



# INTRODUÇÃO À ENGENHARIA



# INTRODUÇÃO À ENGENHARIA

Parte II **PROJETOS BASEADOS EM MODELOS**



# INTRODUÇÃO À ENGENHARIA

Parte II **PROJETOS BASEADOS EM MODELOS**

**2** Análise de dados e modelos empíricos

# Parte II PROJETOS BASEADOS EM MODELOS

## 2 Análise de dados e modelos empíricos

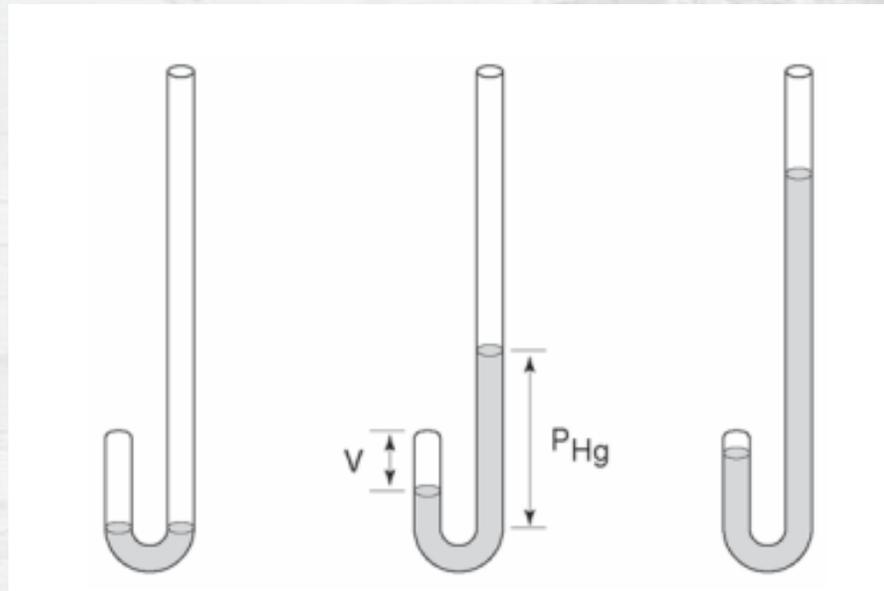
- 2.1 Introdução
- 2.2 Teoria e dados
  - 2.2.1 Comportamento linear: Lei de Boyle
  - 2.2.2 Comportamento exponencial: Lei de Moore
- 2.3 Modelos empíricos
  - 2.3.1 Execução de um experimento
  - 2.3.2 Interpolação e Ajuste de uma reta aos dados
- 2.4 Estatística e imprecisões
  - 2.4.1 Causas da imprecisão
  - 2.4.2 Média e Desvio Padrão
  - 2.4.3 Histograma

## 2.1 Introdução

- Propor uma teoria é apenas parte do processo de modelagem. A outra parte consiste em colher e analisar dados e extrair conclusões

## 2.2 Teoria e Dados

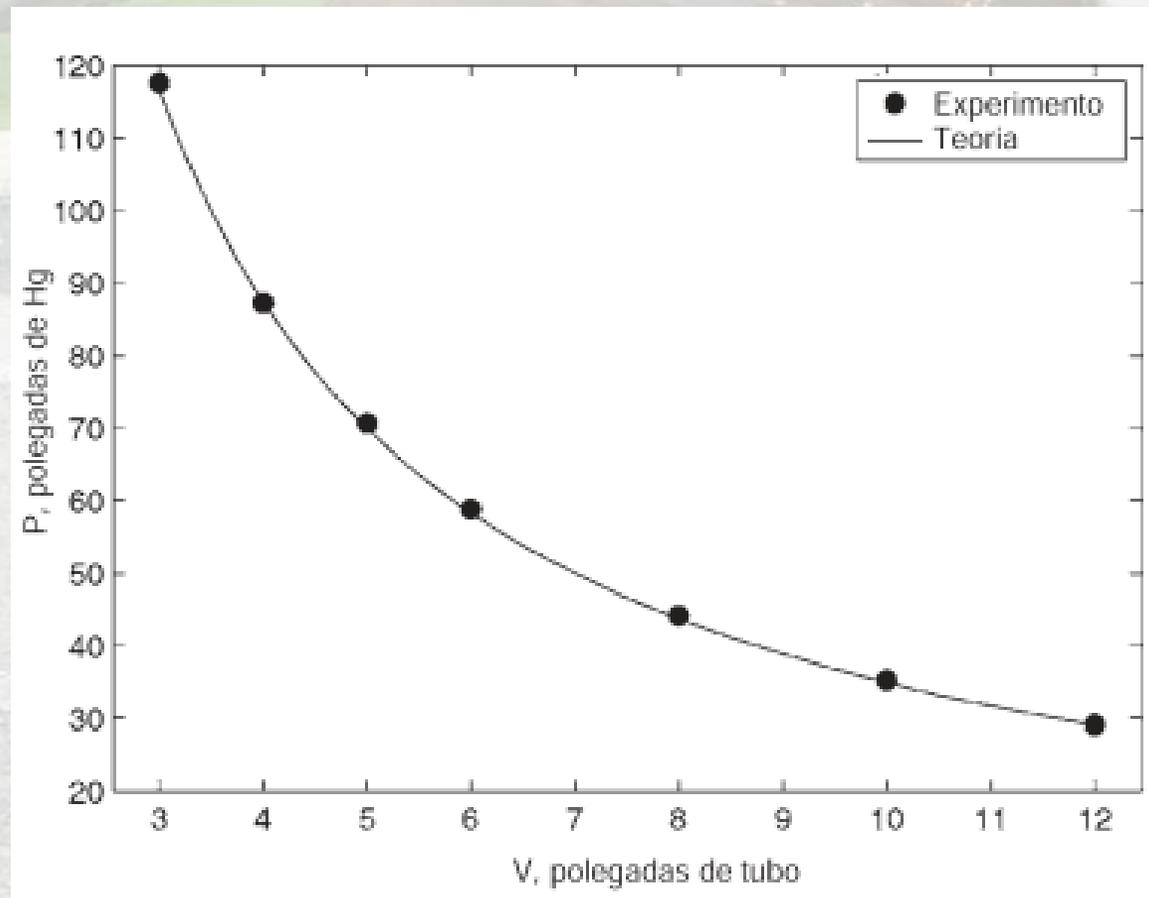
### 2.2.1 Comportamento linear: Lei de Boyle



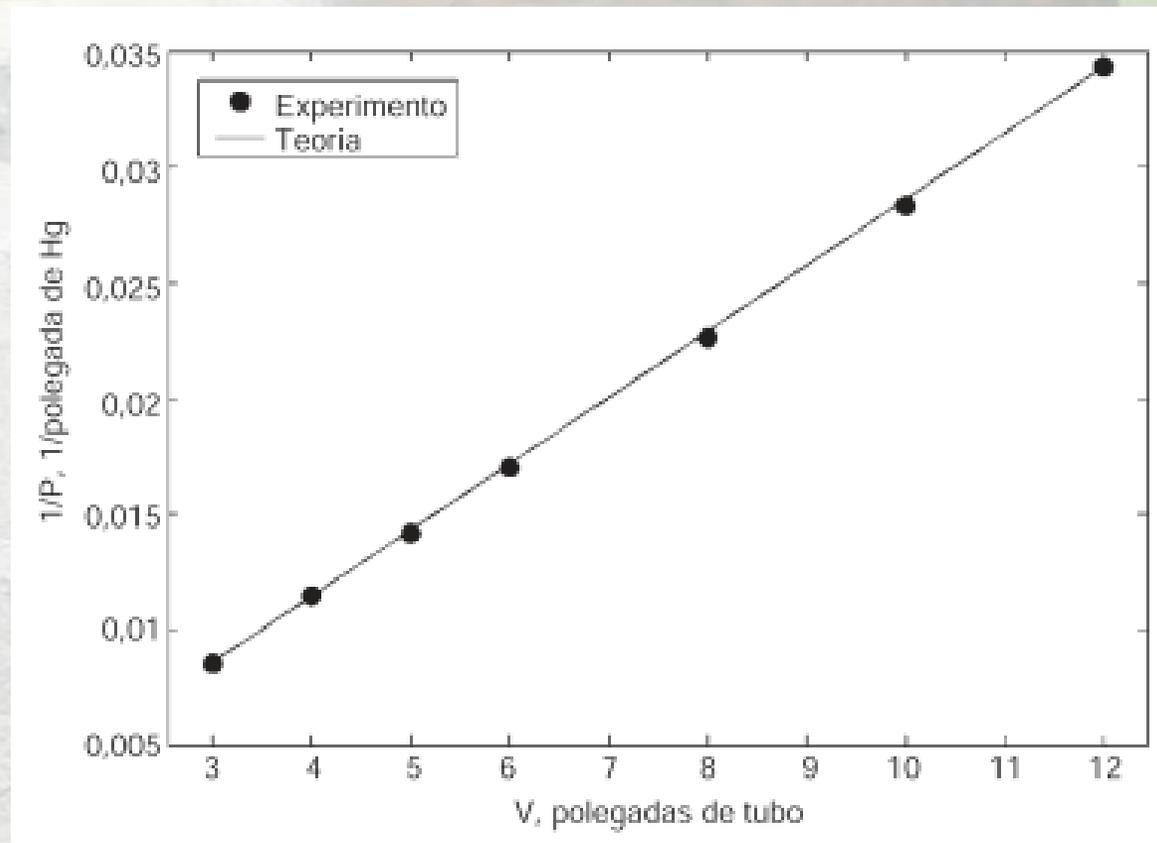
Dados do experimento de Boyle

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>
<b>V</b> (polegadas de tubo)	<b>P<sub>Hg</sub></b> (polegadas de Hg)	<b>P<sub>atm</sub></b> (polegadas de Hg)	<b>P, experimento</b> <b>P<sub>Hg</sub> + P<sub>atm</sub></b> (polegadas de Hg)	<b>P, teoria</b> (polegadas de Hg)
12	0	29 $\frac{1}{8}$	29 $\frac{2}{16}$	29 $\frac{2}{16}$
10	6 $\frac{3}{16}$	29 $\frac{1}{8}$	35 $\frac{5}{16}$	35
8	15 $\frac{1}{16}$	29 $\frac{1}{8}$	44 $\frac{3}{16}$	43 $\frac{11}{16}$
6	29 $\frac{11}{16}$	29 $\frac{1}{8}$	58 $\frac{3}{16}$	58 $\frac{2}{8}$
5	41 $\frac{9}{16}$	29 $\frac{1}{8}$	70 $\frac{11}{16}$	70
4	58 $\frac{2}{16}$	29 $\frac{1}{8}$	87 $\frac{14}{16}$	87 $\frac{3}{8}$
3	88 $\frac{7}{16}$	29 $\frac{1}{8}$	117 $\frac{9}{16}$	116 $\frac{4}{8}$

# Gráfico da pressão do ar aprisionado em função do volume de acordo com os dados experimentais de Boyle



Plotando os dados de Boyle como  $1/P$  em função de  $V$ . Obtemos uma linha reta

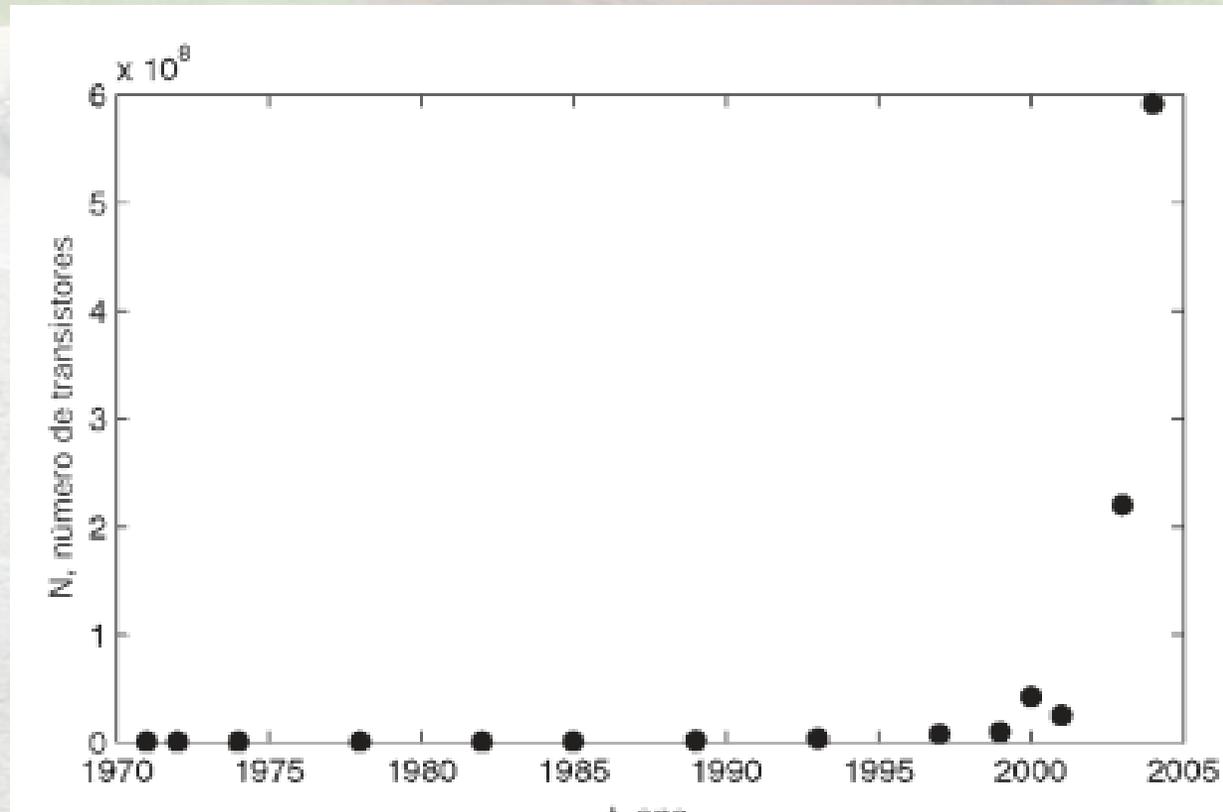


## 2.3 Modelos Empíricos

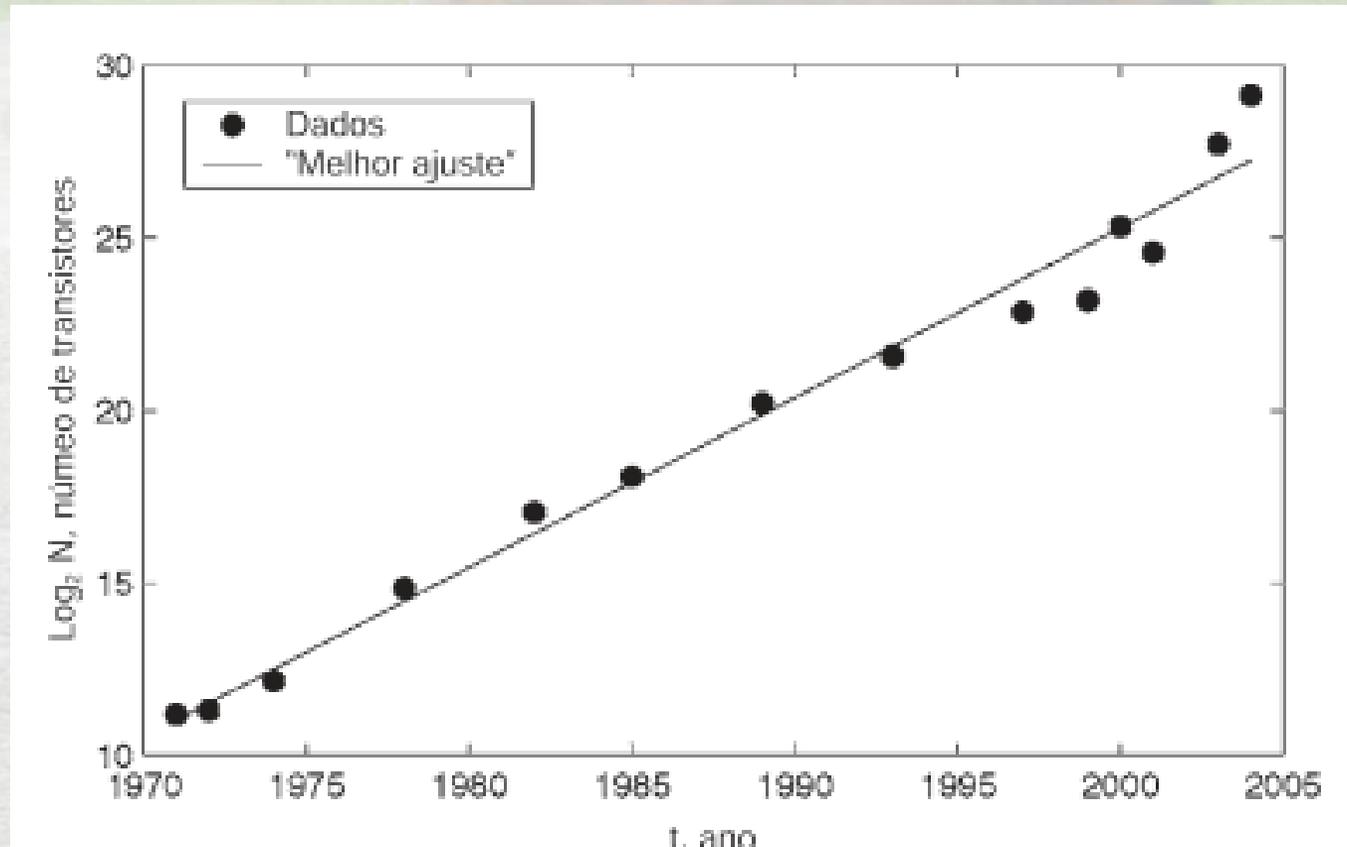
### 2.3.1 Comportamento Exponencial: Lei de Moore

Ano	Nome do Produto	Nº de Transistores	$\log_2$ (Nº de Transistores)
1971	4004	2.300	11,2
1972		2.500	11,3
1974		4.500	12,1
1978	8086	29.000	14,8
1982		134.000	17,0
1985		275.000	18,1
1989		1.200.000	20,2
1993	Pentium	3.100.000	21,6
1997		7.500.000	22,8
1999		9.500.000	23,2
2000	Itanium	42.000.000	25,3
2001		25.000.000	24,6
2003		220.000.000	27,7
2004		592.000.000	29,1

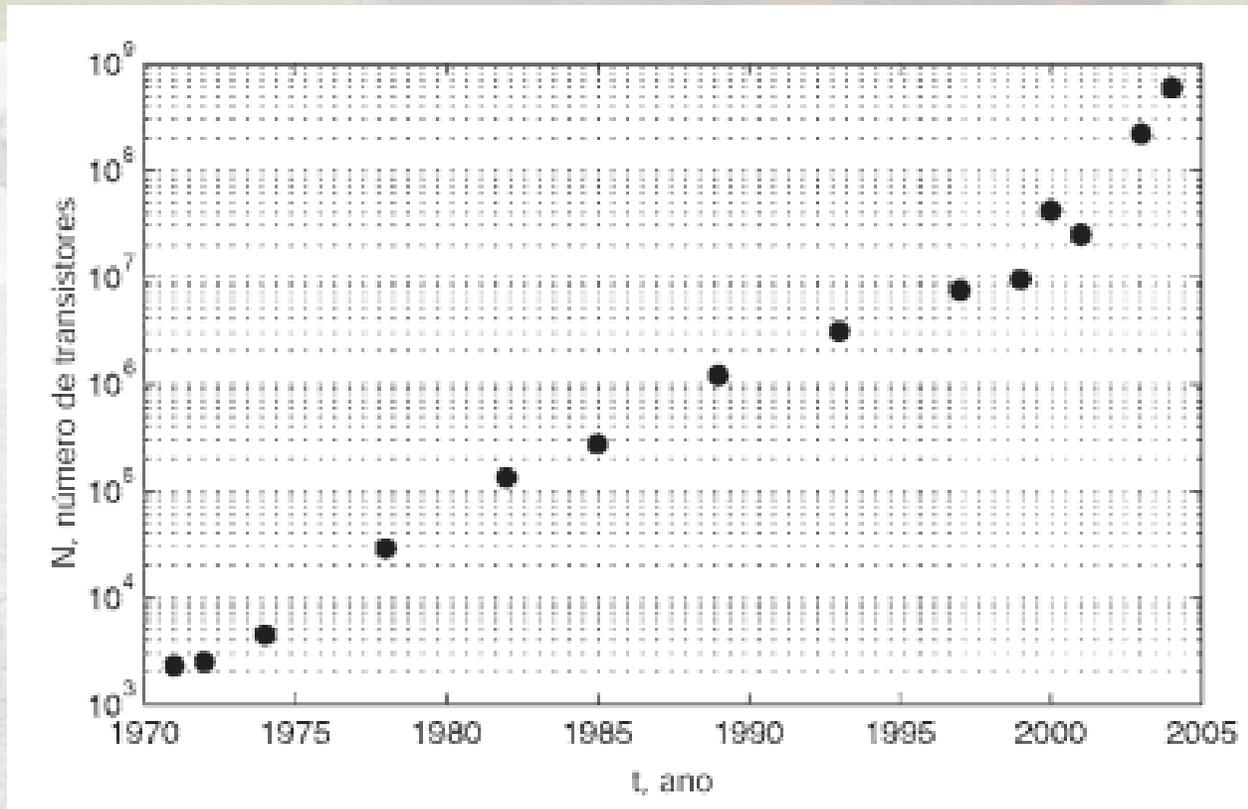
Como o número de transistores varia de ordens de grandeza, é difícil interpretar o gráfico



O gráfico do logaritmo na base 2 do número de transistores nos processadores Intel em função do tempo se aproxima de uma reta



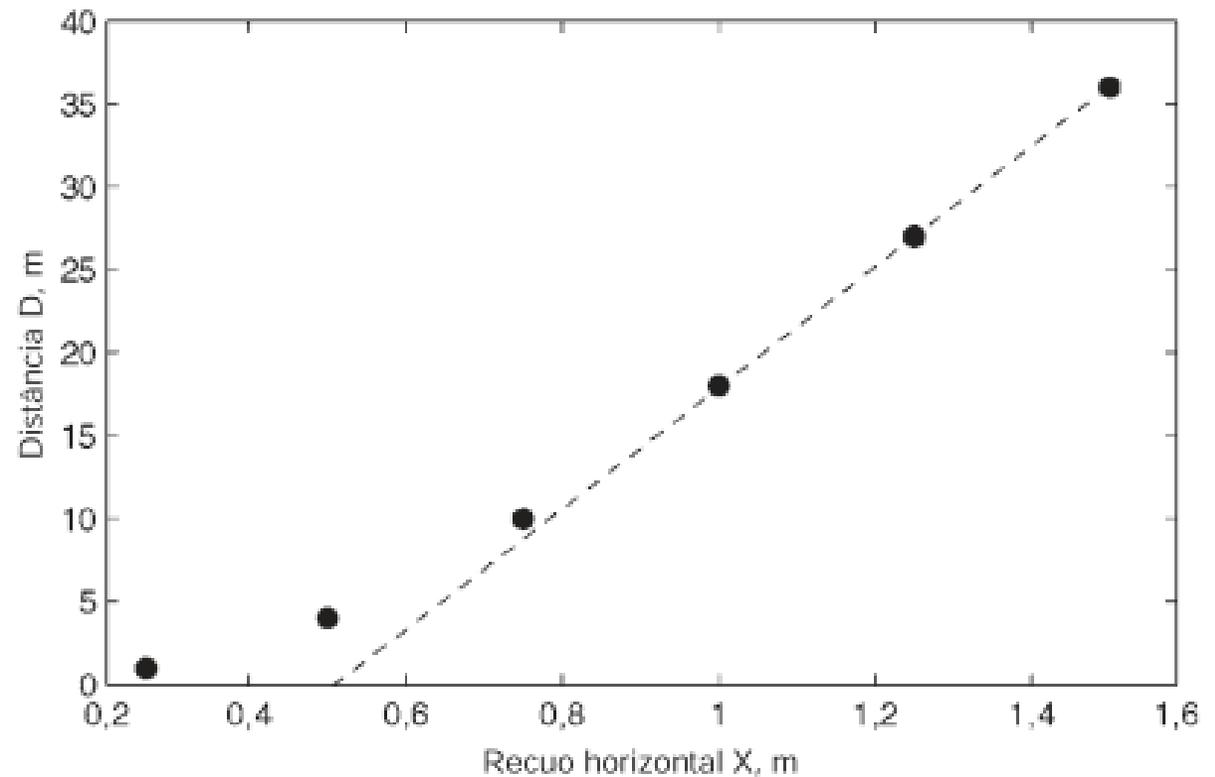
# Gráfico semilog do número de transistores nos processadores Intel em função do tempo



## 2.3 Modelos Empíricos

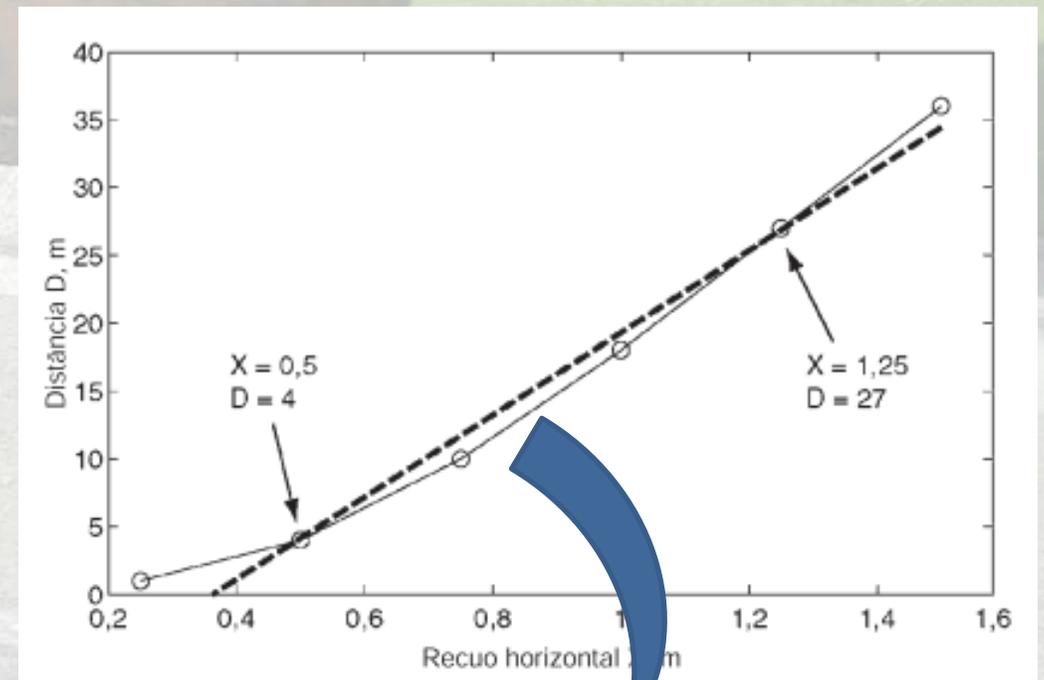
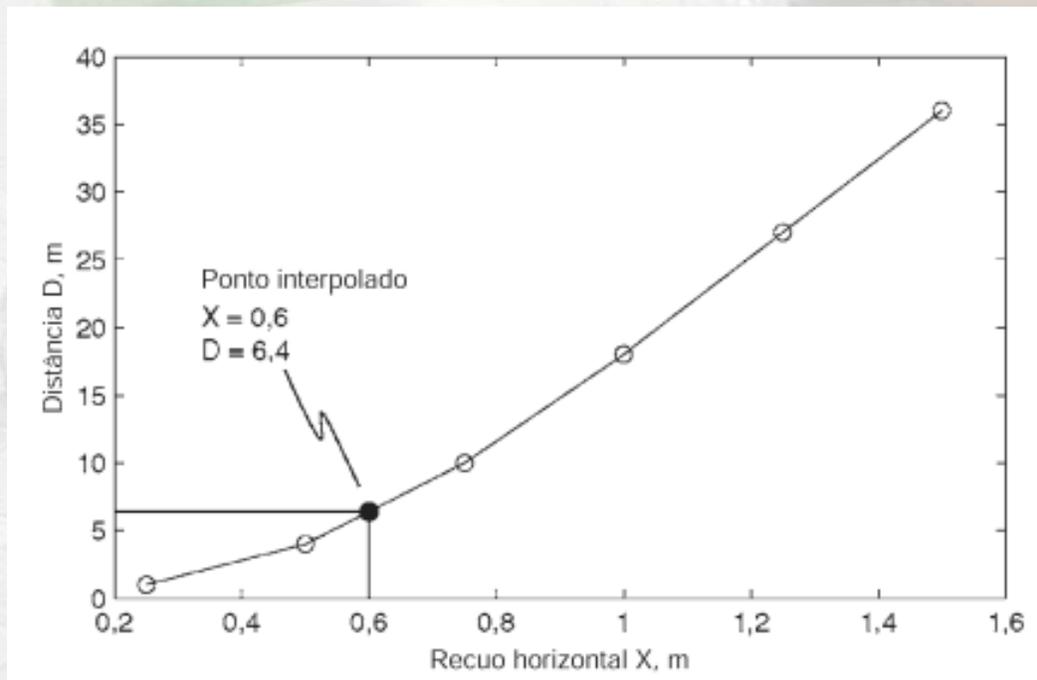
### 2.3.1 Execução de um experimento (Exemplo: Atiradeira)

Nº do Teste	X	Distância
1	0,25	1
2	0,50	4
3	0,75	10
4	1,00	18
5	1,25	27
6	1,50	36



## 2.3 Modelos Empíricos

### 2.3.2 Interpolação e ajuste de uma reta aos dados



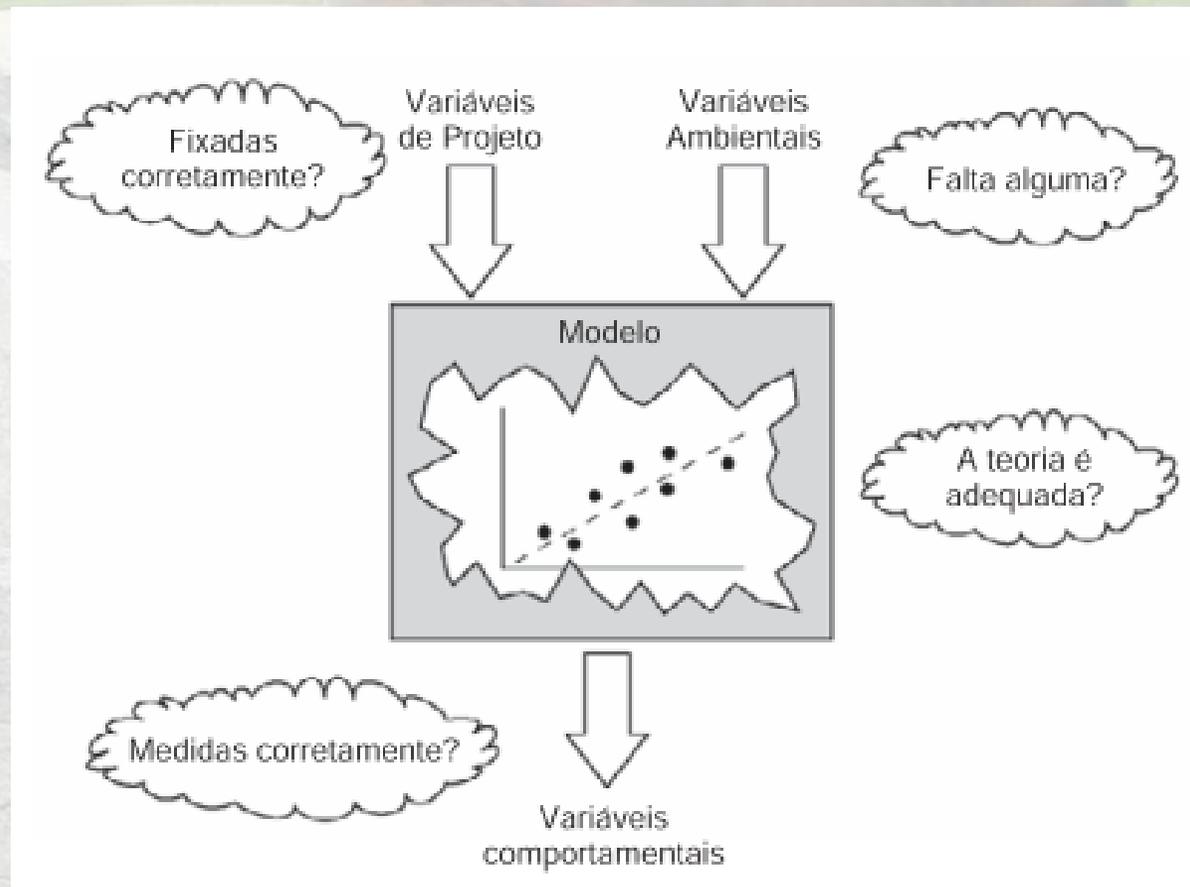
$$D = 30,67X - 11,33$$

Comparação entre valores experimentais e valores previstos pelo modelo. Note que o modelo prevê um alcance negativo quando o recuo horizontal é 0,25 m

<b>Nº do Teste</b>	<b>X</b>	<b>Distância Medida</b>	<b>Distância Prevista</b>	<b>Erro</b>
1	0,25	1	-3,67	-4,67
2	0,50	4	4,00	0,00
3	0,75	10	11,67	1,67
4	1,00	18	19,33	1,33
5	1,25	27	27,00	0,00
6	1,50	36	34,67	-1,33

## 2.4 Uso de métodos estatísticos

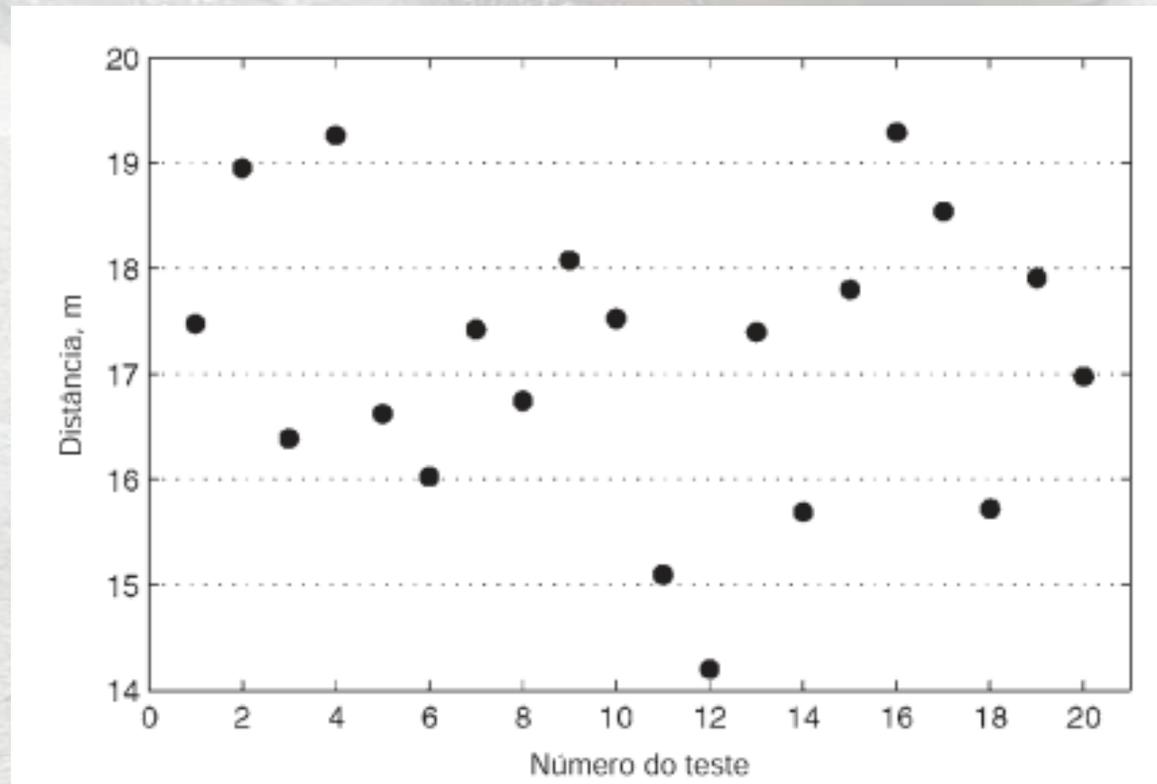
### 2.4.1 Causas da imprecisão



# Resultados de 20 lançamentos com recuo de 1 m

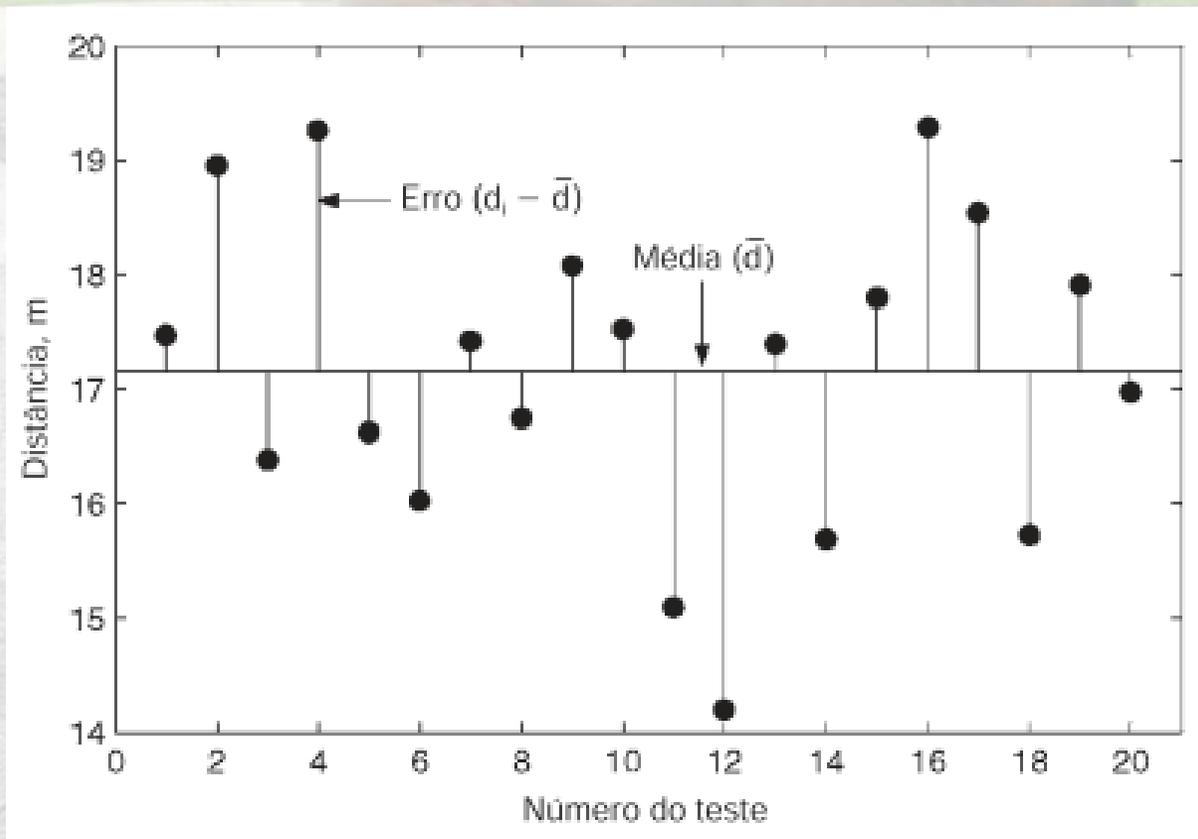
recuo de 1 m

Testes 1–5:	17,5	19,0	16,4	19,3	16,6
Testes 6–10:	16,0	17,4	16,7	18,1	17,5
Testes 11–15:	15,1	14,2	17,4	15,7	17,8
Testes 16–20:	19,3	18,5	15,7	17,9	17,0



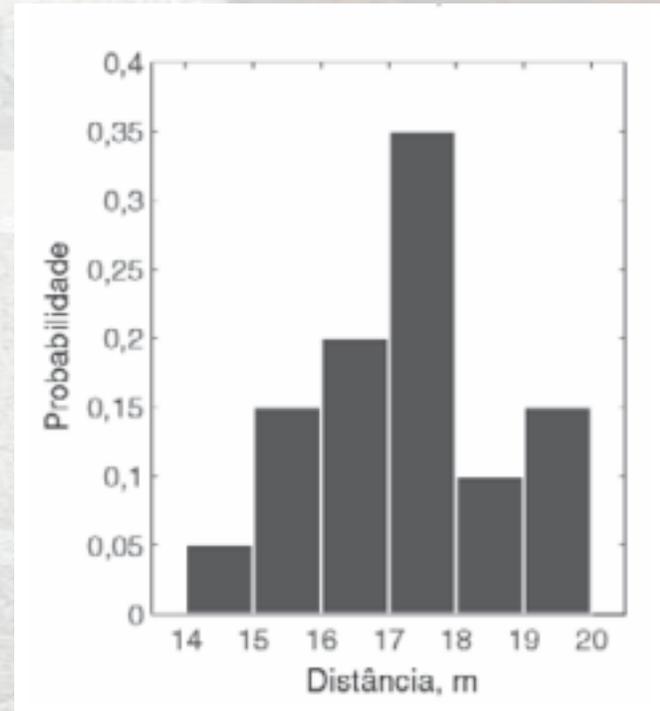
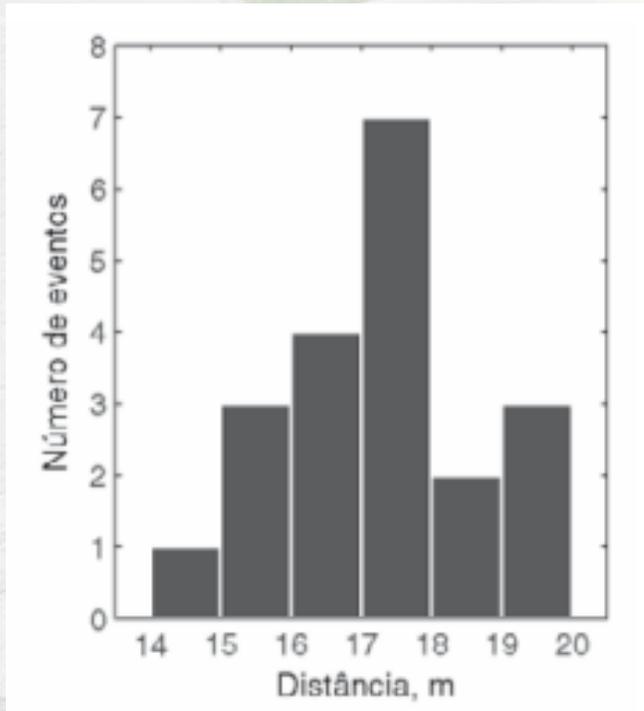
## 2.4 Uso de métodos estatísticos

### 2.4.2 Média e Desvio Padrão



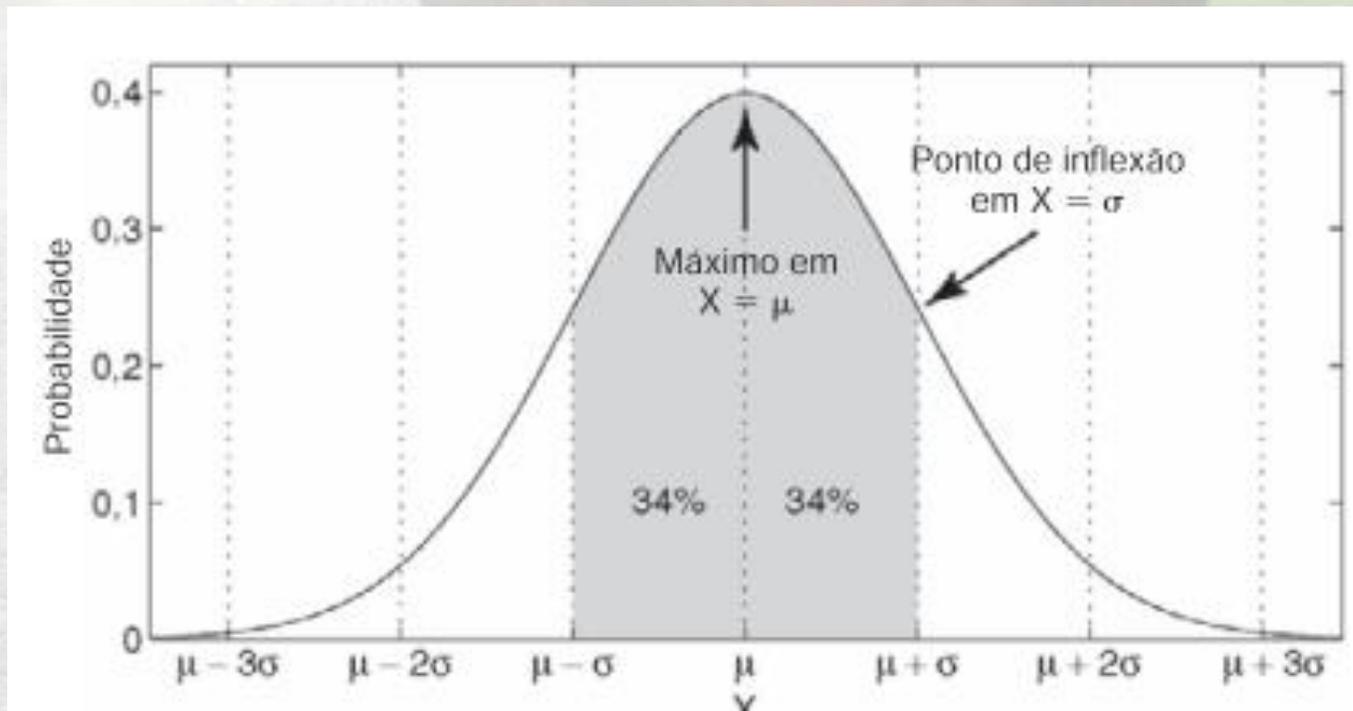
## 2.4 Uso de métodos estatísticos

### 2.4.3 Histograma

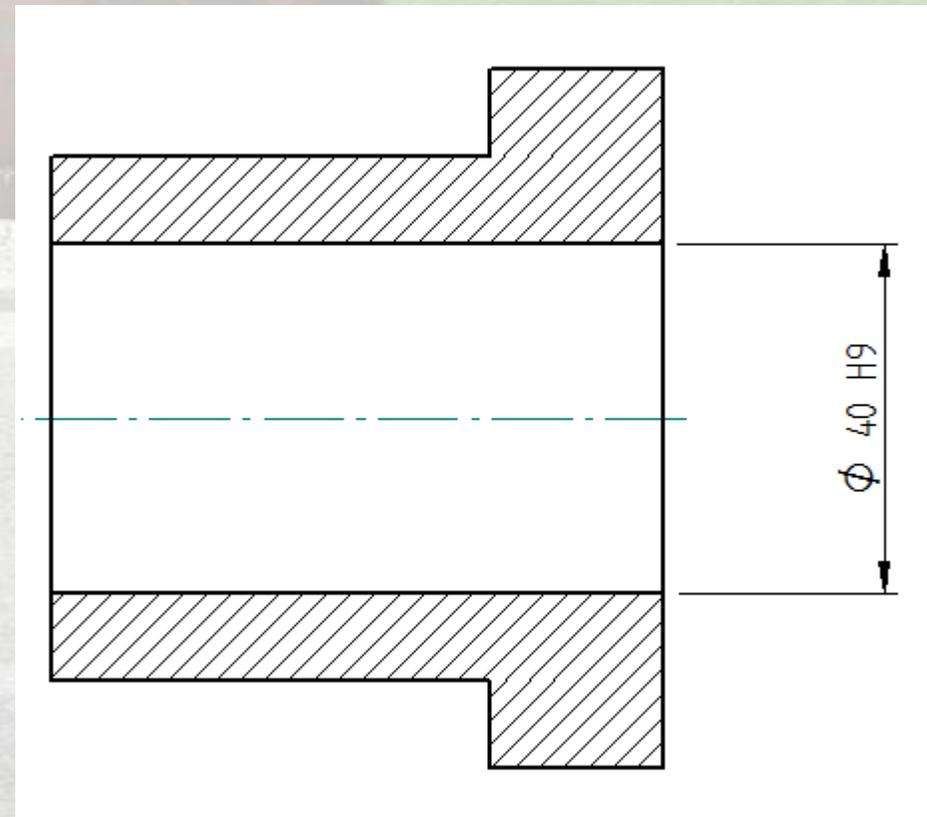
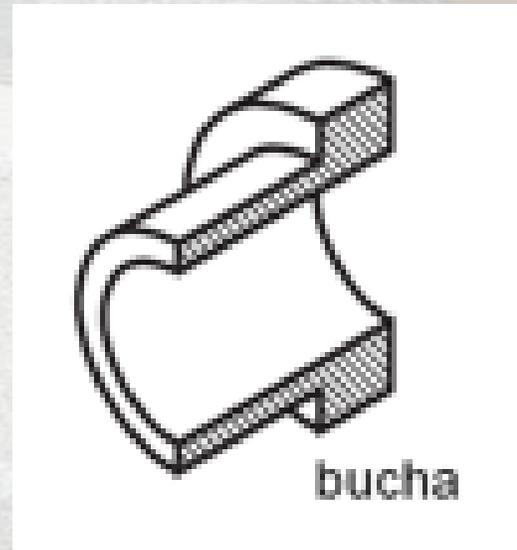
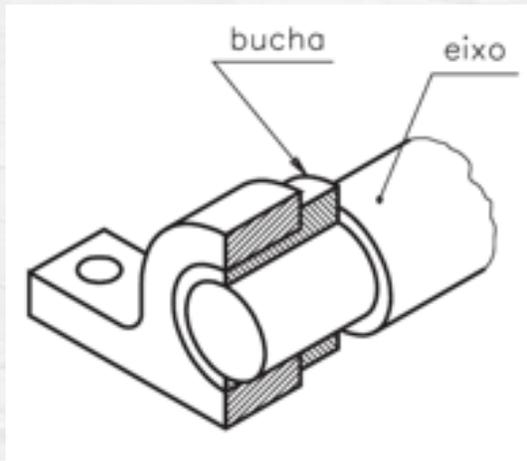


Nº do Escaninho	Intervalo	Nº de Eventos	Probabilidade
14	$14 \leq d < 15$	1	0,05
15	$15 \leq d < 16$	3	0,15
16	$16 \leq d < 17$	4	0,20
17	$17 \leq d < 18$	7	0,35
18	$18 \leq d < 19$	2	0,10
19	$19 \leq d < 20$	3	0,15
Total	$14 \leq d < 20$	20	1,00

# Distribuição normal



**EXERCÍCIO** PARA A MEDIDA 40H9, BASEADO NOS DADOS LEVANTADOS, DETERMINAR O HISTOGRAMA E SE O PROCESSO É CAPAZ DE PRODUZIR DENTRO DOS LIMITES E COM QUAL PORCENTAGEM DE SEGURANÇA



A  
M  
O  
S  
T  
R  
A

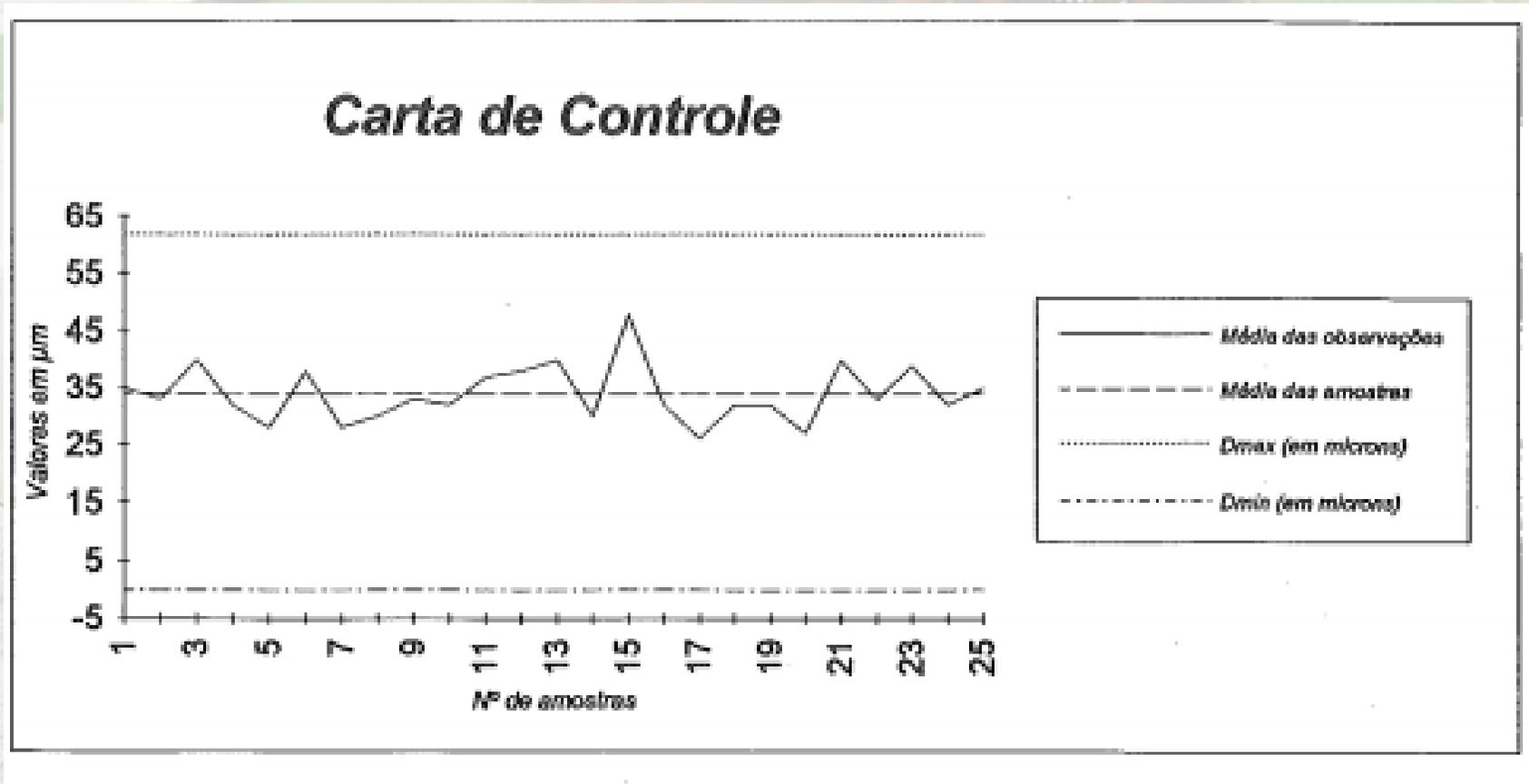
LEITURAS DOS VALORES MICROMÉTRICOS					
	a	b	c	d	e
1	44	28	26	42	35
2	40	42	16	34	33
3	20	40	58	40	42
4	30	48	24	26	32
5	32	30	24	24	30
6	60	28	28	38	36
7	32	40	20	22	26
8	38	30	36	18	28
9	30	46	10	44	35
10	46	22	24	36	32
11	32	40	34	42	37
12	34	52	48	16	40
13	50	40	54	16	40
14	26	38	38	20	28
15	42	52	42	54	50
16	46	44	26	10	34
17	36	20	14	32	28
18	28	30	34	38	30
19	32	20	40	36	32
20	28	34	10	36	27
21	32	42	44	36	46
22	34	36	32	27	36
23	48	32	34	46	35
24	40	36	20	32	32
25	34	38	37	34	32

	LEITURAS DOS VALORES MICROMÉTRICOS					Soma	Média	R	
	a	b	c	d	e				
	A	1	44	28	26				42
M	2	40	42	16	34	33	165	33	26
O	3	20	40	58	40	42	200	40	38
S	4	30	48	24	26	32	160	32	24
T	5	32	30	24	24	30	140	28	8
R	6	60	28	28	38	36	190	38	32
	7	32	40	20	22	26	140	28	20
	8	38	30	36	18	28	150	30	20
	9	30	46	10	44	35	165	33	36
	10	46	22	24	36	32	160	32	24
	11	32	40	34	42	37	185	37	10
	12	34	52	48	16	40	190	38	36
	13	50	40	54	16	40	200	40	38
	14	26	38	38	20	28	150	30	18
	15	42	52	42	54	50	240	48	12
	16	46	44	26	10	34	160	32	36
	17	36	20	14	32	28	130	26	22
	18	28	30	34	38	30	160	32	10
	19	32	20	40	36	32	160	32	20
	20	28	34	10	36	27	135	27	26
	21	32	42	44	36	46	200	40	14
	22	34	36	32	27	36	165	33	9
	23	48	32	34	46	35	195	39	16
	24	40	36	20	32	32	160	32	20
	25	34	38	37	34	32	175	35	6

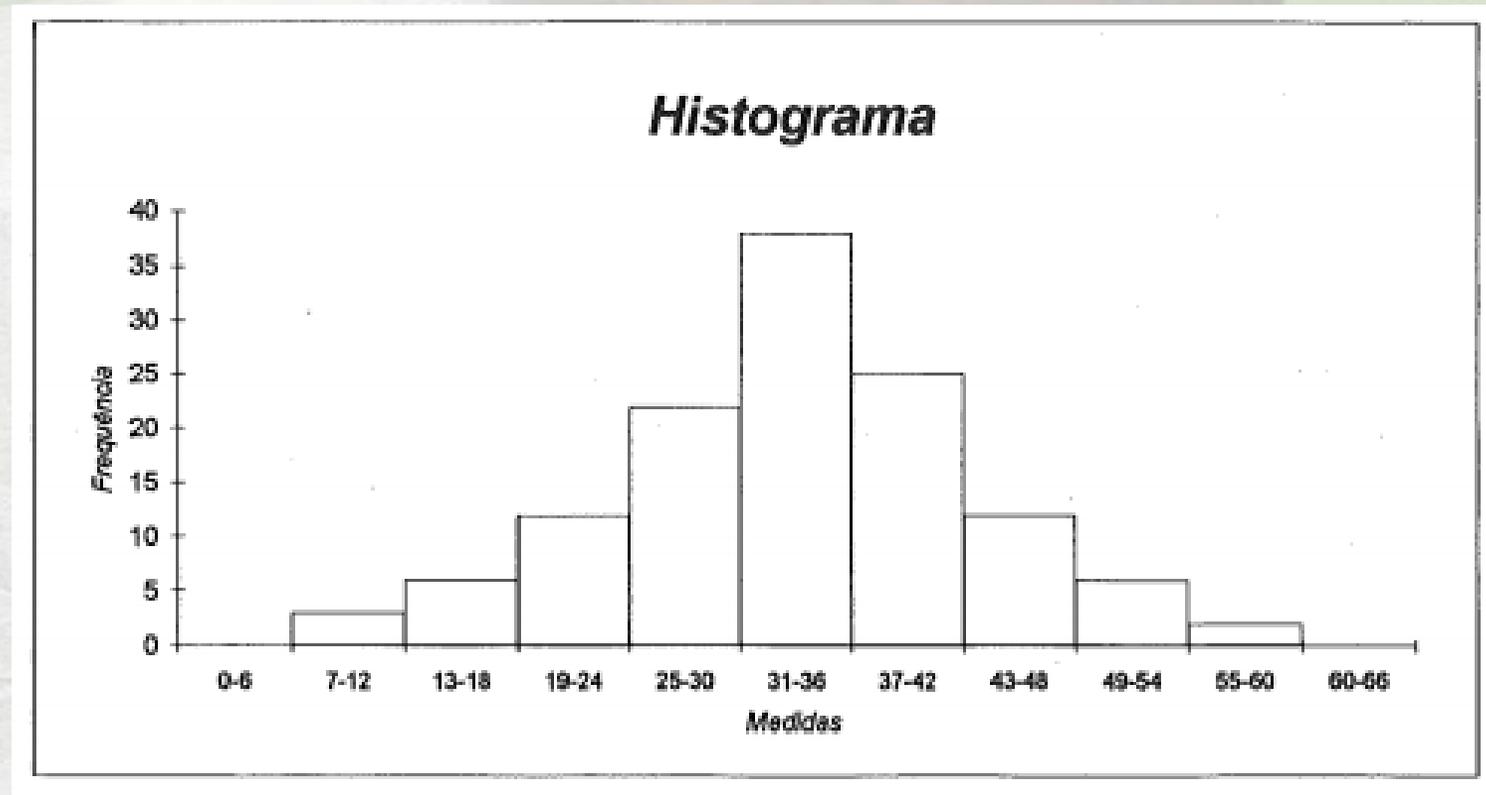
Límites	0-6	7-12	13-18	19-24	25-30	31-36	37-42	43-48	49-54	55-60	60-66
Frequência	0	3	6	12	22	38	25	12	6	2	0

Média das amostras      34 microns  
Média das amplitudes    21,56 microns

# Carta de Controle



Histograma: gráfico constituído de retângulos de mesma base e altura proporcional à frequência



# EXERCÍCIOS

- Exercício 1

## Modelagem do Arrasto em um Túnel de Vento

O arrasto  $D$  em um modelo em escala de um foguete é medido para vários valores da velocidade  $v$  em um túnel de vento. Os resultados de quatro experimentos são os seguintes:

Nº do Experimento, $j$ :	1	2	3	4
Velocidade, $v_j$ (m/s):	20	25	30	40
Arrasto, $D_j$ (N):	2,5	3,9	5,6	10,1

- Calcule a velocidade média.
- Calcule o desvio-padrão da velocidade.
- Plote  $D$  em função de  $V$ .
- Plote o logaritmo de  $D$  em função do logaritmo de  $V$ .
- Um colega afirma que o modelo matemático do arrasto em função da velocidade é

$$D = kV^c,$$

onde  $k$  e  $c$  são constantes. Depois de examinar os gráficos, você tende a concordar com o colega?

- Determine a equação da reta que passa pelos pontos extremos do gráfico do item (d).

# Exercício 2

## Erro de Modelagem

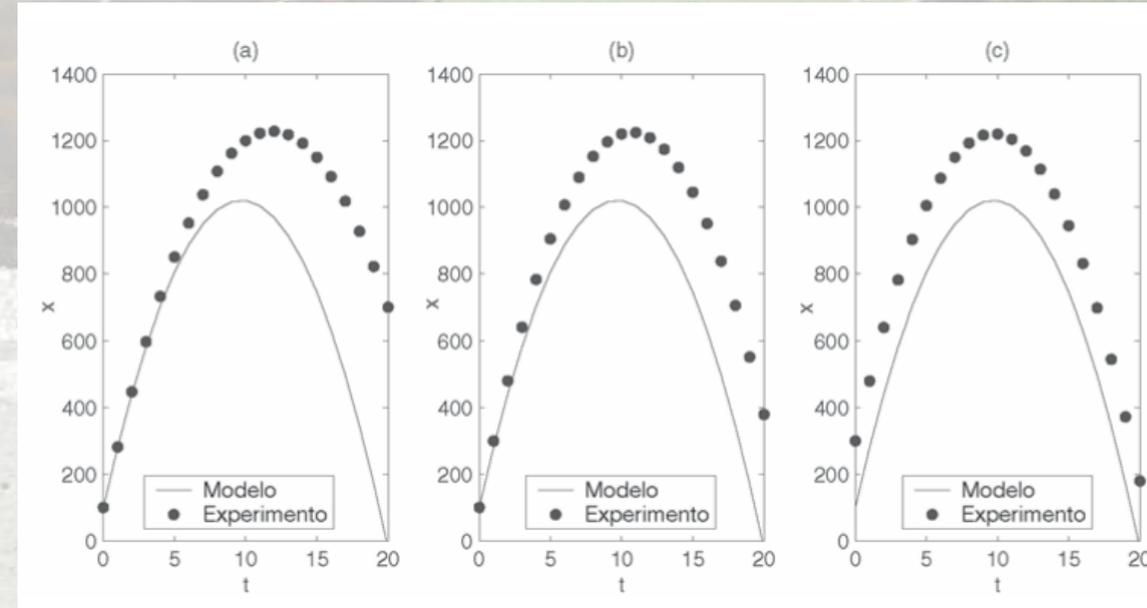
Suponha que o seguinte modelo teórico especifica a posição  $x$  em função do tempo  $t$  para um objeto de massa  $m$  que se move sob o efeito de uma força contrária  $F$  com velocidade inicial  $v_0$  a partir de uma posição inicial  $x_0$ :

$$x(t) = \frac{F}{2m}t^2 + v_0t + x_0,$$

Os três gráficos a seguir, (a), (b) e (c), mostram os valores medidos de  $x$  em função de  $t$  em três experimentos diferentes, comparados com o valor de  $x$  previsto pelo modelo. Qual dos três gráficos corresponde a que tipo de erro de modelagem?

- a posição inicial  $x_0$  do objeto foi registrada incorretamente;
- a força  $F$  aplicada ao objeto foi menor que o valor usado no modelo;
- a velocidade inicial  $v_0$  do objeto foi menor que o valor usado no modelo.

Justifique suas respostas.



# Exercício 3

## Avaliação da Qualidade de Ajuste de um Modelo Empírico

Ao comparar diferentes modelos, é interessante dispor de um parâmetro que descreva a qualidade de ajuste do modelo aos dados experimentais. Esse parâmetro pode ser obtido a partir dos erros, ou seja, das diferenças entre os valores previstos pelo modelo e os valores medidos experimentalmente. Neste problema, vamos estimar a qualidade de ajuste do modelo numérico da atiradeira

$$D = 30,67X - 11,33$$

(a) Três formas diferentes de calcular o parâmetro de qualidade de ajuste a partir dos erros são as seguintes:

- calcular a média dos erros (erro médio);
- calcular a média dos quadrados dos erros;
- calcular a raiz quadrada da média dos quadrados dos erros (erro médio quadrático ou erro *RMS*).

Calcule os valores dos três parâmetros para os dados da Tabela 5.4. Explique por que, dos três parâmetros, o erro RMS é o mais usado para avaliar a qualidade de ajuste dos modelos empíricos.

(b) Suponha que um de seus colegas tenha sugerido um modelo numérico alternativo para a atiradeira, no qual a distância atendida é dada pela equação

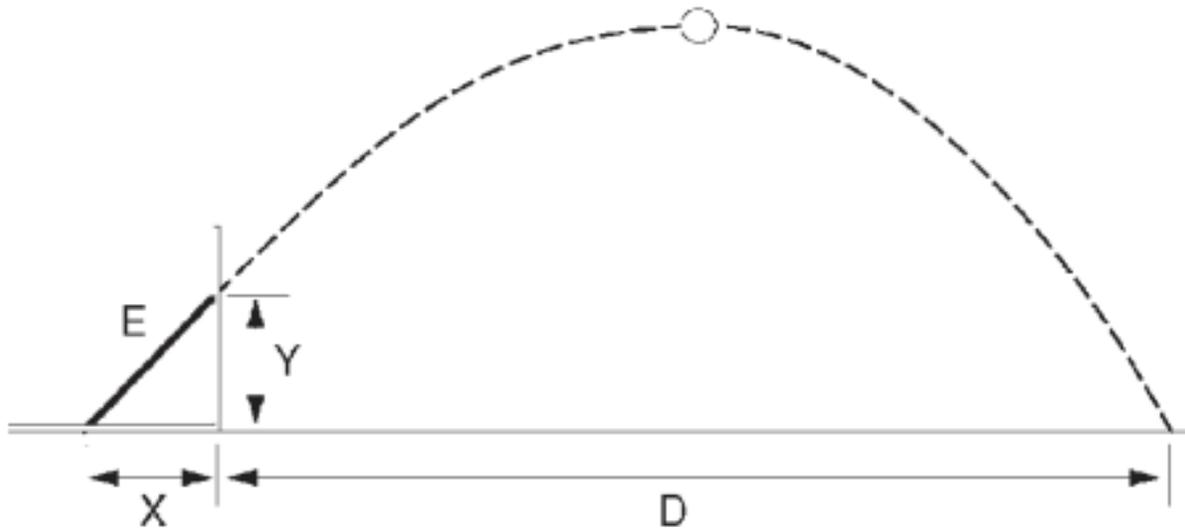
$$D = 28,80X - 9,20$$

Usando o erro RMS como medida, que modelo se ajusta melhor aos dados: o que foi usado para gerar a Tabela ou o modelo proposto por seu colega?

Comparação entre os valores experimentais e os valores previstos usando o modelo numérico  $D = 30,67X - 11,33$ .

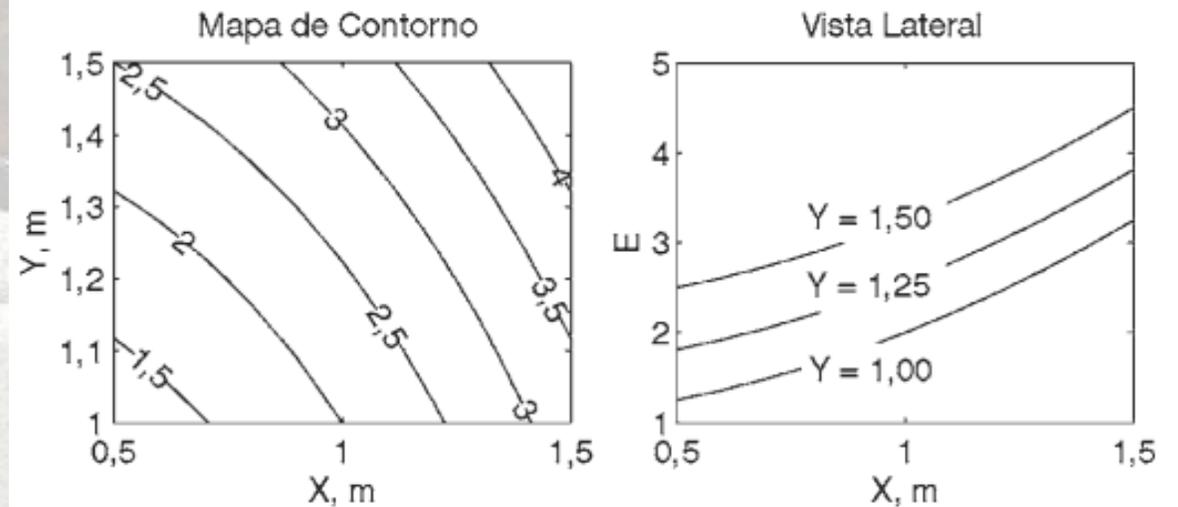
Nº do Teste	X	Distância Medida	Distância Prevista	Erro
1	0,25	1	-3,67	-4,67
2	0,50	4	4,00	0,00
3	0,75	10	11,67	1,67
4	1,00	18	19,33	1,33
5	1,25	27	27,00	0,00
6	1,50	36	34,67	-1,33

# Exercício 4: Atiradeira conforme figura



Categoria	Nome	Descrição
De projeto:	$X$	Ajuste horizontal
	$Y$	Ajuste vertical
Ambiental:	Nenhuma	Poderia ser a velocidade do vento
Comportamental:	$D$	Distância
	$E$	Energia

## Interpretação das Vistas Laterais da Atiradeira



- Localize o ponto  $Q$  que corresponde a  $X = 0,75$  e  $Y = 1,25$  nos dois gráficos. Qual é o valor da energia relativa neste ponto?
- Suponha que existem restrições no processo de lançamento tais que a energia relativa não pode ser maior que 3 e  $Y$  deve ser 1,25. Localize a região aceitável nos dois gráficos.
- Localize o ponto  $R$  que corresponde a  $E = 3$  e  $X = Y$ .

# Exercício 5

## Qualidade Seis Sigmas

Se os valores de uma grandeza obedecem à distribuição normal, existe uma probabilidade de aproximadamente 70% de que o valor medido em um teste específico esteja a menos de um desvio-padrão da média. Depois de fazer uma pesquisa na Internet, responda às seguintes perguntas:

- (a) Quais são as probabilidades de que o valor medido em um teste esteja a menos de 2, 3 e 6 desvios-padrões (seis sigmas) da média?
- (b) Se uma empresa alega que um determinado produto tem uma qualidade seis sigmas, quantas peças podem apresentar defeito em cada milhão de peças produzidas?



# INTRODUÇÃO À ENGENHARIA

Parte II **PROJETOS BASEADOS EM MODELOS**

**3 Modelagem de um Sistema**

# Parte II PROJETOS BASEADOS EM MODELOS

## 3 Modelagem de um Sistema

- 3.1 Introdução
- 3.2 Modelagem de relações entre componentes de um sistema
- 3.3 Estudo de um sistema a partir de vários pontos de vista
  - 3.3.1 Ponto de vista do equilíbrio estático
  - 3.3.2 Ponto de vista dos materiais
  - 3.3.3 Modelo completo
  - 3.3.4 Metodologia: Criação e uso de mapas – Espaço de projeto – Região aceitável

# Treliças



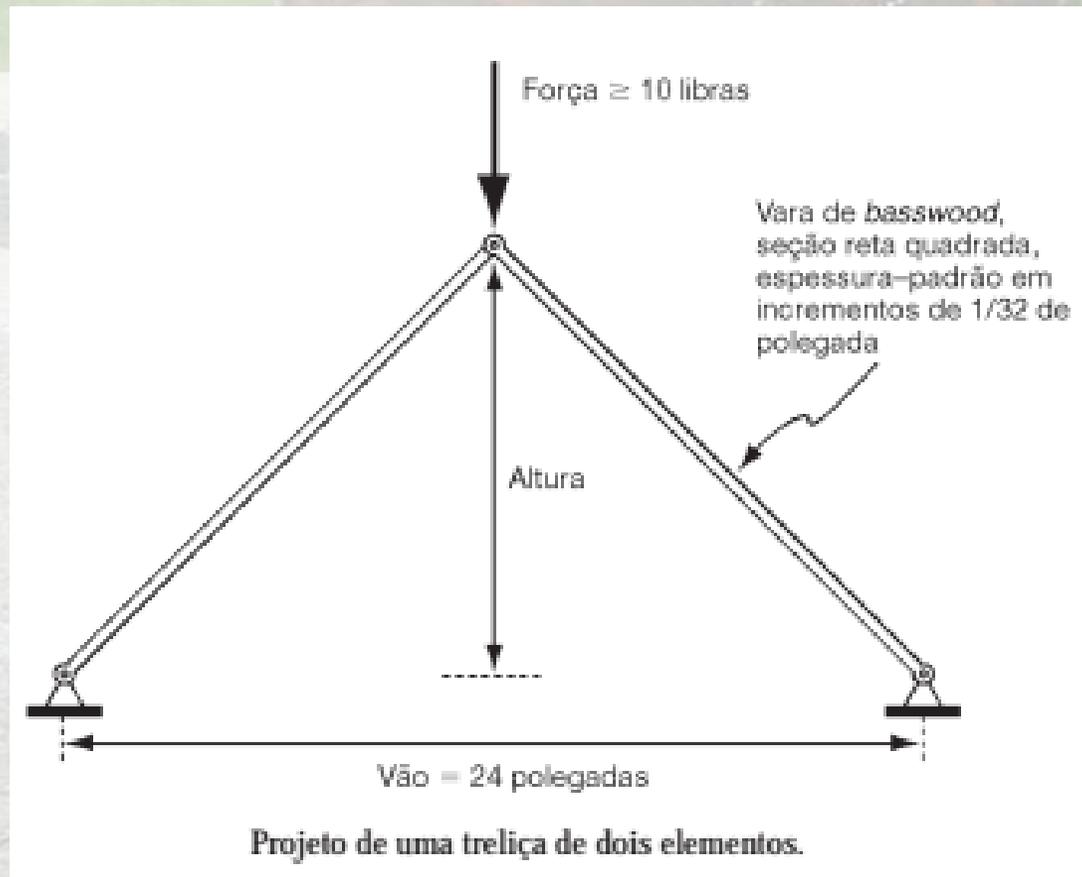
# Treliças



# EXEMPLO: ESTUDO DE ENGENHARIA DE RESISTÊNCIA *VERSUS* PESO EM UMA TRELIÇA

- Definir
- Explorar:
  - O problema faz sentido?
  - Suposições
  - Conceitos importantes e abordagens possíveis
  - Que nível de entendimento está sendo testado
- Planejar

# Definir

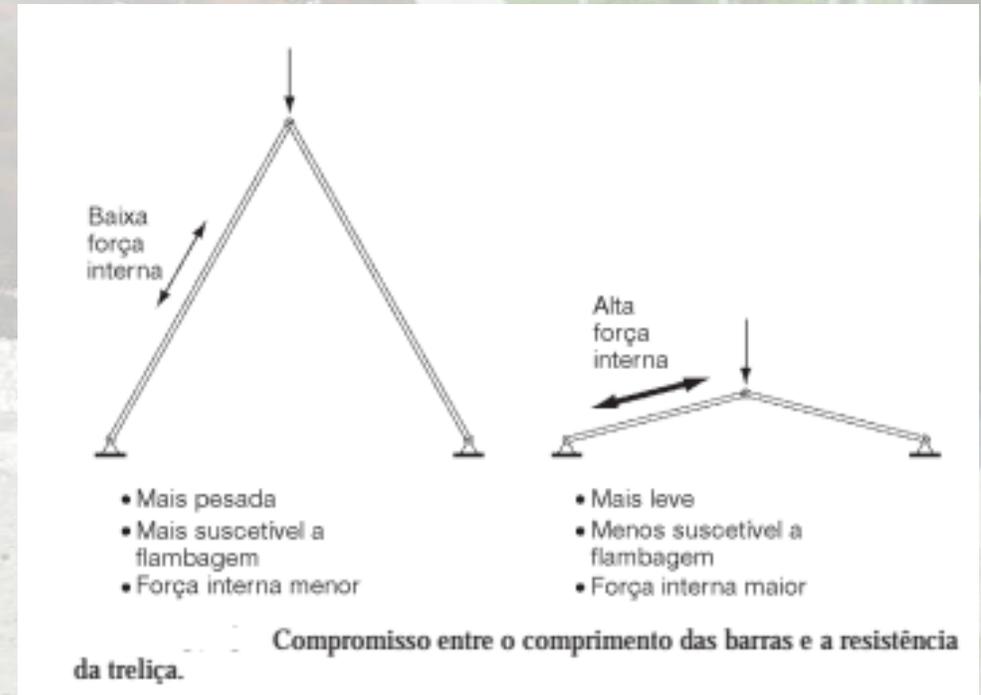
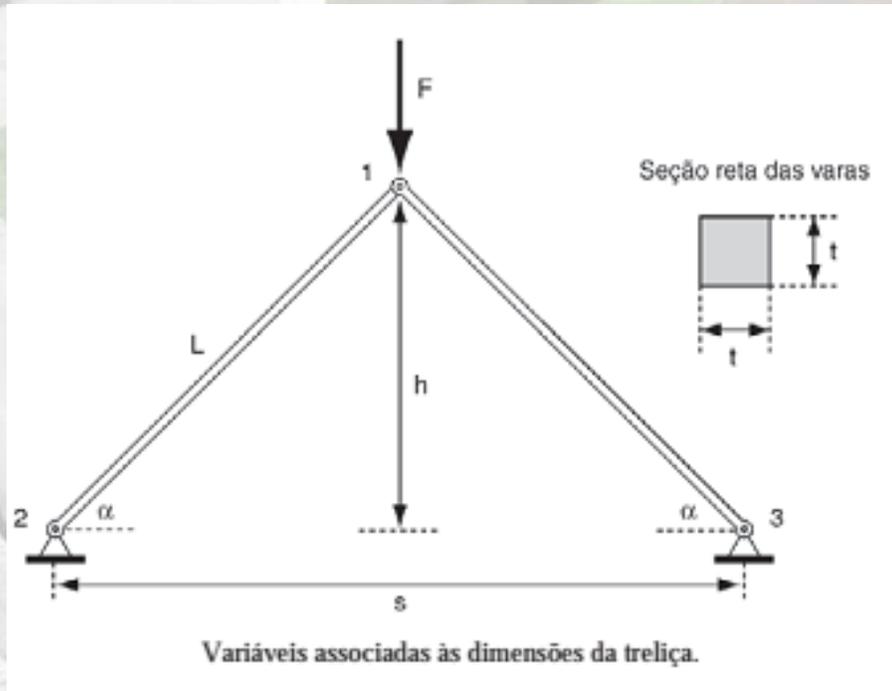


# Definir

**TABELA** Variáveis do projeto

<b>Categoria</b>	<b>Nome</b>	<b>Descrição</b>	<b>Conhecida/Desconhecida</b>
Projeto:	$h$	Altura da treliça	Desconhecida
Projeto:	$t$	Espessura das barras	Desconhecida
Projeto:	Material	Tipo de madeira	Conhecida, <i>basswood</i> $E = 1,46 \times 10^6$ psi $\sigma_u = 4730$ psi $\rho = 13,37 \times 10^{-3}$ lbs/in <sup>3</sup>
Ambiental:	$s$	Vão da treliça	Conhecida, 12 polegadas
Ambiental:	$F_{min}$	Força mínima (peso) que a treliça deve sustentar	Conhecida, 10 libras
Comportamental:	$W$	Peso da treliça	Desconhecida
Comportamental:	$F_{max}$	Peso máximo que a treliça é capaz de suportar	Desconhecida

# Explorar *O problema faz sentido*



# Explorar *Quais são os conceitos importantes e as abordagens possíveis*

- Modelagem da relação entre componentes de uma estrutura leve dos seguintes pontos de vista:
  - Equilíbrio estático
  - Materiais
  - Geometria
- Busca de soluções de compromisso

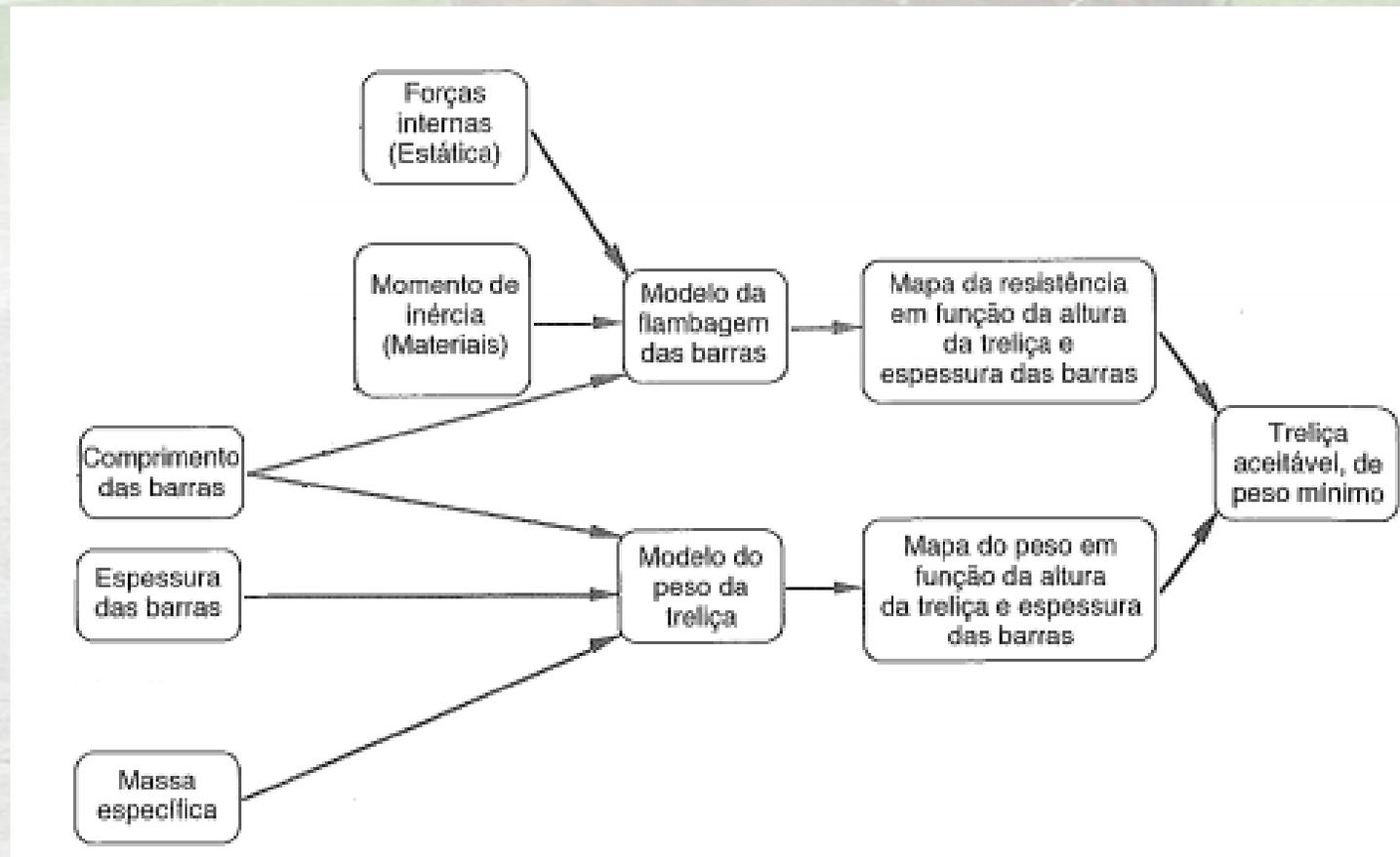
# Planejamento: Versão 1 do plano

Mapa da resistência em função da altura da treliça e espessura das barras

Mapa do peso em função da altura da treliça e espessura das barras

Treliça aceitável, de peso mínimo

# Versão 2 do plano

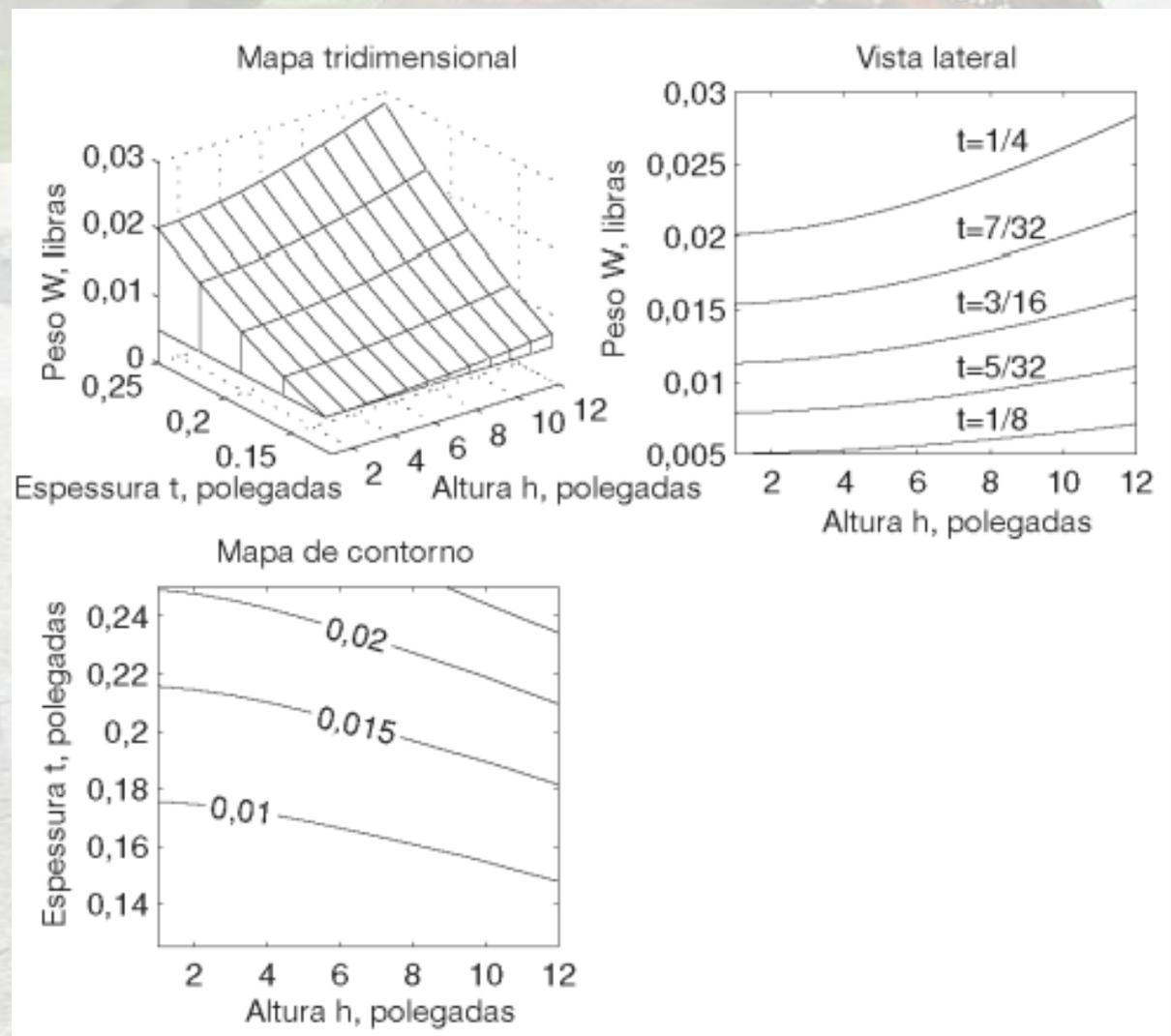




# EXEMPLO: ESTUDO DE ENGENHARIA DE RESISTÊNCIA *VERSUS* PESO EM UMA TRELIÇA

- Definir
- Explorar:
  - O problema faz sentido?
  - Suposições
  - Conceitos importantes e abordagens possíveis
  - Que nível de entendimento está sendo testado
- Planejar
- Implementação
  - Modelo do peso da treliça

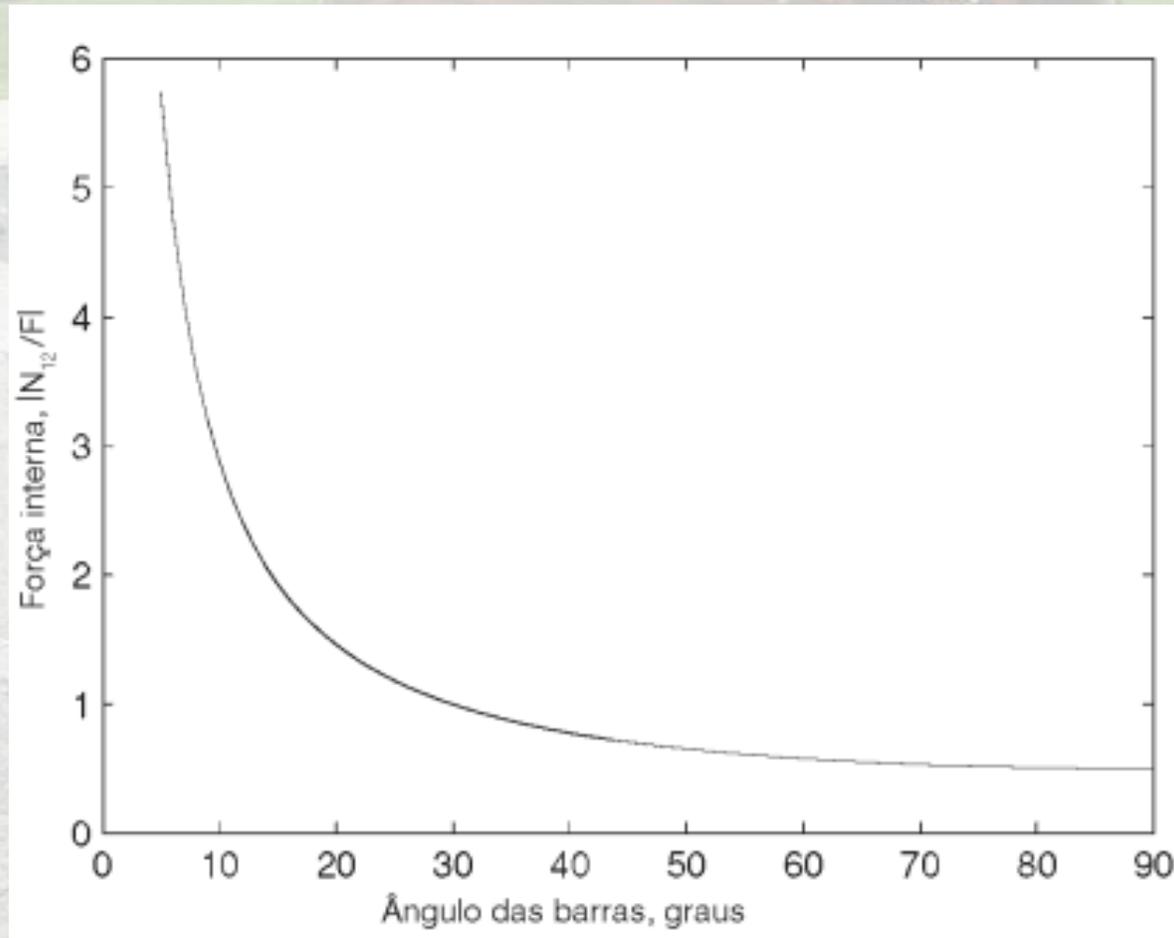
# Peso da treliça em função da altura da treliça e da espessura das barras



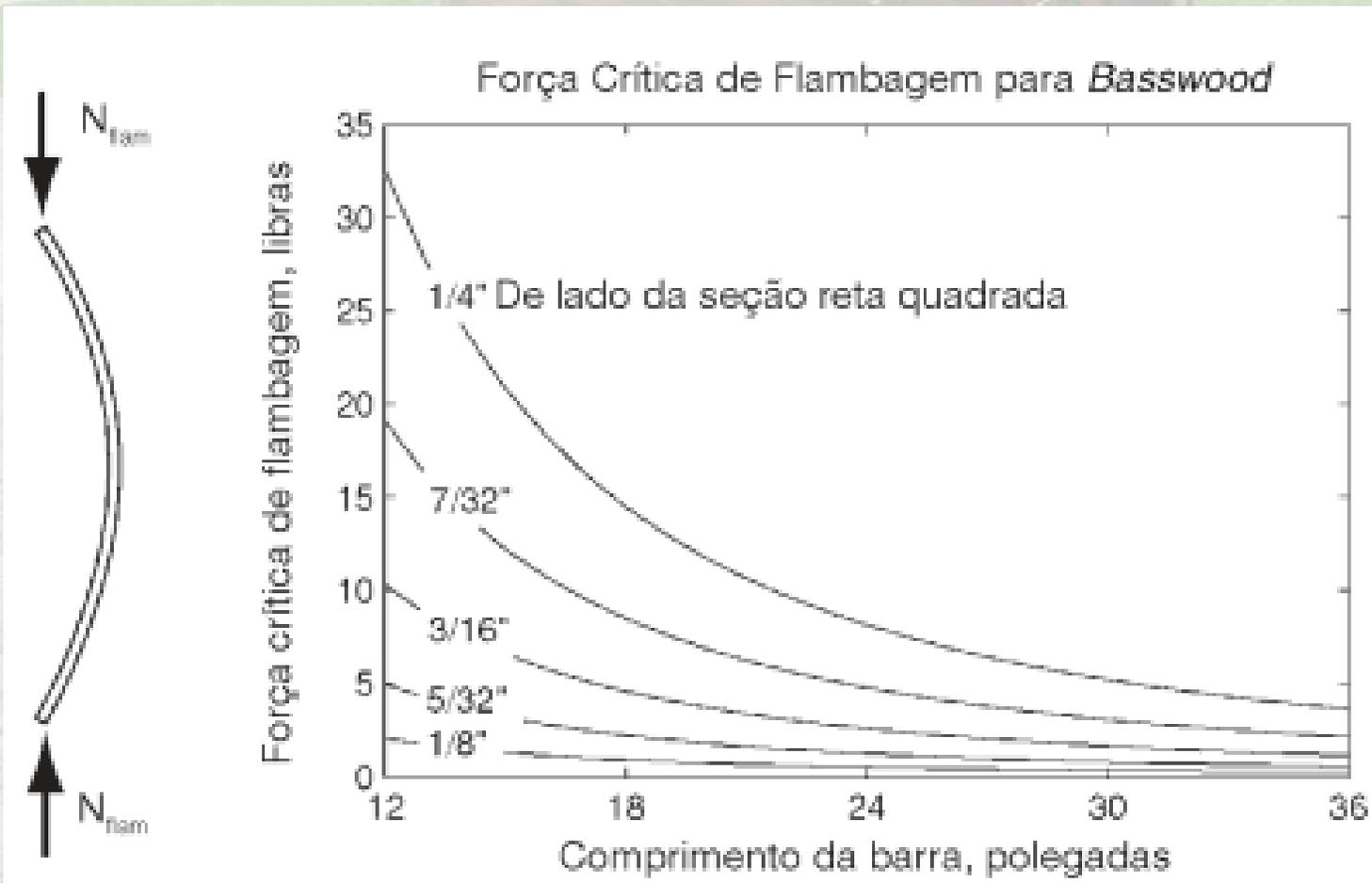
# EXEMPLO: ESTUDO DE ENGENHARIA DE RESISTÊNCIA *VERSUS* PESO EM UMA TRELIÇA

- Definir
- Explorar:
  - O problema faz sentido?
  - Suposições
  - Conceitos importantes e abordagens possíveis
  - Que nível de entendimento está sendo testado
- Planejar
- Implementação
  - Modelo do peso da treliça
  - Modelo da resistência da treliça
    - Do ponto de vista do equilíbrio estático
    - Do ponto de vista dos materiais
    - Combinação do ponto de vista estático e do ponto de vista dos materiais

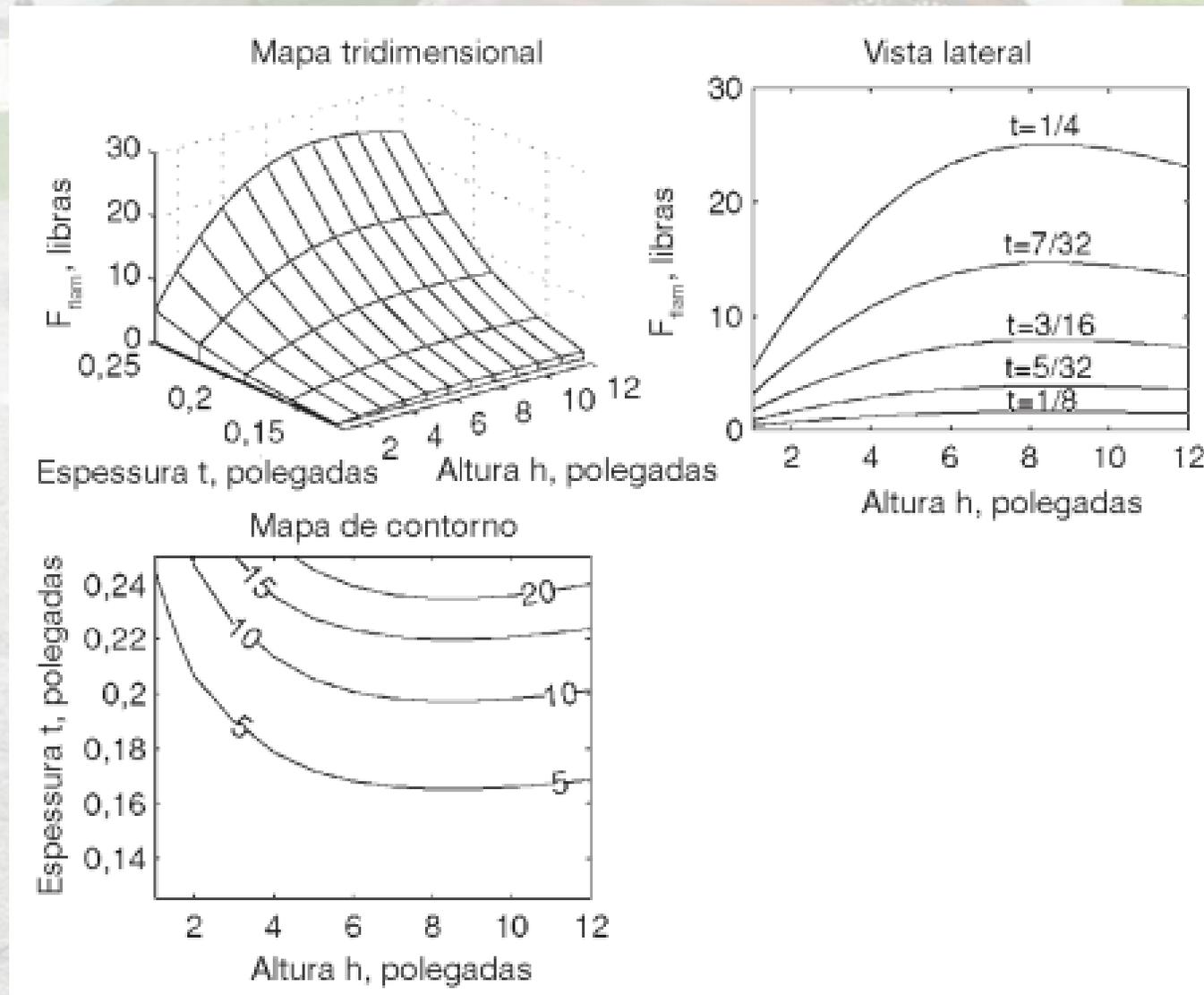
# Modelo da resistência da treliça



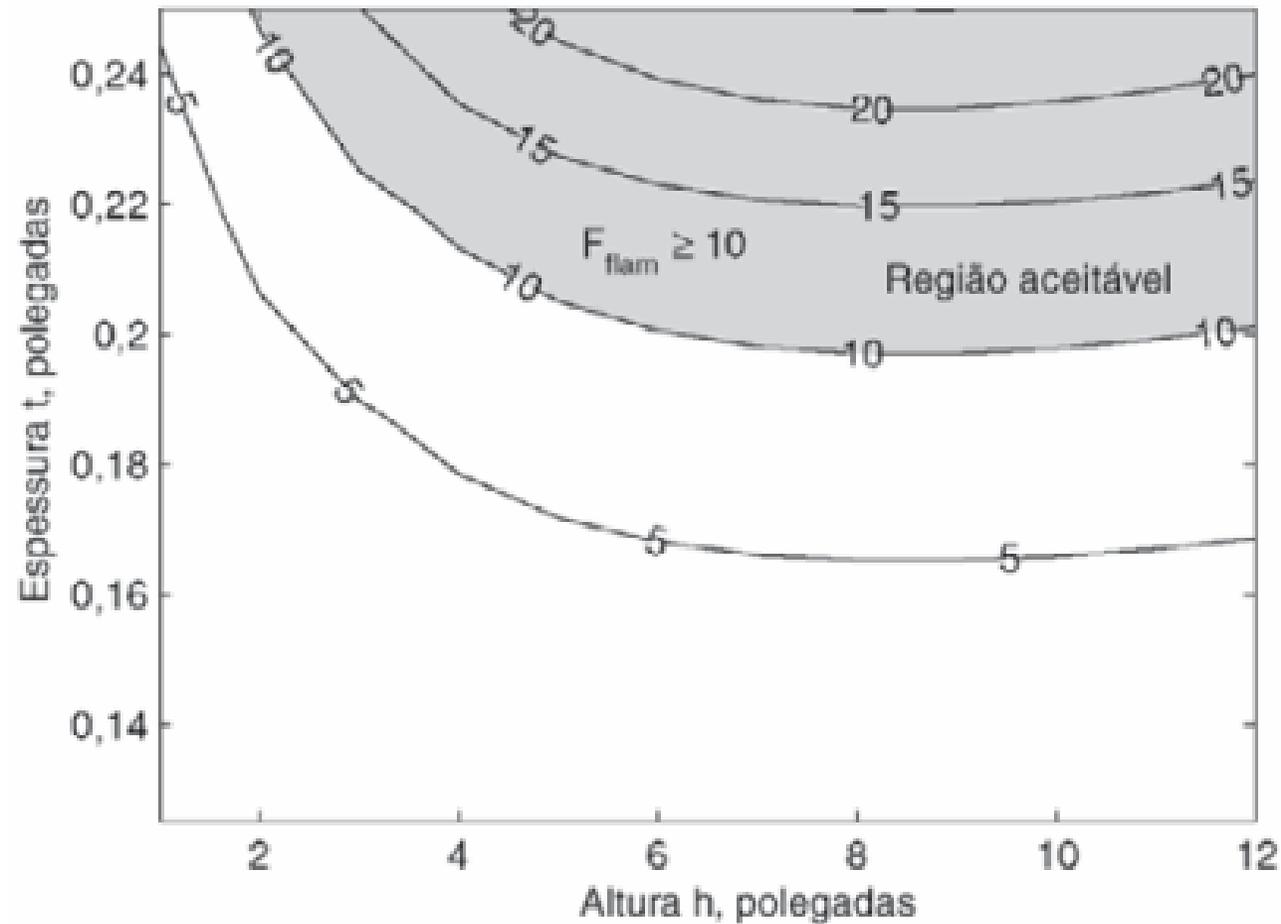
# Carga crítica de flambagem



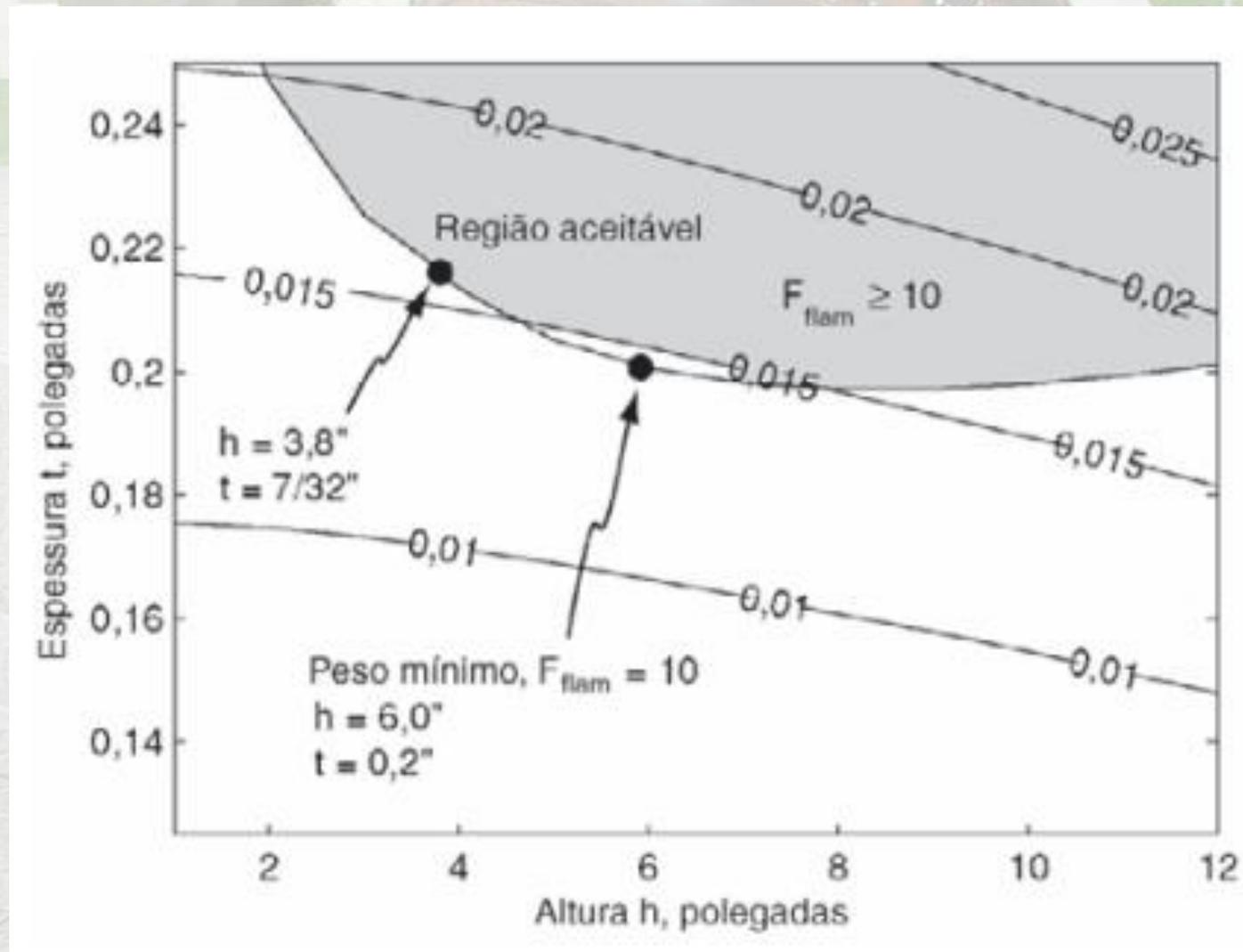
# Mapas do modelo de resistência



# Região aceitável



# Escolha final dos parâmetros



# Exercício

## Vigas Maciças e Vigas Ocas

Considere três vigas cilíndricas de alumínio submetidas a compressão, todas com 5 m de comprimento. A primeira é uma barra maciça com 10 mm de diâmetro, a segunda é uma barra maciça com 6 mm de diâmetro, e a terceira é um cano oco com um diâmetro externo de 10 mm e uma espessura de 2 mm. Para cada uma das vigas, determine:

- a massa;
- a força máxima que a viga é capaz de suportar;
- a razão entre a força máxima e a massa.

A parte mais difícil do problema é determinar o momento de inércia de área da seção reta do cano. Pensando um pouco, você pode chegar a uma expressão para este momento de inércia a partir da definição de momento de inércia de área e da fórmula do momento de inércia de área de um círculo. (Você pode verificar na Internet se suas deduções estão corretas.) Que conclusão você pode tirar deste problema a respeito de vigas maciças e ocas?