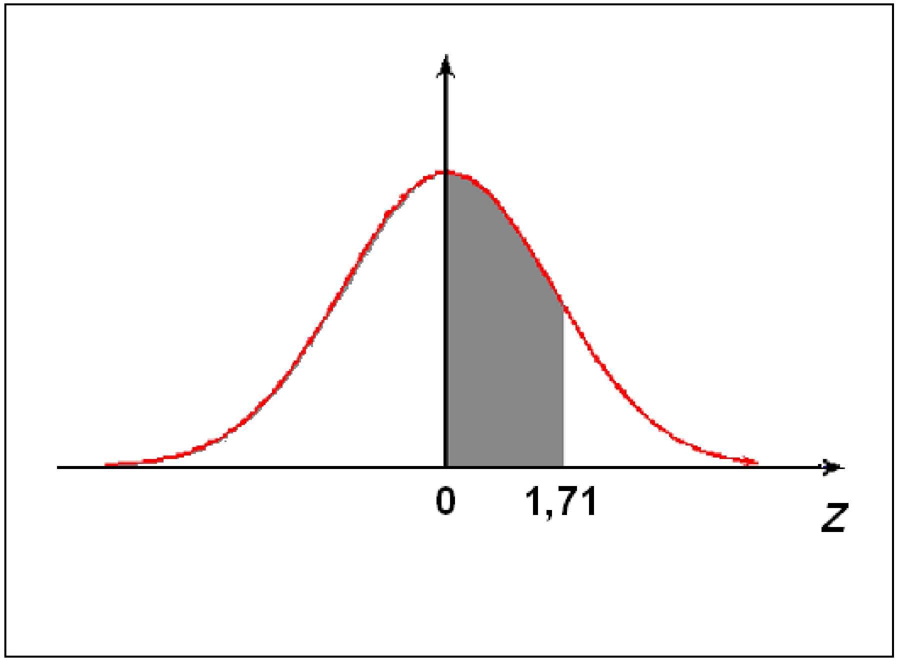


$P(Z \leq 0{,}32) = A(0{,}32) = 0{,}6255.$

Encontrando o valor na Tabela N(0;1)

z	0	1	2
0,0	0,5000	0,5039	0,5079
0,1	0,5398	0,5437	0,5477
0,2	0,5792	0,5831	0,5870
0,3	0,6179	0,6217	0,6255
⋮	⋮	⋮	⋮

b) $P(0 < Z \leq 1{,}71)$



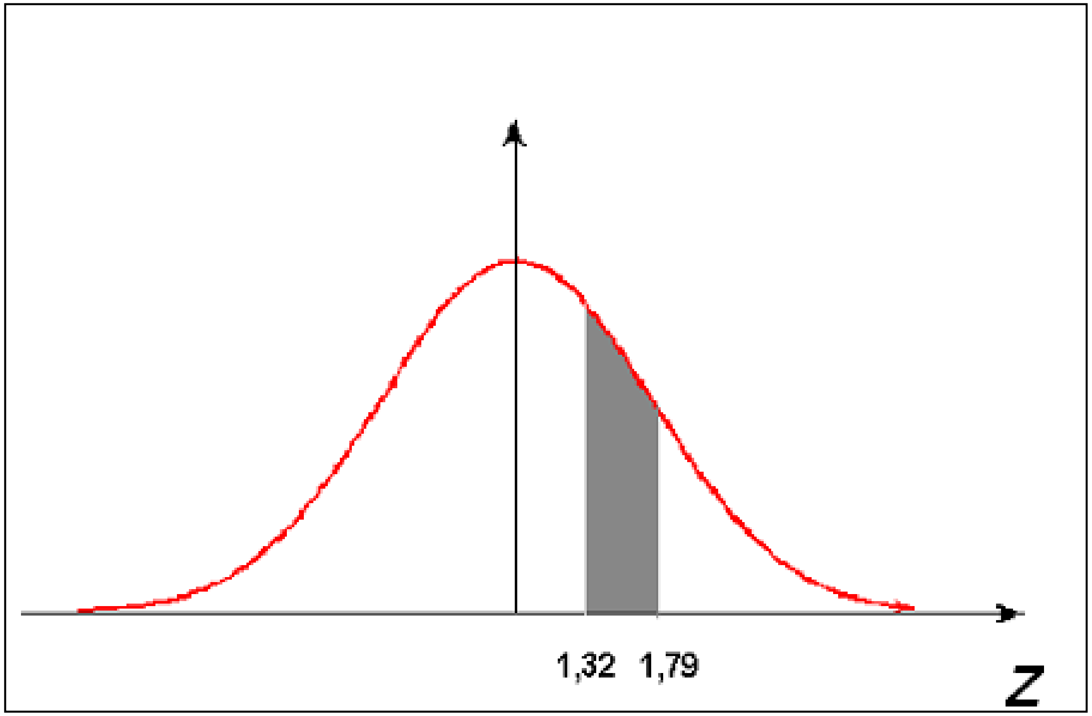
$$P(0 < Z \leq 1{,}71) = P(Z \leq 1{,}71) - P(Z \leq 0)$$

$$= A(1{,}71) - A(0)$$

$$= 0{,}9564 - 0{,}5 = 0{,}4564.$$

Obs.: $P(Z < 0) = P(Z > 0) = 0{,}5.$

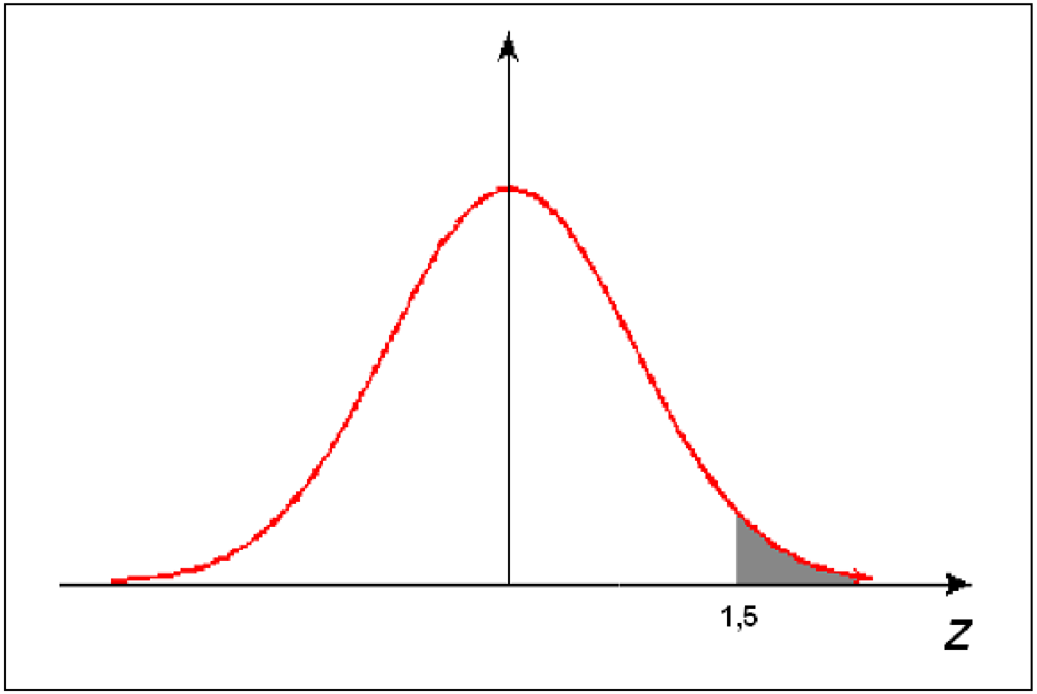
c) $P(1{,}32 < Z \leq 1{,}79)$



$P(1{,}32 < Z \leq 1{,}79) = P(Z \leq 1{,}79) - P(Z \leq 1{,}32) = A(1{,}79) - A(1{,}32)$

$= 0{,}9633 - 0{,}9066 = 0{,}0567.$

d) $P(Z \geq 1,5)$

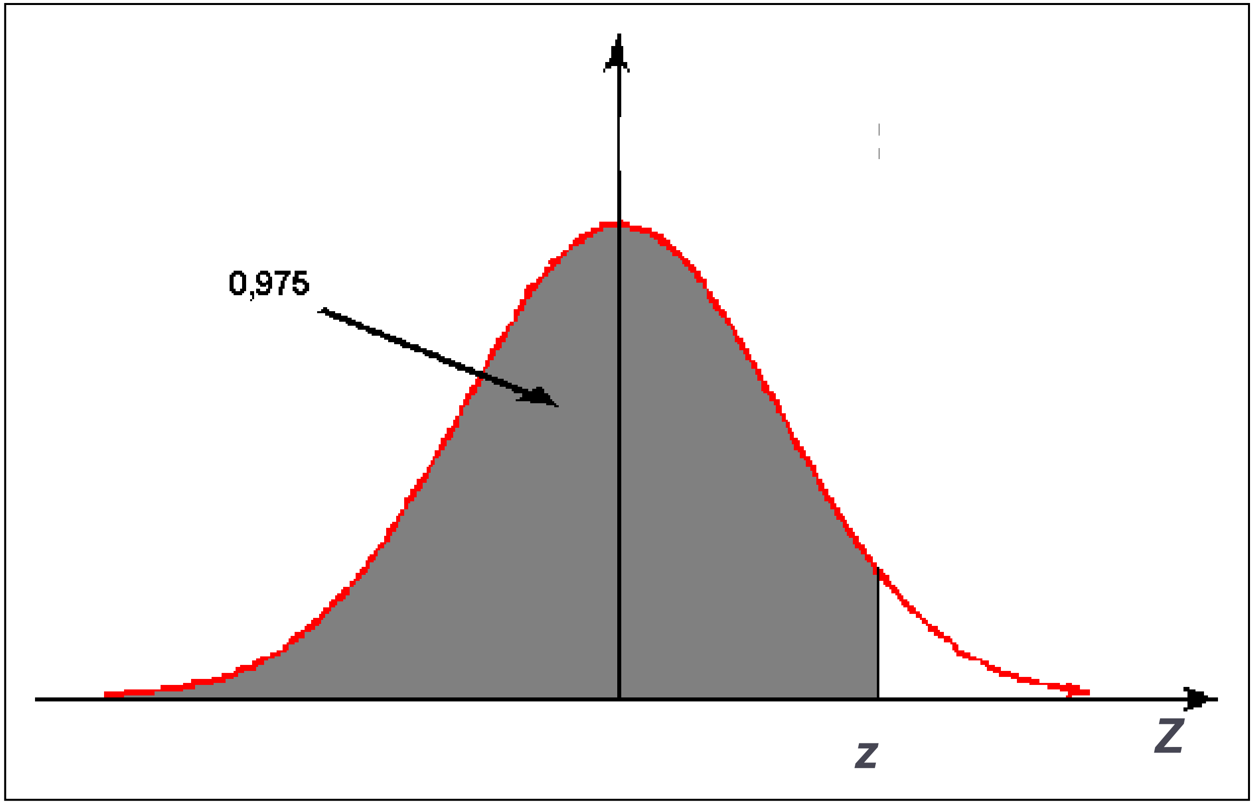


$$P(Z > 1,5) = 1 - P(Z \leq 1,5) = 1 - A(1,5)$$

$$= 1 - 0,9332 = 0,0668.$$

Como encontrar o valor *z* da distribuição N(0;1) tal que:

(i) $P(Z \leq z) = 0{,}975$



***z* é tal que A(*z*) = 0,975.**

Pela tabela, *z* = 1,96.

Esperança Matemática

- Definição 1: Dada a variável aleatória X discreta, com função de probabilidade P(X=x), a esperança matemática de X é dada por:

$$E(X) = \sum_{todos\, x} xP(X = x)$$

Esperança Matemática

- Definição 11: Dada a variável aleatória X discreta, com função de probabilidade P(X=x), a variância de X é dada por:

$$Var(X) = \sum_{todos\, x} (x - E(X))^2 P(X = x)$$

Média e variância de uma distribuição calculada pela distribuição de probabilidades

Média

$$\mu = \sum_{todos\,x} x.f(x) = \sum_{todos\,x} x.P(X = x) = E(x)$$

Variância

$$\sigma^2 = \sum_{todos\,x} (x - \mu)^2.f(x) = \sum_{todos\,x} (x - \mu)^2.P(X = x)$$

Esperança Matemática

- Definição 11I: Dada a variável aleatória X discreta, com função de probabilidade P(X=x), a esperança matemática da função h(X) é dada por:

$$E(h(X)) = \sum_{todos\,x} h(x)P(X = x)$$

Esperança Matemática

- Algumas propriedades da Esperança:

1. Se a é uma constante qualquer então: $E(aX) = aE(X)$

Esperança Matemática

- Algumas propriedades da Esperança:

2. Se b é uma constante qualquer então: $E(X+b)= E(X)+b$
3. Se X e Y são duas variáveis aleatórias quaisquer, então $E(X+Y)= E(X)+E(Y)$

Esperança Matemática

- Algumas propriedades da Esperança:

4. Se a é uma constante qualquer então: $Var(aX) = a^2 Var(X)$
5. Se b é uma constante qualquer então: $Var(X+b) = Var(X)$
6. Se X e Y são duas variáveis aleatórias independentes, então $Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y)$

Propriedades da Média Amostral

Média amostral

- **Objetivo**: Estimar **a média** μ de uma variável aleatória X, a partir de uma amostra retirada ao acaso da população.
- **Por exemplo, estimar a média** μ :
- Da renda domiciliar em uma localidade
- Dos gastos domiciliares com educação no estado de São Paulo
- Da altura dos índividuos no país

Média amostral

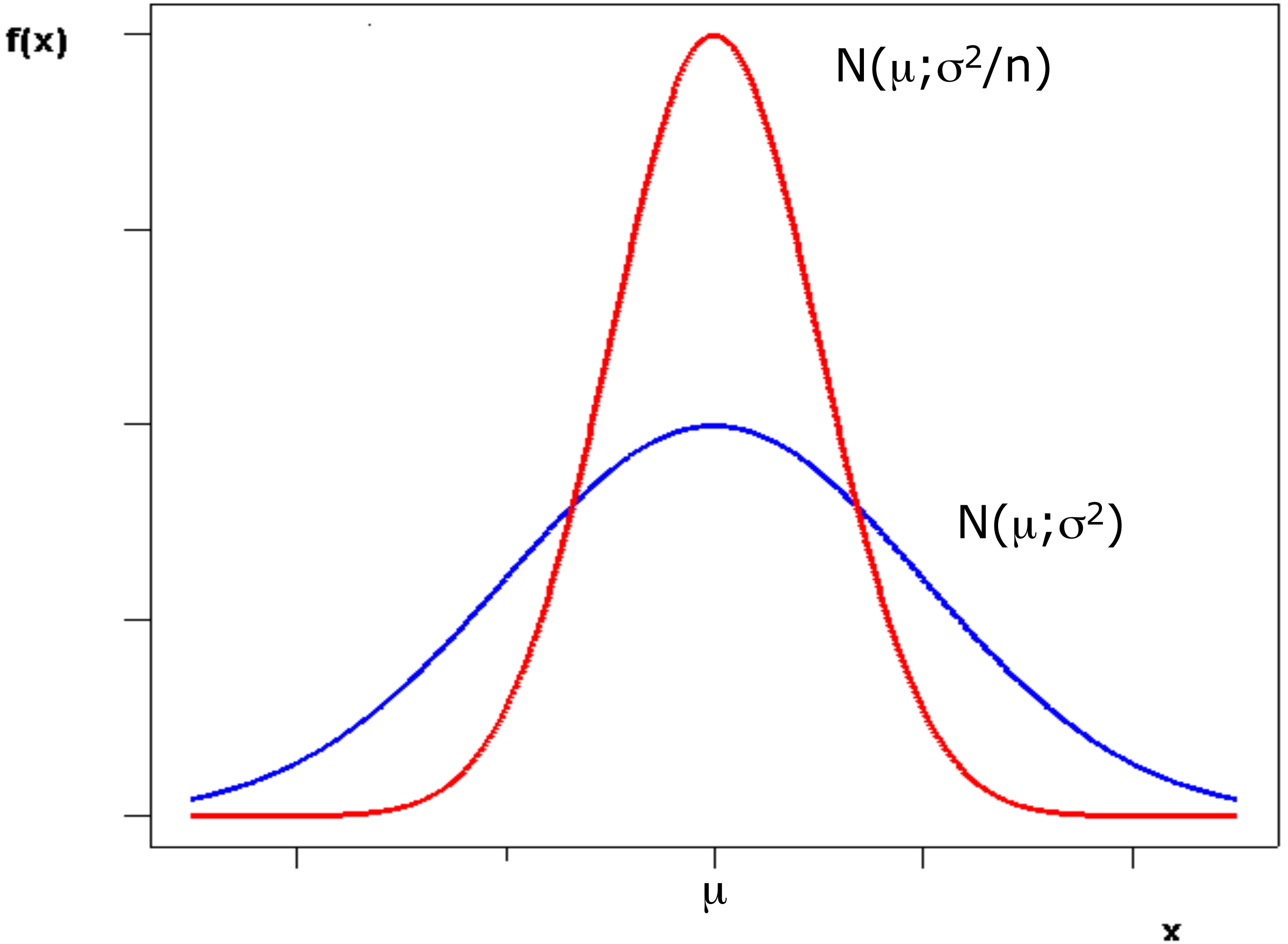
- **Teorema:** Qualquer combinação linear de variáveis aleatórias independentes com distribuição normal, também tem distribuição normal

- Portanto, a **média amostral,** extraída de uma população normalmente distribuída, é uma variável aleatória com **distribuição normal**

Média amostral

- Teorema: A **média amostral,** extraída de uma população normalmente distribuída $\boldsymbol{X \sim N(\mu\ ;\sigma^2)}$, é uma variável aleatória com **distribuição normal,** com **média** μ e **variância** $\boldsymbol{\sigma^2/n}$

Média amostral



Média amostral

- Suponha que a altura média tenha uma distribuição Normal, com média 167 cm e desvio-padrão 9cm

- Pergunta: Qual é a probabilidade de que uma amostra de 9 indivíduos obtida ao acaso tenha uma altura média superior a 170cm?

Distribuição Normal : Valores de P(Z ≤ z) = A(z)

Parte inteira e primeira decimal de z	Segunda decimal de z									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

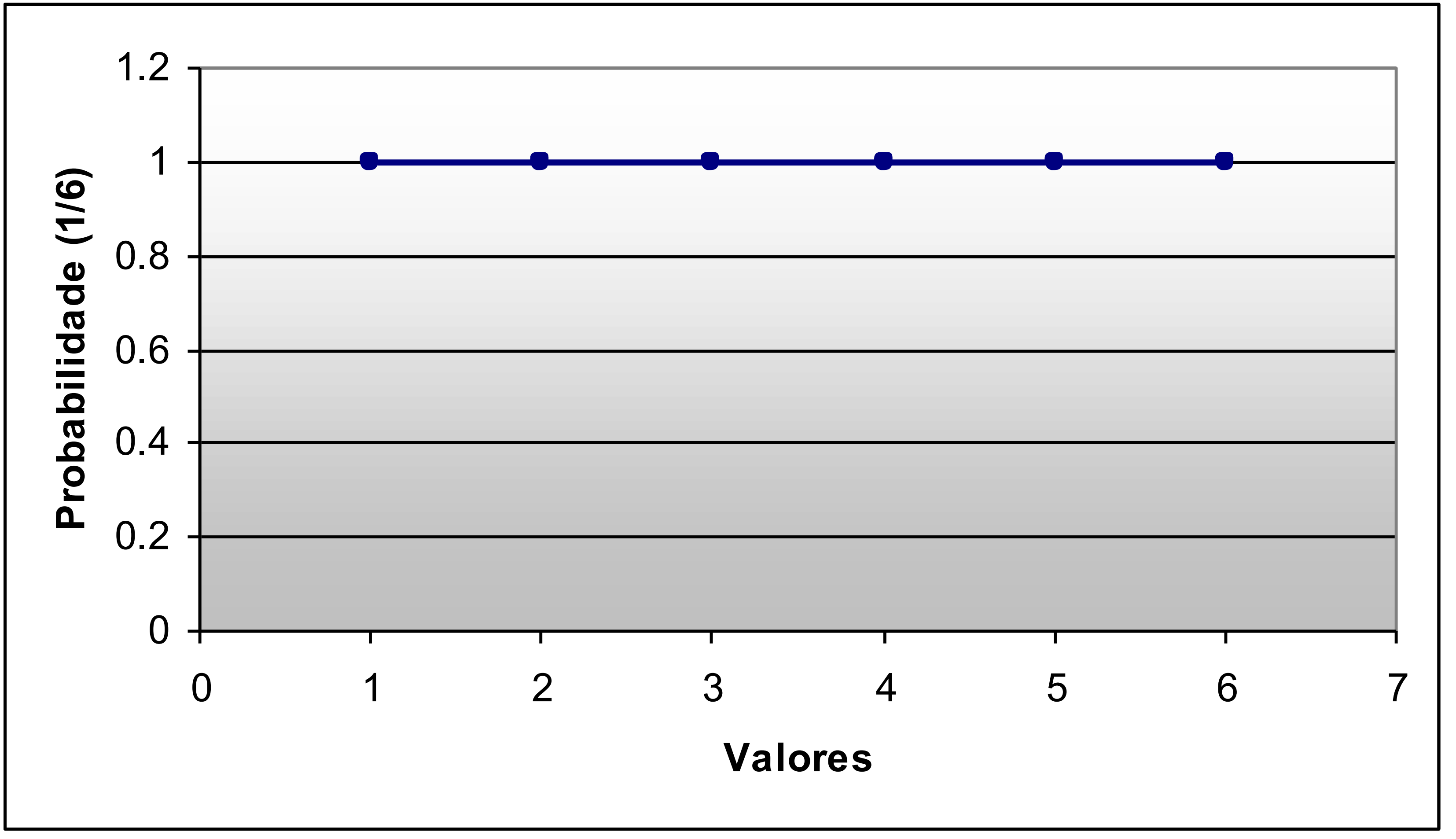
Média amostral

- Até agora, assumimos que a característica de interesse X na população era normalmente distribuída $\boldsymbol{X \sim N(\mu\,;\sigma^2)}$.
- **O que devemos fazer caso essa hipótese não seja verdadeira?**

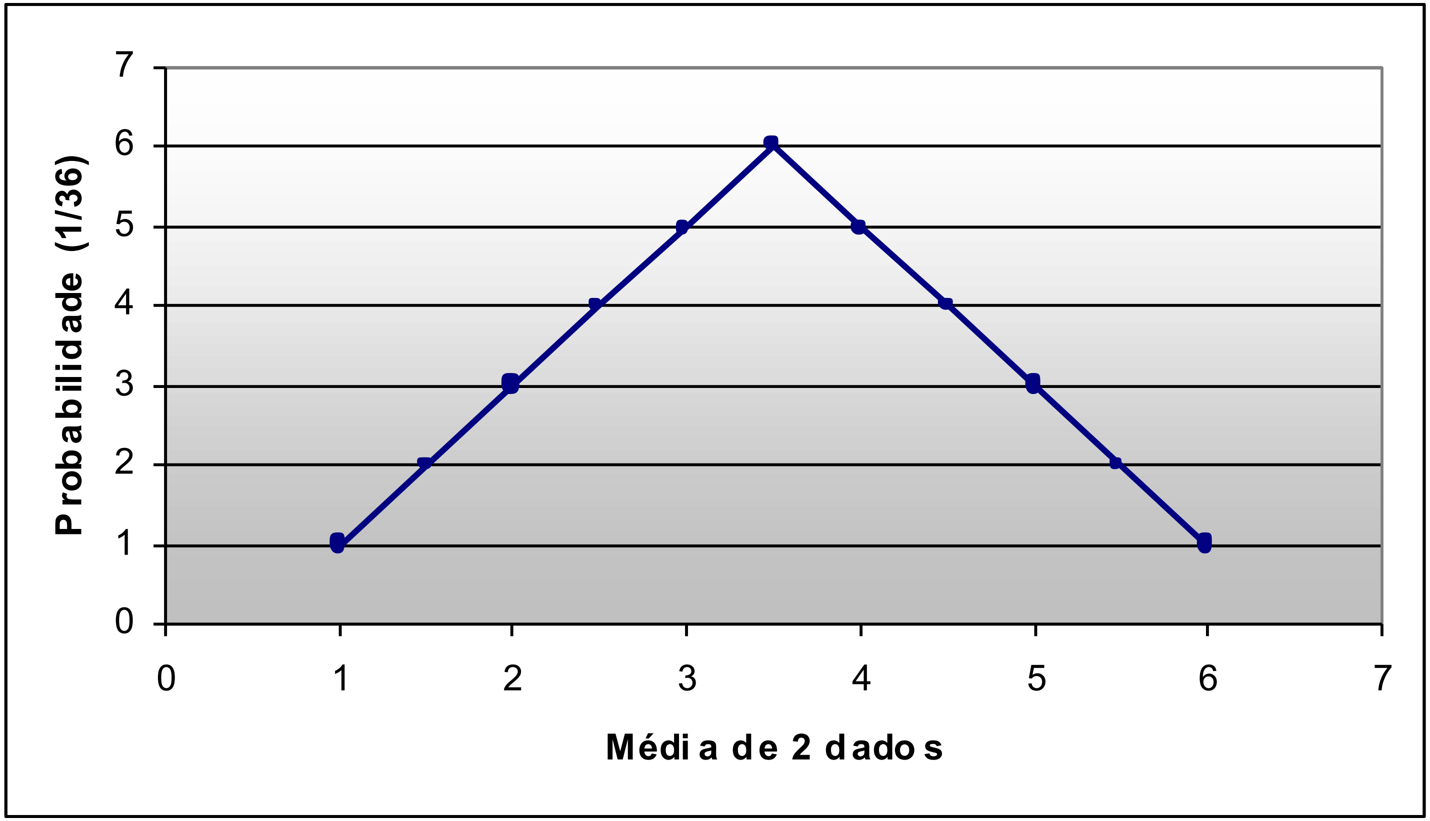
Média amostral

- **Teorema do Limite Central**: A média amostral, extraída de uma população com **média** μ e **variância** σ^2, tem uma distribuição que se aproxima de uma distribuição normal com **média** μ e **variância** σ^2/n**, à medida que o tamanho da amostra tende ao infinito.**

Lançamento de um dado

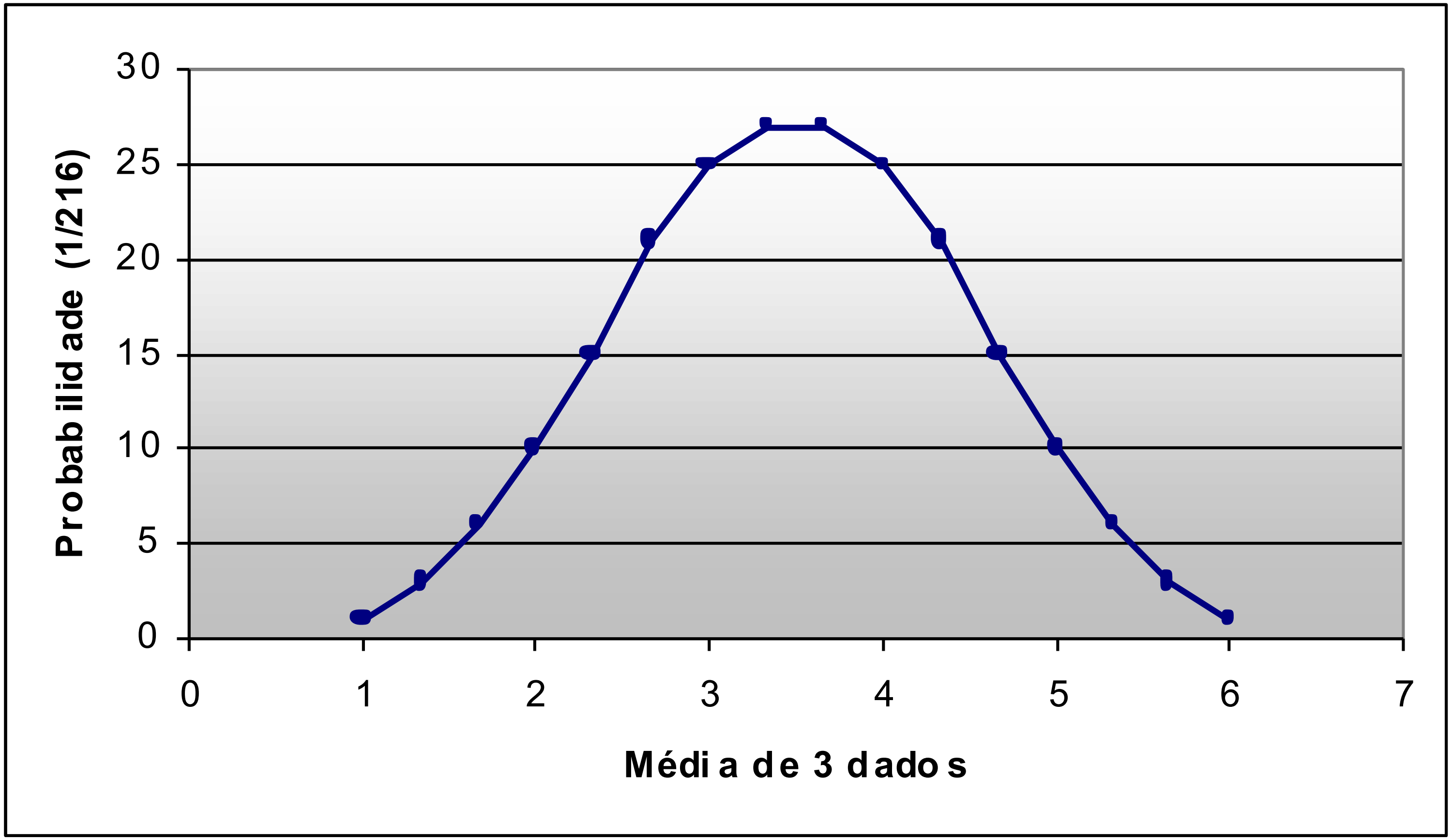


Média de dois dados



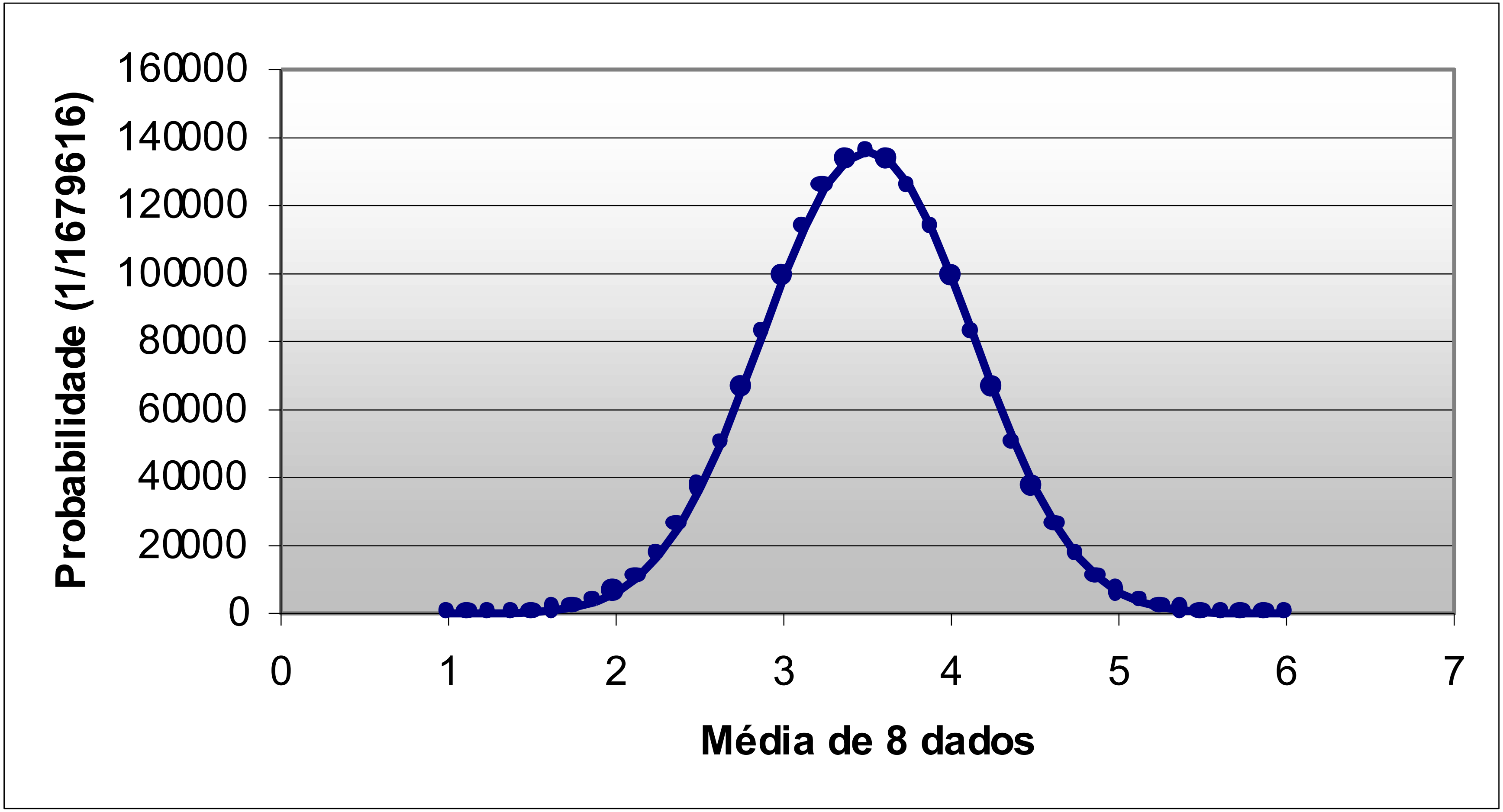
$$p = \frac{1}{6} * \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

Média de três dados

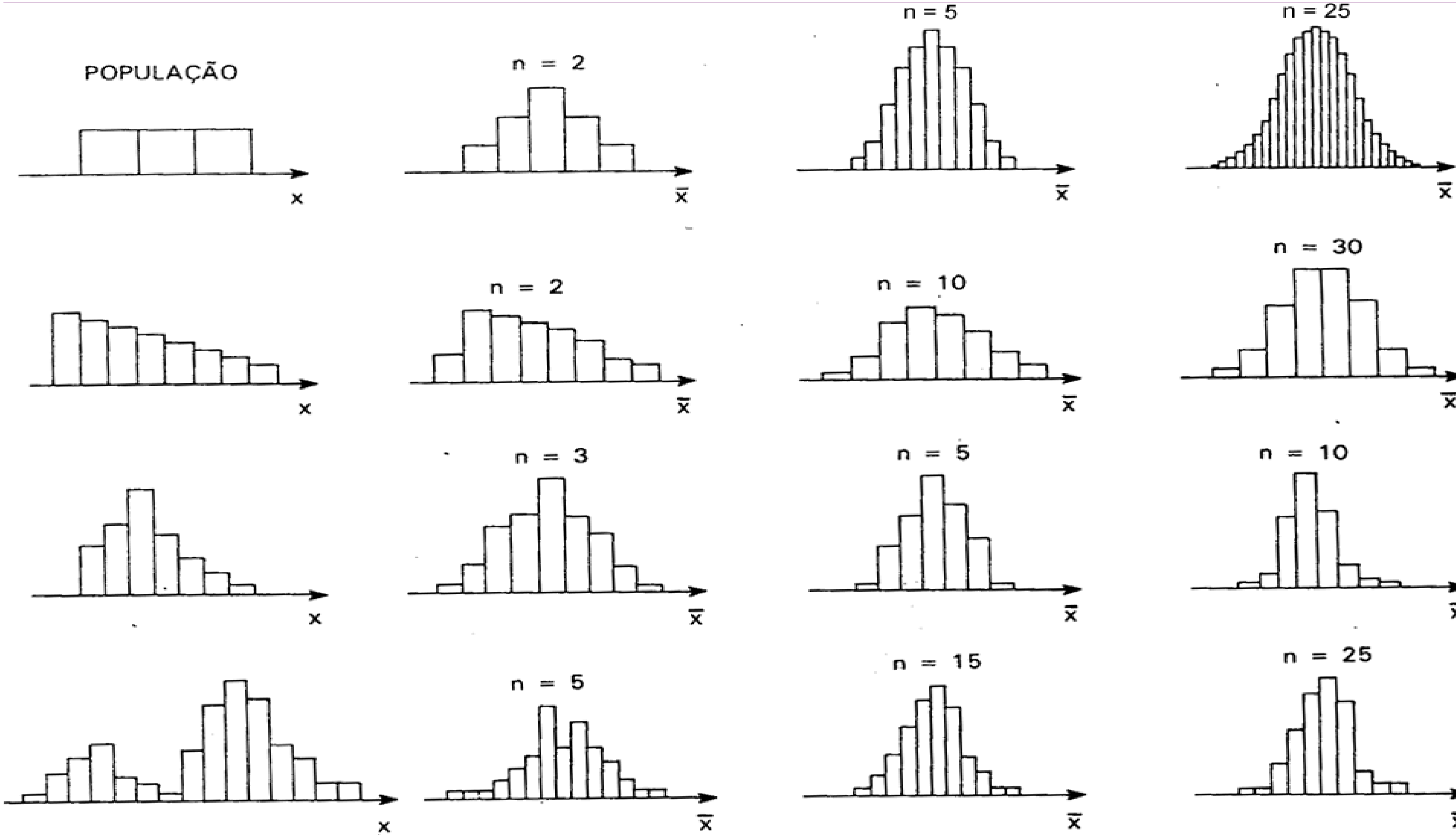


$$p = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$$

Média de oito dados



Exemplo Bussab & Morettin



Fonte: BUSSAB & MORETTIN. ***Estatística Básica***. São Paulo, Atual, 4ª edição, 2002, pp. 273.

Média amostral

- Suponha que a renda média de cada brasileiro seja de R$1113, com variância de 44.100 reais. Suponha escolhessemos uma amostra de 100 pessoas ao acaso. Qual é a probabilidade de que a renda média na amostra seja maior do que R$1150?

Distribuição Normal : Valores de $P(Z \leq z) = A(z)$

Parte inteira e primeira decimal de z

	Segunda decimal de z									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000