

Apostila de Eletrônica de Potência

José Roberto Boffino de Almeida Monteiro

9 de abril de 2015

Copyright

Este documento pode ser copiado e distribuído livremente, contanto que seja na sua forma integral, sem cortes e nem alterações, mantendo sua devida autoria, indicando título, autores, data da publicação e instituições associadas.

Partes do texto podem ser extraídas e incluídas em outros textos, contanto que seja devidamente referenciadas à presente obra original, indicando de forma clara título, autores e a data da publicação utilizada.

Não é permitida a realização de alterações nos trechos extraídos e apresentados exceto sob a indicação, de forma explícita, de quais foram as alterações realizadas.

Agradecimentos

Esse texto possui a inestimável contribuição do Prof. Dr. Azauri Albano de Oliveira Jr., com suas opiniões acerca da organização desse documento, com anotações, equações e exercícios de alguns dos capítulos.

Aos alunos Aliel Kauchakje Pedrosa e Fernando Arruda Mendes de Oliveira pelas contribuições nas equações de corrente de carga para os inverores monofásicos.

Prefácio

Este documento é baseado nas notas de aulas das disciplinas de Graduação, ministradas pelo autor no curso de Engenharia Elétrica, da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo.

O objetivo principal desse documento é o de cobrir os principais aspectos de projeto de equipamentos baseados nas técnicas de eletrônica de potência, desde a eletrônica de sinal, as chaves utilizadas e respectivos circuitos auxiliares, até as características de funcionamento dos conversores empregados.

A disciplina Eletrônica de Potência trata dos conversores de potência e de seus circuitos auxiliares de uso exclusivo.

Este documento encontra-se em fase de elaboração, não corresponde a um texto completo.

Sumário

I	Introdução	1
II	Conversores CA/CC e CC/CA	2
1	Inversores	3
2	Inversores Monofásicos com Fonte de Tensão	4
2.1	Inversor Monofásico em Semi-Ponte	4
2.2	Inversor Monofásico em Ponte Completa	4
2.3	Tipos de Cargas e Respostas de Corrente	5
2.3.1	Carga R	6
2.3.2	Carga RL série	6
2.3.3	Carga RC série	7
2.3.4	Carga RLC série	8
2.4	Modulação em Largura de Pulso	9
2.4.1	Geração Analógica de MLP	11
2.4.2	Inversor em Semi-Ponte	11
2.4.3	Inversor em Ponte Completa	13
2.5	Problemas	19
3	Inversor Trifásico	22
3.1	Estratégias de Comutação	22
3.1.1	Modo de comutação seis-pulsos 180°	22
3.1.2	Modo de comutação seis-pulsos 120°	24
3.2	Modulação em Largura de Pulso	26
3.2.1	Modulação em Múltiplos Pulsos	26
3.2.2	Modulação Senoidal	26
3.2.3	Injeção de Terceiro Harmônico	27
3.2.4	Subtração de Valor Mínimo/Máximo	28
3.2.5	Modulação Vetorial	29
3.3	Problemas	29
III	Apêndices	31
A	Definições Matemáticas	32
A.1	Função periódica	32
A.2	Valores médio e eficaz de uma onda periódica	32
A.3	Série de Fourier trigonométrica	32

SUMÁRIO

v

A.4	Fatores de qualidade da onda periódica	33
B	Séries de Fourier	35
B.1	Definições	35
B.2	Formas de Onda	35
C	Potência em Circuitos com Formas de Onda Periódicas	37
C.1	Considerações para uma fonte de tensão senoidal	37
D	Transformadores de Pulso	40

Parte I

Introdução

Parte II

Conversores CA/CC e CC/CA

Capítulo 1

Inversores

Os inversores podem ser classificados segundo os campos:

- quanto à fonte de energia;
- quanto ao número de fontes de energia;
- quanto ao número de fases.

Quanto ao tipo de fonte utilizada, pode-se ter dois tipos de inversor: CSI (*current-source inverter*) ou VSI (*voltage source inverter*). O tipo mais comum de fonte utilizada em inversores é a fonte de tensão, portanto o tipo de inversor mais comum de inversor é o VSI.

Quanto ao número de fontes de energia, podemos ter um com uma fonte de energia (ou com mais de uma, mas combinada em um único módulo) ou com várias fontes de energia. No caso de várias fontes de energia, pode-se combiná-las uma a uma de tal forma a obter-se vários níveis de tensão de alimentação. Os inversores que utilizam essa topologia são conhecidos como inversores multiníveis.

Quanto ao número de fases, pode-se ter desde inversores monofásicos até quantas fases forem necessárias em uma determinada aplicação, i. e., trifásicos, quadrifásicos, hexafásicos, etc.

Capítulo 2

Inversores Monofásicos com Fonte de Tensão

Nesse capítulo, serão analisados os inversores monofásicos com fonte de tensão. Para a comutação dos transistores apresentados no presente capítulo, supõe-se que as formas de onda de corrente mostradas nas figuras sejam suficientes para a correta operação dos transistores da ponte inversora como chaves. Ainda, os transistores são considerados aqui como chaves ideais.

2.1 Inversor Monofásico em Semi-Ponte

A estrutura típica de um inversor monofásico em semi-ponte é mostrada na Figura 2.1.

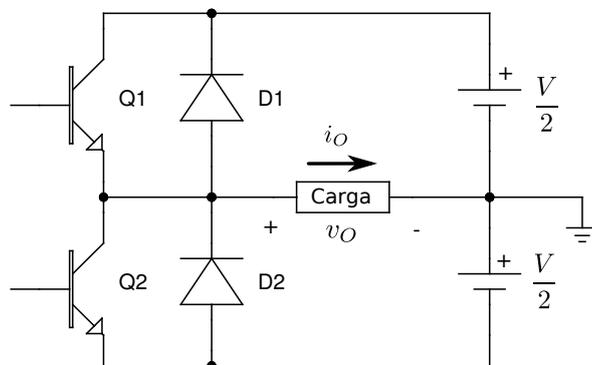


Figura 2.1: Estrutura básica de um inversor monofásico em semi-ponte.

A forma mais simples de operação da semi-ponte inversora monofásica é através da aplicação das formas de onda de corrente nas bases de Q1 e de Q2, conforme na Figura 2.2 (i_{B1} e i_{B2} , respectivamente), a forma de onda de tensão de saída (v_O) é também vista na mesma figura.

2.2 Inversor Monofásico em Ponte Completa

A estrutura típica de um inversor monofásico em ponte completa é mostrada na Figura 2.3.

A forma de operação mais básica da ponte inversora monofásica da Figura 2.3 é através da aplicação das formas de onda de corrente nas bases de Q1, Q2, Q3 e Q4 conforme na Figura 2.4 (i_{B1} , i_{B2} , i_{B3} e i_{B4} respectivamente), a forma de onda de tensão de saída (v_O) é também vista na mesma figura.

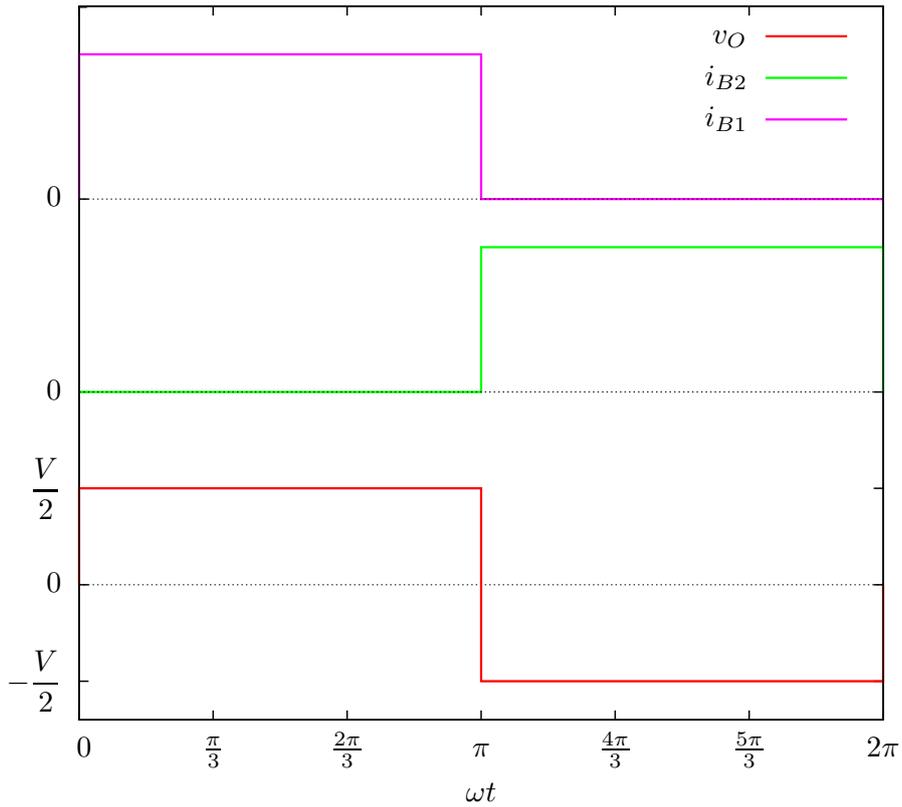


Figura 2.2: Forma de onda de tensão de saída do inversor monofásico em semi-ponte com as formas de onda das correntes de acionamento de base para os Transístores Q1 e Q2.

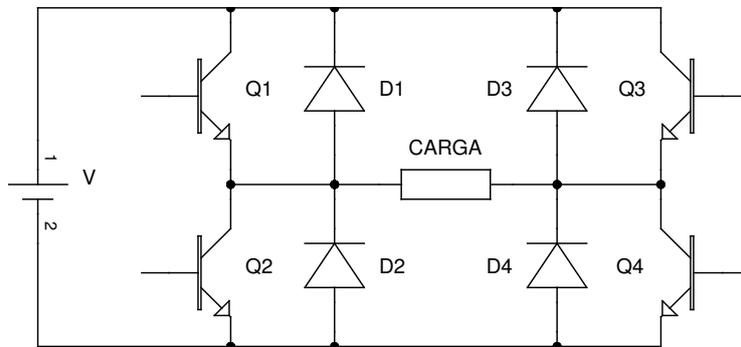


Figura 2.3: Estrutura básica de um inversor monofásico em ponte completa.

2.3 Tipos de Cargas e Respostas de Corrente

A tensão de saída do inversor monofásico é dada pela série em (2.1), considerando-se a forma de onda de tensão das Figuras 2.2 (onde $A = V/2$) e 2.4 (onde $A = V$).

$$v_O = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4A}{n\pi} \sin n\omega t, \quad n = 2k + 1, \quad k \in \mathbb{N}_+ \quad (2.1)$$

Onde:

A é a amplitude da onda de tensão de saída; portanto, $A = V/2$ para o inversor em semi-ponte e $A = V$ para o inversor em ponte completa;

ω é a frequência angular da tensão de saída:

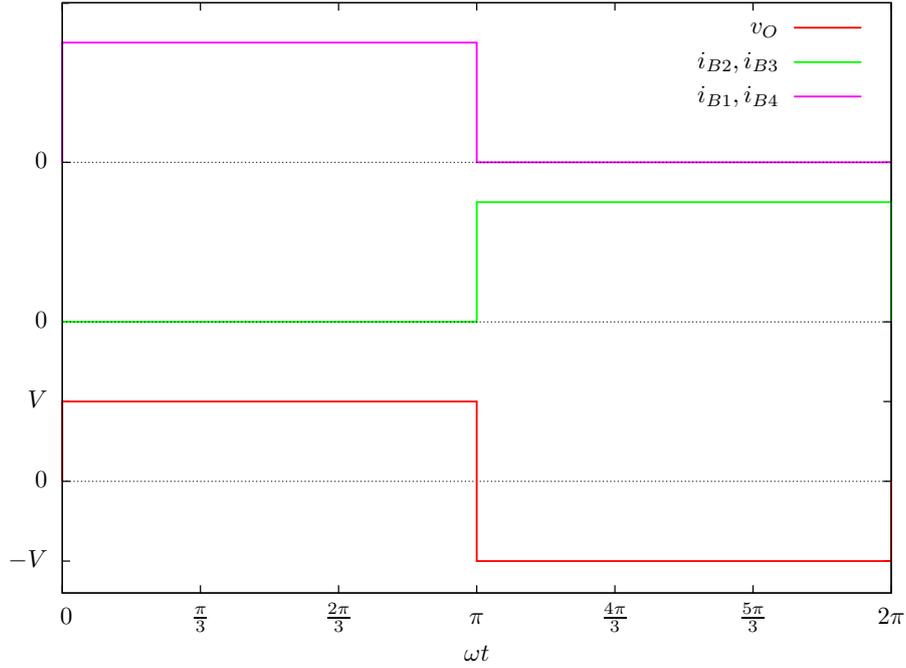


Figura 2.4: Forma de onda de tensão de saída do inversor monofásico em ponte completa com as formas de onda das correntes de acionamento de base para os Transístores Q1, Q2, Q3 e Q4.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (2.2)$$

e T é o período da tensão de saída, logo a tensão de saída é $f = 1/T$ e $\omega = 2\pi f$.

2.3.1 Carga R

Para uma carga puramente resistiva (R) a corrente de saída é proporcional à tensão de entrada; portanto:

$$i_O = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4A}{n\pi R} \sin n\omega t, \quad n = 2k + 1, \quad k \in \mathbb{N}_+ \quad (2.3)$$

2.3.2 Carga RL série

No caso de uma carga RL, a corrente de saída é dada pela série (2.4) ou então, analiticamente por (2.8).

$$i_O = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4A}{n\pi |Z_n|} \sin(n\omega t - \phi_n), \quad n = 2k + 1, \quad k \in \mathbb{N}_+ \quad (2.4)$$

Onde:

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (2.5)$$

$$|Z_n| = \sqrt{R^2 + (n\omega L)^2} \quad (2.6)$$

$$\phi_n = \tan^{-1} \frac{n\omega L}{R} \quad (2.7)$$

$$i_O = \begin{cases} \frac{A}{R} (1 - e^{-t/\tau}) - I_{MAX} e^{-t/\tau} & t \in [0; T/2[\\ -\frac{A}{R} (1 - e^{-(t-T/2)/\tau}) + I_{MAX} e^{-(t-T/2)/\tau} & t \in [T/2; T[\end{cases} \quad (2.8)$$

Onde:

$$I_{MAX} = \frac{A}{R} \frac{1 - e^{-\frac{T}{2\tau}}}{1 + e^{-\frac{T}{2\tau}}} \quad (2.9)$$

A forma de onda da corrente de saída (i_O) é mostrada na Figura 2.5 e o valor eficaz da corrente de saída é dado por (2.10).

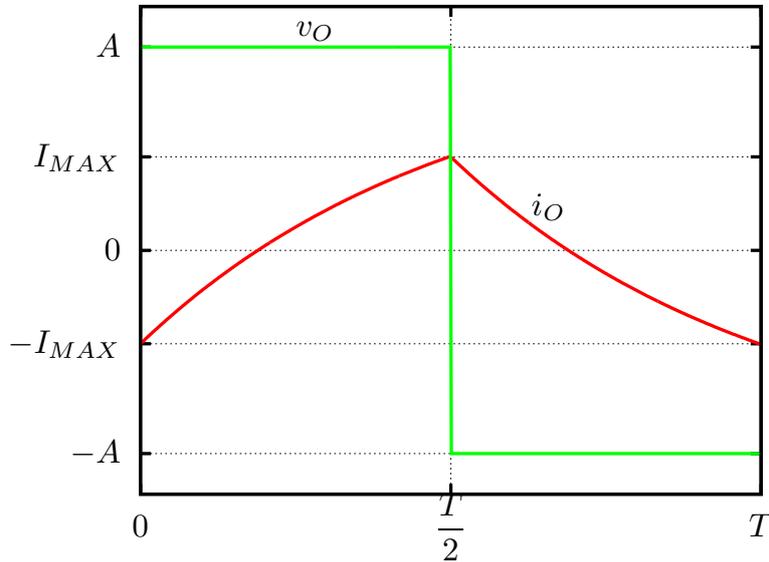


Figura 2.5: Corrente de saída (i_O) para o inversor monofásico com carga RL.

$$I_R = \frac{A}{R} \sqrt{1 - \frac{4\tau}{T} \frac{1 - e^{-T/(2\tau)}}{1 + e^{-T/(2\tau)}}} \quad (2.10)$$

2.3.3 Carga RC série

A corrente de saída (i_O), a tensão de saída (v_O) e a tensão no capacitor, para uma carga RC série, pode ser visualizada na Figura 2.6.

Na Figura:

$$i_O = \begin{cases} I_{MAX} e^{-t/\tau} & t \in [0; T/2[\\ -I_{MAX} e^{-(t-T/2)/\tau} & t \in [T/2; T[\end{cases} \quad (2.11)$$

$$v_C = \begin{cases} A(1 - e^{-t/\tau}) - V_{C0} e^{-t/\tau} & t \in [0; T/2[\\ -A(1 - e^{-(t-T/2)/\tau}) + V_{C0} e^{-(t-T/2)/\tau} & t \in [T/2; T[\end{cases} \quad (2.12)$$

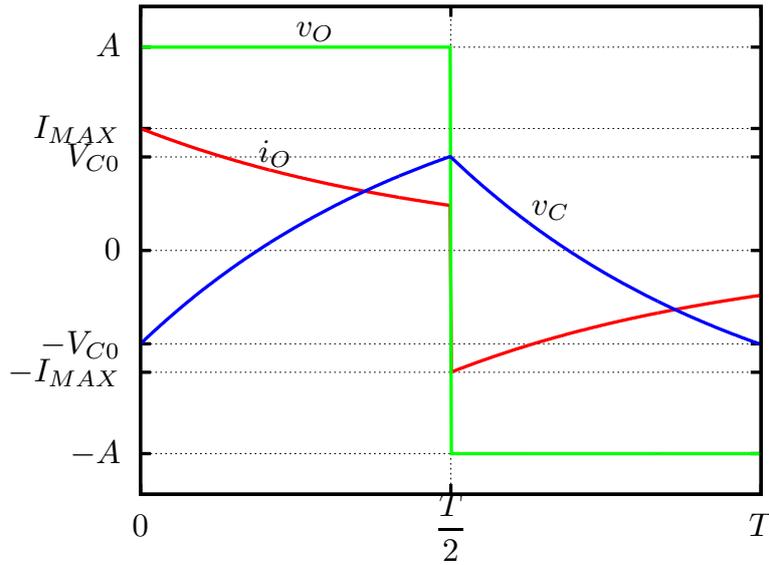


Figura 2.6: Corrente de saída (i_O), a tensão de saída (v_O) e a tensão no capacitor, para uma carga RC série.

Onde:

$$V_{C0} = A \frac{1 - e^{-\frac{T}{2\tau}}}{1 + e^{-T/(2\tau)}} \quad (2.13)$$

$$I_{MAX} = \frac{A + V_{C0}}{R} \quad (2.14)$$

O valor eficaz da corrente de saída é dado por (2.15).

$$I_R = I_{MAX} \sqrt{\frac{\tau}{T}} \sqrt{(1 - e^{-T/\tau})} \quad (2.15)$$

2.3.4 Carga RLC série

Para uma carga RLC série, a corrente de saída é dada pela série em (2.3), mas $|Z_n|$ e ϕ_n são determinados por (2.16) e (2.17).

$$|Z_n| = \sqrt{R^2 + \left(n\omega L - \frac{1}{n\omega C}\right)^2} \quad (2.16)$$

$$\phi_n = \tan^{-1} \frac{n\omega L - \frac{1}{n\omega C}}{R} \quad (2.17)$$

No caso RLC, a resposta de corrente pode se apresentar de três formas diferentes. A resposta pode ser sub-amortecida, sobre-amortecida ou ressonante.

A resposta sobre-amortecida ocorre a reatância indutiva (X_L) predomina sobre a reatância capacitiva (X_C), ou $\omega L > 1/(\omega C)$, na frequência fundamental. Nesse caso, a fase da corrente está em atraso em relação à tensão v_O .

Na ressonância, tem-se que $X_L = X_C$ e nesse caso a corrente está em fase com a tensão v_O . A amplitude do componente harmônico fundamental da corrente é $4A/(\pi R)$, ou seja, depende somente da resistência do circuito RLC.

Finalmente, a resposta sub-amortecida ocorre quando $X_L < X_C$. Nesse caso a reatância capacitiva predomina e a corrente está adiantada da tensão v_O .

2.4 Modulação em Largura de Pulso

As técnicas de modulação em largura de pulso são empregadas quando se busca pela modificação do conteúdo harmônico presente na onda de saída de tensão ou pela alteração do valor eficaz da tensão de saída¹.

Considerando o circuito mostrado na Fig. 2.7, o conversor elétrico de potência é composto pelas chaves S1 e S2, consideradas ideais. O conversor é alimentado por uma fonte de tensão CC (V) e alimenta uma carga genérica. O referencial 0 do circuito é o próprio terminal negativo da fonte de tensão, portanto a tensão de carga (v_O) apresenta somente dois valores possíveis: $+V$ ou 0, uma vez que as chaves são acionadas pelos sinais δ e $\bar{\delta}$, portanto ou S1 está fechada enquanto S2 está aberta ou S1 está aberta enquanto S2 está fechada. Continuando, i_O pode assumir tanto valores positivos quanto negativos, dependendo do estado de operação e da carga.

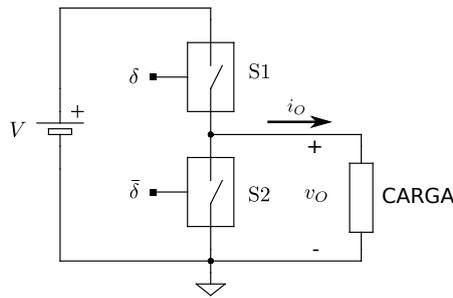


Figura 2.7: Braço de inversor, com fonte de tensão V e carga genérica.

É possível utilizar o conversor da Fig. 2.7 para produzir uma corrente aproximadamente igual a uma produzida por uma tensão contínua dada por uma função periódica qualquer $f(t) \in \mathfrak{R}$ e $f(t) \in [0; V]$, desde que a carga apresente rejeição de frequências mais altas, ou seja, que a carga atenuie os componentes harmônicos de alta frequência da tensão v_O . Considerando que a tensão instantânea do conversor seja limitada aos dois valores supra citados, 0 e V , pode-se determinar a forma de onda da tensão de saída (v_O) do conversor, de tal forma que os componentes harmônicos de baixa frequência dessa tensão sejam próximos aos da função f .

Considerando-se portanto, a função f qualquer, como exemplificada na Fig. 2.8, dividida em N intervalos iguais. Tem-se que o valor médio de cada intervalos pode ser definido como:

$$\bar{f}_k = \frac{N}{T} \int_k^{k+1} f(t) dt \quad (2.18)$$

Onde \bar{f}_k corresponde ao valor médio de f no intervalo k , sendo $k \in [0; N - 1]$ e $k \in \mathbb{N}$.

¹Para os inversores com fonte de tensão (VSI). Embora técnicas de modulação em largura de pulso sejam aplicadas a inversores com fonte de corrente (CSI), essas últimas são bem mais simples e quase sempre utilizadas apenas para o ajuste do valor da corrente de saída.

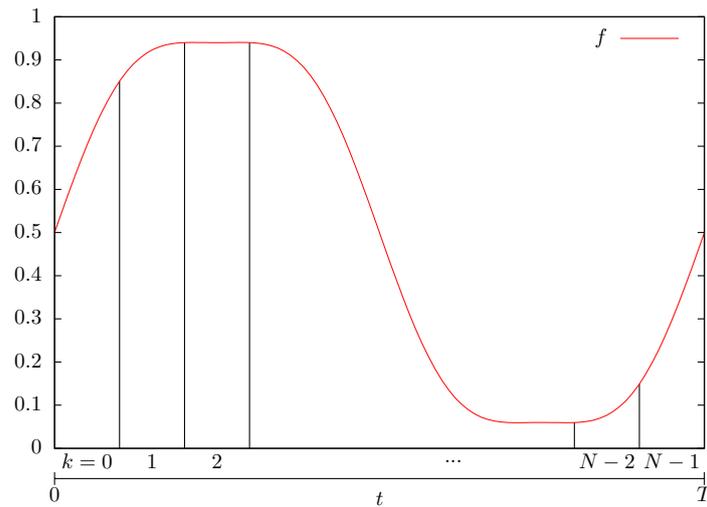


Figura 2.8: Função genérica f , plotada de 0 a T .

Pode-se então construir uma nova função (g) formada pelos valores médios de f , nos intervalos de 0 a $N - 1$, conforme a Fig. 2.9. O conteúdo harmônico de f e g em baixas frequências é semelhante e torna-se praticamente igual para grandes valores de n , ou seja, quanto mais divisões em f , g se torna mais próxima a f em baixas frequências.

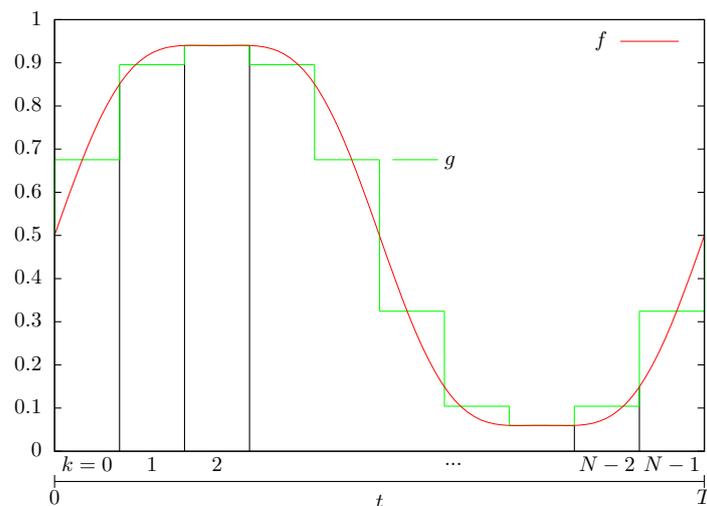


Figura 2.9: Função genérica f , plotada de 0 a T , juntamente com uma função g , formada pelos valores médios de f nos N intervalos.

Voltando ao conversor da Fig. 2.7, é claro que não é possível produzir diretamente em sua saída uma forma de onda conforme a função g (Fig. 2.9), mas pode-se produzir uma tensão em cada intervalo onde os valores médios sejam iguais a g , ou seja, iguais aos valores médios de f em cada intervalo.

Definindo um valor de tempo para a chave S1 ligada para cada um dos N intervalos, e outro para S2, tem-se:

$$\begin{aligned}
t_{ONk} &= \frac{T \bar{f}_k}{N V} \\
t_{OFFk} &= \frac{T V - \bar{f}_k}{N V}
\end{aligned}
\tag{2.19}$$

Onde:

t_{ONk} : tempo em que S1 fica fechada e S2 aberta no intervalo k ;

t_{OFFk} : tempo em que S1 fica aberta e S2 fechada no intervalo k .

Da mesma forma define-se o fator de trabalho para cada intervalo k :

$$\begin{aligned}
\delta_k &= \frac{\bar{f}_k}{V} \\
\bar{\delta}_k &= 1 - \frac{\bar{f}_k}{V} = 1 - \delta_k
\end{aligned}
\tag{2.20}$$

Existem formas menos custosas para se determinar o fator de trabalho do que usando (2.18). Considerando-se que N é bem maior do que o maior harmônico que se deseja reproduzir de f , pode-se reescrever (2.18) como:

$$\bar{f}_k = \frac{f\left(k\frac{T}{N}\right) + f\left((k+1)\frac{T}{N}\right)}{2}
\tag{2.21}$$

Ou mesmo:

$$\bar{f}_k = f\left(\left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{T}{N}\right)
\tag{2.22}$$

2.4.1 Geração Analógica de MLP

É claro que (2.20) utilizando (2.18), (2.21) ou (2.22), é adequada para a geração de modulação em largura de pulso de forma digital. Para a geração analógica de modulação em largura de pulso, faz-se a comparação da onda dada pela função f , que pode ser denominada por função modulante, com uma onda tipo dente-de-serra ou triangular, denominada por portadora, dada pela função p . Dessa forma, a onda de saída resultante é denominada de onda modulada (v_O).

Com a comparação da onda modulante com a portadora, consegue-se que o valor médio da onda modulada seja aproximadamente equivalente ao da modulante no mesmo intervalo, quanto mais aproximado a reta é a função f nesse intervalo. A Fig. 2.10 mostra a comparação dos três primeiros intervalos da função f com uma portadora triangular, com primeiro harmônico em cosseno. Na figura, $v_O = V$ para $f > p$ e $v_O = 0$ para $f < p$.

2.4.2 Inversor em Semi-Ponte

Os principais tipos de modulação em largura de pulso aplicáveis à semi-ponte são:

1. modulação de onda quadrada;
2. modulação senoidal.

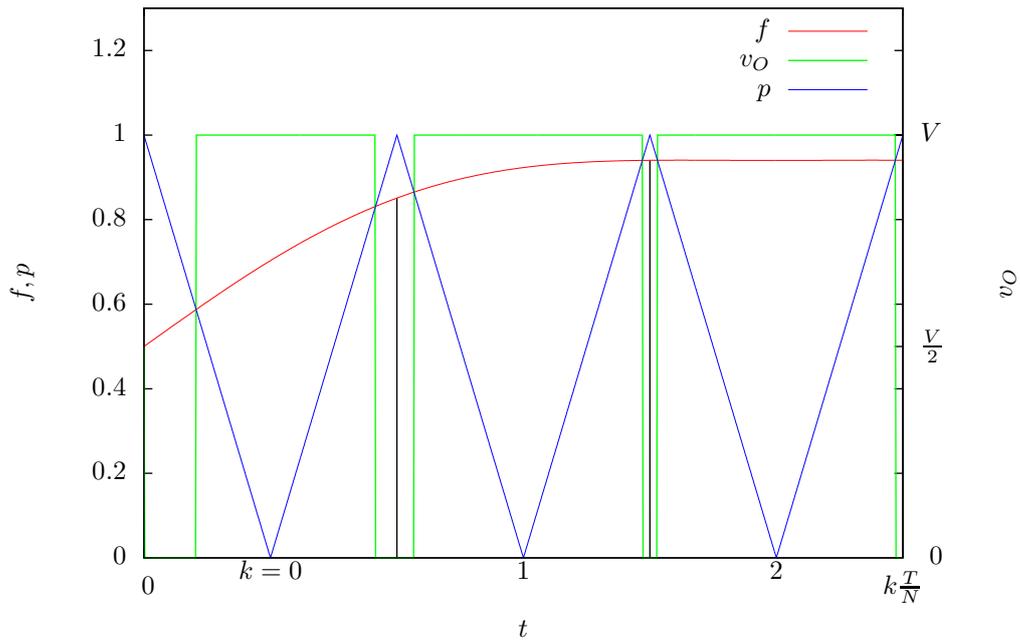


Figura 2.10: Geração de MLP analógica, através da comparação da onda modulante com a portadora.

Modulação de Onda Quadrada em Múltiplos Pulsos

A modulação em de onda quadrada é utilizada para se controlar o valor eficaz da tensão aplicada à carga. A frequência utilizada na modulação (f_{PWM}) deve ser superior à frequência de corte da carga, caso contrário, os componentes harmônicos na corrente podem causar mal funcionamento do equipamento conectada à saída da semi-ponte. A Figura 2.19 mostra um exemplo de modulação quadrada para uma onda portadora triangular com 9 vezes a frequência da onda modulante, ou 9 vezes a frequência fundamental.

Modulação Senoidal

A modulação senoidal é utilizada para se reduzir o valor dos componentes harmônicos de baixa ordem da tensão. Não é possível eliminar os harmônicos da tensão, mas é possível deslocar esses harmônicos para ordens superiores, tornando sua eliminação possível com a utilização de filtros passivos. No caso de cargas com predominância indutiva, o emprego de filtros torna-se desnecessário, pois a própria carga atenua os harmônicos de alta ordem.

O esquema de modulação senoidal na semi-ponte inversora é mostrado na Figura 2.12. Na figura, o índice de modulação (M) utilizado, como exemplo, é de 0,8. A frequência da onda portadora (onda triangular – p) é igual a 15 vezes a frequência da modulante (f). Note que a corrente de comutação (ou sinal de comutação) dos transístores são sinais complementares, ou seja, quando um está ativo o outro está inativo.

$$N = \frac{f_{PWM}}{f} \quad (2.23)$$

Um resultado bastante interessante para esse tipo de inversor é conseguido com a frequência da portadora igual a sete vezes a frequência da modulada $N = 7$, conforme mostra a Figura 2.13. O espectro de tensão em função de M é mostrado na Figura 2.14

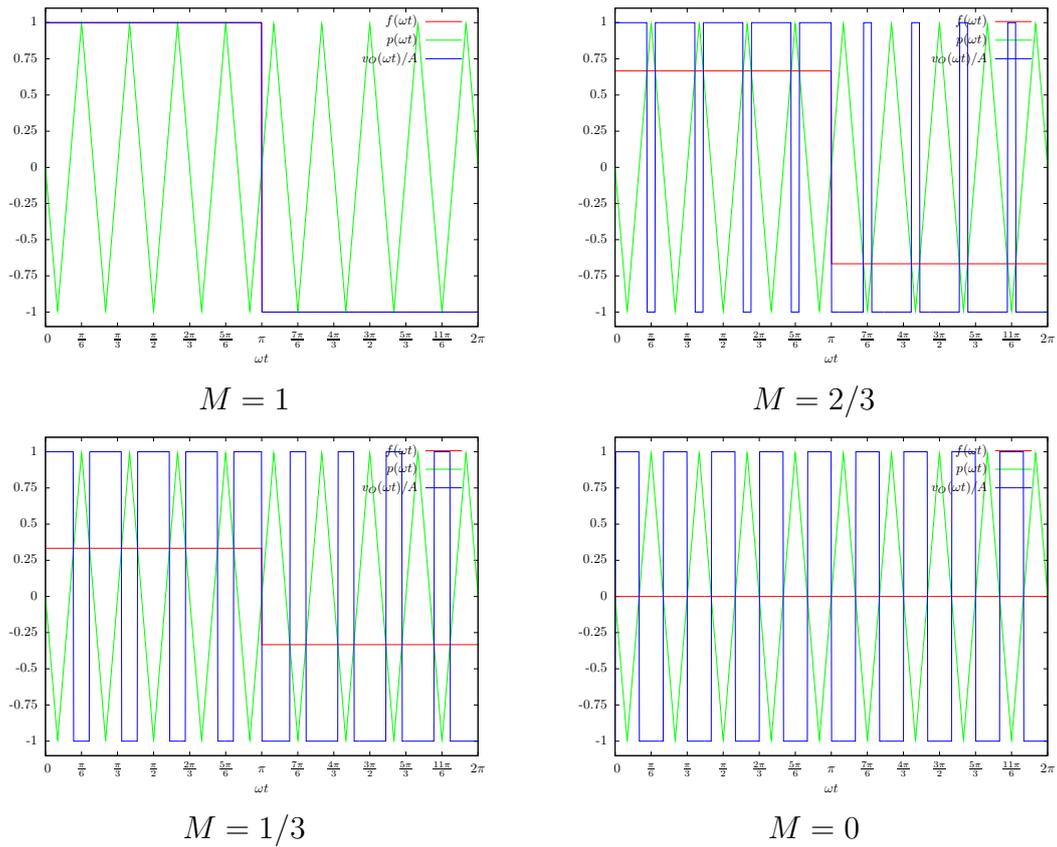


Figura 2.11: Modulação de onda quadrada para o inversor semi-ponte ($N = 9$).

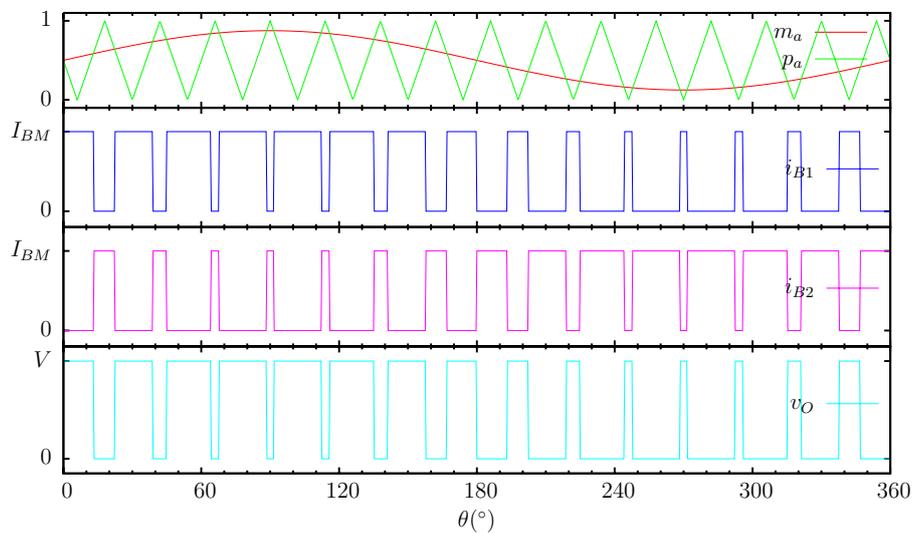


Figura 2.12: Esquema de modulação em largura de pulso senoidal para o inversor em semi-ponte ($N=15$).

2.4.3 Inversor em Ponte Completa

Para o inversor em ponte completa, pode-se utilizar as seguintes formas de modulação em largura de pulso:

1. modulação em largura de pulso simples;

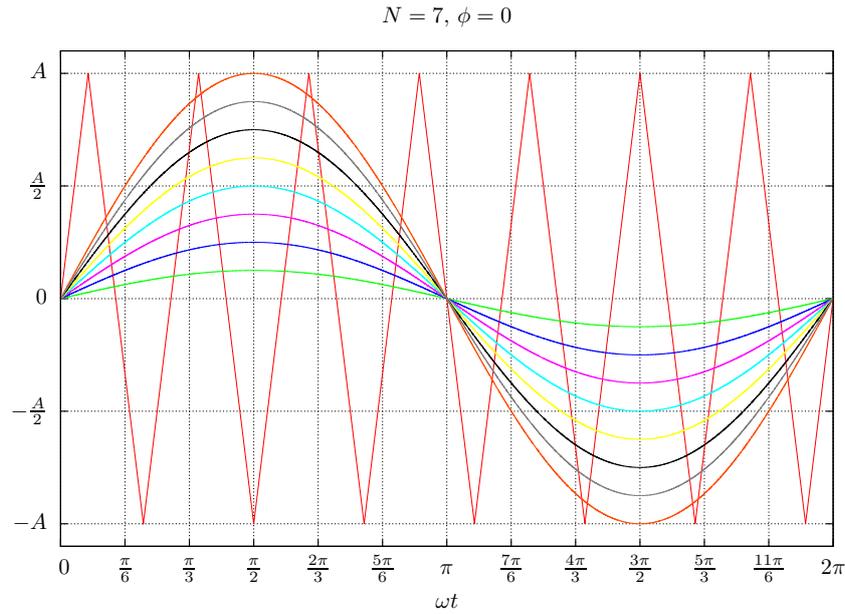


Figura 2.13: Formas de onda de tensão de saída para o inversor em semiponte com $N=7$.

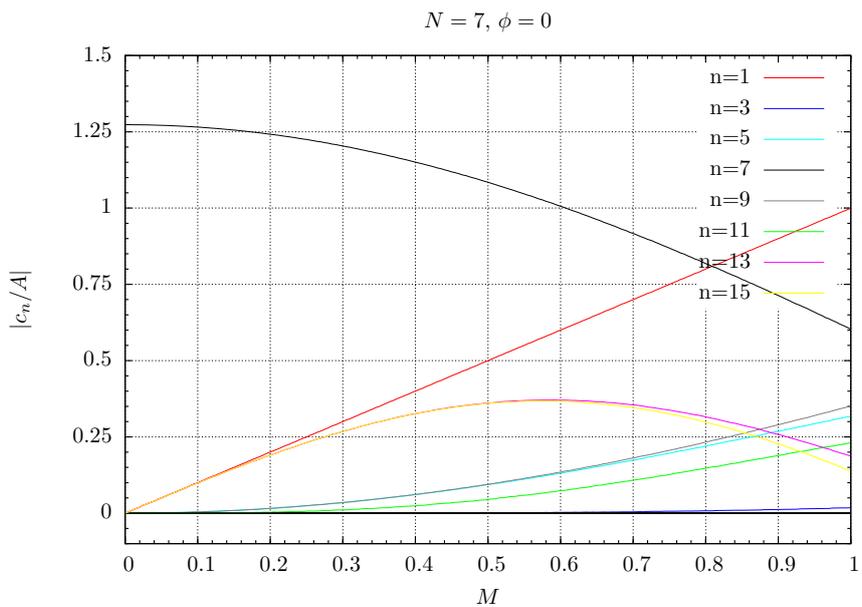


Figura 2.14: Espectro da onda de tensão de saída do inversor em semiponte com $N = 7$, em função de M .

2. modulação de onda quadrada ou em múltiplos pulsos;
3. modulação em largura de pulso simples combinada à modulação em múltiplos pulsos;
4. e a modulação senoidal.

Modulação em Largura de Pulso Simples

A forma de onda de saída da ponte inversora para a modulação em largura de pulso simples pode ser vista na Figura 2.15. O seu conteúdo espectral pode ser visto na Figura 2.16 e a série

de Fourier por (2.24).

$$v_O = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4A}{n\pi} \sin \frac{n\delta}{2} \sin n\omega t, \quad n = 2k + 1, \quad k \in \mathbb{N}_+ \quad (2.24)$$

Onde A é a amplitude da tensão de saída, ou seja, $A = V$.

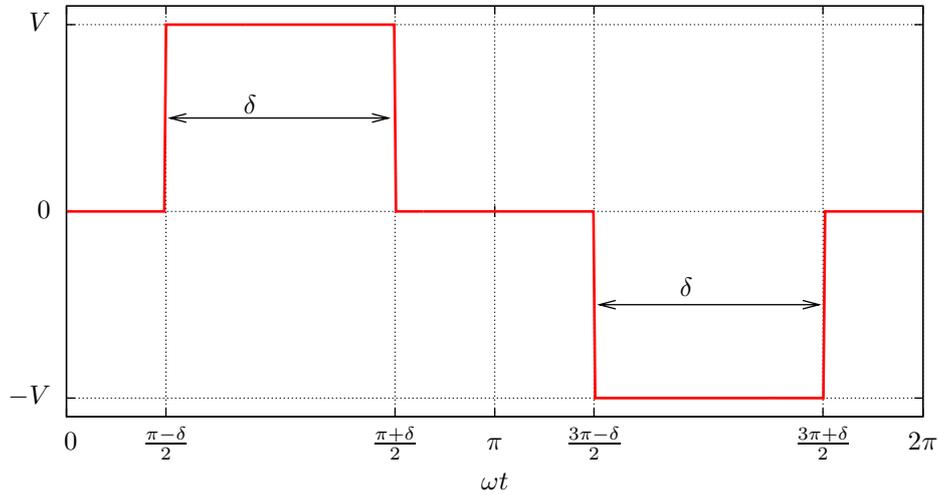


Figura 2.15: Forma de onda da tensão de saída da ponte inversora para a modulação em largura de pulso simples.

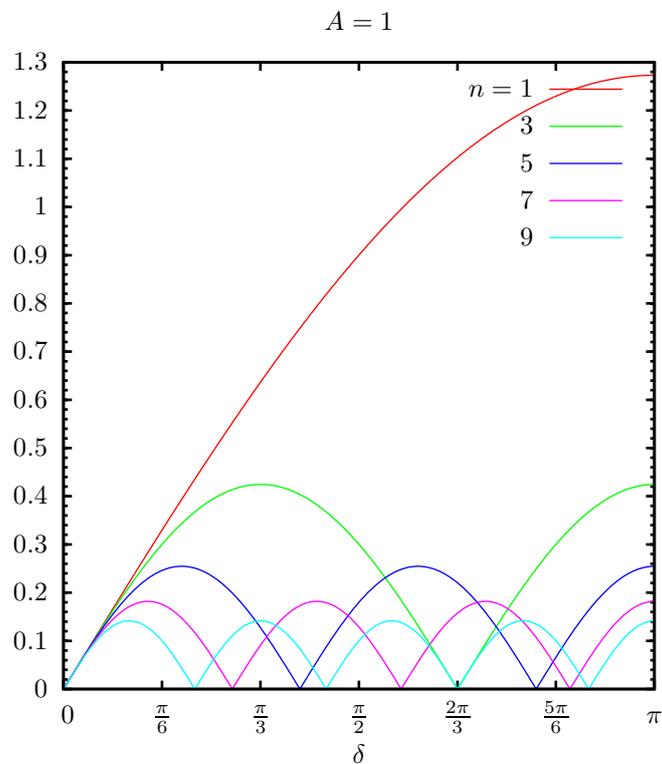


Figura 2.16: Componentes harmônicos da forma de onda de tensão da Figura 2.15.

Modulação de Onda Quadrada ou em Múltiplos Pulsos

A modulação de onda quadrada ou em largura de múltiplos pulsos é utilizada para se controlar o valor eficaz da tensão de saída, em onda quadrada. A Figura 2.19 apresenta um exemplo de modulação de onda quadrada com 4 pulsos por semiciclo, ou com a frequência da portadora igual a 8 vezes a frequência da modulante.

A onda modulante para as fases a e b são dadas por (2.25) e (2.26), respectivamente.

$$f_A(\omega t) = \begin{cases} M & \text{para } 0 \leq \omega t \leq \pi \\ 0 & \text{para } \pi < \omega t < 2\pi \end{cases} \quad (2.25)$$

$$f_B(\omega t) = f_A(\omega t - \pi) \quad (2.26)$$

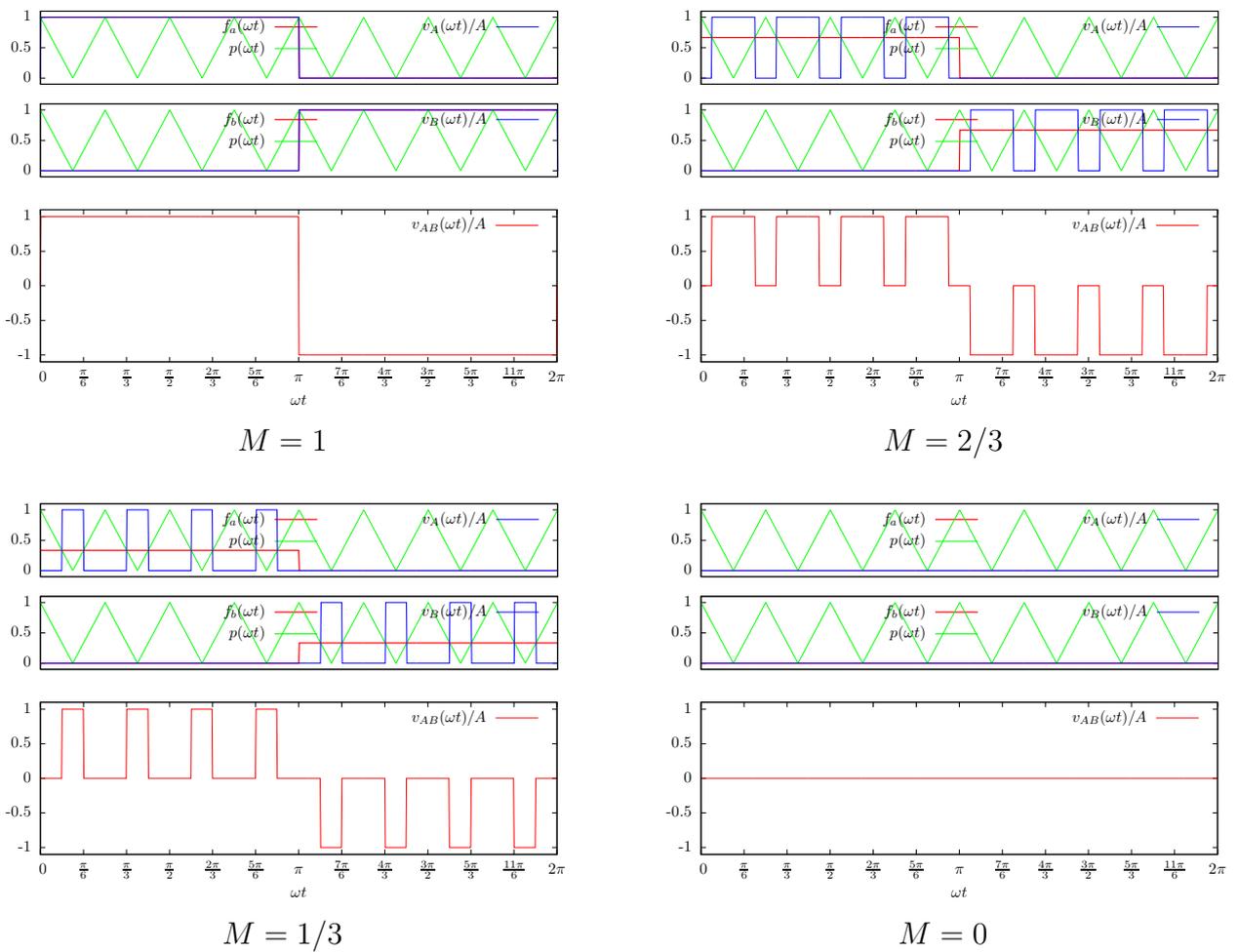


Figura 2.17: Modulação de onda quadrada para o inversor em ponte completa ($N = 8$).

Para frequências bem maiores que a fundamental, o espectro de frequência da onda de saída não se modifica em relação ao espectro da onda quadrada, sendo que cada componente fica proporcional ao índice de modulação M . A Fig. mostra o espectro de frequência da onda de saída em função de M , para uma portadora com 10 vezes a frequência da onda modulante.

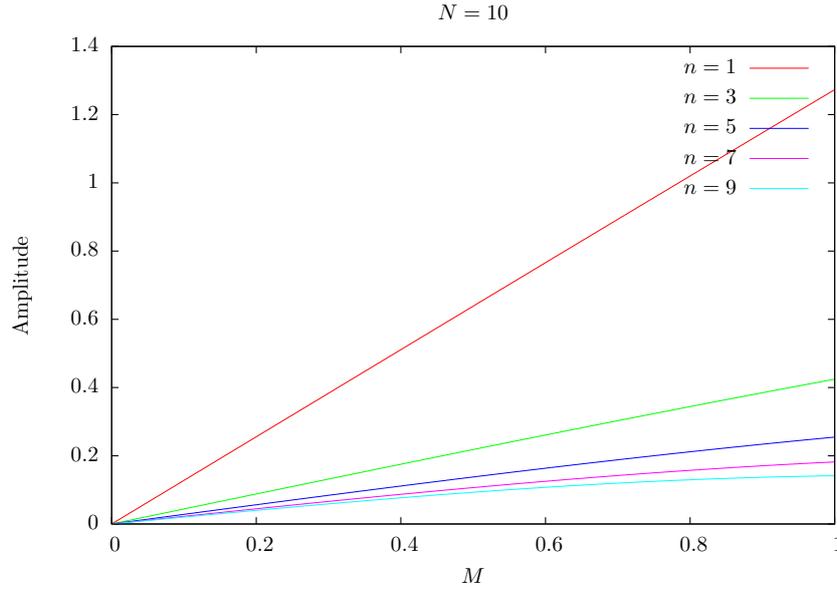


Figura 2.18: Espectro de frequência da onda de saída para uma frequência da portadora igual a 10 vezes à frequência modulate ($N = 10$).

Modulação em Largura de Pulso Simples Combinada à Modulação em Múltiplos Pulsos

Pode-se utilizar a modulação em largura de pulso simples (Seção 2.4.3) aliada à modulação largura de múltiplos pulsos (Seção 2.4.3). Nesse caso, o mais comum é se fazer uso da característica de eliminação de terceiro harmônico para o pulso simples e o controle do valor eficaz da tensão de saída através da modulação em múltiplos pulsos. A Figura 2.19 apresenta um exemplo com três pulsos por semiciclo em uma largura de 120° ($\delta = 2\pi/3\text{rd}$). Existem duas portadoras (onda triangular), uma para a fase a e outra para a fase b, ambas sincronizadas com o início do pulso simples, para cada fase. Para a fase a, ocorre em 30° , e para a fase b, em 210° .

A equação da onda modulante é dada por (2.27) para a fase a e por (2.28) para a fase b.

$$f_a(\omega t) = \begin{cases} 0 & \text{para } 0 \leq \omega t < \frac{\pi - \delta}{2} \\ M & \text{para } \frac{\pi - \delta}{2} \leq \omega t \leq \frac{\pi + \delta}{2} \\ 0 & \text{para } \omega t > \frac{\pi + \delta}{2} \end{cases} \quad (2.27)$$

$$f_b(\omega t) = \begin{cases} 0 & \text{para } 0 \leq \omega t < \frac{3\pi - \delta}{2} \\ M & \text{para } \frac{3\pi - \delta}{2} \leq \omega t \leq \frac{3\pi + \delta}{2} \\ 0 & \text{para } \omega t > \frac{3\pi + \delta}{2} \end{cases} \quad (2.28)$$

Estratégias de modulação senoidal

A primeira estratégia de modulação senoidal que pode ser utilizada para o inversor em ponte completa é estendendo-se a corrente de base i_{B1} , da Figura 2.12, para o transistor Q4 (i_{B4})

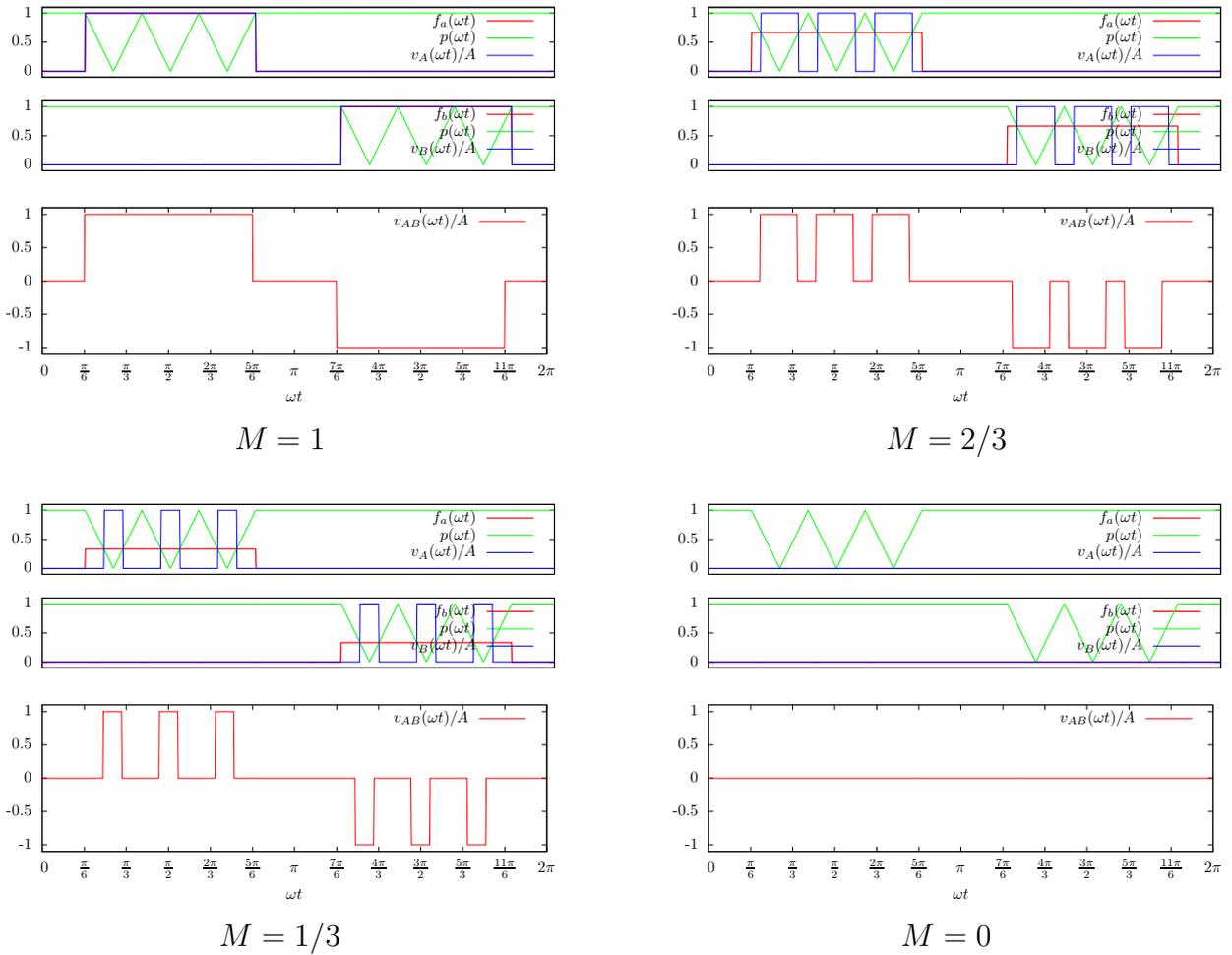


Figura 2.19: Modulação em largura de pulso simples combinada à modulação em múltiplos pulsos para o inversor ponte completa ($N = 6$ ou três pulsos por semiciclo, $\delta = 2\pi/3$).

e i_{B2} para o transistor Q3 (transistores Q3 e Q4 da Figura 2.3). Dessa forma, os sinais de corrente são como mostrados na Figura 2.12.

A estratégia análoga ao inversor em semi-ponte não faz uso de uma característica vantajosa da ponte completa, que é a possibilidade de se aplicar 0V na carga, diferentemente da semi-ponte. A estratégia de modulação em largura de pulso senoidal, exclusiva ao inversor monofásico em ponte completa, faz uso dessa característica, o que torna possível trabalhar somente com um único braço da ponte inversora em cada semiciclo. Essa estratégia é mostrada na Figura 2.21, onde existem dois sinais modulados, um para cada fase (m_a e m_b) e duas portadoras (p_a e p_b). O sinal modulado para cada fase (m_a e m_b) corresponde a “meio” seno:

$$m_a(\theta) = \begin{cases} M \sin \theta & 0 \leq \theta < \pi \\ 0 & \pi \leq \theta < 2\pi \end{cases} \quad (2.29)$$

$$m_b(\theta) = m_a(\theta - \pi) \quad (2.30)$$

A tensão de fase é o resultado da comparação de m_a com p_a :

$$v_a = \begin{cases} V & \text{p/ } m_a \geq p_a \\ -V & \text{p/ } m_a < p_a \end{cases} \quad (2.31)$$

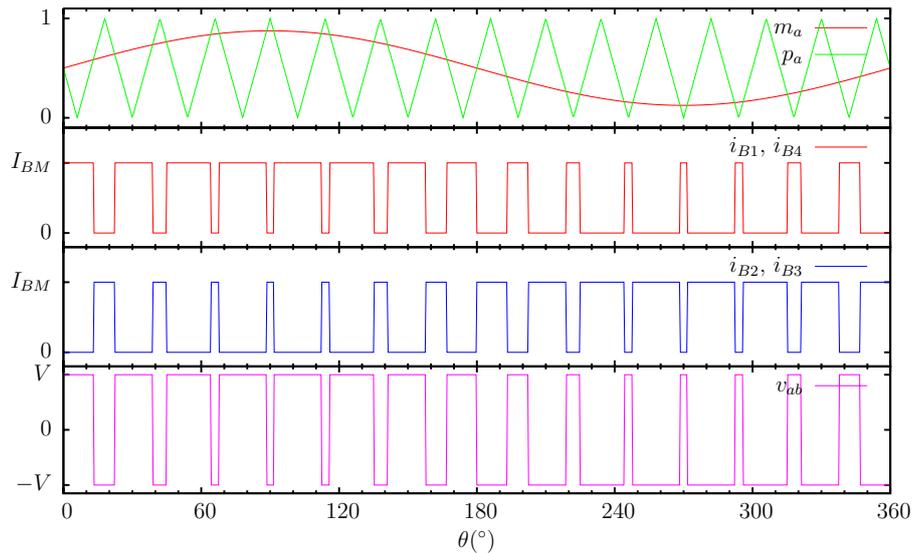


Figura 2.20: Estratégia de modulação em largura de pulso senoidal para o inversor em ponte completa, de forma análoga ao inversor semi-ponte.

A tensão v_b é determinada de forma análoga. O resultado para uma portadora com frequência 15 vezes a frequência da modulante e $M = 0.8$ é mostrado na Figura 2.21. A tensão de fase v_{ab} também pode ser vista na mesma figura.

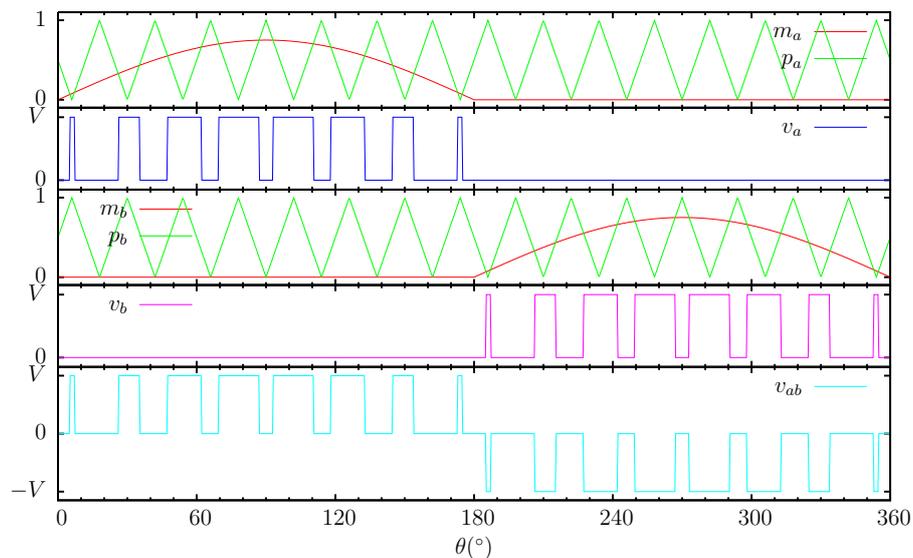


Figura 2.21: Modulação em largura de pulso senoidal para o inversor monofásico em ponte completa.

2.5 Problemas

1. O inversor monofásico em meia-ponte da Figura 2.1 opera no modo de onda quadrada com um período de $2000 \mu s$. A tensão $V = 500V$ e a carga é um circuito RLC série com $R = 1, 2\Omega$, $\omega L = 10\Omega$ e $1/(\omega C) = 10\Omega$.
 - a) Desenhe as formas de onda da tensão e da corrente de saída v_0 e i_0 , e das correntes e

tensão no diodo D1 e transistor T1. Harmônicos de corrente maiores que a fundamental podem ser desprezados.

- b) Calcule os valores médios e RMS das correntes dos diodos e dos transistores.
- Repita o Problema 1 para $\omega L = 7,92\Omega$.
 - Repita o Problema 1 para $1/(\omega C = 7,92\Omega$.
 - Repita os três problemas anteriores para o inversor em ponte da Figura 2.3.
 - O inversor monofásico de meia-ponte (Figura 2.1) alimenta uma carga resistiva de 10Ω e possui a tensão $V = 220V$. Para operação do inversor no modo onda quadrada, determinar:
 - a tensão eficaz de saída na frequência da fundamental;
 - a potência média de saída;
 - as correntes média, eficaz e máxima de cada transistor;
 - A tensão máxima de bloqueio de cada transistor;
 - A distorção harmônica total THD;
 - O fator harmônico de mais baixa ordem.
 - Repita o Problema anterior para o inversor em ponte completa (Figura 2.3).
 - Um inversor em ponte completa (Figura 2.3) alimenta uma carga RLC série com $R = 5\Omega$, $L = 10mH$ e $C = 26\mu F$. A frequência do inversor é $f = 400Hz$ e a tensão CC de entrada é $V = 220V$.
 - Expresse a corrente instantânea de carga em uma série de Fourier.
 - Calcule a corrente eficaz de carga na frequência fundamental.
 - Determine o THD da corrente de carga.
 - Determine a corrente média da fonte de alimentação CC.
 - Calcule as corrente média, eficaz e máxima de cada transístor.
 - Repetir o Problema 7 para $f = 60Hz$, com $R = 4\Omega$, $L = 25mH$ e $C = 10\mu F$.
 - Repetir o Problema 7 para $f = 60Hz$, com $R = 5\Omega$, $L = 20mH$ e $C = 0$.
 - Um inversor monofásico em ponte completa é utilizado como um dos estágios de uma fonte ininterrupta de tensão. A entrada do inversor é conectada a uma fonte de tensão V , que varia de $22V$ a $32V$. A saída da ponte inversora é conectada a um transformador elevador de tensão, e a ponte inversora utiliza modulação em largura de pulso simples. A saída da fonte ininterrupta de tensão deve apresentar sempre $60Hz$ e $127V$ (RMS total) mesmo que a tensão da bateria se altere. Sendo assim, calcule:
 - A relação de espiras que seja suficiente para garantir $127V$ (RMS) na saída, com a menor amplitude na tensão de saída possível.
 - Os valores máximos e mínimos da largura do pulso utilizado (em graus), para manter $127V$ (RMS) na saída do transformador (tensão RMS total), dada a relação de espiras do item a.

- c) Desenhe o circuito de potência (transistores, diodos, fonte, transformador, etc.), numere os transistores, diodos e demais componentes.
- d) Apresente os sinais de comutação nas bases (ou portas) nos transistores da ponte inversora do item c, para o valor mínimo de largura de pulso calculada no item b.
11. A tensão de saída de um inversor monofásico em ponte (Figura 2.3) é controlada por modulação de pulso simples. Calcule os valores eficazes da fundamental, quinto e sétimo componentes harmônicos da tensão de saída para uma largura de pulso de 90° .
12. Um inversor monofásico em ponte (Figura 2.3) é alimentado por uma fonte de 300V. O inversor alimenta uma carga RLC série com $R = 1,2\Omega$, $\omega L = 1,2\Omega$ e $1/(\omega C) = 0,8\Omega$. O inversor é operado no modo de modulação em pulso simples com uma largura de pulso de 90° . Determine:
- a) a tensão eficaz de saída na frequência da fundamental;
 - b) a potência média de saída;
 - c) as correntes média, eficaz e máxima de cada transistor. Despreze os harmônicos maiores que o fundamental, para a corrente de carga;
 - d) a tensão máxima de bloqueio de cada transistor;
 - e) a distorção harmônica total THD;
 - f) o fator harmônico de mais baixa ordem.
13. Um inversor monofásico em ponte (Figura 2.3) é alimentado por uma fonte de 300V. O inversor alimenta uma carga RLC série com $R = 1,2\Omega$, $\omega L = 1,2\Omega$ e $1/(\omega C) = 0,8\Omega$. O inversor é operado no modo de modulação em múltiplos pulsos com 10 pulsos por semiciclo. Se a tensão eficaz do primeiro harmônico de tensão for ajustada para ser 0,45V, determine os itens b a g do Problema anterior.
14. Ache as correntes RMS e média nos diodos e transistores do circuito da Figura 2.1, sabendo que: $V = 200V$, $R = 4\Omega$, $X_L = 10\Omega$, $X_C = 13\Omega$. Os sinais nas bases dos transistores é mostrado na Figura 2.2. (Considere apenas o 1º harmônico da corrente.)
15. Um inversor monofásico em ponte completa é utilizado como um dos estágios de uma fonte ininterrupta de tensão. A entrada do inversor é conectada a uma fonte de tensão V , que varia de 11V a 16V.
- a) Sabendo-se que a saída do inversor é conectada a um transformador de tensão com uma relação de 1:12 e que utiliza-se modulação em largura de pulso simples, calcule a faixa de variação da largura do pulso utilizado (em graus), para manter 127V (RMS) na saída do transformador.
 - b) Apresente um esquema de comutação para os transistores da ponte inversora. Desenhe o circuito de potência (transistores, diodos, fonte, transformador, etc.), numere os transistores e mostre os sinais de controle em suas bases, ou portas (utilize um período genérico T e normalize as tensões/correntes de porta/base).

Capítulo 3

Inversor Trifásico

A estrutura típica de um inversor trifásico é mostrada na Figura 3.1.

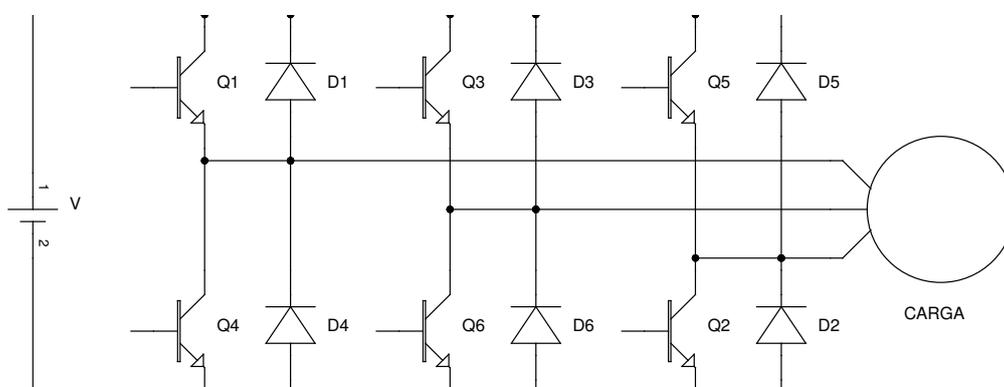


Figura 3.1: Estrutura básica de um inversor trifásico.

3.1 Estratégias de Comutação

Inicialmente, serão analisadas as duas estratégias mais básicas de comutação para os inversores trifásicos de tensão. A primeira delas é denominada por “Modo seis-pulsos 180°” ou “Modo seis-pulsos com três chaves em condução simultânea” e a segunda é denominada por “Modo seis-pulsos 120°” ou “Modo seis-pulsos com duas chaves em condução simultânea”. Essas consistem nas duas formas mais simples de comutação da ponte inversora trifásica.

3.1.1 Modo de comutação seis-pulsos 180°

No modo de comutação seis-pulsos 180°, cada transístor é acionado durante meio ciclo (180°). As formas de onda de corrente nas bases dos transístores da ponte inversora trifásica (Figura 3.1, de Q1 a Q6) podem ser vistas na Figura 3.2 (i_{B1} a i_{B6})¹.

As formas de onda de tensão de fase (v_a , v_b e v_c) podem ser vistas na Figura 3.3 e as tensões de linha, na Figura 3.4.

O valor da tensão eficaz de linha, para esse modo de operação é dado por (3.1) e o valor da tensão eficaz do componente harmônico fundamental por (3.2).

¹Os transístores são considerados ideais e as formas de onda de corrente apresentadas são suficientes para comutar os transístores sem nenhum atraso de comutação.

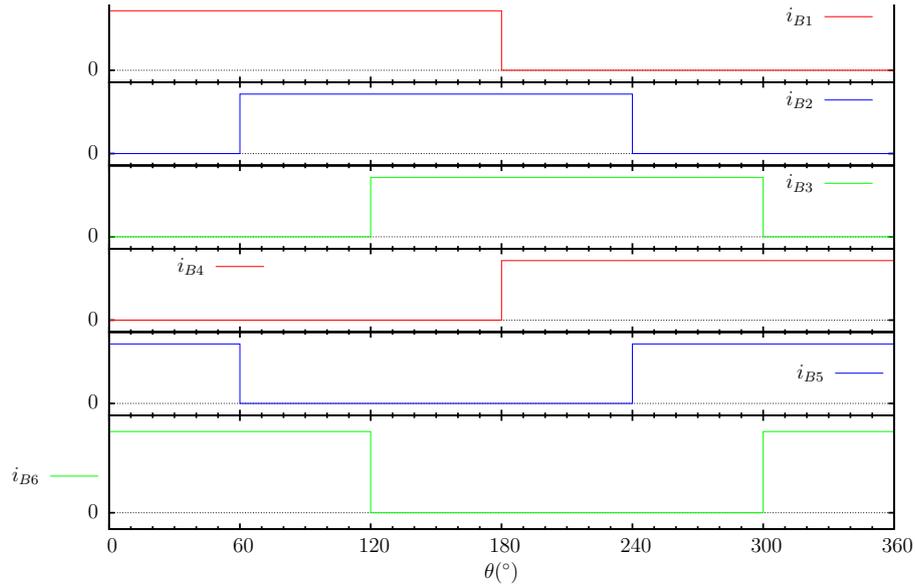


Figura 3.2: Formas de onda de corrente nas bases dos transístores Q1 a Q6 da ponte inversora trifásica da Figura 3.1 para o modo de operação seis-pulsos 180°.

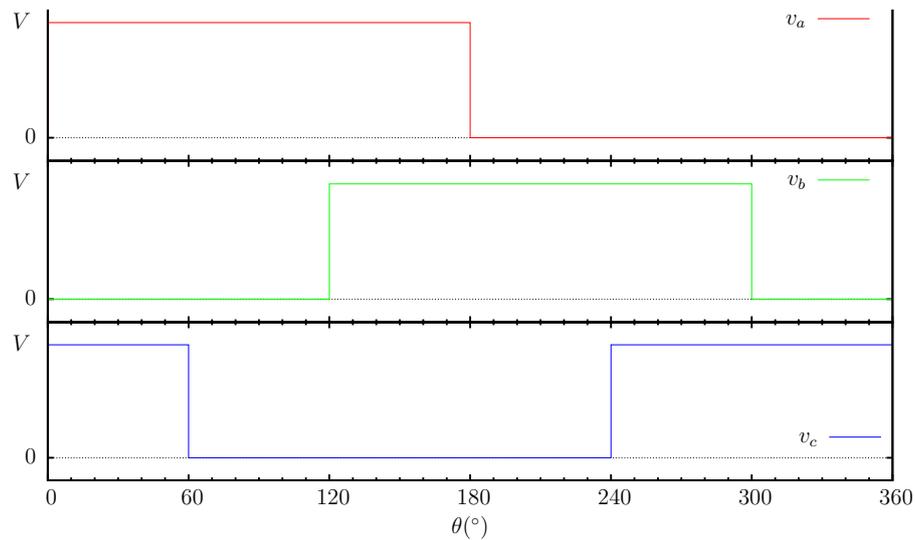


Figura 3.3: Formas de onda de tensão nas fases do inversor trifásico no modo seis-pulsos 180°.

$$V_R = \sqrt{\frac{2}{3}}V \approx 0.8165V \quad (3.1)$$

$$V_1 = \frac{\sqrt{6}}{\pi}V \approx 0.7797V \quad (3.2)$$

No caso de uma carga resistiva equilibrada conectada à saída da ponte inversora, o fator de distorção harmônico e a distorção harmônica total da corrente na carga são:

$$\text{FDH} = \frac{3}{\pi} \approx 0.9549 \quad (3.3)$$

$$\text{THD} \approx 31.08\% \quad (3.4)$$

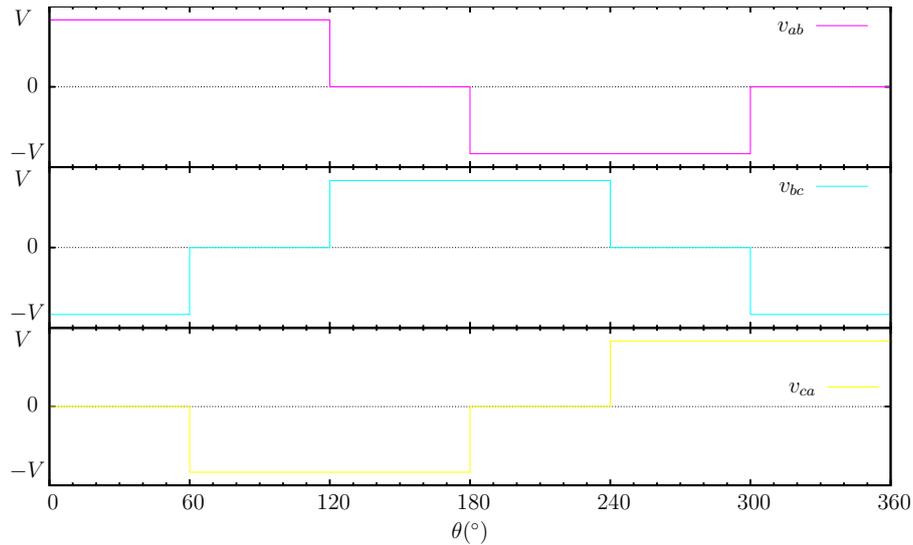


Figura 3.4: Formas de onda de tensão de linha no inversor trifásico no modo seis-pulsos 180° .

3.1.2 Modo de comutação seis-pulsos 120°

No modo de comutação seis-pulsos 120° , cada transistor é acionado durante 120° do ciclo de operação. As formas de onda de corrente aplicada às bases dos transistores da ponte inversora (Q1 a Q6) estão mostradas na Figura 3.5.

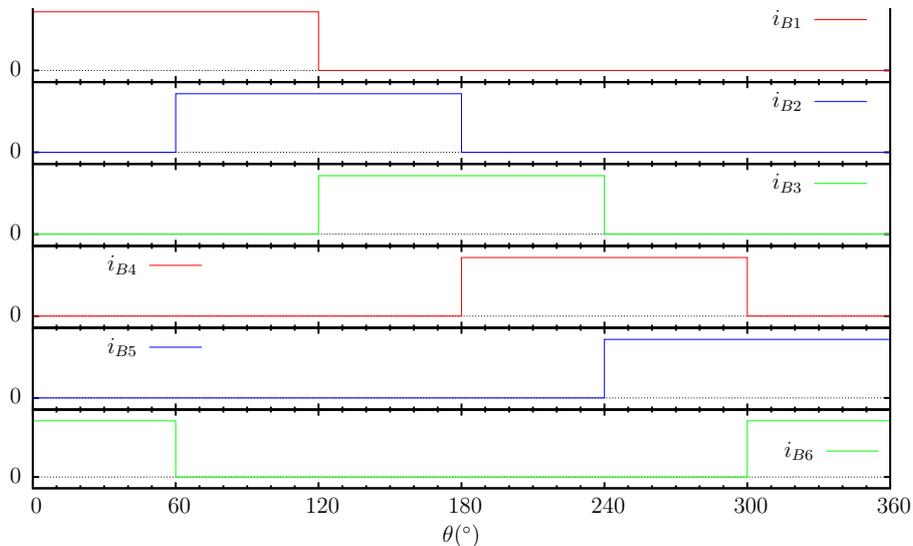


Figura 3.5: Formas de onda de corrente para comutação dos transistores da ponte inversora trifásica, no modo seis-pulsos 120° .

Nesse modo de comutação, a tensão de fase não é totalmente definida pelo inversor, isto é, existem intervalos onde a tensão de fase de saída depende da carga. Para a fase a, por exemplo, de 120° a 180° e de 300° a 360° , a tensão de saída pode assumir qualquer valor entre 0 e V . Isso ocorre porque nesses dois intervalos, os transistores Q1 e Q4 estão abertos, portanto o terminal de saída da fase a apresenta alta impedância. As tensões nas três fases estão apresentadas na Figura 3.6, sendo que as áreas sólidas indicam os intervalos onde a respectiva fase está em alta impedância.

As tensões de linha estão mostradas na Figura 3.7, onde as regiões representadas pela área

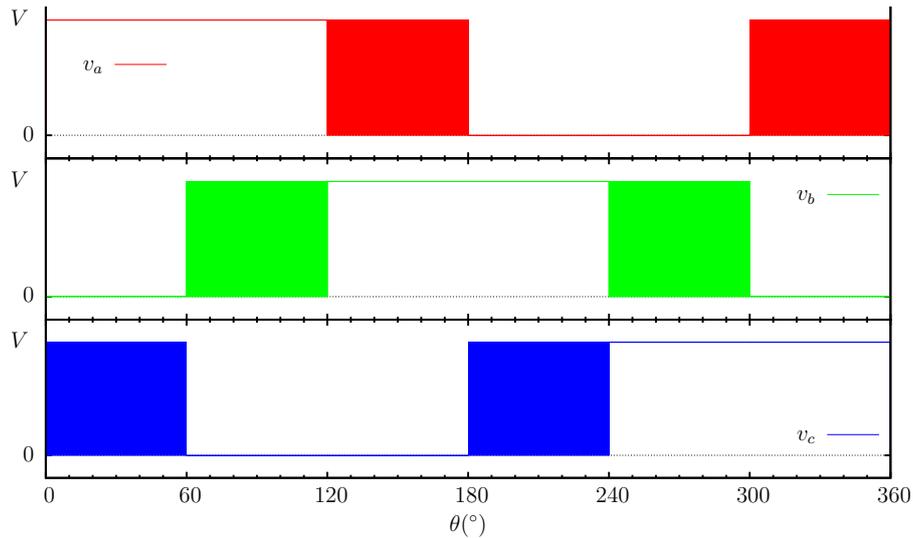


Figura 3.6: Tensões de fase para o inversor trifásico no modo 120° (As regiões sólidas indicam um valor não determinado de tensão pela ponte inversora).

sólidas significam um valor de tensão não definido pela ponte inversora, mas sim dependente da carga.

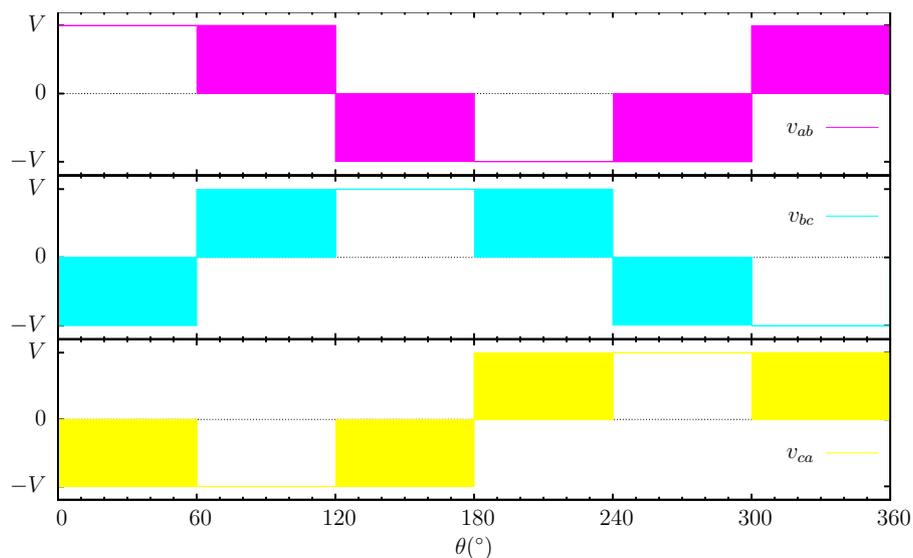


Figura 3.7: Tensões de linha para o inversor trifásico no modo seis-pulsos 120° (As regiões sólidas indicam um valor não determinado de tensão pela ponte inversora).

Pode-se analisar as formas de onda de tensão de fase e de linha nesse modo de operação para uma carga puramente resistiva². Nesse caso as tensões de fase podem ser vistas na Figura 3.8 e as tensões de linha, na Figura 3.9.

Ainda, para o modo de operação seis-pulsos 120° com carga resistiva, a tensão eficaz de linha é:

$$V_R = \frac{\sqrt{2}}{2}V \tag{3.5}$$

²Carga trifásica simétrica puramente resistiva.

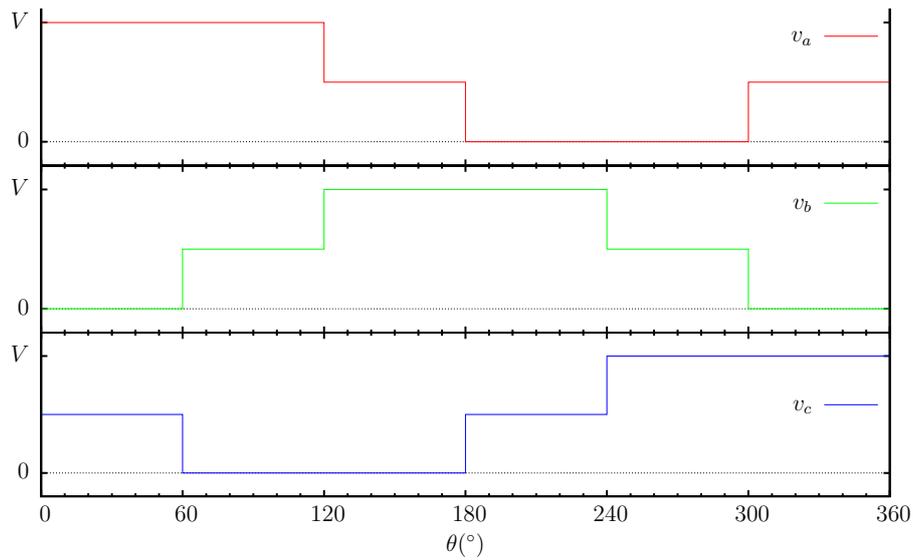


Figura 3.8: Tensões de fase para o inversor no modo de operação seis-pulsos 120° com uma carga puramente resistiva.

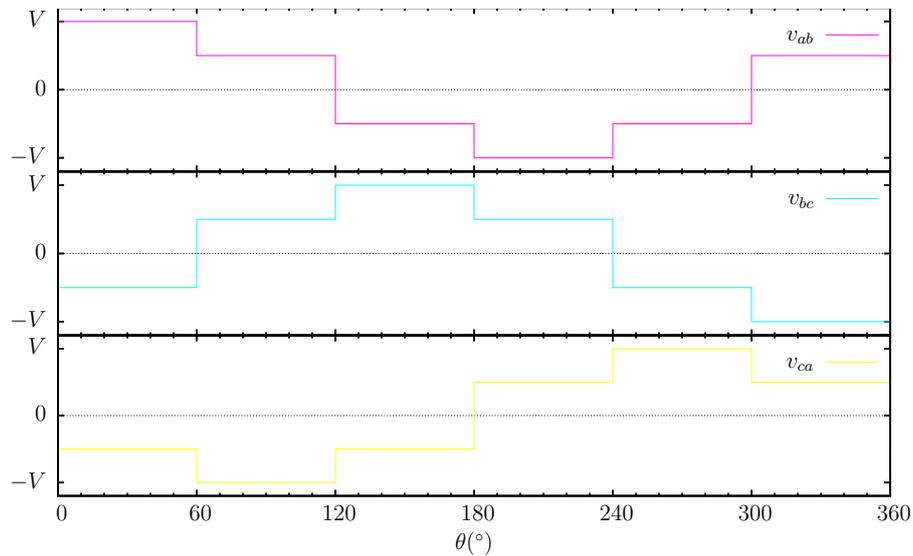


Figura 3.9: Tensões de linha para o inversor no modo de operação seis-pulsos 120° com uma carga puramente resistiva.

3.2 Modulação em Largura de Pulso

3.2.1 Modulação em Múltiplos Pulsos

3.2.2 Modulação Senoidal

A modulação senoidal é realizada considerando-se as funções modulantes escritas por (3.6), que consistem em três senoides defasadas de 120° entre si, e que podem variar no intervalo de 0 a 1, conforme o índice de modulação M , variando de 0 a 1. Pode-se ressaltar que índices de modulação maiores que 1 não são considerados pois fazem com que as funções ultrapassem os limites de valor da portadora, que também é escrita no intervalo de 0 a 1, causando distorções harmônicas indesejáveis na onda de saída.

$$\begin{aligned}
f_a(\omega t) &= \frac{1}{2} + M\frac{1}{2} \sin \omega t \\
f_b(\omega t) &= \frac{1}{2} + M\frac{1}{2} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\
f_c(\omega t) &= \frac{1}{2} + M\frac{1}{2} \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right)
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Considerando então as funções anteriores, as componentes de baixa frequência das tensões de fase da ponte inversora, considerando a frequência da onda portadora muito alta, são dadas por:

$$\begin{aligned}
v_A &= V f_a = \frac{V}{2} + M\frac{V}{2} \sin \omega t \\
v_B &= V f_b = \frac{V}{2} + M\frac{V}{2} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\
v_C &= V f_c = \frac{V}{2} + M\frac{V}{2} \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right)
\end{aligned} \tag{3.7}$$

E as tensões de linha, derivadas de (3.7), são dadas em (3.8).

$$\begin{aligned}
v_{AB} &= \frac{\sqrt{3}}{2} MV \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} \right) \\
v_{BC} &= \frac{\sqrt{3}}{2} MV \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \\
v_{CD} &= \frac{\sqrt{3}}{2} MV \sin \left(\omega t + \frac{5\pi}{6} \right)
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Como M varia de 0 a 1, tem-se que o valor de pico da tensão de fase, com $M = 1$, é de $0,866 \cdot V$ e não de V , como era de se esperar, uma vez que busca-se aproveitar toda a tensão do barramento CC. Para corrigir esse problema, várias técnicas foram propostas nas últimas décadas, algumas simples, como a subtração do valor mínimo, e outras mais sofisticadas, como as técnicas vetoriais.

3.2.3 Injeção de Terceiro Harmônico

A técnica de injeção de harmônicos na função modulante, mais especificamente do terceiro harmônico, visa aproveitar todo o potencial do barramento CC nas tensões de fase de saída. A técnica consiste em somar um componente de terceiro harmônico na tensão de fase e, uma vez que harmônicos múltiplos de 3 são anulados nas tensões de linha, conseguir que a tensão de linha tenha um valor de pico igual à tensão do barramento CC.

A função modulante para a fase A é descrita por:

$$f_a(\omega t) = \frac{1}{2} + M \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\sin \omega t + \frac{1}{6} \sin 3\omega t \right) \tag{3.9}$$

As outras fases são defasadas de 120° da fase A:

$$\begin{aligned}
f_b(\omega t) &= f_a \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\
f_c(\omega t) &= f_a \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right)
\end{aligned} \tag{3.10}$$

A tensão da fase A da saída da ponte inversora, considerando somente seus componentes de baixa frequência, para uma portadora com alta frequência, é dada por:

$$v_A = Vf_a = \frac{V}{2} + M \frac{V}{\sqrt{3}} (\sin \omega t + \sin 3\omega t) \quad (3.11)$$

Para as demais fases:

$$\begin{aligned} v_B(\omega t) &= Vf_b = v_A \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ v_C(\omega t) &= Vf_c = v_A \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Dessa forma, as tensões de linha para a fase A ficam:

$$\begin{aligned} v_{AB} &= M \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} \right) \\ v_{BC} &= M \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \\ v_{CA} &= M \sin \left(\omega t + \frac{5\pi}{6} \right) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Consegue-se portanto, atingir o objetivo de se aproveitar totalmente a tensão do barramento CC, uma vez que a amplitude da senoide da tensão da ponte inversora (considerando-se somente seus componentes harmônicos de baixa frequência) é igual à tensão do barramento CC (V).

3.2.4 Subtração de Valor Mínimo/Máximo

Considerando as funções modulantes (3.14) e uma portadora triangular de 0 a 1, as tensões de saída nas fases da ponte inversora, considerando uma alta frequência da onda portadora e rejeitando as altas frequências da onda de saída, são apresentadas em (3.14).

$$\begin{aligned} f_a(\omega t)' &= \frac{1}{2} + M \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \omega t \\ f_b(\omega t)' &= \frac{1}{2} + M \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ f_c(\omega t)' &= \frac{1}{2} + M \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \\ f_a &= f_a' - \min(f_a', f_b', f_c') \\ f_b &= f_b' - \min(f_a', f_b', f_c') \\ f_c &= f_c' - \min(f_a', f_b', f_c') \end{aligned} \quad (3.14)$$

As funções dadas por (3.15) estão plotadas na Fig. 3.10.

As componentes de baixa frequência das tensões das fases a,b e c são dadas por:

$$\begin{aligned} v_A(\omega t) &= Vf_a \\ v_B(\omega t) &= Vf_b \\ v_C(\omega t) &= Vf_c \end{aligned} \quad (3.16)$$

Então, as tensões de linha são dadas por:

$$\begin{aligned} v_{AB} &= M \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} \right) \\ v_{BC} &= M \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \\ v_{CA} &= M \sin \left(\omega t + \frac{5\pi}{6} \right) \end{aligned} \quad (3.17)$$

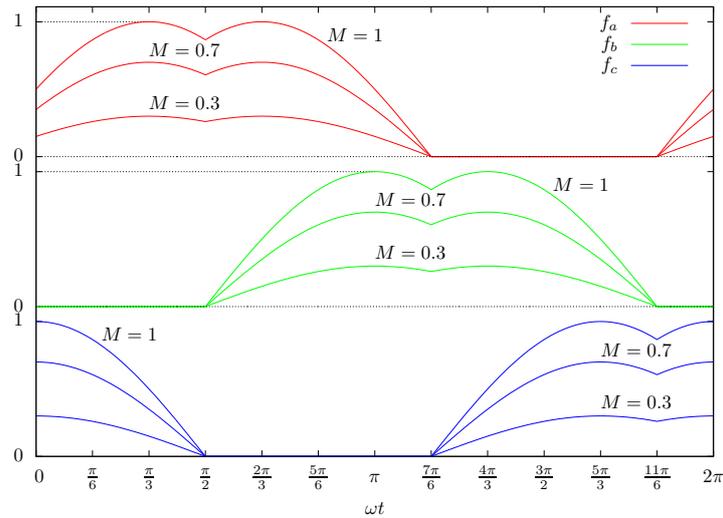


Figura 3.10: Ondas modulantes com subtração de valor mínimo.

Da mesma forma que subtrair o valor mínimo das ondas modulantes em cada instante para se conseguir uma excursão efetiva maior de M , pode-se também subtrair o valor máximo e somar a unidade em cada instante das ondas modulantes, para transformar o valor máximo em 1. Mas, um resultado mais interessante pode ser conseguido subtraindo-se o valor mínimo em no intervalo de 0 a 60° e subtraindo-se o valor máximo e somando 1 no próximo, alternadamente, como na Fig. 3.11.

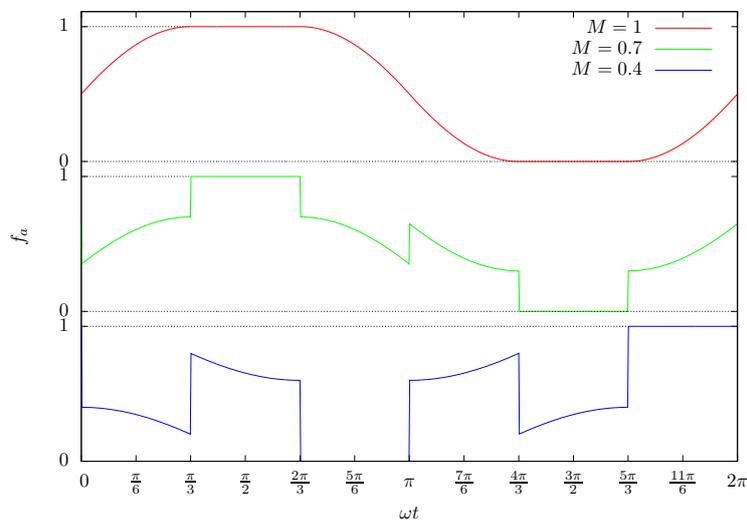


Figura 3.11: Subtração do valor mínimo alternadamente com a subtração do valor máximo somando-se 1 para a fase a, com diferentes índices de modulação.

De forma análoga, Outro resultado interessante pode ser visto na Fig. 3.12, onde no intervalo de 0 a 60° subtrai-se o valor máximo e soma-se 1, seguido da subtração do valor mínimo no intervalo seguinte alternadamente.

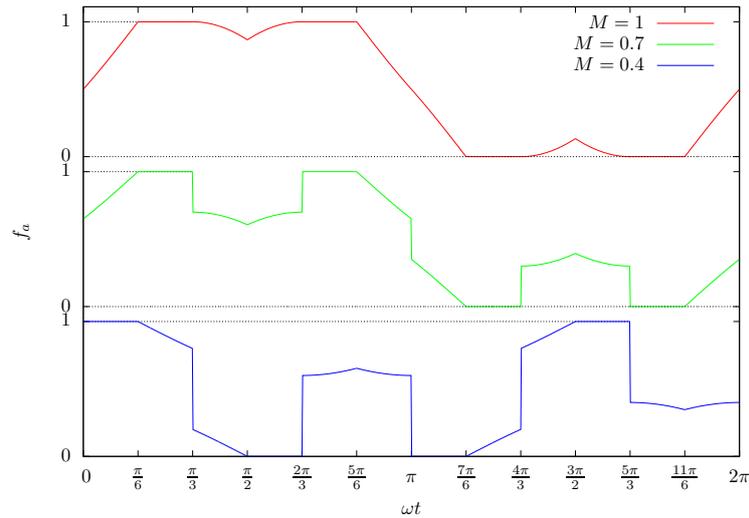


Figura 3.12: Subtração do valor máximo somando-se 1 alternadamente com a subtração do valor mínimo para a fase a, com diferentes índices de modulação.

3.2.5 Modulação Vetorial

3.3 Problemas

1. O inversor trifásico em ponte completa (Figura 3.1) alimenta uma carga resistiva conectada em estrela com $R = 5\Omega$ (por fase). A frequência do inversor é $f = 400\text{Hz}$ e a tensão CC de entrada é de 220V . O inversor opera no modo seis pulsos com três transistores em condução simultânea (modo 180°). Expresse as tensões e correntes instantâneas de fase e de linha em uma série de Fourier.
2. Repetir o Problema anterior para a carga conectada em triângulo.
3. Repita os Problemas 1 e 2 para o inversor operando no modo de seis pulsos com dois transistores em condução simultânea (modo 120°).
4. Um inversor trifásico em ponte (Figura 3.1) alimenta uma carga RLC conectada em estrela com $R = 5\Omega$, $L = 10\text{mH}$ e $C = 25\mu\text{F}$ (por fase). A frequência do inversor é de 60Hz e a tensão CC de entrada é de 220V . O inversor opera no modo seis pulsos com três transistores em condução simultânea (modo 180°). Determinar as correntes média, eficaz e máxima dos transistores (considerar apenas o harmônico fundamental de corrente de carga).
5. Um inversor trifásico operando no modo seis pulsos alimenta uma carga RL em DELTA (Δ), com uma frequência de operação de 100Hz . A tensão no barramento CC é de 400V , $R = 10\Omega$, $L = 10\text{mH}$.
 - a) Desenhe a ponte inversora trifásica, a fonte de tensão CC do barramento, os transistores, diodos e a carga RL em delta.
 - b) Mostre as formas de onda nas bases (ou portas) dos transistores da ponte inversora no modo seis-pulsos 120° (com dois transistores conduzindo simultaneamente).
 - c) Mostre as formas de onda de tensão de fase na carga para a operação no item acima.

- d) Mostre as formas de onda nas bases (ou portas) dos transístores da ponte inversora no modo seis-pulsos 180° (com três transístores conduzindo simultaneamente).
 - e) Mostre as formas de onda de tensão de fase na carga para a operação no item acima.
 - f) Calcule a potência ativa na carga para o modo seis-pulsos 180° .
6. Repita o Problema 5 para $R = 20\Omega$ e $L = 50\text{mH}$.

Parte III
Apêndices

Apêndice A

Definições Matemáticas

Esse apêndice apresenta de forma resumida as definições matemáticas mais utilizadas durante o decorrer desta obra. A bibliografia a respeito das definições aqui tratadas é bastante ampla, assim o leitor interessado possui muitas opções de leitura para o seu aprofundamento.

A.1 Função periódica

A definição de uma função periódica é dada a seguir:

$$f(t) = f(t + T) \quad (\text{A.1})$$

Dadas as seguintes condições: $t \in \mathfrak{R}$, $-\infty < t < \infty$ e $T \in \mathfrak{R}^*$

A.2 Valores médio e eficaz de uma onda periódica

O valor médio de uma função f periódica é:

$$F = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad (\text{A.2})$$

O valor eficaz (ou RMS – *root mean square*) é dado por:

$$F_R = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt} \quad (\text{A.3})$$

A.3 Série de Fourier trigonométrica

Uma função periódica qualquer, pode ser escrita como a somatória de uma série de senos e cossenos, e seu valor médio:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t \quad (\text{A.4})$$

Onde:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (\text{A.5})$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos n\omega t dt \quad (\text{A.6})$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin n\omega t dt \quad (\text{A.7})$$

$$n \in \mathbb{N}_+ \quad (\text{A.8})$$

Na série escrita em (A.4), o termo $a_0/2$ corresponde ao valor médio da função periódica $f(t)$ dado por (A.2).

A série escrita em (A.4) pode ser escrita exclusivamente como uma série de senos ou uma série de cossenos.

$$f(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\omega t + \theta_n) \quad (\text{A.9})$$

$$f(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin(n\omega t + \phi_n) \quad (\text{A.10})$$

Onde:

$$c_0 = \frac{a_0}{2} \quad (\text{A.11})$$

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} ; \quad n \neq 0 \quad (\text{A.12})$$

$$\theta_n = \tan^{-1} \frac{b_n}{a_n} \quad (\text{A.13})$$

$$\phi_n = \tan^{-1} \frac{a_n}{b_n} \quad (\text{A.14})$$

O valor médio da função periódica é dado por:

$$F = c_0 = \frac{a_0}{2} \quad (\text{A.15})$$

O valor RMS é dado por:

$$F_R = \sqrt{c_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{c_n}{\sqrt{2}} \right)^2} \quad (\text{A.16})$$

A.4 Fatores de qualidade da onda periódica

O fator de ondulação de uma onda dada por uma função $f(t)$ é dado por:

$$r_f = \frac{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{c_n}{\sqrt{2}} \right)^2}}{c_0} = \frac{\sqrt{F_R^2 - F^2}}{F} \quad (\text{A.17})$$

O Fator de Distorção Harmônica, para um tensão periódica com **valor médio nulo**, é dado por:

$$\text{FDH} = \frac{F_{1R}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} F_{nR}^2}} \quad (\text{A.18})$$

Onde F_{nR} é o valor RMS do harmônico de ordem n .

A distorção harmônica total (THD), para um tensão periódica com **valor médio nulo**, é dada por:

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} F_{nR}^2}}{F_{1R}} = \frac{\sqrt{V_R^2 - V_{1R}^2}}{V_{1R}} \quad (\text{A.19})$$

Apêndice B

Séries de Fourier

Esse Capítulo apresenta os coeficientes da série de Fourier para algumas formas ondas mais usuais, lembrando que todas as formas de onda apresentadas são periódicas (A.1).

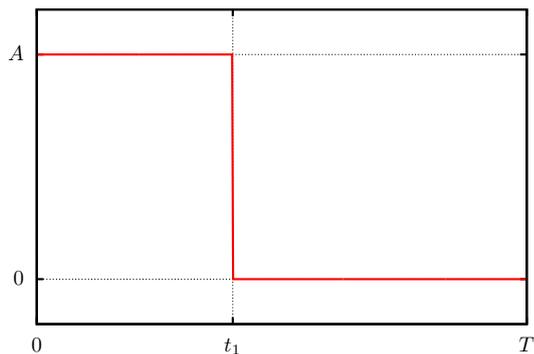
B.1 Definições

Para os valores dos coeficientes da série de Fourier apresentados aqui, faz-se necessário algumas definições:

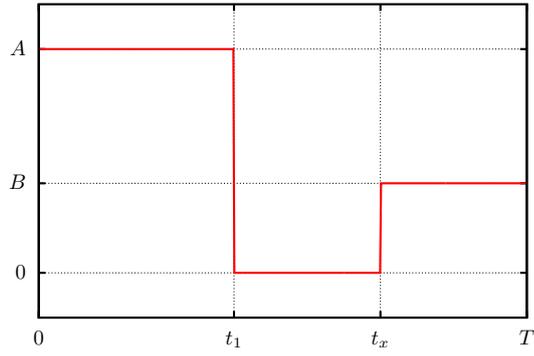
$$x(t) = X_0 + \sum_{n=2}^{\infty} a_n \sin n\omega t + \sum_{n=2}^{\infty} b_n \sin n\omega t \quad (\text{B.1})$$

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad ; \quad \theta_n = \arctan \frac{b_n}{a_n} \quad ; \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (\text{B.2})$$

B.2 Formas de Onda



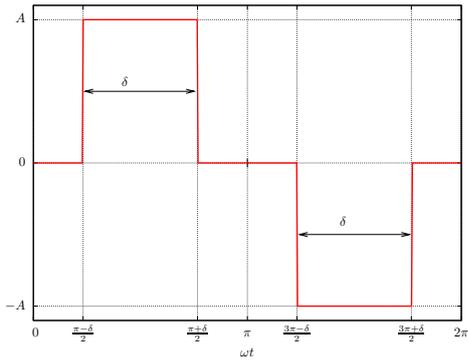
$$\begin{aligned} X_0 &= \frac{t_1}{T} A \\ a_n &= \frac{A}{n\pi} (1 - \cos n\omega t_1) \\ b_n &= \frac{A}{n\pi} \sin n\omega t_1 \\ c_n &= \frac{\sqrt{2}A}{n\pi} \sqrt{1 - \cos n\omega t_1} \end{aligned}$$



$$X_0 = \frac{t_1}{T}A + \left(1 - \frac{t_x}{T}\right)B$$

$$a_n = \frac{A}{n\pi} (1 - \cos n\omega t_1) - \frac{B}{n\pi} (1 - \cos n\omega t_x)$$

$$b_n = \frac{A}{n\pi} \sin n\omega t_1 - \frac{B}{n\pi} (1 - \sin n\omega t_x)$$



$$x(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4A}{n\pi} \sin \frac{n\delta}{2} \sin n\omega t, \text{ para } n \text{ ímpar}$$

Apêndice C

Potência em Circuitos com Formas de Onda Periódicas

Dada a função potência instantânea ($p(t)$), o valor médio da potência (P) é dado por (C.1), aplicando-se da definição do valor médio de uma função (A.2).

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t)i(t) dt \quad (\text{C.1})$$

Desenvolvendo-se a expressão acima, utilizando a série de Fourier da tensão e da corrente, chega-se a

$$P = V_0 I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} V_{nR} I_{nR} \cos \Phi_n \quad (\text{C.2})$$

$$\Phi_n = \phi_{vn} - \phi_{in} \quad (\text{C.3})$$

Seguindo, a potência aparente é dada por:

$$S = V_R I_R = \sqrt{V_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} V_{nR}^2} \sqrt{I_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} I_{nR}^2} \quad (\text{C.4})$$

C.1 Considerações para uma fonte de tensão senoidal

A potência média, para o caso de um circuito alimentado por uma fonte puramente senoidal de tensão, é dada por:

$$P = V_R I_{1R} \cos \Phi_1 \quad (\text{C.5})$$

Isso significa que somente o primeiro harmônico da corrente é que interage com a fonte para a produção de potência real.

A potência aparente, passa ser dada por:

$$S = V_R \sqrt{I_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} I_{nR}^2} \quad (\text{C.6})$$

Uma situação especial para o fator de potência, quando a fonte de tensão é senoidal:

$$fp = \delta \cos \phi_1 \quad (\text{C.7})$$

Onde:

$$\delta = \frac{I_{1R}}{\sqrt{I_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} I_{nR}^2}} \quad (\text{C.8})$$

Se o circuito alimentado pela fonte de tensão senoidal é um circuito puramente linear, então $\delta = 1$. Caso contrário, se o circuito alimentado pela tensão senoidal possui elementos não lineares, que provocam o aparecimento de componentes harmônicos na corrente, então $\delta < 1$.

No caso da corrente apresentar **valor médio nulo**, o fator de potência pode ser escrito por:

$$fp = \text{FDH} \cos \Phi_1 \quad (\text{C.9})$$

Onde FDH é dado por (A.18).

Pode-se escrever a potência aparente total como a soma vetorial da potência aparente do primeiro harmônico (S_1) e da potência aparente dos demais harmônicos (D), lembrando-se que, os demais harmônicos são introduzidos pelos elementos não-lineares do circuito.

$$S^2 = V_R I_{1R} + V_R \sum_{n=1}^{\infty} I_{nR}^2 = S_1^2 + D^2 \quad (\text{C.10})$$

Por sua vez, a potência aparente do primeiro harmônico é a soma vetorial da potência ativa e da potência reativa:

$$S_1^2 = P^2 + Q^2 \quad (\text{C.11})$$

Portanto a potência aparente total é dada pela soma vetorial da potência ativa, da potência reativa de primeiro harmônico e da potência aparente dos demais harmônicos, que pode ser chamada de potência de distorção harmônica, uma vez que ela se deve ao efeito dos circuitos não lineares na corrente.

$$S^2 = P^2 + Q^2 + D^2 \quad (\text{C.12})$$

Pode-se visualizar a soma vetorial acima na Figura C.1.

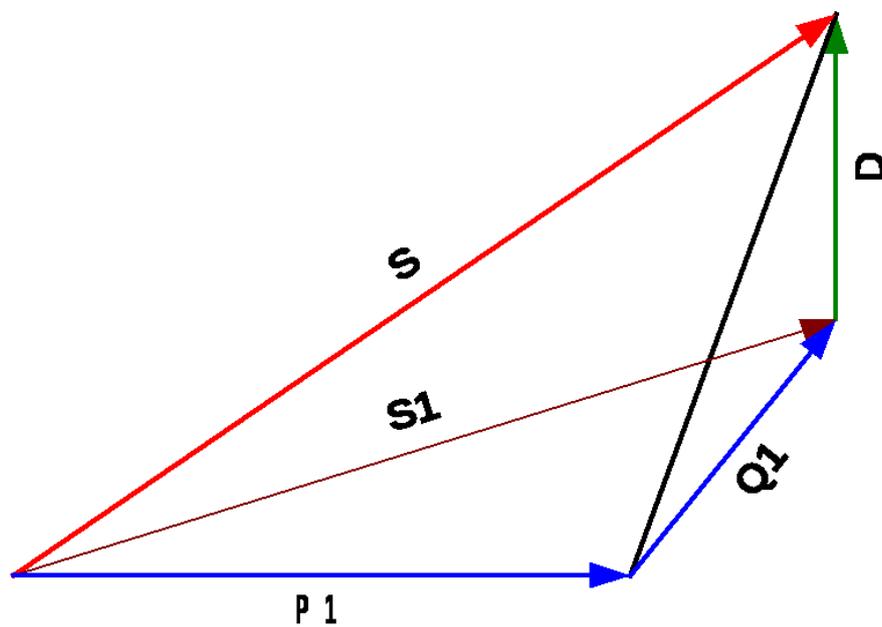


Figura C.1: O tetraedro de potências permite a representação espacial da soma vetorial das potências que resulta na potência aparente total de um circuito não linear.

Apêndice D

Transformadores de Pulso

Considerando-se um transformador formado apenas por dois enrolamentos, onde pode-se denominar um por enrolamento primário e o outro por enrolamento secundário (Figura D.1). Considera-se a indutância total medida no primário, com o circuito do enrolamento secundário em aberto, dada por L_1 (representada por L1 na Figura) e a indutância total medida no secundário dada por L_2 (representada por L2), com o primário em aberto. Entre os dois enrolamentos, existe um fator de acoplamento K .

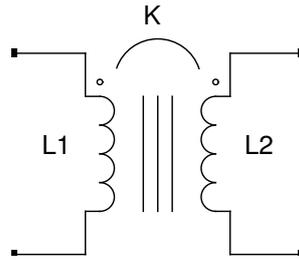


Figura D.1: Transformador formado por dois enrolamentos, primário e secundário, com fator de acoplamento K entre eles.

Na Figura D.2 é apresentado um modelo na forma de circuito elétrico desse transformador. São apresentadas as indutâncias de dispersão de primário, representadas por $L_{\sigma 1}$ com valor $L_{\sigma 1}$, e indutância de magnetização, representada na Figura por L_m e com valor L_m . As resistências dos enrolamentos de primário e secundário são representadas, respectivamente, por R_1 e R_2 , apresentando valores R_1 e R_2 . Como a indutância de magnetização está representada no circuito primário, esta pode ser refletida para o circuito do secundário através do transformador T1. Este último por sua vez, é um transformador ideal e possui a relação de transformação e tensão dada por a , ou seja, a tensão do secundário desse transformador é igual a a vezes a tensão de entrada. Dessa forma, a indutância total de secundário é igual a $L_2 = L_{\sigma 2} + a^2 L_m$, com $L_{\sigma 2}$ sendo o valor da indutância de dispersão de secundário, representada na Figura por L2.

$L_{\sigma 1}$: indutância de dispersão do primário;

$L_{\sigma 2}$: indutância de dispersão do secundário;

L_m : indutância de magnetização vista pelo primário;

$$L_{\sigma 1} = (1 - K)L_1 \quad (\text{D.1})$$

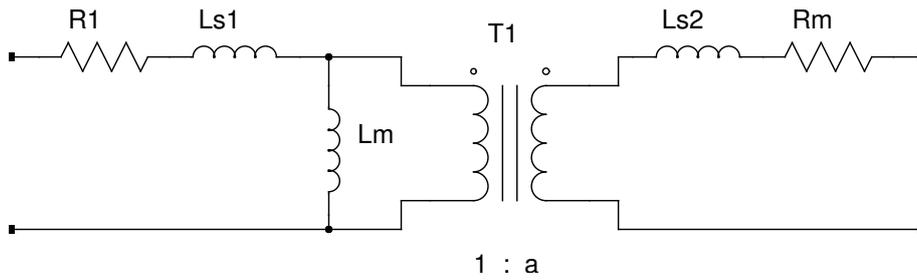


Figura D.2: Modelo do transformador.

$$L_{\sigma 2} = (1 - K)L_2 \tag{D.2}$$

$$L_m = KL_1 = K \frac{L_2}{a^2} \tag{D.3}$$

$$a^2 = \frac{L_2}{L_1} \tag{D.4}$$

K : fator de acoplamento entre o primário e o secundário;

a : relação de transformação entre primário e secundário;

$$K^2 = 1 - \frac{L'_2}{L_2} = 1 - \frac{L'_1}{L_1} \tag{D.5}$$

Onde:

L'_1 : indutância medida no primário com o secundário em curto-circuito (ver Figura D.3);

L'_2 : indutância medida no secundário, com o enrolamento de primário em curto-circuito (ver Figura D.3);

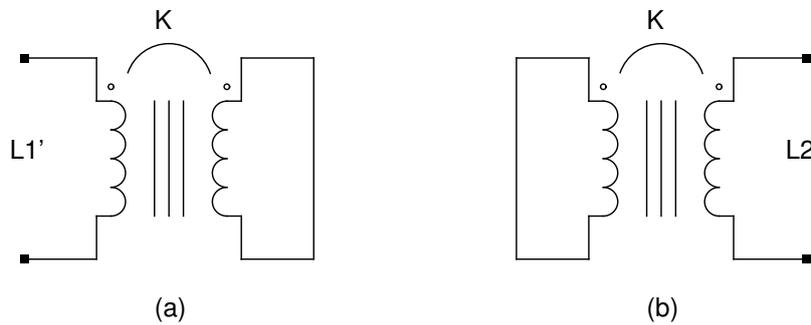


Figura D.3: Indutância do circuito primário com o circuito secundário fechado (a) e indutância do circuito secundário com o circuito primário fechado (b).

Índice Remissivo

ângulo

de condução, 6

de corte, 5

de disparo, 5

chopper, 29

chopper

de dois quadrantes, 33

de primeiro quadrante, 29

de quatro quadrantes, 34

de um quadrante, 29

csi, 11

inversor monofásico

carga R , 15

carga RC série, 16

carga RL série , 15

carga RLC série , 17

inversores

classificação , 11

MLP, 29

modo de condução

condução contínua, 31

condução descontínua, 30

limiar, 32

modo seis pulsos

120 graus, 20

180 graus, 20

duas chaves, 20

três chaves, 20

modulação em largura de pulso, 29

pulse width modulation, 29

PWM, 29

recortador, 29

retificador monofásico de um caminho

controlado, 5

não controlado, 5

snubber, 3

vsi, 11, 13