



Ultrassom em biomedicina

Transdutores

Theo Z. Pavan

Universidade de São Paulo, FFCLRP, Departamento de Física

Transdutores



Sensor piezelétrico

 O efeito piezelétrico pode ser entendido como a habilidade de alguns materiais (especialmente os cristais e algumas cerâmicas) de gerar carga elétrica em resposta a uma tensão mecânica.

 A palavra piezoeletricidade significa “eletricidade por pressão”.

- Derivada do grego piezein → espremer, pressionar.

Histórico

- O efeito piezoelétrico (direto) foi descoberto em 1880 pelos irmãos Pierre e Jacques Curie durante experimentos com cristais de quartzo.

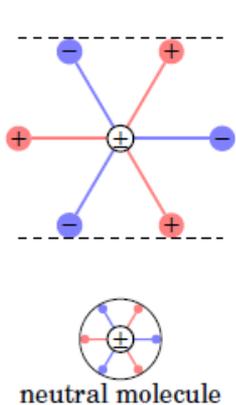


Efeito piezelétrico reverso

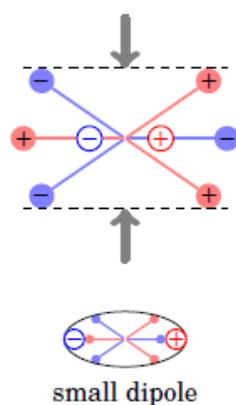
- O efeito piezelétrico é reversível, ou seja, os materiais piezoelétricos além de produzirem eletricidade quando tensionados também geram uma tensão ou deformação quando um campo elétrico é aplicado.
- Por exemplo: o titanato zirconato de chumbo (PZT) apresenta uma mudança máxima de aproximadamente 0,1 % de suas dimensões originais.
- A existência do processo reverso foi prevista por Lippmann em 1881 e imediatamente confirmada pelos irmãos Curie.

Sensor piezelétrico

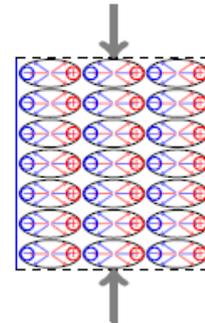
Modelo molecular simplificado para explicar o efeito piezoelétrico.



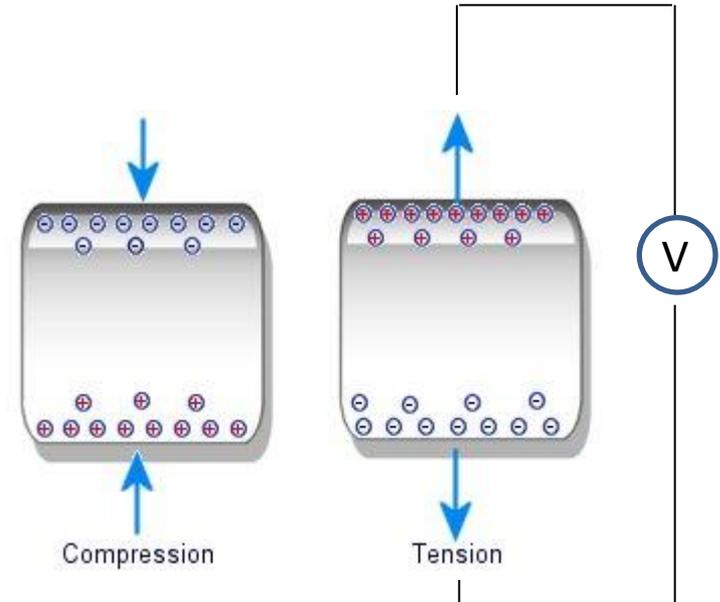
Uma molécula não perturbada.



Molécula submetida a uma pressão externa



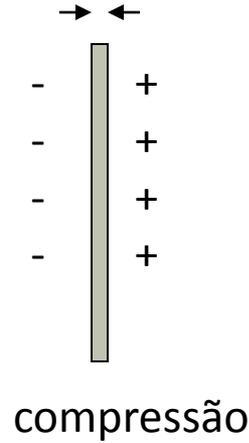
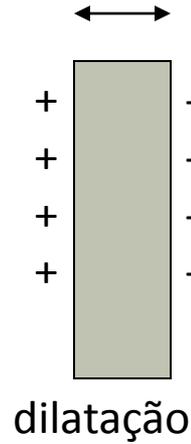
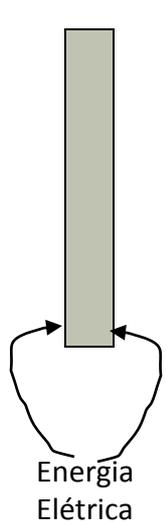
Efeito de polarização na superfície do material. Redes de cargas são formadas nas superfícies do material



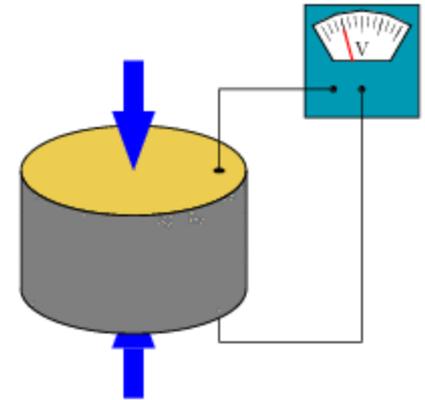
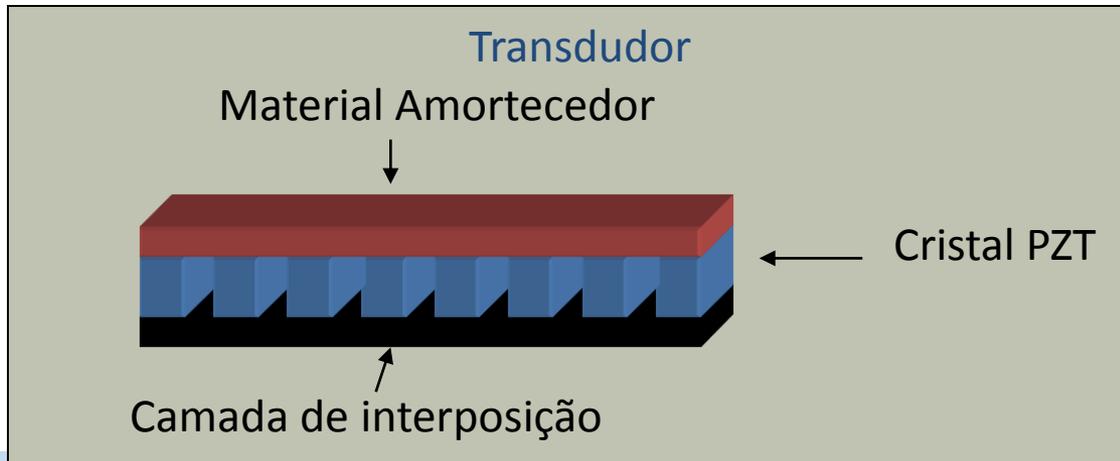
Materiais piezelétricos

- 🌀 O quartzo e a turmalina são alguns materiais que apresentam naturalmente a piezeletricidade.
- 🌀 Esses materiais naturais apresentam baixa piezeletricidade.
- 🌀 Materiais cristalinos podem ser produzidos para apresentar piezeletricidade.
- 🌀 O material mais popular hoje em dia é o **Titanato Zirconato de Chumbo** - $\text{Pb}(\text{Zr}, \text{Ti})\text{O}_3$ - **(PZT)**. Devido a sua alta piezeletricidade.
- 🌀 O PZT é usado como sensor piezelétrico após ser polarizado. Por ser ferroelétrico, ele é aquecido a temperaturas pouco maiores que a de Curie. Ao ser resfriado em presença de altos campos elétricos, seus dipolos são alinhados na direção de polarização.

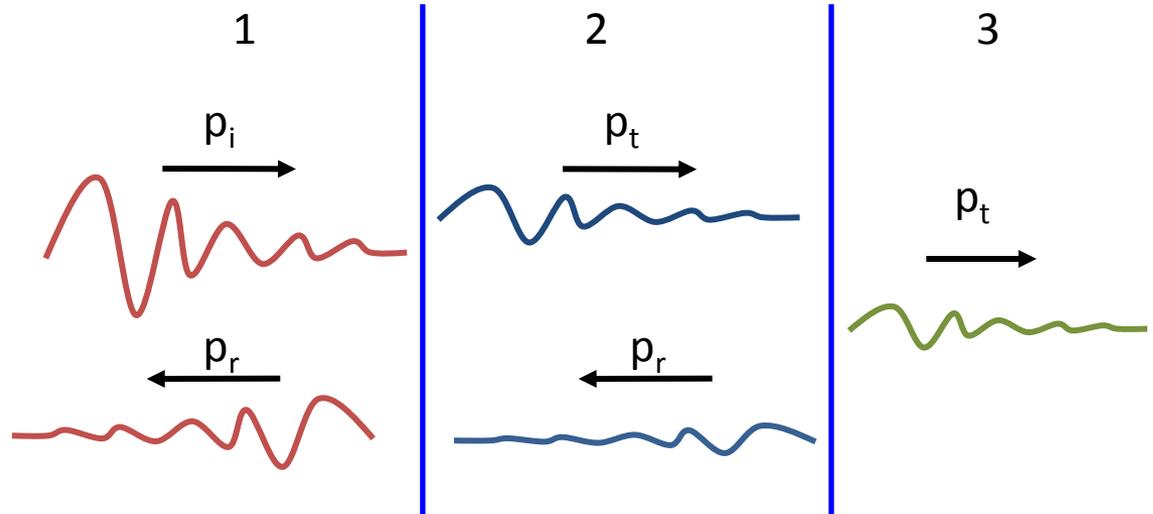
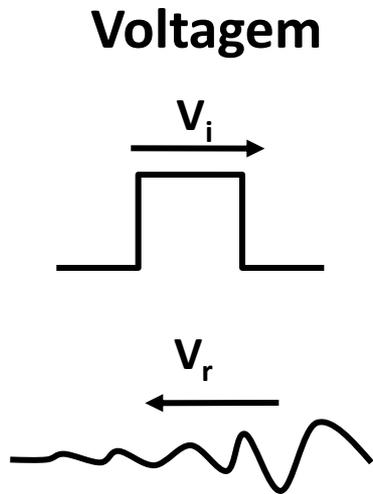
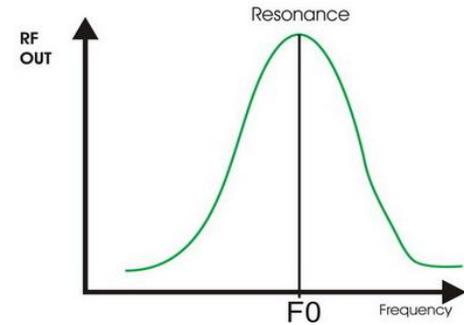
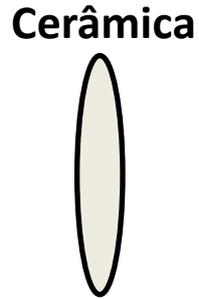
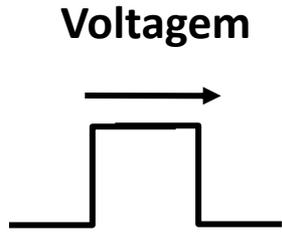
Elementos piezoelétricos



Descoberto pelos irmãos Pierre e Jacques Curie, na França, em 1880



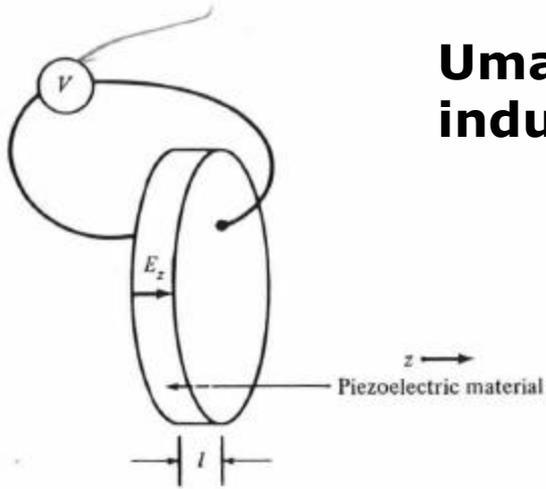
Propagação da onda de ultrassom



Sensor piezoelétrico

As faces do material é coberta com metal condutor.

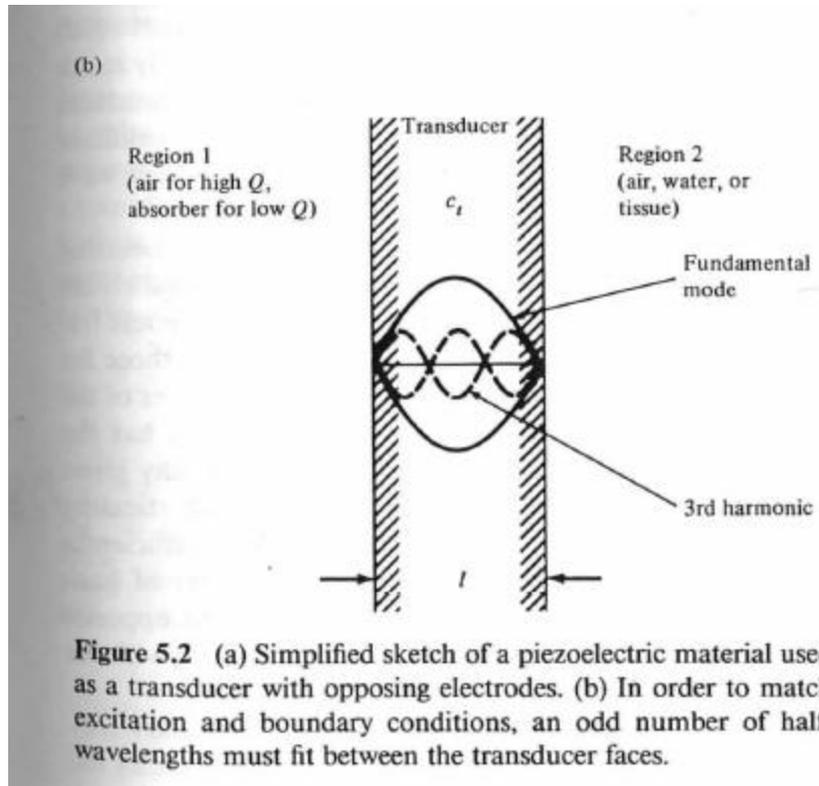
Uma tensão V é aplicada aos eletrodos para induzir um campo elétrico E .



$$E_z = \frac{V}{l}$$



Elemento piezoelétrico

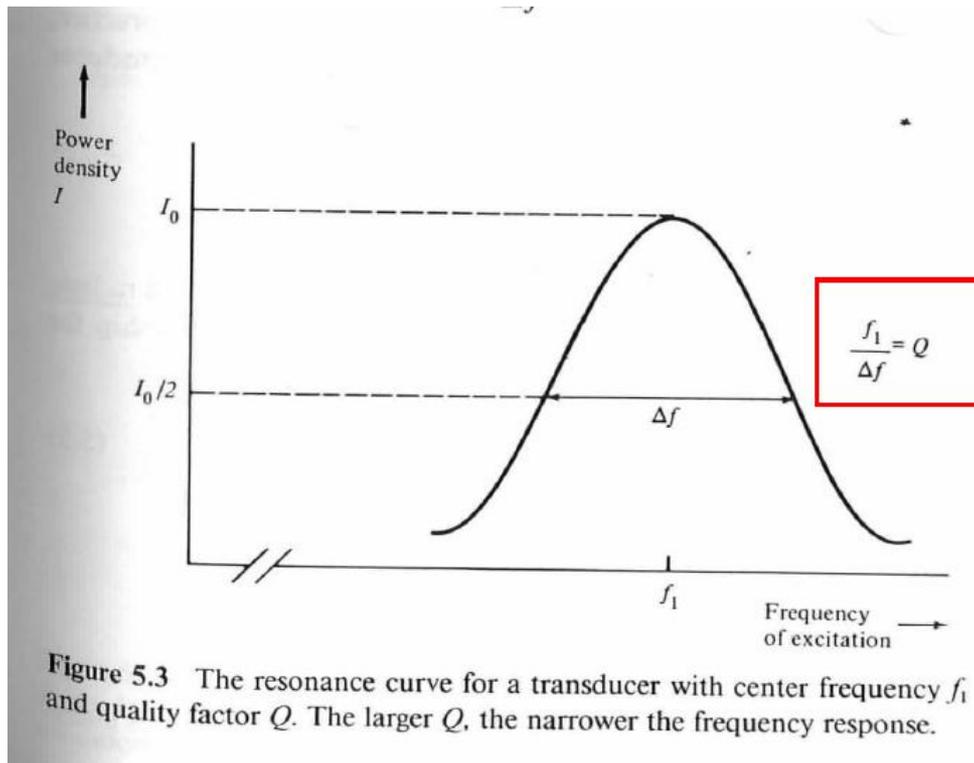


$$\frac{\lambda_1}{2} = l \quad f_1 = \frac{c_t}{2l}$$

$c_t \rightarrow$ velocidade acústica no material piezoelétrico.

$L \rightarrow$ espessura do material

Resposta em frequência



A largura de banda é medida pelo fator de qualidade Q .

Referência → Frequência em que a potência cai pela metade.

$$\frac{f_1}{\Delta f} = Q$$

$$Q_r = \frac{f_r}{\Delta f (3db)} = \frac{f_r}{f_2 - f_1}$$

Sendo f_1 e f_2 as frequências correspondente aos pontos de meia altura do pico de ressonância.

Fator de qualidade Q

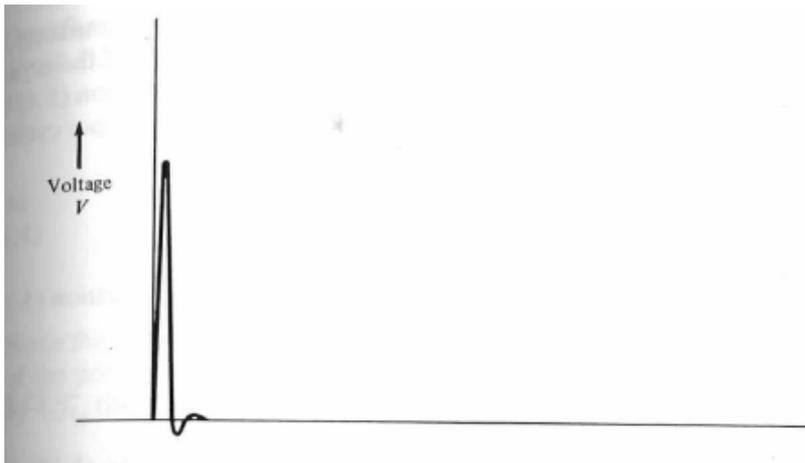
- 🌀 Q é determinado pelas perdas (absorção e transmissão) pelo transdutor.
- 🌀 As perdas acontecem pela transmissão da potência acústica pelas faces do transdutor e devido a acoplamento elétrico.
- 🌀 Se ambas as faces do transdutor estão em contato com o ar, o casamento de impedância será muito baixo. Nesse caso quase nenhuma potência escapará. Isso resulta em Q da ordem de 30.000.

Fator de qualidade Q

- Se o propósito é irradiar onda acústica para o meio, parte da potência deve ser propositalmente perdida em uma das faces do transdutor.
- O fator de qualidade de um transdutor típico irradiando para o tecido fica entre 1 e 10.

Resposta do transdutor

Supondo que a entrada elétrica ao transdutor seja um impulso estreito.



Resposta do transdutor

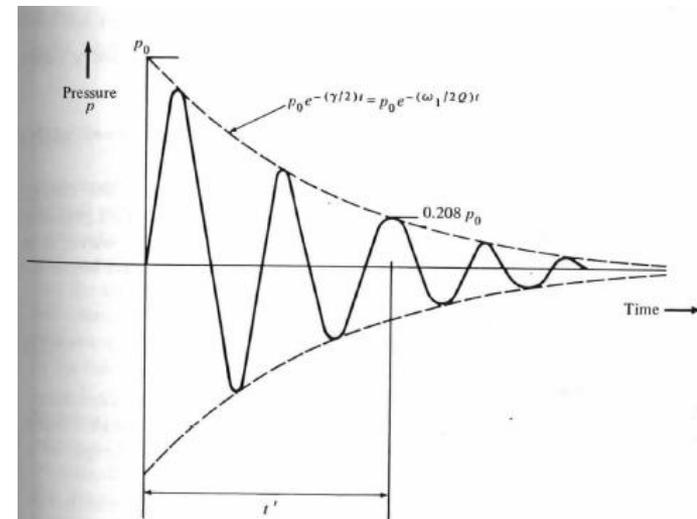


Figure 5.7 The pressure waveform radiated by a transducer excited by a sharp impulse of voltage. The pressure at any distance decays at a rate inversely proportional to the Q of the transducer. For the waveform of this figure, Q is approximately 4.5.

Resposta do transdutor

 Outra definição para Q , que é consistente com a definição anterior é relativa a energia perdida por ciclo na frequência de ressonância.

$$Q = \frac{\text{energy stored}}{\text{energy lost per cycle}} 2\pi$$

$J \rightarrow$ Energia armazenada pelo cristal

$$\frac{dJ}{dt} \frac{1}{f_1} = -\frac{2\pi J}{Q}$$

Portanto a taxa de decaimento pode ser escrita em termos de Q

$f_1 \rightarrow$ frequência na ressonância

$$\gamma = \frac{2\pi f_1}{Q} = \frac{\omega_1}{Q}$$

Solução

$$J = J' e^{-\gamma t}$$

Resposta do transdutor

Pressão acústica é proporcional a energia ou potência acústica ao quadrado.

$$p = p_0 e^{-(\gamma/2)t} = p_0 e^{-(\omega_1/2Q)t}$$

Portanto, Q alto significa um longo *ringing*.

Enquanto que um Q baixo indica formas de onda mais curtas.

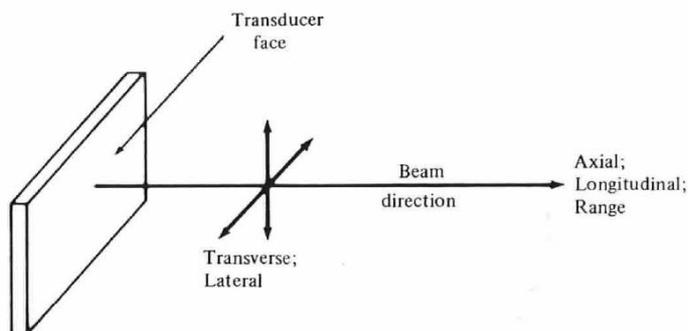
Qual valor de Q adequado?

 Para equipamentos de ultrassom que usam ondas contínuas, podemos usar transdutores com alto Q , como por exemplo em:

- Equipamentos de terapia (fisioterapia)
- Terapia de alta intensidade para tratamentos de tumores (HIFU).
- Alguns fluxômetros Doppler.

Resolução axial

 O valor de Q tem impacto direto na resolução axial das imagens.



Admitindo que:

$$\text{Axial resolution} \approx \frac{t'c}{2}$$

Podemos mostrar que:

$$AR \approx \frac{Q\lambda}{4}$$

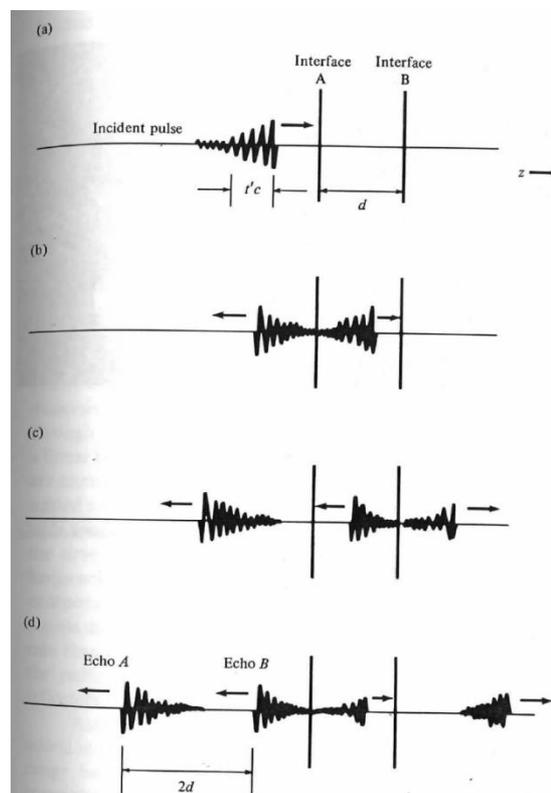
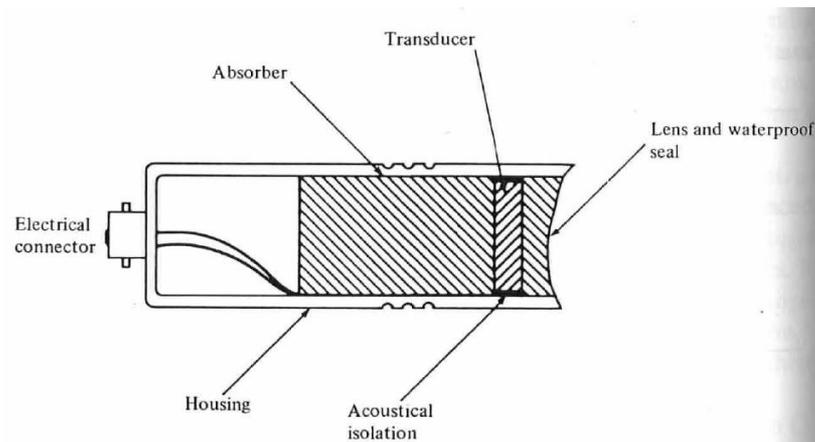


Figure 5.9 Four successive snapshots of the positions and lengths of echoes from two closely spaced interfaces. When d is reduced to the point where the echoes overlap but are just resolvable, then $d = \text{axial resolution}$.

Resposta do transdutor

- Portanto para menores valores de Q obtemos melhora na resolução axial.
- O ideal é, portanto, obter um pulso o mais curto possível com alta amplitude de pico.
- Coloca-se inclusive material atenuador na face de trás do transdutor para diminuir Q .



Transdutor monocanal



(a)

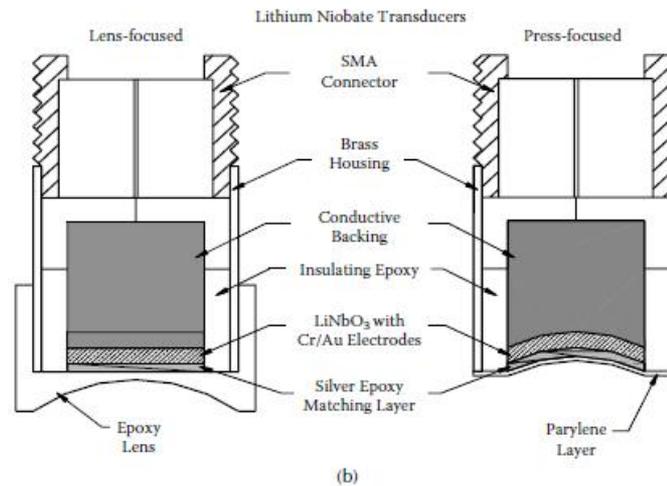


FIGURE 3.5 (a) Photo and (b) detailed construction of two single-element ultrasonic transducers with one or two matching layers and the backing material. The transducer on the left has a lens, whereas the one on the right is self-focused.

Resposta do transdutor

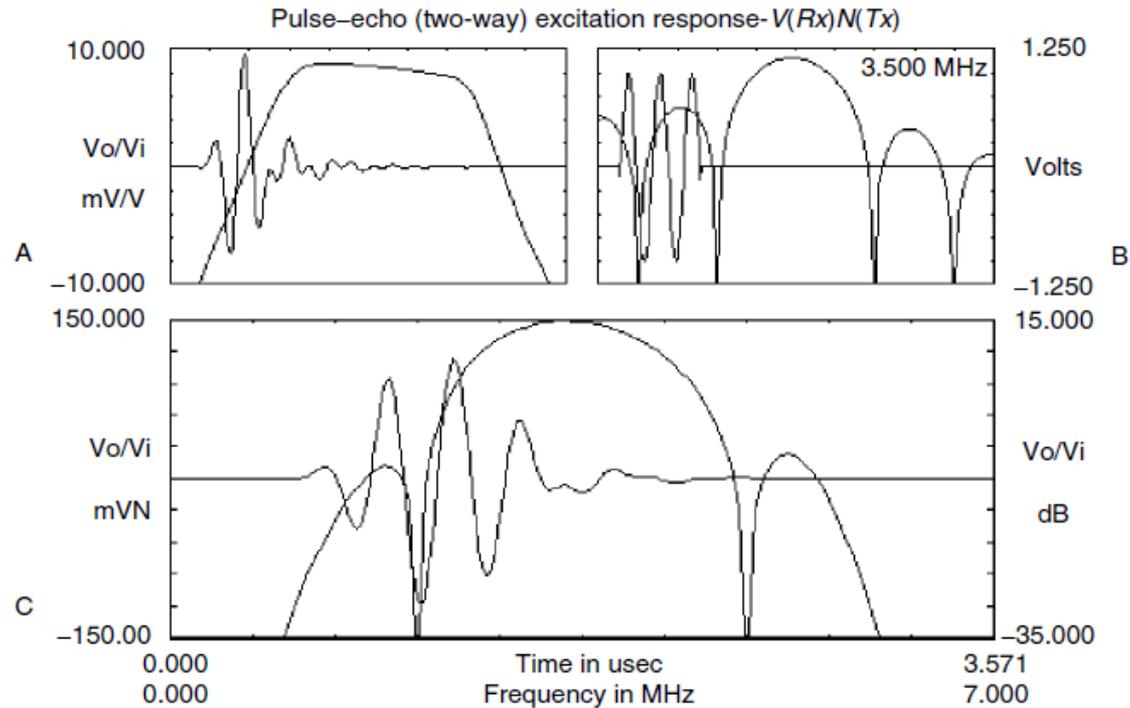


Figure 5.19 (A) Pulse-echo impulse response and spectrum for a 3.5-MHz linear array design. (B) A 3.5-MHz, $2\frac{1}{2}$ cycle sinusoid excitation pulse and spectrum. (C) Resultant output pulse and spectrum. All calculations by PiezoCAD transducer design program (courtesy of G. Keilman, Sonic Concepts, Inc).

Transdutor - Array

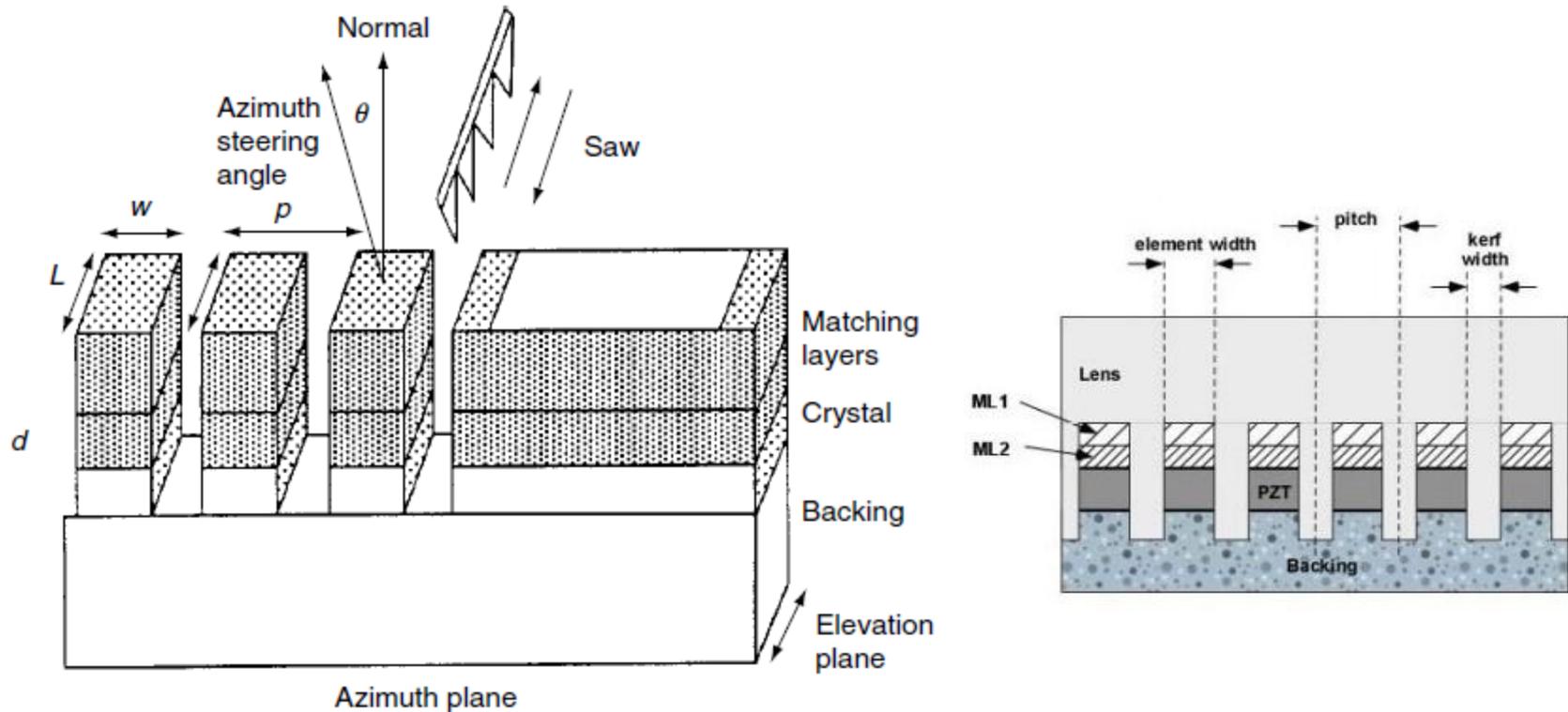


Figure 5.6 A multilayer structure diced by a saw into one-dimensional array elements (from Szabo, 1998, IOP Publishing Limited).

Transdutor - Array

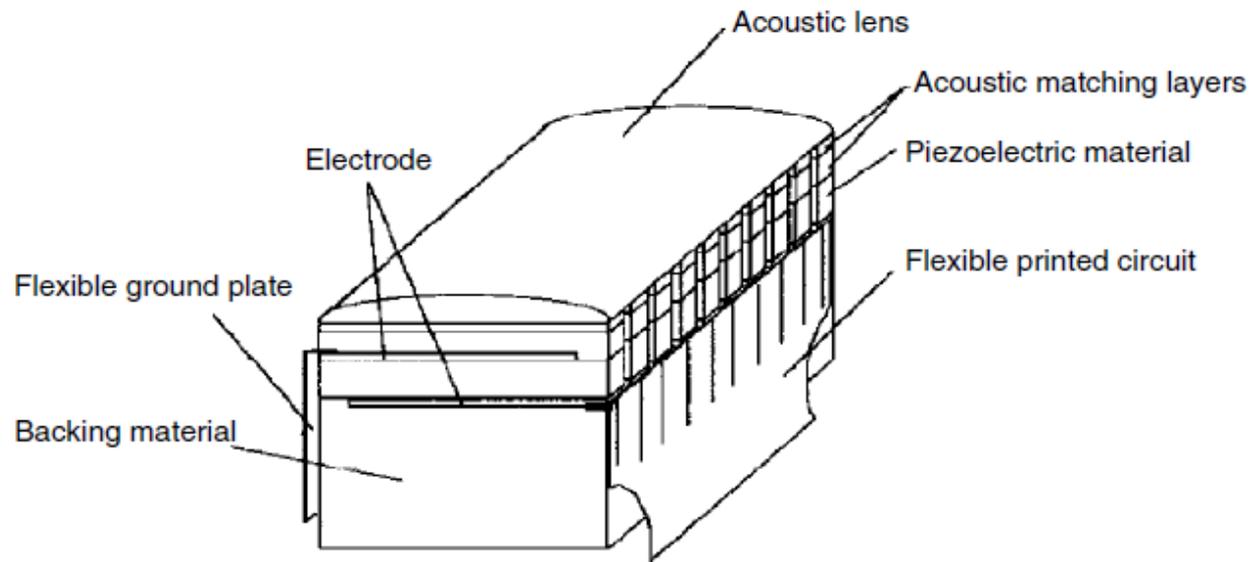


Figure 5.7 Construction of a one-dimensional array with an elevation plane lens (from Saitoh *et al.*, 1999, *IEEE*).

Sensor piezelétrico

$$p_i = e_{ii} E_i - c_{ii} \left(\frac{\partial \xi}{\partial z} \right)$$

p_i → pressão no material do transdutor

E_i → campo elétrico aplicado

e_{ii} → coeficiente de tensão piezoelétrica do material

c_{ii} → constante de elasticidade do material

ξ → deslocamento das partículas no material tal que $\partial \xi / \partial z$ é a deformação

i → índice indicando a direção da pressão

Sensor Piezelétrico

 Tanto na piezeletricidade direta como reversa, as tensões e deformações estão relacionadas aos parâmetros elétricos através das constantes piezelétricas:

- d_{ij} , g_{ij} , k_{ij} , e e_{ij}

 Além disso, as tensões e deformações estão relacionadas pelas constantes elásticas do material.

Constantes piezelétricas

- ☞ **d_{ij}** : coeficiente de transmissão ou deformação [m/V] ou [C/N]: **deformação (m/m) por campo elétrico aplicado (V/m).**
- ☞ **g_{ij}** : coeficientes de recepção ou coeficientes de produção de campo [V.m/N][m²/C]: **campo elétrico desenvolvido (V/m) por tensão mecânica aplicada (N/m²)** ou deslocamento de carga de carga elétrica (C/m²) devido a certa deformação (m/m) induzida.
- ☞ **k_{ij}** : coeficiente de acoplamento eletromagnético [adimensional]. Este coeficiente descreve a **conversão entre energia mecânica em energia elétrica ou vice-versa**. Sendo,

$$K_{ij} = d_{ij} g_{ij} C_{ij}$$

- ☞ **e_{ij}** : coeficiente de tensão [N/V.m] ou [C/m²] **indica a resultante variação de tensão mecânica por variação em campo elétrico em uma situação livre de deformação.**

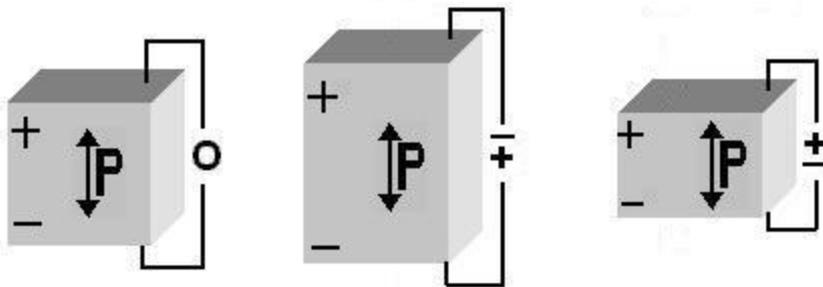
Características dos materiais

- Outros parâmetros importantes são os que descrevem as **propriedades elásticas do material**, e os **coeficientes dielétricos relativos ou permissividade que descrevem a capacitância do material**.
- Os índices (ij) representam a direção de excitação (i) e a direção de deformação do material (j). Por exemplo, se a cerâmica for excitado na direção 3 e a deformação ocorrer na mesma direção tem-se $i=3$ e $j=3$. Mas se a deformação for na direção 1, tem-se $i=3$ e $j=1$.

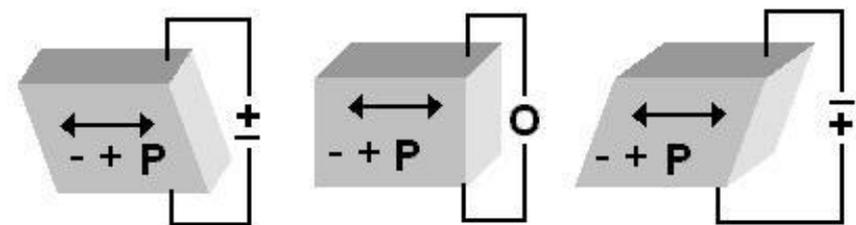
Orientação do material

Vários tipos de tensões e deformações podem ser criadas dependendo da combinação de direção do campo elétrico aplicado e orientação do cristal piezoeletrico.

Situação 1



Situação 2



Equações constitutivas

- Equação constitutiva → descreve a relação entre duas entidades físicas específicas de um material ou substância em resposta a um estímulo externo.
- As equações constitutivas descrevendo as propriedades de piezeletricidade são baseadas na suposição de que toda deformação no transdutor é a soma de uma deformação mecânica induzida por uma tensão mecânica mais uma fração devido à deformação que surge devido à voltagem elétrica aplicada.

Equações constitutivas

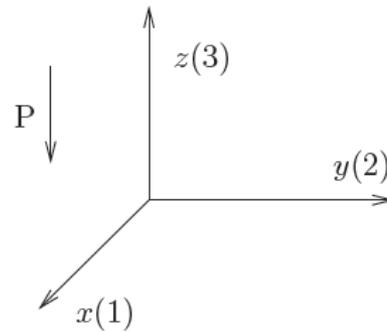
Aplicou tensão elétrica

Atuador

$$\varepsilon_i = S_{ij}^E \sigma_j + d_{mi} E_m$$

$$D_m = d_{mi} \sigma_i + \xi_{ik}^\sigma E_k,$$

$$i, j = 1, 2, \dots, 6 \quad m, k = 1, 2, 3$$



#	Axis
1	x
2	y
3	z
4	Shear around x
5	Shear around y
6	Shear around z

Sobre-escritos indicam medidas tomadas sob **constante** :

$D \rightarrow$ Deslocamento elétrico

$E \rightarrow$ Campo elétrico

$\sigma \rightarrow$ Tensão

σ ... stress vector (N/m^2)

ε ... strain vector (m/m)

E ... vector of applied electric field (V/m)

ξ ... permittivity (F/m)

d ... matrix of piezoelectric strain constants (m/V)

S ... matrix of compliance coefficients (m^2/N)

D ... vector of electric displacement (C/m^2)

g ... matrix of piezoelectric constants (m^2/C)

β ... impermittivity component (m/F)

Equações constitutivas

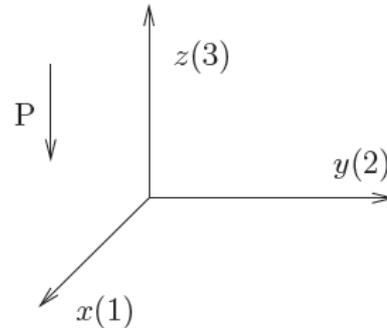
Aplicou tensão mecânica

Sensor

$$\varepsilon_i = S_{ij}^D \sigma_j + g_{mi} D_m$$

$$E_i = g_{mi} \sigma_i + \beta_{ik}^\sigma D_k$$

$$i, j = 1, 2, \dots, 6 \quad m, k = 1, 2, 3$$



#	Axis
1	x
2	y
3	z
4	Shear around x
5	Shear around y
6	Shear around z

Sobre-escritos indicam medidas tomadas sob **constante** :

$D \rightarrow$ Deslocamento elétrico

$E \rightarrow$ Campo elétrico

$\sigma \rightarrow$ Tensão

σ ... stress vector (N/m^2)

ε ... strain vector (m/m)

E ... vector of applied electric field (V/m)

ξ ... permittivity (F/m)

d ... matrix of piezoelectric strain constants (m/V)

S ... matrix of compliance coefficients (m^2/N)

D ... vector of electric displacement (C/m^2)

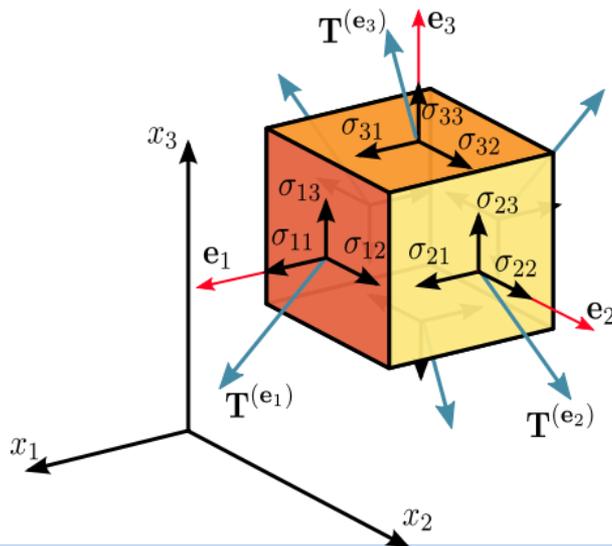
g ... matrix of piezoelectric constants (m^2/C)

β ... impermittivity component (m/F)

Notação tensorial

- As equações estão em formato tensorial, pois a maioria dos cristais e materiais piezelétricos são anisotrópicos.
- Por exemplo, 18 constantes piezelétricas de tensão são necessárias.
- Felizmente, na maioria das situações esses materiais são simétricos e um número menor de constantes são necessárias.

Tensoros são entidades geométricas introduzidas na matemática e na física para generalizar a noção de escalares, vetores e matrizes. Assim como tais entidades, um tensor é uma forma de representação associada a um conjunto de operações tais como a soma e o produto.



Tensor de tensão mecânica ou estresse.

$$\sigma = [\mathbf{T}(\mathbf{e}_1) \mathbf{T}(\mathbf{e}_2) \mathbf{T}(\mathbf{e}_3)] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

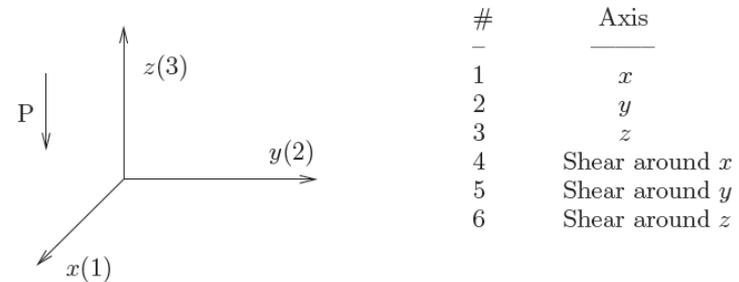
Equações constitutivas

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{21} & d_{31} \\ d_{12} & d_{22} & d_{32} \\ d_{13} & d_{23} & d_{33} \\ d_{14} & d_{24} & d_{34} \\ d_{15} & d_{25} & d_{35} \\ d_{16} & d_{26} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{11}^\sigma & e_{12}^\sigma & e_{13}^\sigma \\ e_{21}^\sigma & e_{22}^\sigma & e_{23}^\sigma \\ e_{31}^\sigma & e_{32}^\sigma & e_{33}^\sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_i = S_{ij}^E \sigma_j + d_{mi} E_m$$

$$D_m = d_{mi} \sigma_i + \xi_{ik}^\sigma E_k,$$



Propriedades de alguns materiais

TABLE 3.1
Properties of Important Piezoelectric Materials

Property	PVDF	Quartz (<i>x</i> -cut)	PZT-5H	Lead Niobate
d_{33} (10^{-12} C/n)	15	2.31	583	100
g_{33} (10^{-2} V-m/n)	14	5.78	1.91	4.3
k_t	0.11	0.14	0.55	0.34
K^c (10^{-11} F/m)	9.7	3.98	3010	3054
c (m/sec)	2070	5740	3970	3100
ρ (kg/m^3)	1760	2650	7450	5900
Curie temp ($^{\circ}\text{C}$)	100	573	190	500

Note: ρ and c denote density and sound speed, respectively.

Uma constante de deformação piezelétrica d_{33} representa deformação na direção 3 devido a um campo elétrico aplicado na direção 3.

d_{13} representa deformação na direção 1 devido a um campo elétrico aplicado na direção 3.

Constante de acoplamento eletromecânico

- Indica a habilidade do material converter uma forma de energia em outra.
- Pode ser definido como: Energia mecânica armazenada/Energia total armazenada (aqui incluem-se mecânica elétrica).
- No caso atuador, essa constante indica a performance do material, ou seja, o quanto efetivamente de energia mecânica foi armazenada.

Fluoreto de polivinilideno - **PVDF**

PVDF é um semicristalino apresenta baixo coeficiente de transmissão e baixa constante dielétrica → Não é um bom material para transmissão.

Ele apresenta alto coeficiente de recepção e boa largura de banda. Por isso é muito usado em hidrofones comerciais dedicados a caracterização de transdutores.

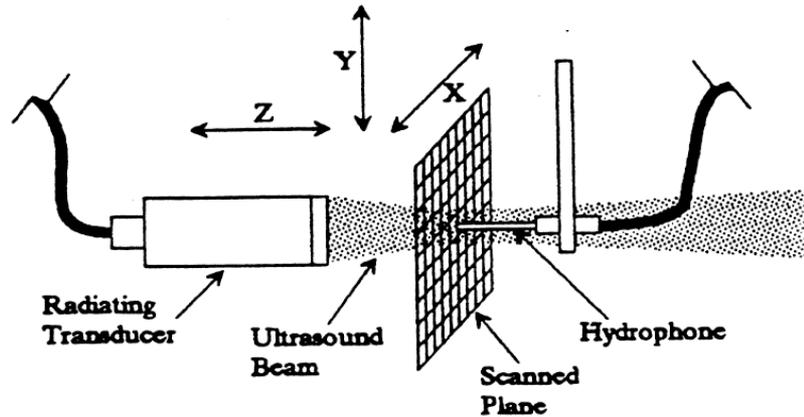
Hidrofone de agulha



Hidrofone de membrana



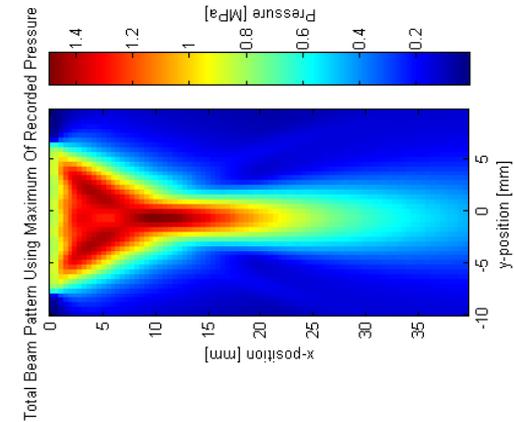
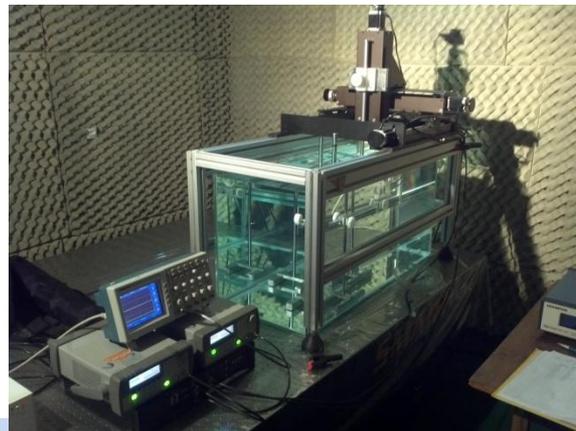
Caracterização acústica



Sistema comercial

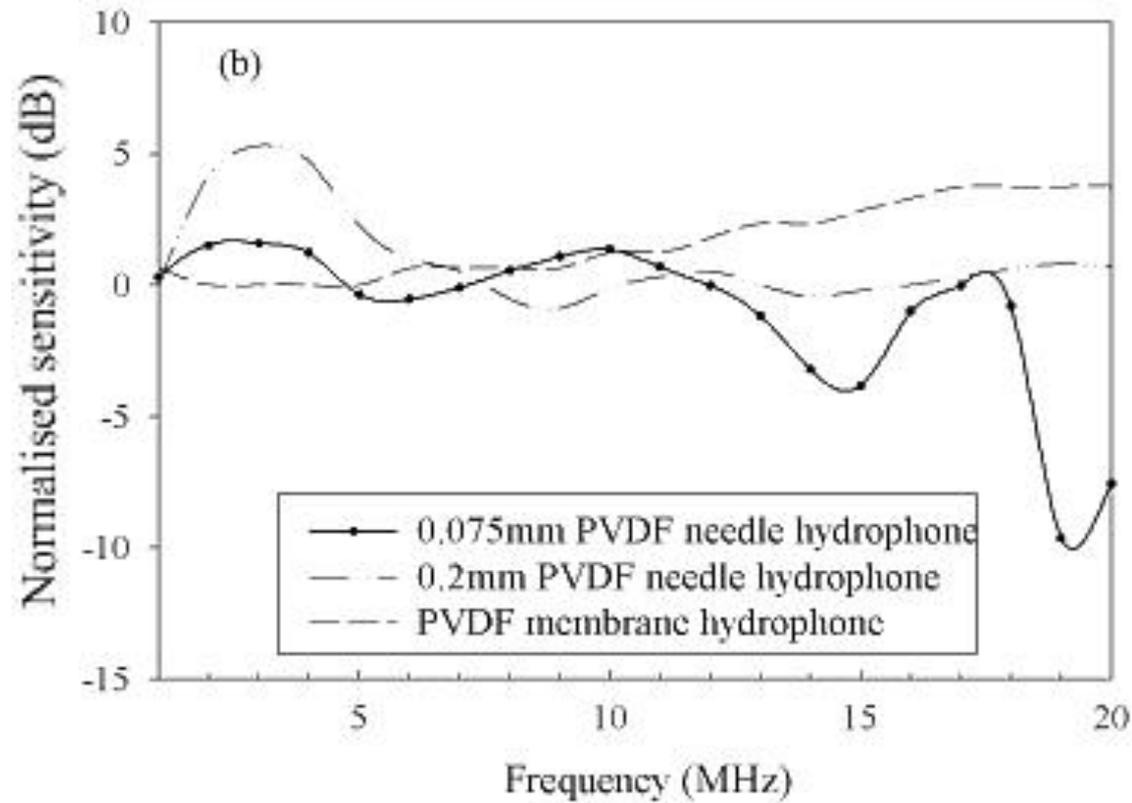


Sistema GIIMUS, USP-RP

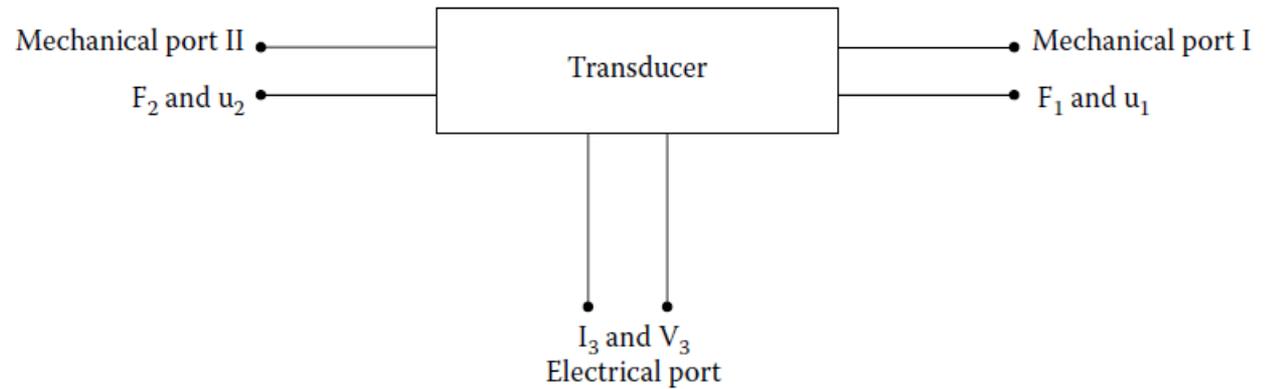
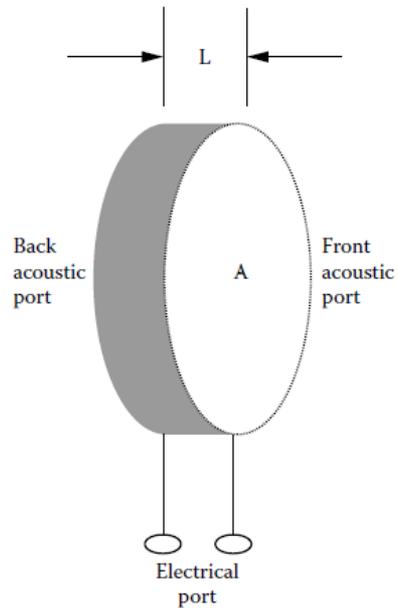


Chase Ocean Engineering Lab's High Bay





Modelos de circuitos equivalentes



$I \rightarrow$ Corrente

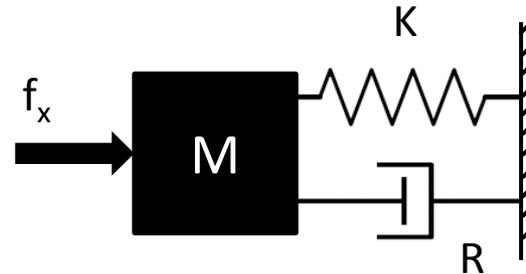
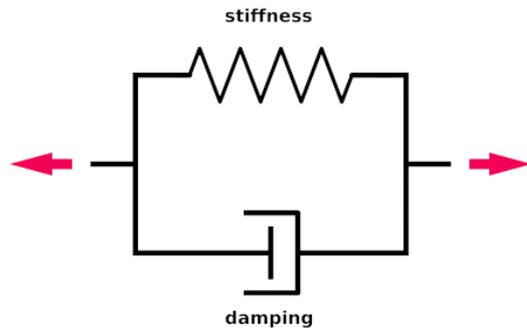
$V \rightarrow$ Voltagem

$F \rightarrow$ Força

$u \rightarrow$ Velocidade do meio

Equivalente elétrico – Modelo mecânico

 No estado de ressonância a cerâmica piezelétrica pode ser aproximada a um bloco vibrando mecanicamente, como na figura:



M → Massa
R → Coeficiente de fricção
S → Coeficiente de elasticidade
 $S = 1/K$

f_x → Força externa

f_K → Força elástica (lei Hook)

f_R → Força de fricção

$$f_x - f_R - f_K = f_{\text{Resultante}}$$

Equivalente elétrico – Modelo mecânico

$$f_x - f_R - f_K = f_{Resultante}$$

$$f_x = M \frac{d^2x}{dt^2} + R \frac{dx}{dt} + \frac{1}{K} x = M \frac{dv}{dt} + Rv + \frac{1}{K} \int_{-\infty}^t v d\tau$$

Vamos assumir um oscilador harmônico:

$$f_x = F_x e^{j\omega t}$$

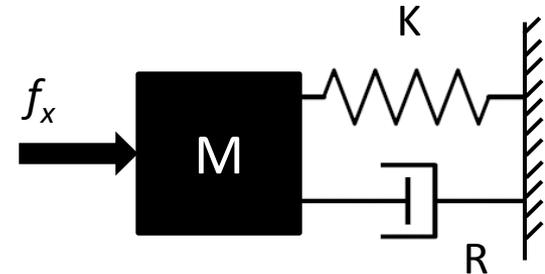
$$F_x = j\omega M V + R V + \frac{1}{j\omega K} V$$

M → Massa

R → Coeficiente de fricção

S → Coeficiente de elasticidade

S = 1/K



Equivalente elétrico – Modelo mecânico

 Impedância mecânica:

$$Z_{mech} = \frac{F_x}{V} \quad F_x = j\omega MV + RV + \frac{1}{j\omega K} V$$

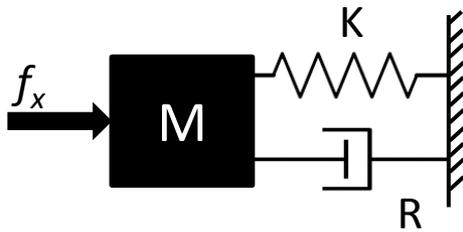
$$Z_{mech} = R + j\omega M + \frac{1}{j\omega K} = R + j \left(\omega M - \frac{1}{\omega K} \right)$$

$$Z_{mech} = \sqrt{R^2 + \left(\omega M - \frac{1}{\omega K} \right)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}$$

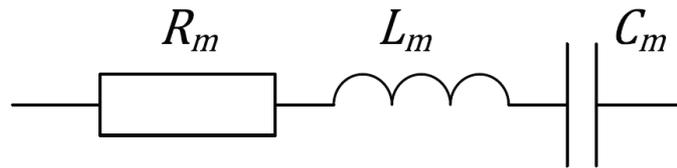
$$Z_{mech} = Z'_{mech} e^{j\varphi}$$

$$\varphi = \arctg \left(\frac{X}{R} \right)$$

Equivalente elétrico

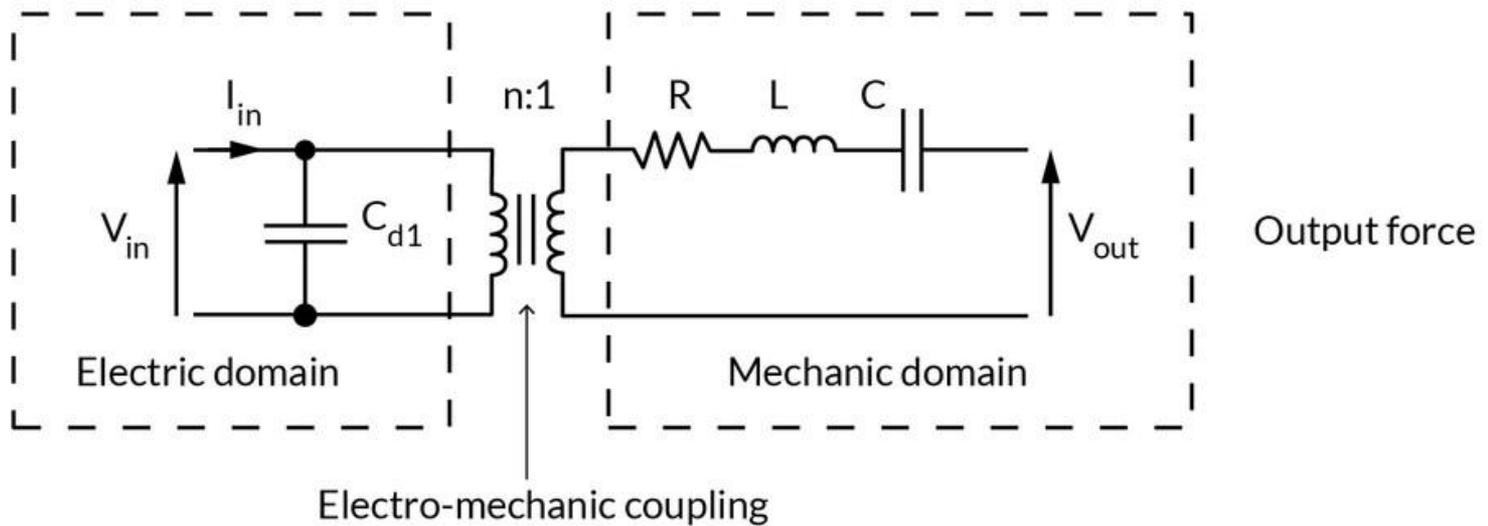


$$Z_{mech} = R + j\omega M + \frac{1}{j\omega K} = R + j\left(\omega M - \frac{1}{\omega K}\right)$$

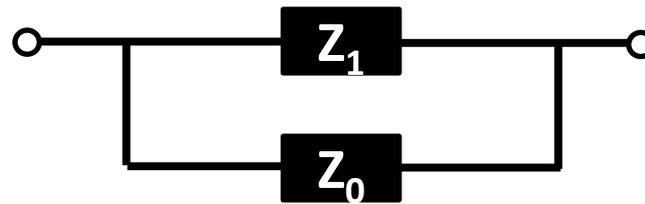
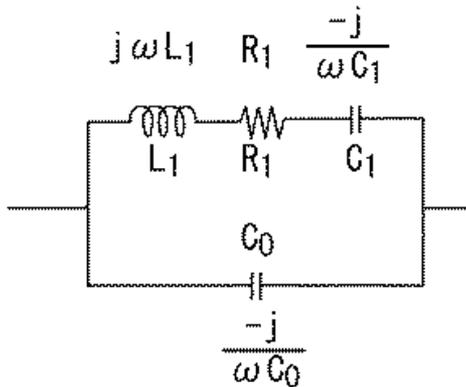
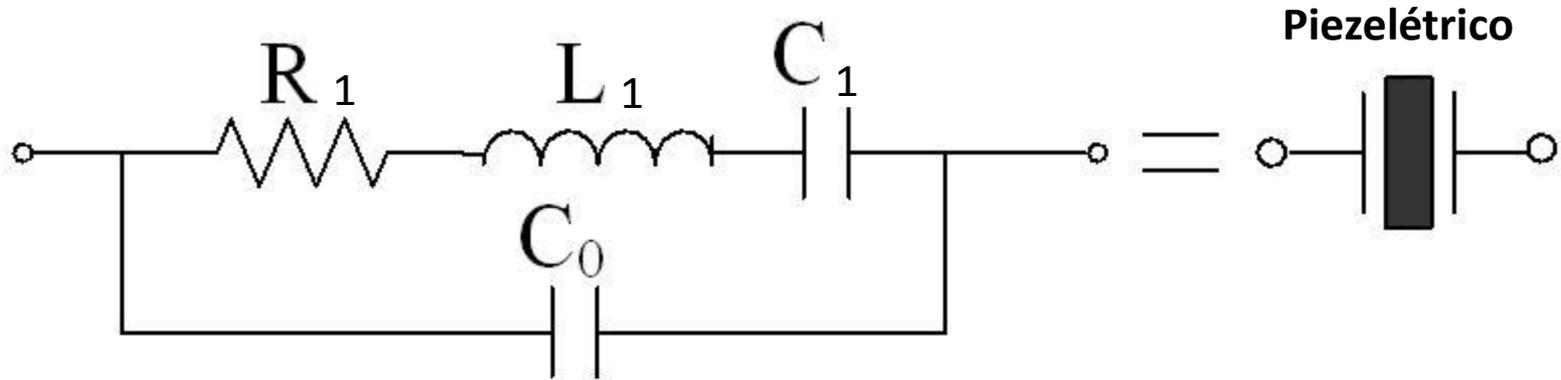


$$Z_m = R_m + j\omega L_m + \frac{1}{j\omega C_m} = R_m + j\left(\omega L_m - \frac{1}{\omega C_m}\right)$$

Equivalente elétrico



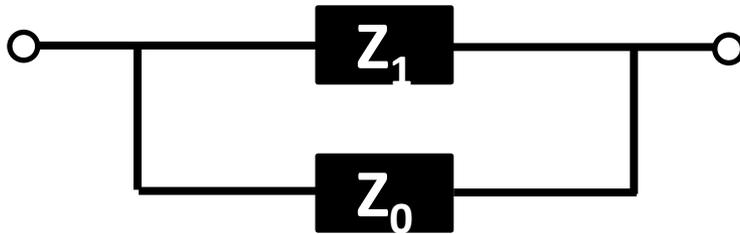
Modelo Butterworth-Van Dyke



$$Z_1 = R_1 + j \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right)$$

$$Z_0 = \frac{1}{j\omega C_0}$$

Modelo Butterworth-Van Dyke



$$Z_1 = R_1 + j \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right)$$

$$Z_0 = \frac{1}{j\omega C_0}$$

Considerando as indutâncias e capacitâncias

$$Z = \frac{Z_0 Z_1}{Z_0 + Z_1}$$

$$\frac{j \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right) \frac{1}{j\omega C_0}}{j \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_0} \right)}$$

Modelo Butterworth-Van Dyke

$$\frac{j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right) \frac{1}{j\omega C_0}}{j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_0}\right)}$$

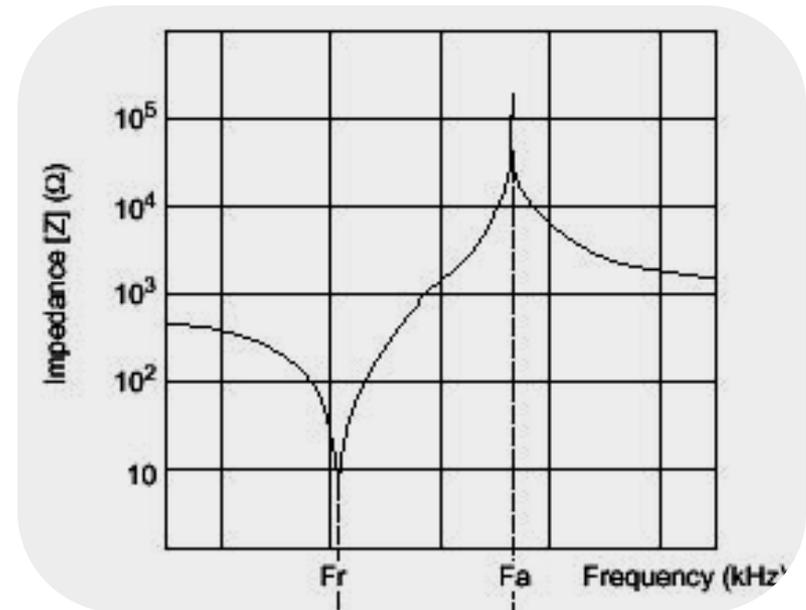
Ressonância

Mínima Impedância
Máxima Admitância

Anti-Ressonância

Máxima Impedância
Mínima Admitância

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{C_1 L_1}} \quad f_a = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_1 + C_0}{L_1 C_1 C_0}}$$



OBS: Admitância é o inverso da impedância ($Y=1/Z$).

Frequências de ressonância e anti-ressonância

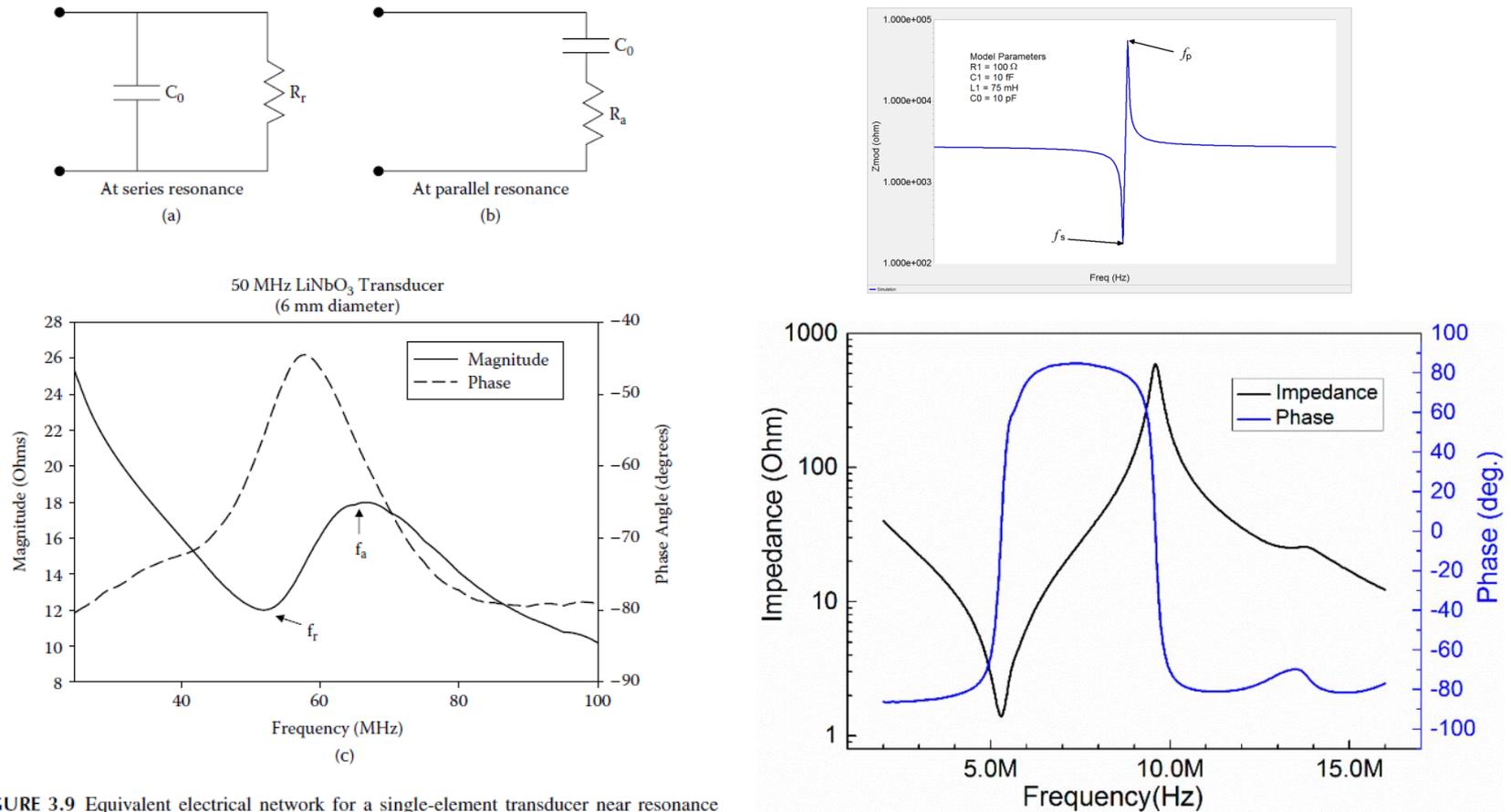
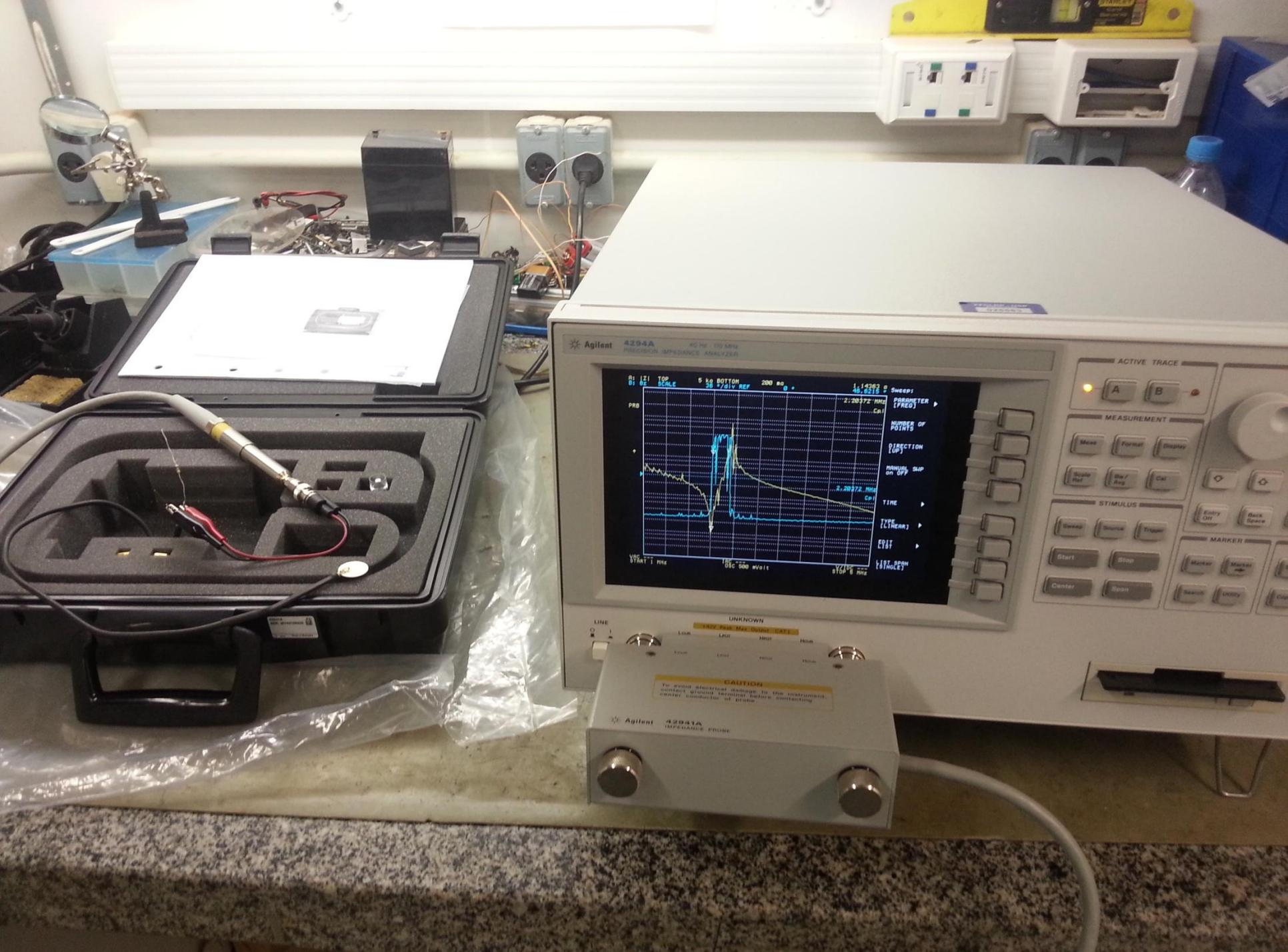


FIGURE 3.9 Equivalent electrical network for a single-element transducer near resonance (a) at series resonance and (b) at parallel resonance. (c) The magnitude and phase of a circular disc resonating in air as a function of frequency; this shows the magnitude and phase of the input electrical impedance of a circular piston transducer irradiating into air and backed by air.



Agilent 4294A 40 Hz - 10 MHz PRECISION IMPEDANCE ANALYZER

ACTIVE TRACE: A B

MEASUREMENT: Measure, Format, Display, Scale Ref, Bar/Avg, Cal

STIMULUS: Sweep, Source, Trigger

MARKER: Start, Stop, Marker, Marker, Center, Span, Search, Utility

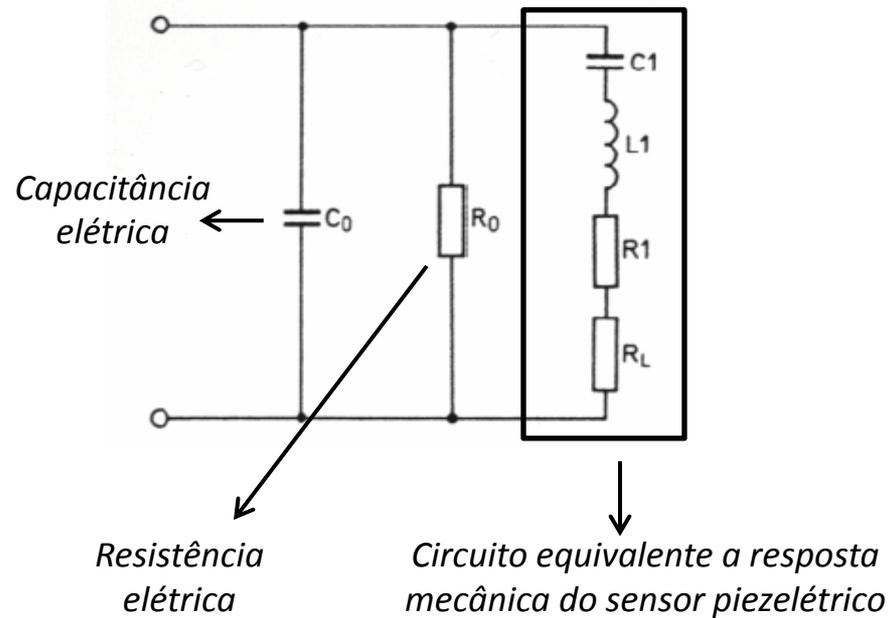
UNKNOWN: 100% Peak Max Output (CAT. 1)

CAUTION: To avoid electrical damage to the instrument, contact ground terminal before contacting external conductor of probe.

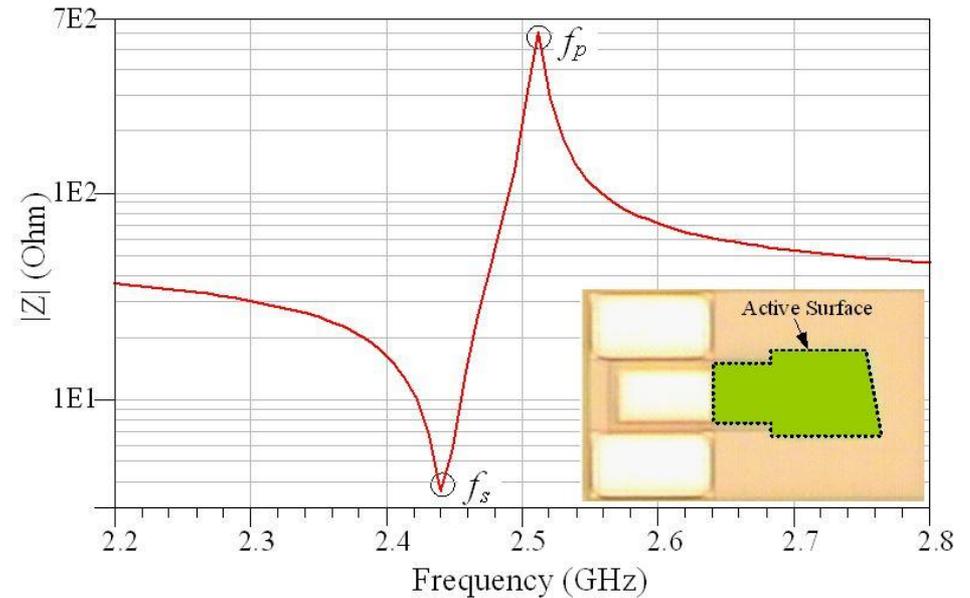
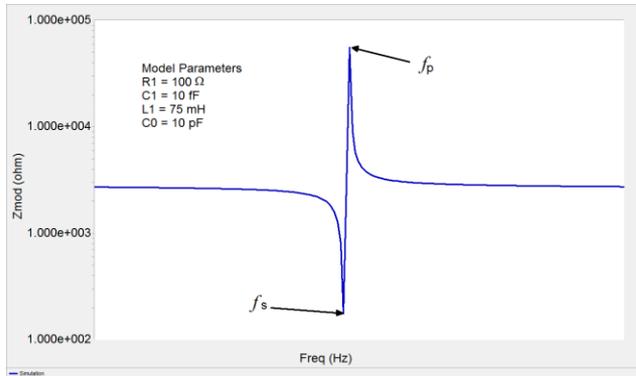
Agilent 42941A REFERENCE PROBE



Equivalente elétrico do transdutor



Acoplamento eletro-mecânico



Electromechanical coupling factor k_t :

$$k_t^2 = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_P}{f_s} \tan \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_P - f_s}{f_s} \right)$$

$$K_T^2 = \frac{\pi f_r}{2f_a} \cot \left(\frac{\pi f_r}{2f_a} \right)$$