

# Instituto de Física USP

## Física V - Aula 5

Professora: Mazé Bechara

# Aula 05 – Resultados da mecânica estatística

1. Uma medida experimental dos módulos de velocidade.
2. **Aplicação.** Conceito e cálculo de velocidade mais provável , menos provável, média do módulo e média do módulo ao quadrado.
3. **Aplicação:** A **distribuição de energia cinética** a partir da distribuição de módulos de velocidade
4. **Aplicação:** a distribuição **espacial** das moléculas na superfície da Terra (atmosfera é um exemplo):
  - 1.1 Desprezando a gravidade terrestre;
  - 1.2 Levando em conta a gravidade na aproximação de força de gravidade constante .

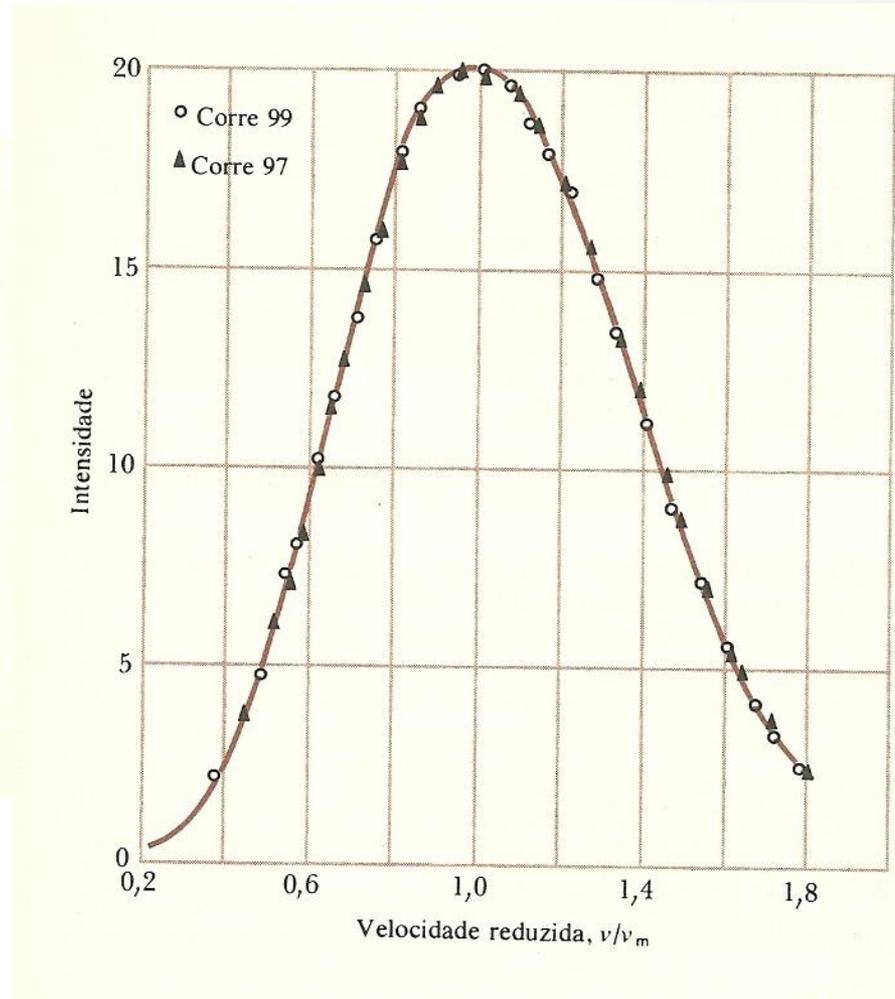
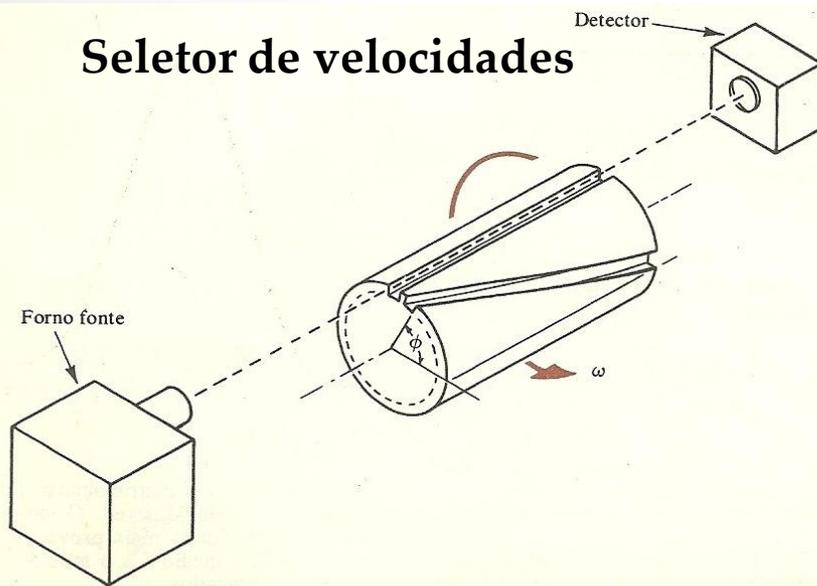
*A distribuição de módulos de velocidades  
(função maxwelliana)*  
**demonstração em aula**

$$f(v) = \frac{dN(v)}{Ndv} = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{m(v^2)}{2kT}}$$

Veja que pelo teorema de Boltzmann a distribuição de módulo de velocidades é a mesma para todos os sistemas. Independe das outras variáveis da energia dos constituintes. **Mas depende da temperatura e da massa dos constituintes.**

# Medida direta da distribuição de módulos de velocidades (temperatura T).

Esquema de equipamento para medir distribuição de módulos de Moléculas. R.C. Miller e P. Kusch, Phys. Rev. 99, 1314 (1955)



**Viva Maxwell! Sem o aval experimental, se jogaria os modelos e teorias nos lixos!**

# Integrais úteis

***É divertido e instrutivo mostrar  $I_0$  e  $I_1$ , e a partir dessas duas integrais determinar todas as demais, já que:***

$$I_{n+2} = -\frac{dI_n}{d\lambda} \quad , \text{ sendo: } I_n = \int_0^{\infty} x^n e^{-\lambda x^2} dx$$

$n$	$I_n$	$n$	$I_n$
0	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\lambda}}$	3	$\frac{1}{2\lambda^2}$
1	$\frac{1}{2\lambda}$	4	$\frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{\lambda^5}}$
2	$\frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{\lambda^3}}$		

# Valores estatisticamente relevantes

## demonstrações em aula

$$\langle \vec{v} \rangle = \vec{v}_{+p} = 0$$

$$v_{-p} = 0$$

$$v_{+p} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{2,55kT}{m}}$$

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

# Aplicação – solução em aula

**Na atmosfera terrestre há moléculas de  $H_2$ ,  $O_2$  entre outras no contexto da estatística de Boltmann.**

a) Determine numericamente a velocidade mais provável, a velocidade menos provável e a velocidade média destes gases na atmosfera a **300K**.

b) Determine numericamente o módulo da velocidade mais provável, da velocidade menos provável destes gases a 300K. Comente este resultado em comparação com a resposta do item anterior.

c) Esboce a distribuição normalizada dos módulos de velocidade.

d) Determine os valores numéricos da média do módulo de velocidade e da raiz quadrada do valor médio do quadrado do módulo de velocidade. Coloque no gráfico da distribuição de módulos.

e) Esboce no mesmo gráfico a distribuição de módulos de velocidade das moléculas de  $O_2$  para a temperatura de **600K**.

f) Determine em **eV** a **energia cinética média** das moléculas de  $H_2$ ,  $O_2$  a **300K**.

g) Os valores determinados acima mudam se for considerada uma interação externa, como a gravidade terrestre? Justifique.

# Aplicação – solução em aula

Na atmosfera terrestre há moléculas de  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $He$ ,  $N_2$ , entre outras.

a) Determine, a partir do teorema de Boltzmann, **a distribuição espacial normalizada** desprezando o efeito da gravidade.

b) Idem **considerando a gravidade da Terra constante**, ou seja,  $h$  (altura em relação à superfície)  $\ll R_T$ .

c) Determine **o valor mais provável e o valor médio da altitude** levando em conta a gravidade. Faça o cálculo numérico do valor médio da altitude para algum gás da atmosfera. **Comente a limitação dos resultados**, se houver

d) **Determine a o valor médio da energia potencial gravitacional. Compare com o resultado do teorema da equipartição de energia e comente.**

e) Como é a **distribuição espacial das moléculas nesta sala de aula? Justifique.**

f) **As distribuições de módulo de velocidade são as mesmas ou diferentes para os diversos gases da atmosfera quando se considera a gravidade? E a distribuição de energia cinética? E a distribuição de energia mecânica? Justifique.**

# Distribuição de moléculas de mesma massa sob efeito da temperatura e gravidade constantes

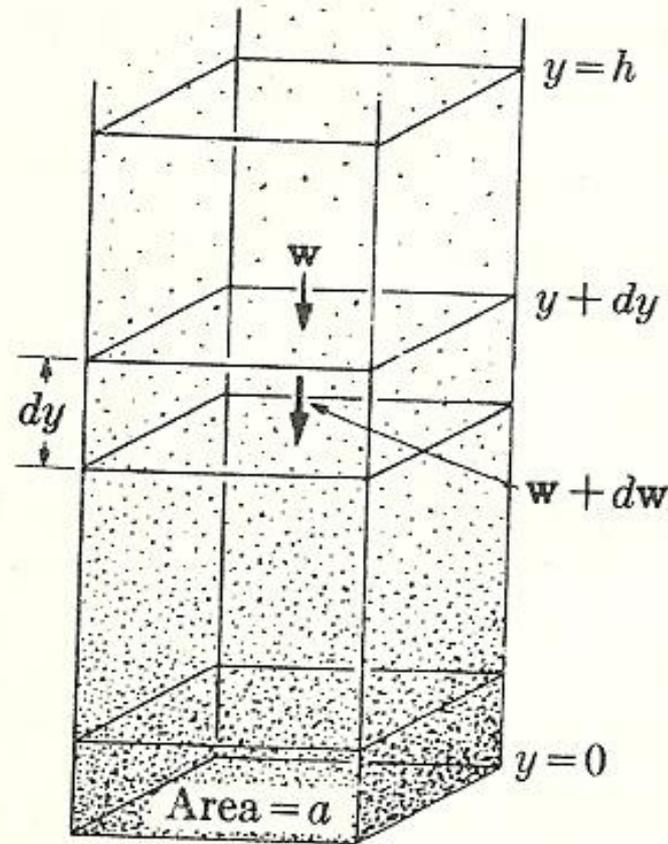


Figura do Enge, Wehr, Richards.