4ª Lista de exercícios - Pêndulo de torção

4300254 - Laboratório de Mecânica - 1º Semestre/2015

1. Considerar um rotor com um eixo fixo e movimento sem atrito. Uma força F é aplicada num ponto qualquer do corpo, que realiza um deslocamento angular infinitesimal $d\theta$.

Mostrar que o trabalho realizado pela força F sobre o rotor é

$dW = \tau\, d\theta$ onde τ é o torque da força e $d\theta$ deve ser dado em radianos.

2. A energia cinética de rotação de um rotor em torno de um eixo fixo é dada por $K = I\,\Omega^2/2$, onde I é o momento de inércia em relação ao eixo e $\Omega = d\theta/dt$ é a velocidade angular de rotação.

O Teorema da Energia Cinética estabelece que
"A variação de energia cinética de um corpo é igual ao trabalho das forças realizado sobre o corpo"

Mostrar que a equação para $\theta(t)$ é $I\,\dfrac{d^2\theta}{dt^2} = \tau$

3. A solução geral para o movimento do pêndulo de torção é

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega_0 t + \phi)$$

Considerar um pêndulo de torção que é um disco de diâmetro $D = 16,0\,cm$ com uma fita milimetrada colada na borda. O período de oscilação do pêndulo é $1,12\,s$. O deslocamento angular θ pode ser obtido medindo a distância z ao longo da fita ($z = 0$ para a posição de equilíbrio).

O disco é solto no instante $t = 0$ com "amplitude" inicial $z_o = 60,0\,mm$.

Escrever a equação para $\theta(t)$ (com valores numéricos dos parâmetros),

4. A partir da expressão para ω_1, mostrar que a constante de decaimento γ para as oscilações amortecidas do pêndulo de torção pode ser calculada como

$$\gamma = 2\pi\sqrt{\frac{1}{T_o^2} - \frac{1}{T_1^2}}$$

onde T_o e T_1 são os períodos de oscilações não-amortecidas e amortecidas, respectivamente.

5. A solução geral para o movimento do pêndulo de torção é dada pela Equação 9:

$$\theta(t) = \theta_a e^{-\gamma t} \cos(\omega_a t + \phi_a)$$

onde as constantes θ_a e ϕ_a devem ser determinadas a partir das condições iniciais do movimento. Considerar as seguintes condições iniciais:

O rotor é solto no instante $t = 0$ com amplitude inicial θ_o.

Mostrar detalhadamente que

$$\phi_a = -\,arctg\,\frac{\gamma}{\omega_a} \qquad \text{e} \qquad \theta_a = \frac{\theta_0}{cos\,\phi_a}$$