# Controle $H_\infty$ - PPGEE - EPUSP
# Lista 2 - entrega: 08/08/2017

Prof. Diego

Segundo Período 2017

## Problema 1

Dada a planta instável e com zero no semi-plano direito:

$$G(s) = \frac{2(s-3)}{(s+3)(s-1)}$$

deseja-se projetar um controlador ótimo $H_\infty$ do tipo sensibilidade mista. Pede-se:

1. Considerando inicialmente que não há atraso de transporte, determine limites inferiores para $\|S\|_\infty$ e $\|T\|_\infty$.
2. Para o caso do item anterior, projete um controlador por sensibilidade mista $S/KS$. Considere uma função peso de $S$ da forma:

   $$W_p(s) = \frac{s/M + \omega_B^*}{s + \omega_B^* A}$$

   e procure fazer com que o erro estacionário à resposta ao degrau unitário de referência seja menor que 1%.
3. Considerando-se agora que existe um atraso de transporte de 1.0 segundo, recalcule os limites inferiores e o controlador para atender as mesmas especificações (considere utilizar aproximação de Padè para o atraso de transporte).

**Nota:** Plote diagramas de Bode de todas as FTMA e FTMF, além dos diagramas de Nyquist, assim como resposta ao degrau unitário e sinal de controle correspondente.

## Problema 2

Uma planta é representada por uma família de modelos do tipo:

$$\mathcal{G} = \left\{ \frac{2}{s+(2+\delta)},\ |\delta| < 1, \delta \in \mathbb{C} \right\}$$

e suponha ainda que se deseja controlar este sistema com um controlador proporcional $K(s) = k$, onde $k \in \mathbb{R}$.

1. Considerando $k = 1$, plote os diagramas de Nyquist de uma amostra da família de plantas acima, ou seja, escolha pelo menos 20 valores aleatórios de $\delta$ na faixa $|\delta| < 1$ (todos no mesmo gráfico).

2. Ainda com $k = 1$, plote os diagramas de Bode de $L(s) = kG(s) = G(s)$ e de $S(s)$ para a mesma amostra escolhida acima. Determine os valores de $\omega$ e $\delta$ que forneceram o máximo de $\|S\|_\infty$, que corresponde à menor distância em relação ao ponto crítico.

3. Encontre condições sobre o controlador em questão para se ter estabilidade nominal e estabilidade robusta usando-se o método apresentado em sala de aula

4. Analise a estabilidade nominal e robusta do sistema usando o Lugar Geométrico das Raízes (LGR). Use LGR em função de dois parâmetros, como pode ser encontrado em livros de Controle Clássico.

## Problema 3

Uma planta nominal é da forma:

$$G_o(s) = \frac{1}{(s+0.1)^2}$$

e a função limite da família de plantas (incerteza multiplicativa) é dada por:

$$W(s) = \frac{0.21s}{0.1s+1}$$

Deseja-se projetar um controlador de forma que haja seguimento de referência na faixa de frequências $[0, 1]$. Para tanto, escolha a função peso $W_p(s)$ como sendo um filtro Butterworth de terceira ordem com frequência de corte 1.0 radiano por segundo e ganho unitário nas baixas frequências.

1. Encontre um controlador que satisfaça as especificações, para isso use sensibilidade mista $S/KS$, isto é, com as funções $W_p(s)$ e $W_u(s)$

2. Verifique se a condição de robustez de estabilidade $\|WT\|_\infty < 1$ é satisfeita. Caso não seja, refaça o projeto, ou justifique caso não consiga.

3. Projete agora um controlador por sensibilidade mista $S/T/KS$ considerando $W(s)$ como uma função peso para $T(s)$. Procure atender as especificações da melhor forma possível.

4. Para os itens anteriores, analise se a condição de robustez de desempenho é satisfeita.

**Nota:** Plote diagramas de Bode de todas as FTMA e FTMF, além dos diagramas de Nyquist necessárias, assim como resposta ao degrau unitário e sinal de controle correspondente.

## Problema 4

Foi mostrado em sala de aula que toda matriz $G \in \mathbb{C}^{n\times m}$ pode ser decomposta em valores singulares da forma:

$$G = U\Sigma V^H$$

onde as matrizes $U, V$ são quadradas e unitárias. Pede-se:

1. Mostre que o determinante de uma matriz unitária tem sempre módulo unitário;

2. Mostre que toda matriz unitária é um ponto na esfera unitária de dimensão quatro, isto é, na esfera de equação $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 1$;

3. Uma matriz $A$ complexa quadrada é hermitiana se $A^H = A$. Mostre que a exponencial $B = e^{jA}$ onde $A$ é hermitiana, é uma matriz unitária.

## Problema 5

Motre que para a norma de Frobenius, que é dada por:

$$\|A\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}|a_{ij}|^2}$$

vale que $\|AB\|_F \leq \|A\|_F\|B\|_F$