

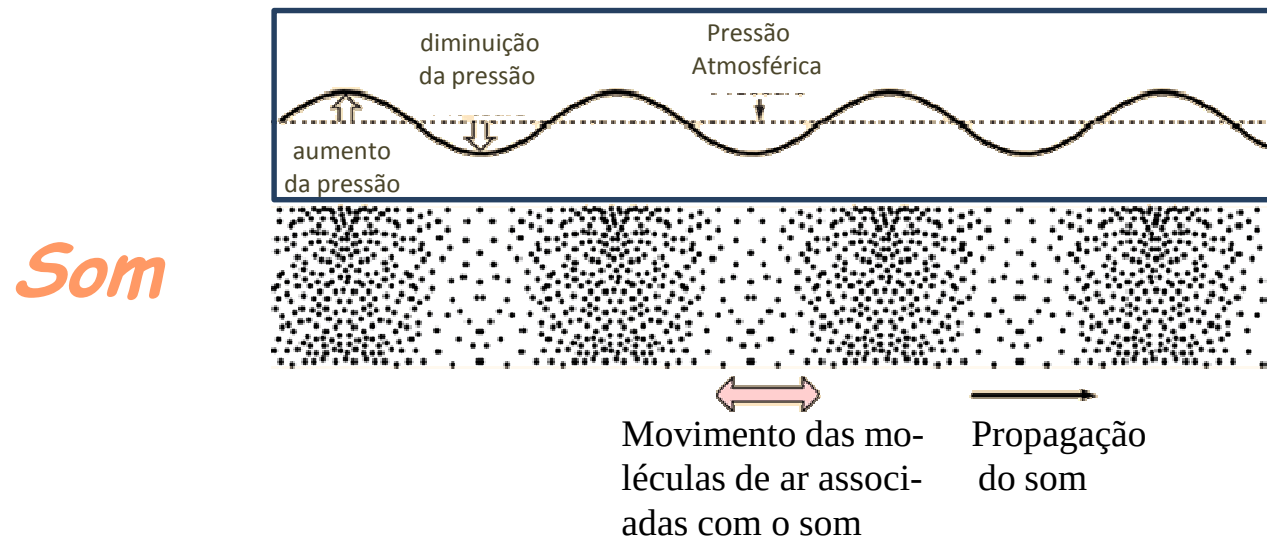
Som

Lucy V. C. Assali

Física II - 2015 - IO

Ondas Longitudinais

- ✓ As partículas do meio perturbado (gás) se deslocam paralelamente à direção de propagação da onda

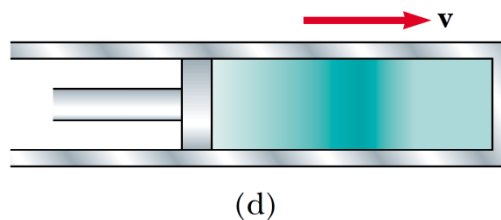
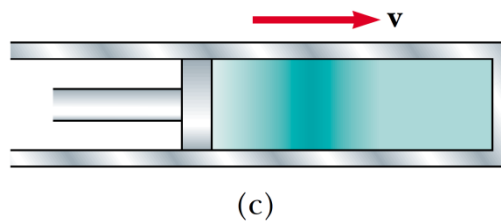
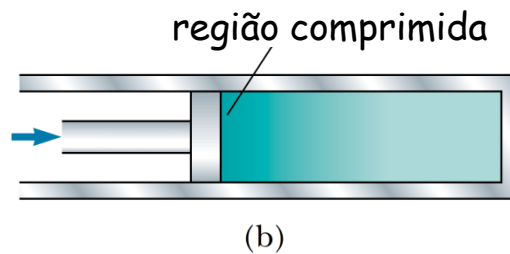
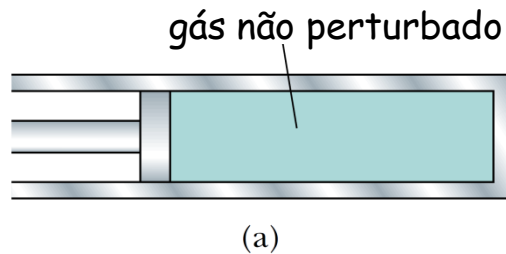


SOM

Natureza do som:

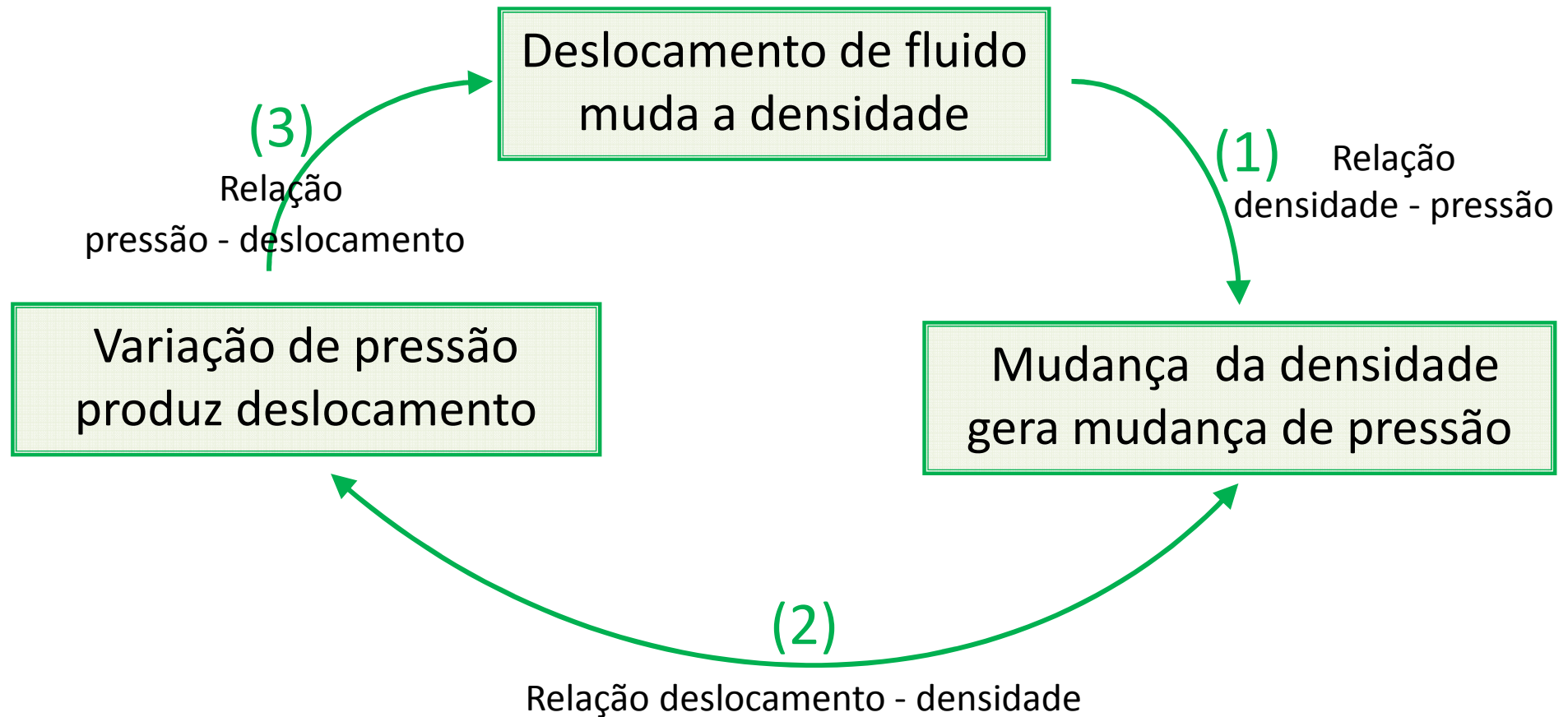
- ✓ É necessária a existência de um meio material para que o som se propague
- ✓ O som se propaga no meio material sem transporte de matéria e com transporte de energia → onda
- ✓ Três categorias:
 - Ondas audíveis: 20 Hz a 20 kHz
 - Ondas infrassônicas: < 20 Hz
 - Ondas ultrassônicas: > 20 kHz
- ✓ A velocidade do som é finita ($< c$)
- ✓ Reflexão → eco
- ✓ Interferência, batimento e difração
- ✓ Ondas longitudinais: variações de pressão (compressão e rarefação) → pequenas comparadas à P_{atm}

Ondas Longitudinais



Movimento de um pulso longitudinal através de um gás compressível. A região escura (comprimada) é produzida pelo movimento do pistão.

Mecanismo de Propagação da Onda Sonora



Ondas Sonoras

(1) Relação densidade - pressão

Para uma dada mudança de densidade, qual é a mudança de pressão correspondente?

$$\left. \begin{array}{l} m = \text{massa do fluido} \\ V = \text{volume do fluido} \end{array} \right\} \longrightarrow \rho = \frac{m}{V} \longrightarrow \Delta \rho = -\frac{m}{V^2} \Delta V$$

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta \rho}{\rho} \qquad \downarrow \qquad B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} = \rho \underbrace{\left(\frac{\Delta P}{\Delta \rho} \right)}_{\frac{\partial P}{\partial \rho}}$$

módulo de elasticidade volumétrico

Ondas Sonoras

(1) Relação densidade - pressão

Ondas Sonoras: constituem-se de pequenas perturbações

$\rho_0 \implies$ valor não perturbado (equilíbrio) da densidade

$\rho \implies$ valor da densidade na presença da onda

$p_0 \implies$ valor não perturbado (equilíbrio) da pressão

$P \implies$ valor da pressão na presença da onda

$\delta = \rho - \rho_0 \longrightarrow$ variação da densidade associada à onda de deslocamento

$p = P - p_0 \longrightarrow$ variação da pressão associada à onda de deslocamento

$$|p| \ll p_0$$

$$|\delta| \ll \rho_0$$

$$\frac{p = P - p_0 = \Delta P}{\delta = \rho - \rho_0 = \Delta \rho} \longrightarrow$$

$$\frac{p}{\delta} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0$$

derivada calculada
em torno da posição
de equilíbrio

Ondas Sonoras

(1) Relação densidade - pressão

Relação entre P , $V(\rho)$ e T de um fluido em equilíbrio $\Rightarrow$ equação de estado que, para um gás ideal é: $PV = nRT$

Processo isotérmico (temperatura constante): $P = a\rho$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_T = a = \frac{P}{\rho} \Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{T,0} = \frac{p_0}{\rho_0}$$

Processo adiabático (não há trocas de calor): $P = b\rho^\gamma$, com $\gamma = C_p/C_V > 1$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_S = b\gamma\rho^{(\gamma-1)} = \gamma \frac{P}{\rho} \Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{S,0} = \gamma \frac{p_0}{\rho_0}$$

Ondas Sonoras

(1) Relação densidade - pressão

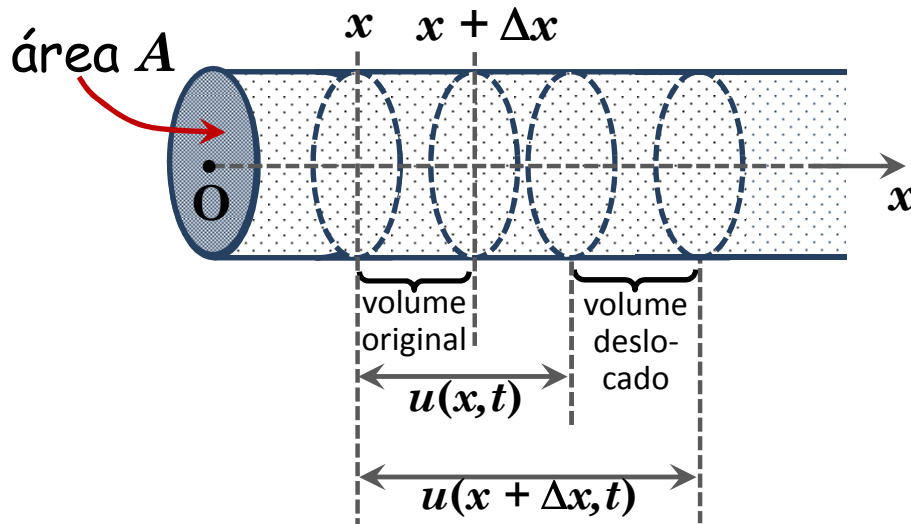
Assim, sabendo qual é a relação entre a densidade e a pressão, que depende do tipo de processo termodinâmico envolvido, se isotérmico (T) ou adiabático (S), podemos obter o módulo de elasticidade volumétrico:

$$B = - \frac{\Delta P}{\Delta V/V} = \underset{\downarrow \rho_0}{\rho} \underbrace{\left(\frac{\Delta P}{\Delta \rho} \right)}_{\frac{\partial P}{\partial \rho}}$$

$$B_T = p_0 \quad \text{e} \quad B_S = \gamma p_0$$

Ondas Sonoras

(2) Relação deslocamento - densidade



$u(x, t) \Rightarrow$ deslocamento sofrido pelas partículas do fluido na seção transversal (área A) de coordenada x no instante t

O volume original do fluido compreendido entre as seções em x e $x + \Delta x$ é

$$V = A \left[(x + \Delta x) - x \right] = \underbrace{A \Delta x}$$

O volume deslocado é

$$\Delta V = A \left[u(x + \Delta x) - u(x, t) \right] = A \Delta x \left\{ \frac{u(x + \Delta x) - u(x, t)}{\Delta x} \right\} \underset{\substack{\downarrow \\ \Delta x \ll 1}}{=} A \Delta x \frac{\partial u}{\partial x}(x, t)$$

Lucy V. C. Assali

Ondas Sonoras

(2) Relação deslocamento - densidade

A variação percentual de volume fica: $\frac{\Delta V}{V} = \frac{\partial u}{\partial x}(x, t)$

Usando a relação $\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta \rho}{\rho}$, obtida anteriormente, temos:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{\partial u}{\partial x}(x, t) = \frac{\rho - \rho_0}{\rho} = \frac{\delta}{\rho} \approx \frac{\delta}{\rho_0}$$

E, finalmente, encontramos a relação entre deslocamento e a variação da densidade:

$$\delta = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x}(x, t)$$

o sinal negativo mostra que se o deslocamento cresce com x ($\partial u / \partial x > 0$) temos uma rarefação no fluido ($\delta < 0$)

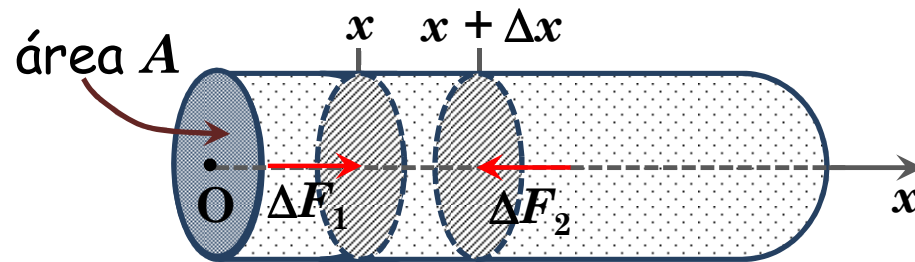
Ondas Sonoras

(3) Relação pressão - deslocamento

No elemento de volume compreendido entre x e $x + \Delta x$ a massa do fluido é

$$\Delta m = \rho \Delta V = \rho_0 A \Delta x$$

A força resultante sobre esse elemento de massa pode ser obtida através da pressão $P(x, t)$ sobre a face esquerda e a face direita desse elemento:



$$\begin{aligned}\Delta F &= \Delta F_1 + \Delta F_2 = P(x, t) A - P(x + \Delta x, t) A \\ &= -A \Delta x \left\{ \frac{P(x + \Delta x, t) - P(x, t)}{\Delta x} \right\} = -\Delta V \frac{\partial p}{\partial x}(x, t)\end{aligned}$$

Ondas Sonoras

(3) Relação pressão - deslocamento

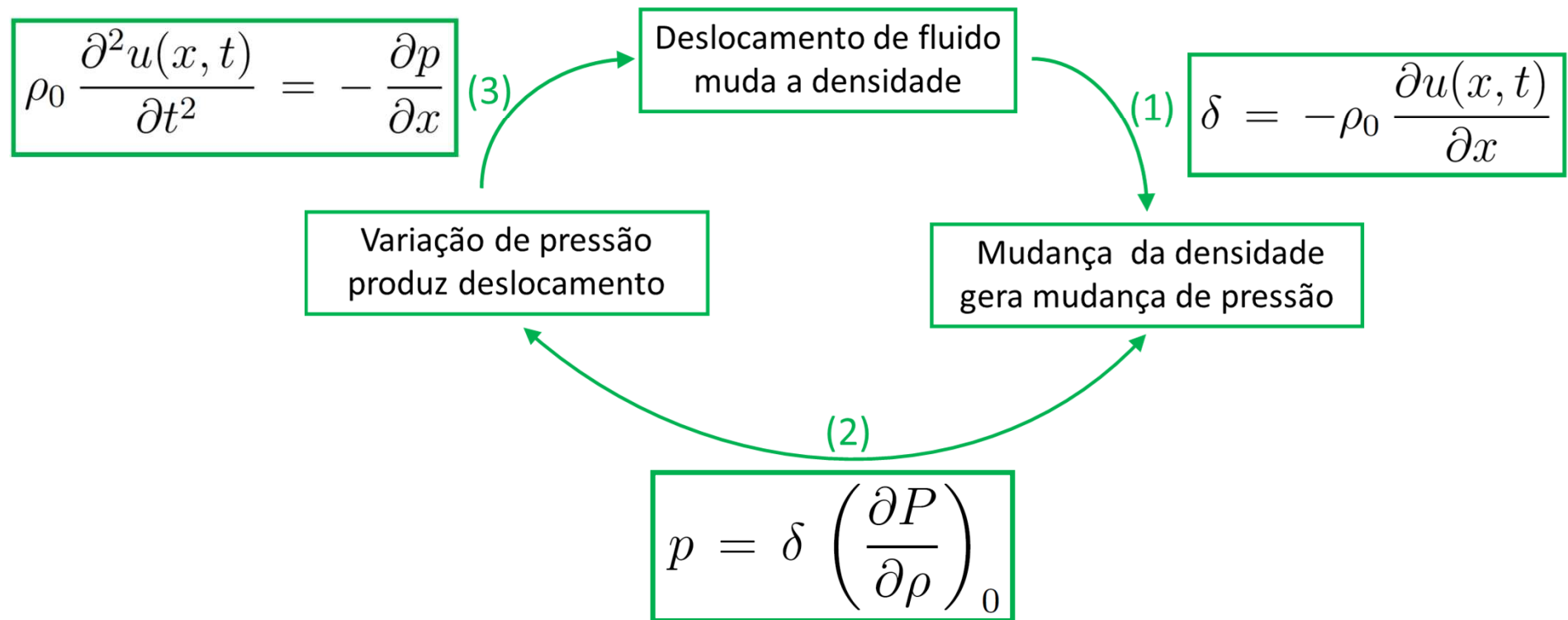
Pela 2ª Lei de Newton temos:

$$\Delta m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \rho_0 A \Delta x \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -A \Delta x \frac{\partial p}{\partial x}$$

Levando à equação de movimento do fluido, que dá a relação entre o deslocamento e a variação da pressão:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - \frac{\partial p}{\partial x}$$

Mecanismo de Propagação da Onda Sonora



Ondas Sonoras

Substituindo (1) $\delta = -\rho_0 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}$ em (2) $p = \delta \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0$

$$p = -\rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}$$

Derivando esta expressão em relação à x

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}$$

Comparando com (3) $\rho_0 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x}$ temos:

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}$$

Ondas Sonoras

Equação de onda para o deslocamento

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = 0$$

com a velocidade de propagação da onda

$$v = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0}$$

que é a velocidade do som no fluido

Ondas Sonoras

$$v = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0}$$

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} = \underbrace{\rho}_{\rho_0} \underbrace{\left(\frac{\Delta P}{\Delta \rho}\right)}_{\frac{\partial P}{\partial \rho}}$$

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}} = \underbrace{\sqrt{\frac{\text{propriedade elástica}}{\text{propriedade inercial}}}}_{\text{forma geral da velocidade de todas as ondas mecânicas}} \iff v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \text{ para a corda}$$

Ondas Sonoras

Utilizando as relações (1), (2) e (3) e a equação de onda para o deslocamento, encontramos que a variação da densidade (δ) e a variação da pressão (p) obedecem à mesma equação de onda, indicando que elas se propagam com a mesma velocidade, que é a velocidade do som no meio.

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2} = 0$$

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0$$

Velocidade do Som em Gases

Vimos que a relação entre a densidade e a pressão depende do tipo de processo termodinâmico envolvido, se isotérmico (T) ou adiabático (S)

CNTP temos:

$$p_0 = 1 \text{ atm.} = 1,013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$T = 0^\circ \text{ C} = 273 \text{ K}$$

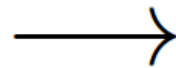
$$\rho_0(\text{ar}) = 1,293 \text{ kg/m}^3$$

$$\gamma = 1,4 \text{ ar}$$

$$\text{CNTP} \\ \text{Exp. : } v = 332 \text{ m/s}$$

Se processo isotérmico:

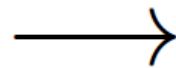
$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{T,0} = \frac{p_0}{\rho_0}$$



$$v = \sqrt{\frac{p_0}{\rho_0}} = 280 \text{ m/s}$$

Se processo adiabático:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{S,0} = \gamma \frac{p_0}{\rho_0}$$



$$v = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}} = 332 \text{ m/s}$$

Velocidade do Som em Gases

Como $n=M/m$ é o número de moles de uma massa M de gás de massa molecular m , então a equação de estado do fluido, para um gás ideal é:

$$PV = nRT = \frac{M}{m} RT \implies \frac{P}{\rho} = \frac{RT}{m}$$

levando à

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{m}}$$

a velocidade do som num gás é independente da pressão, mas cresce com a raiz quadrada da temperatura absoluta

Se $T=20^{\circ}\text{C}$ ($=293\text{K}$) a velocidade do som no ar é de

$$v = 332 \sqrt{\frac{293}{273}} \approx 344 \text{ m/s}$$

Note que a velocidade é inversamente proporcional à raiz quadrada da massa molecular do gás: à mesma temperatura, a velocidade do som no H_2 ($m \approx 2$) é da ordem de 4 vezes maior que no O_2 ($m \approx 32$)

Lucy V. C. Assali

Velocidade do Som na Água

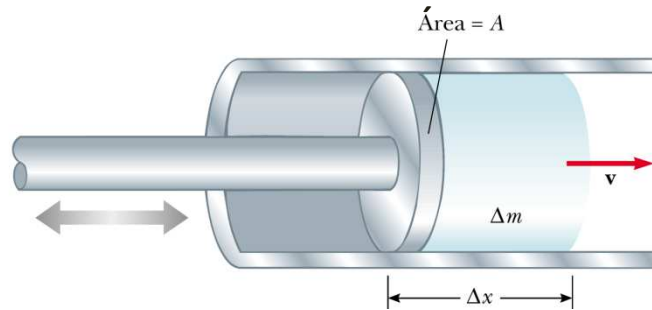
Quando submetido a uma pressão de 20 atm, o volume de 1 ℓ de água, à temperatura ambiente, decresce de $\approx 0,9 \text{ cm}^3$, o que corresponde a $-\Delta V/V = 0,09\% = 9 \times 10^{-4}$ para $\Delta P = 2 \times 10^6 \text{ N/m}^2$, de modo que

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} = 2,2 \times 10^9 \text{ N/m}^2$$

A densidade da água é $\rho_0 = 10^3 \text{ kg/m}^3$ e temos que

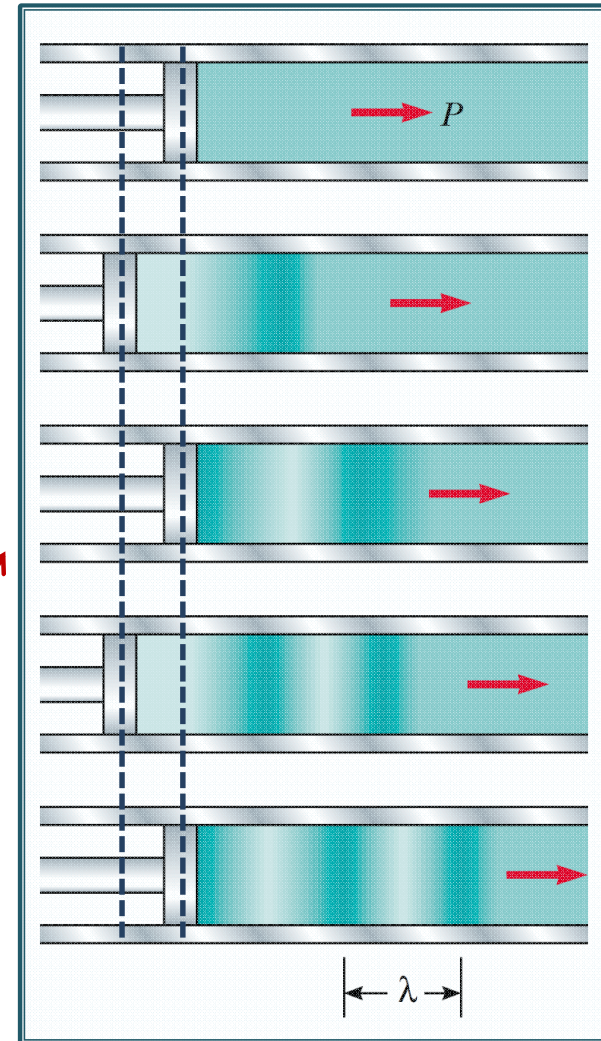
$$B = \rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0 \longrightarrow v = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}} = 1483 \text{ m/s}$$

Ondas Sonoras Harmônicas



Um pistão oscilante transfere energia para o ar do tubo, inicialmente fazendo com que o volume de ar de largura Δx e massa Δm oscile com uma amplitude $A_{\text{máx}}$

Uma onda harmônica pode ser gerada em um tubo de gás onde a fonte da onda é um pistão oscilante. As regiões de alta e baixa pressão estão mostradas pelas cores mais escuras e mais claras, no tubo



Ondas Sonoras Harmônicas

Solução da equação de onda para o deslocamento:

$$u(x, t) = \mathbb{U} \cos(kx - \omega t + \delta)$$

onde $\lambda = v\tau = \frac{v}{\nu}$

$$\nu \begin{cases} 20\text{Hz} \implies 17 \text{ m} \\ 20\text{kHz} \implies 1,7 \text{ cm} \end{cases}$$

A onda de pressão correspondente é

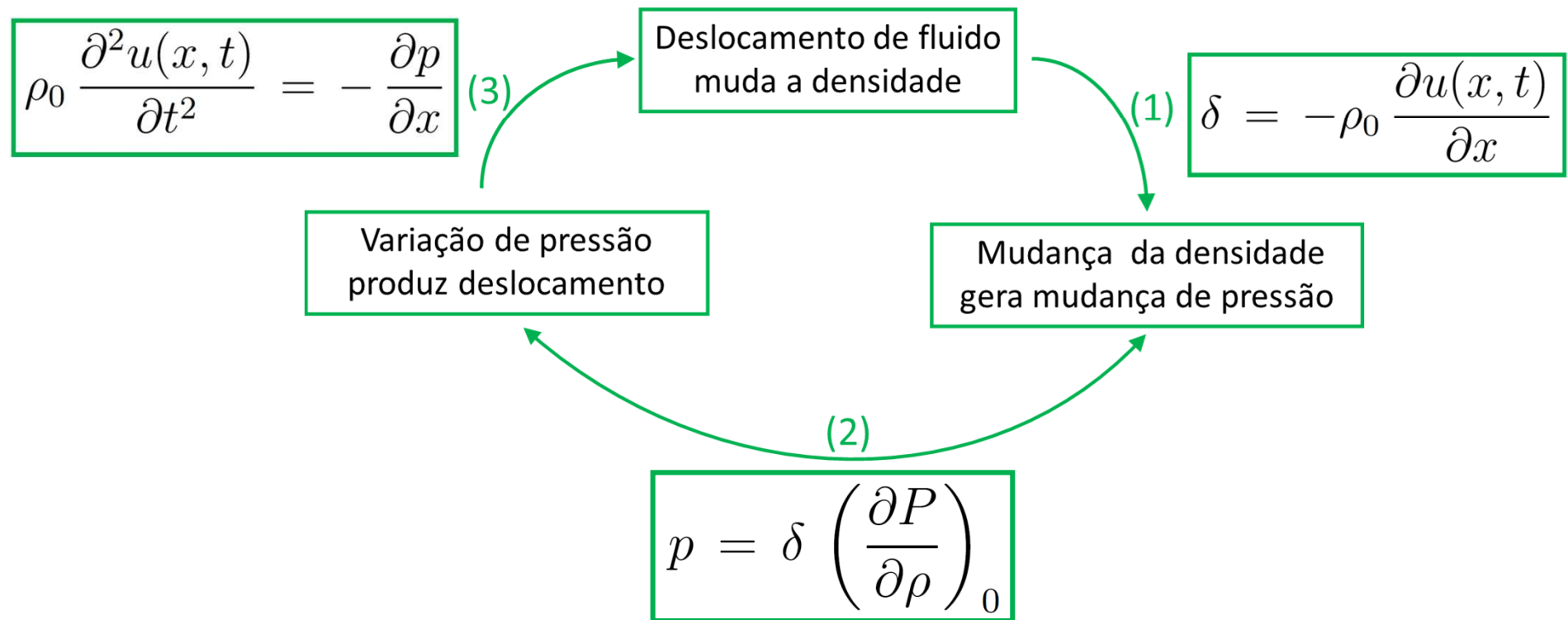
$$p(x, t) = -\rho_0 v^2 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = v^2 \delta(x, t)$$

$$p(x, t) = \mathbb{P} \sin(kx - \omega t + \delta) \quad \text{com} \quad \mathbb{P} = \rho_0 v^2 k \mathbb{U}$$

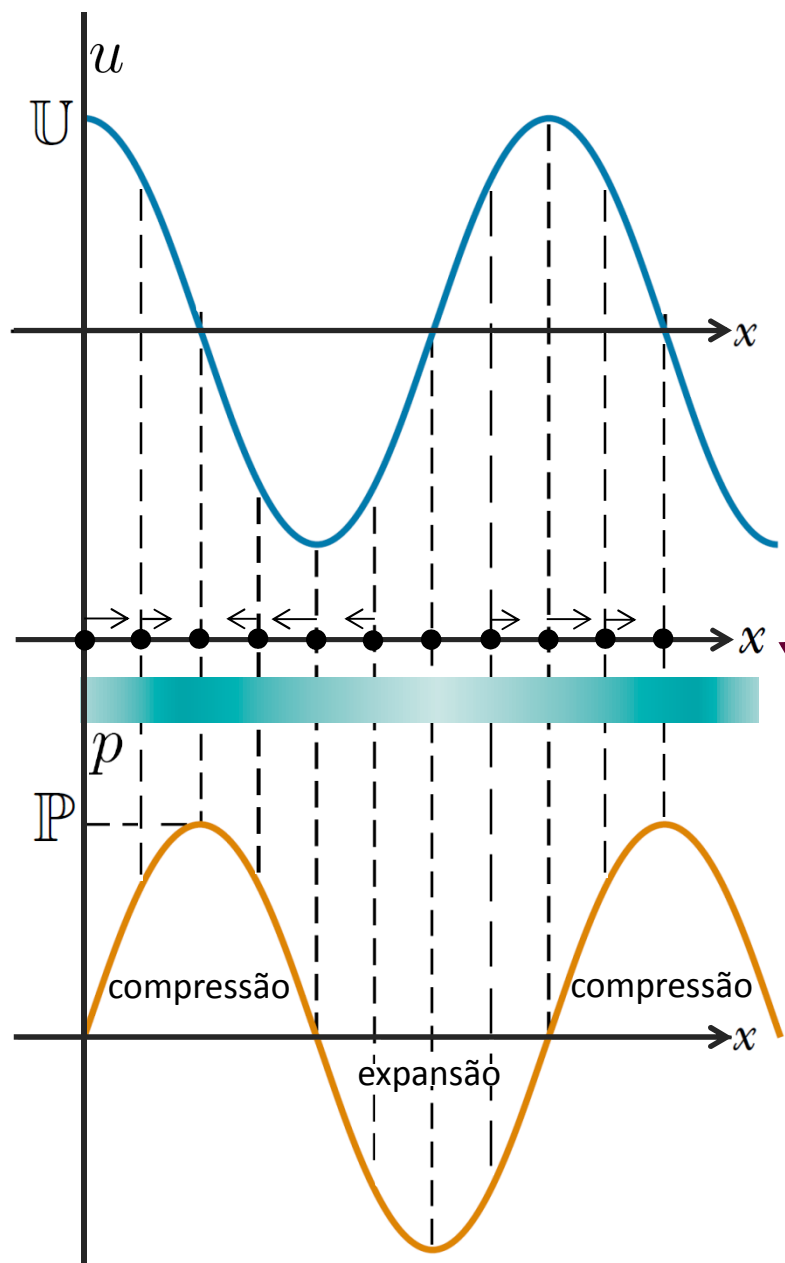
→ em quadratura (defasada de 90°) em relação à $u(x, t)$

Lembrando

Mecanismo de Propagação da Onda Sonora



Ondas Sonoras Harmônicas



As ondas de deslocamento u e as ondas de pressão p estão em quadratura, ou seja, defasadas de 90°

Os deslocamentos longitudinais de uma série de partículas estão mostrados, evidenciando as expansões e compressões locais do gás.

Intensidade das Ondas Sonoras Harmônicas

Intensidade: energia média transmitida através da seção por unidade de tempo e área

A força exercida sobre uma camada fluida, na posição x , devido à passagem da onda é:

$$F = p(x, t) A = \mathbb{P} A \sin(kx - \omega t + \delta)$$

A potência instantânea é

$$F \frac{\partial u}{\partial t} = \omega A \mathbb{P} \mathbb{U} \sin^2(kx - \omega t + \delta)$$

Com isso, a intensidade da onda fica:

$$I = \frac{1}{A} \overline{\left(F \frac{\partial u}{\partial t} \right)} = \frac{1}{2} \omega \mathbb{P} \mathbb{U} = \frac{1}{2} \rho_0 v \omega^2 \mathbb{U}^2$$

Ou, em termos da pressão:

$$I = \frac{1}{2} \frac{\mathbb{P}^2}{\rho_0 v}$$

$\Rightarrow$ mais conveniente: detectores de pressão

quadrado da amplitude

Intensidade das Ondas Sonoras Harmônicas

Limiar de audibilidade: Intensidade do som mais fraco que pode ser ouvido e depende da frequência. Para $\nu = 10^3$ Hz $\implies I_0 = 10^{-12}$ W/m².

Ar (T ambiente): $\rho_0 \approx 1,3$ kg/m³ e $v \approx 340$ m/s

Utilizando o valor de I_0 na expressão da intensidade, obtemos:

$$\mathbb{P} \approx 3 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$$

$$\mathbb{U} \approx 1,1 \times 10^{-11} \text{ m} = 0,1 \text{ \AA}$$



Ouvido é um detector extraordinariamente sensível, capaz de detectar deslocamentos do tímpano da ordem de décimos de Å

Intensidade das Ondas Sonoras Harmônicas

Limiar de sensação dolorosa: Intensidade sonora máxima que o ouvido pode tolerar.
abaixo: sensação de som
acima: sensação de dor

Para $\nu = 10^3 \text{ Hz} \implies I_{\text{máx}} \approx 1 \text{ W/m}^2 \sim 10^{12} I_0$.

Utilizando o valor de $I_{\text{máx}}$ na expressão da intensidade, obtemos:

$$\mathbb{P} \sim 30 \text{ N/m}^2 \sim 3 \times 10^{-4} \text{ atm}$$

$$\mathbb{U} \sim 1,1 \times 10^{-5} \text{ m} = 10^{-2} \text{ mm}$$

Nível de Intensidade Sonora: Decibel

Devido ao grande alcance de intensidades audíveis, usa-se, na prática, uma escala logarítmica, onde o nível de intensidade do som (β) é definido por

$$\beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \text{ db (decibéis)}$$

Intensidade de referência, tomada como a do limiar de audibilidade: $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

Fonte do som	β (db)	Fonte do som	β (db)
Limiar de audibilidade	0	Conversa comum	60
Farfalhar de folhas	10	Aspirador de pó	70
Murmúrio	20	Rua barulhenta	90
Apito	30	Sirene/Concerto de Rock	120
Som de um mosquito	40	Tiro	130
Música suave	40	Avião próximo	150

$$\frac{I_{\text{máx}}}{I_0} = 10^{12} \implies \beta = 120 \text{ db}$$

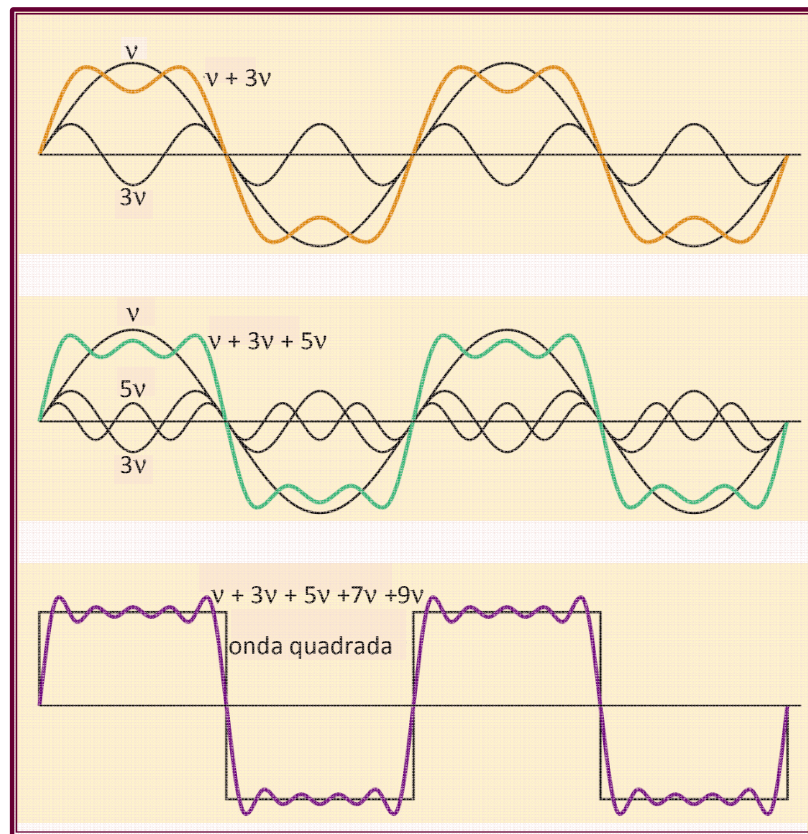
limiar de sensação dolorosa

Harmônicos

Se $y(t) = y(t + \tau)$, então o teorema de Fourier garante que ela pode ser escrita como

$$y(t) = \sum_n \left[a_n \cos(2\pi \nu_n t) + b_n \sin(2\pi \nu_n t) \right]$$

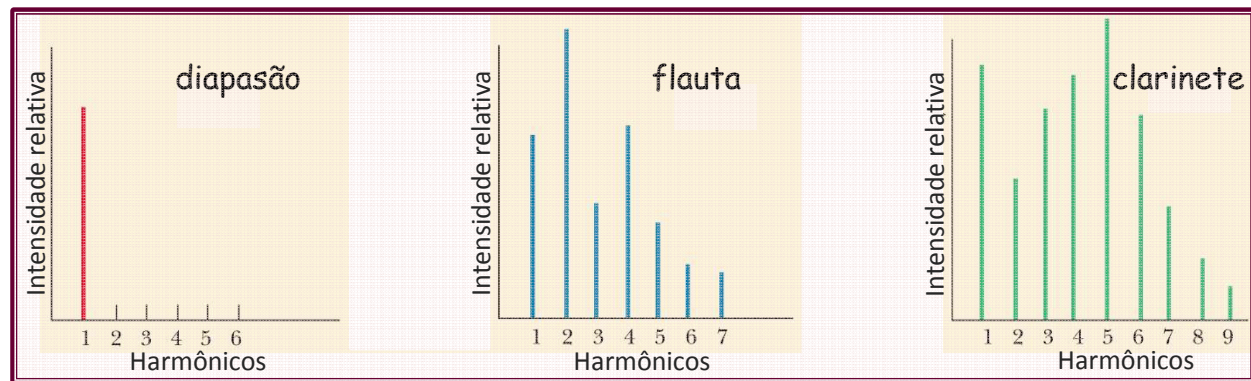
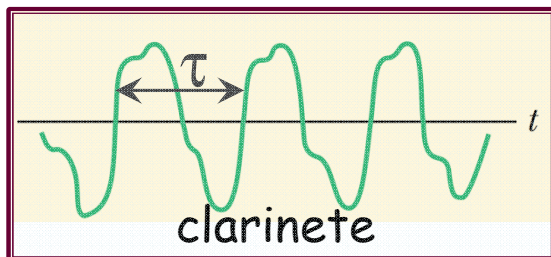
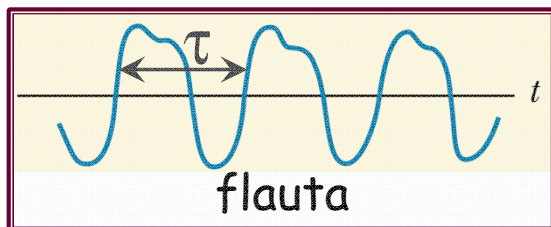
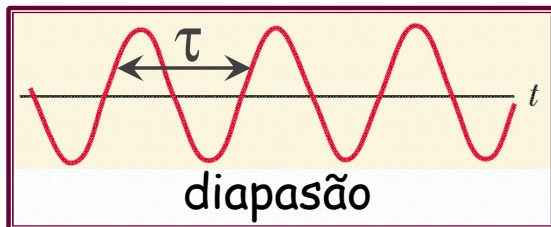
onde a frequência mais baixa (fundamental) é $\nu_1 = \frac{1}{\tau}$ e as outras frequências (mais altas) são $\nu_n = n \nu_1$. Os coeficientes a_n e b_n representam as amplitudes das várias ondas.



Síntese de Fourier para uma onda quadrada, representando a soma de múltiplos ímpares do primeiro harmônico, de frequência ν . A curva síntese se aproxima da curva da onda quadrada quando frequências ímpares maiores que 9ν são adicionadas.

Sons Musicais

Um som musical não corresponde a uma onda harmônica (sinusoidal), mas a distinção entre um som musical e um ruído é a periodicidade. As ondas produzidas por instrumentos musicais podem ser caracterizadas por um período temporal e são resultado de uma superposição de vários harmônicos.



As qualidades que a percepção humana distingue em um som musical são sua intensidade, altura e timbre.

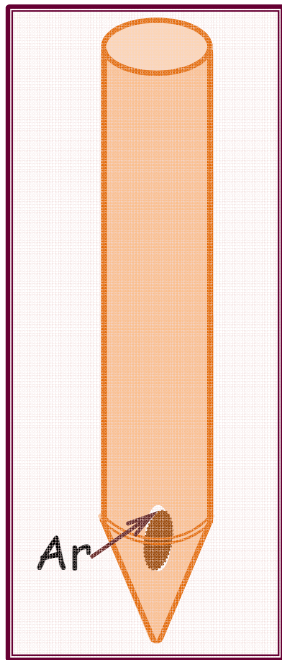
Intensidade: amplitude da onda sonora

Altura: sons *graves* e *agudos* $\Rightarrow$ quanto maior ν mais agudo é o som e sons mais graves correspondem a valores de ν mais baixas

Timbre: *coloração* do som $\Rightarrow$ mesmo ν diferentes perfis

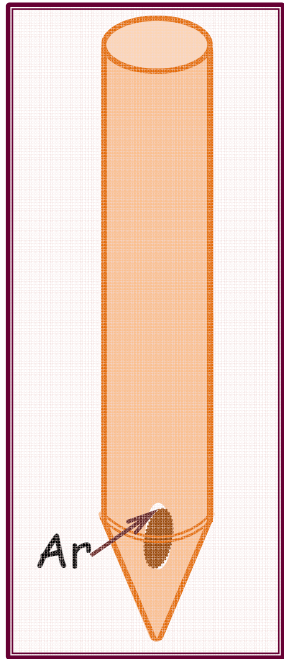
Fontes Sonoras: Colunas de Ar

Ondas sonoras estacionárias podem ser geradas em um tubo ou coluna de ar, como aquelas geradas em instrumentos de sopro. Elas são resultado da interferência entre ondas longitudinais sonoras se propagando em sentidos contrários. A relação entre a fase da onda incidente, gerada em uma extremidade do tubo, e da onda refletida na outra extremidade depende de esta estar fechada ou aberta, como vimos na corda com extremidade fixa ou livre.



Vamos tomar um tubo cilíndrico aberto na sua extremidade, como um tubo de órgão, onde o ar soprado, através dos foles, produz a excitação da onda sonora. A entrada do ar pela abertura do tubo gera um antinodo (máximo) da onda de deslocamento. O tipo de onda estacionária que será gerada depende de a outra extremidade do tubo estar fechada ou aberta.

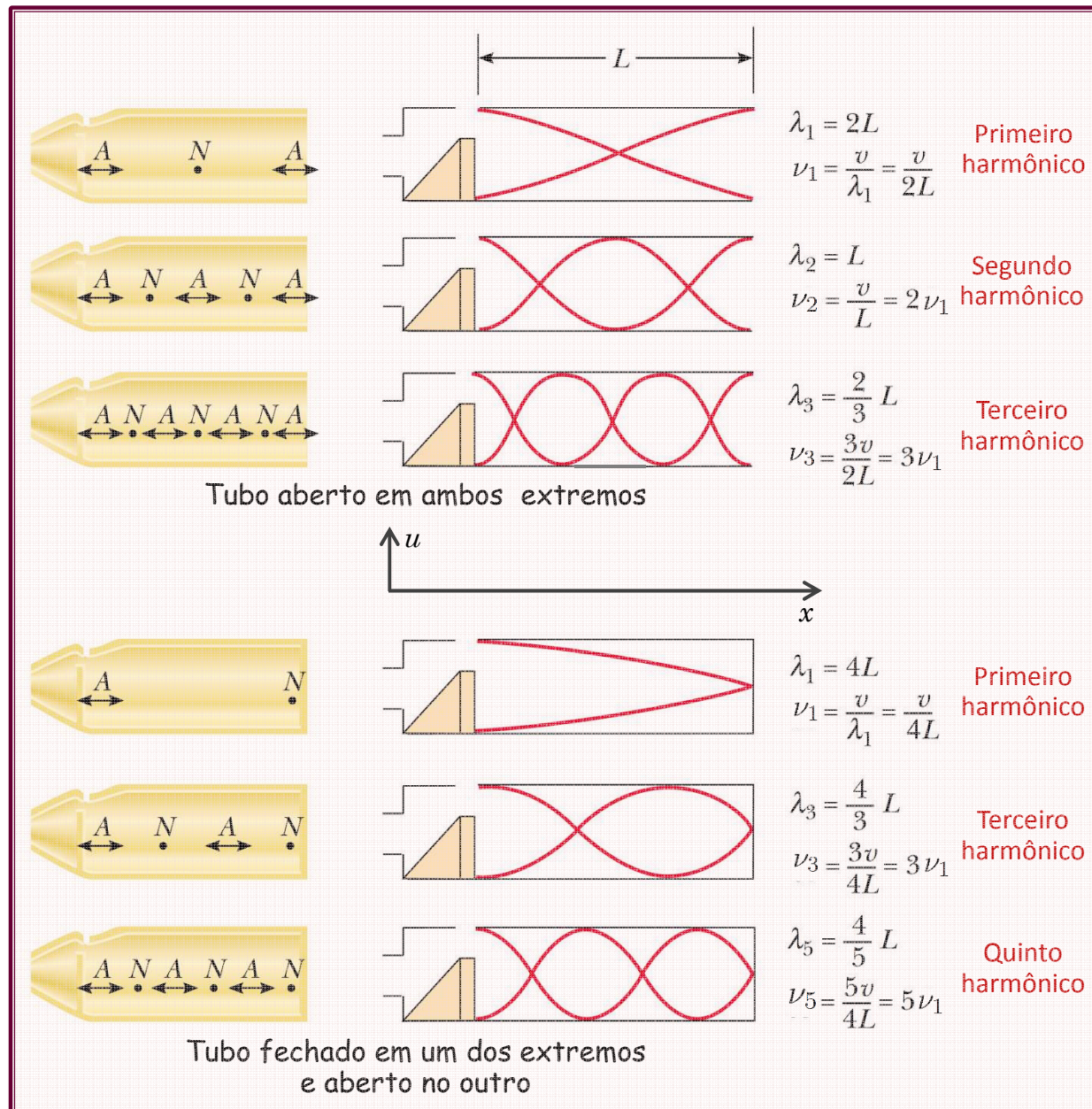
Fontes Sonoras: Colunas de Ar



- ⇒ *Se outra extremidade fechada*: o deslocamento se anula nessa extremidade (nodo da onda de deslocamento) e a onda de deslocamento refletida está defasada de 180° com a onda incidente. Como a onda de pressão está em quadratura com a de deslocamento, uma extremidade fechada corresponde a um antinodo (mínimo) da onda de pressão.
- ⇒ *Se outra extremidade aberta*: a pressão total deve permanecer constante (igual à P_{atm}) na interface tubo/meio ambiente, de modo que a variação da pressão se anula, o que corresponde a um nodo (máximo) da onda de pressão e, portanto, a um antinodo (mínimo) da onda de deslocamento (onda refletida está em fase com a incidente) .

Como no caso da corda, a interferência entre as ondas incidente e refletida dá origem a ondas estacionárias, que dão origem aos modos normais de vibração da coluna de ar contida no tubo ⇒ **Ondas sonoras estacionárias**

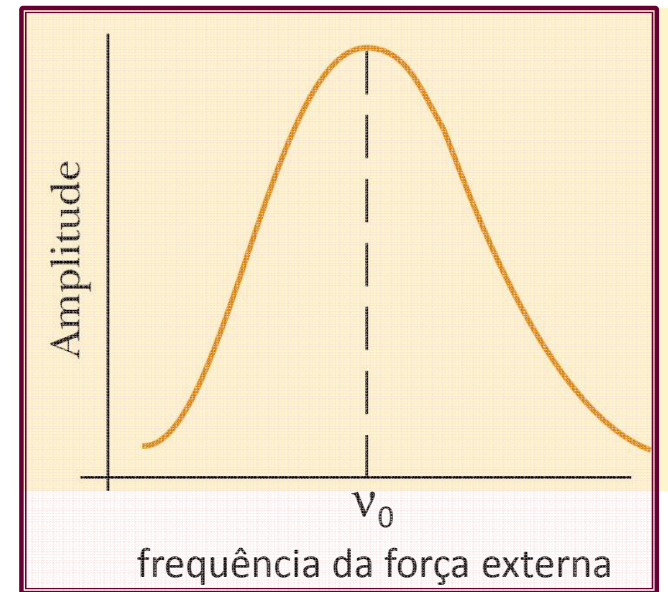
Fontes Sonoras: Colunas de Ar



Ressonância

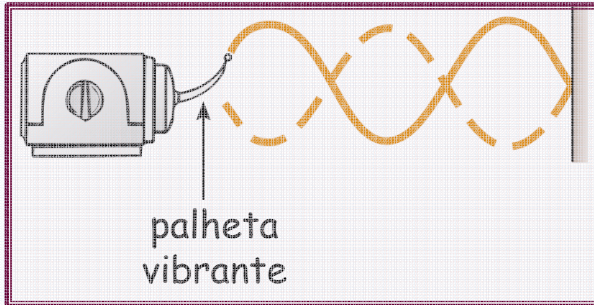
Vimos que um sistema é capaz de oscilar em um ou mais modos normais de vibração. Se uma força externa periódica é aplicada neste tipo de sistema, a amplitude do movimento resultante é maior do que uma das frequências naturais do sistema. Este fenômeno, já conhecido de vocês (mola-bloco, pêndulo, etc.), é chamado de **ressonância**. No caso de ondas estacionárias, o sistema pode ter um grande conjunto de frequências naturais e pode exibir grandes amplitudes quando direcionadas, pela força externa, em qualquer de suas frequências naturais. Essas frequências são conhecidas como **frequências de ressonância**.

⇒ A figura mostra um gráfico da resposta (amplitude), de uma sistema oscilante, à diferentes frequências da força externa, onde uma das frequências do sistema é ν_0 . A amplitude de oscilação é máxima na frequência de ressonância ν_0 .

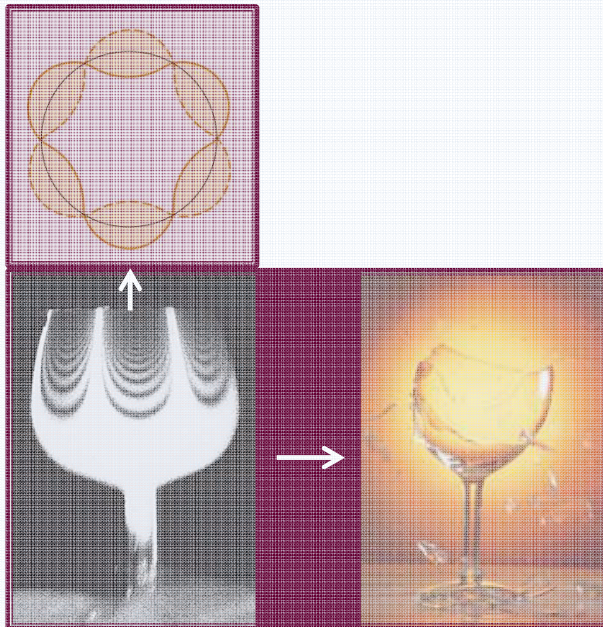


Ressonância

Exemplos de Ressonância:



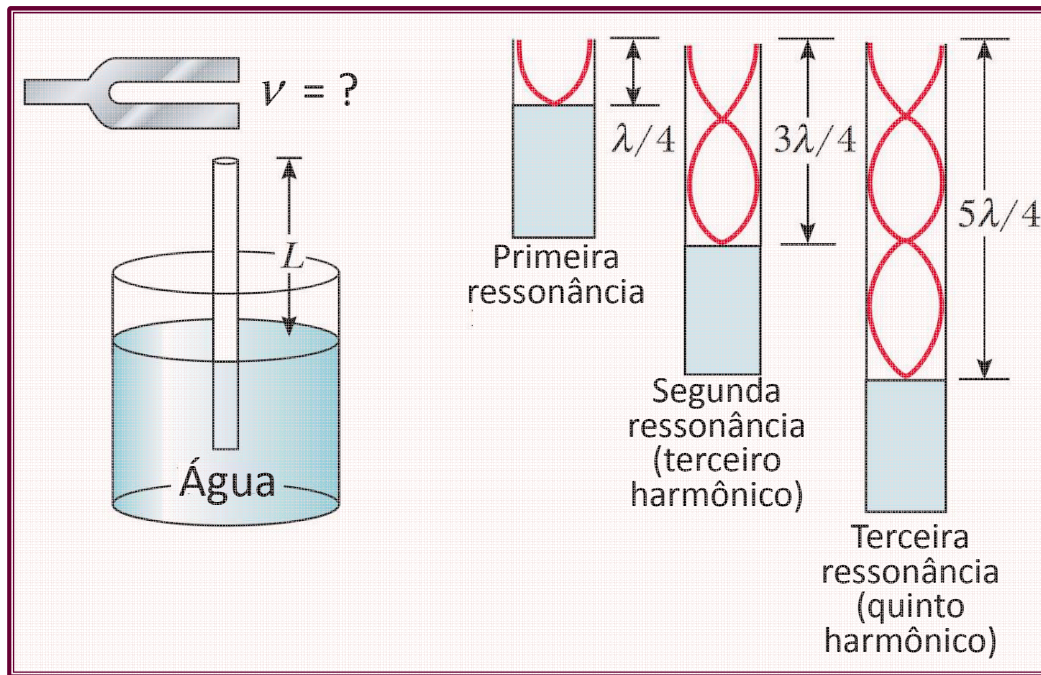
Quando a frequência da palheta vibrante é igual a uma das frequências naturais da onda da corda, ondas estacionárias são produzidas e a corda oscila com uma grande amplitude. No caso da ressonância mostrada na figura, a onda gerada está em fase com a onda refletida e a corda absorve energia da palheta. Se a frequência da palheta não é igual à de um dos modos naturais da corda, então as oscilações têm pequena amplitude e exibem um perfil não estável.



Alguns cantores conseguem quebrar uma taça de vinho mantendo, por vários segundos, uma certa frequência em sua voz. A figura mostra uma vista lateral de uma taça vibrando devido a uma onda sonora, onde está mostrado o perfil da onda estacionária na boca da taça, como vista de cima. Um número inteiro de comprimentos de onda se ajustam ao redor da circunferência da boca da taça, mostrado esquematicamente, acima da taça, para uma das frequências naturais, onde a amplitude está bastante exagerada. Se a amplitude se torna muito grande, ampliada pela ressonância com o som da voz humana, a taça quebra.

Fontes Sonoras: Colunas de Ar

A verificação experimental dos resultados mostrados para as ondas estacionárias geradas em colunas de ar pode ser feita através de uma experiência de ressonância, utilizando um aparato simples, mostrado abaixo. Um tubo vertical, aberto em ambas extremidades, é parcialmente submerso em água e um diapasão vibrando em uma frequência desconhecida é colocado perto do topo do tubo. O comprimento L da coluna de ar pode ser ajustado movendo-se o tubo verticalmente. As ondas geradas pelo diapasão são reforçadas quando L corresponde a uma das frequências ressonantes do tubo.



Apesar de a extremidade do tubo, submersa na água, ser aberta, para deixar a água entrar, a superfície da água atua como uma parede e este aparato representa um tubo fechado em uma das extremidades. Assim, a frequência fundamental é

$$\nu = v/4L$$

Fontes Sonoras: Colunas de Ar

Vamos supor que para um certo tubo, o menor valor de L para o qual ocorre um pico na intensidade do som é $L_{\min} = 9 \text{ cm}$. Com isso, vamos calcular a frequência do som emitido pelo diapásão. Sabendo este valor, vamos encontrar o valor de L para as próximas duas frequências de ressonância, adotando $v = 343 \text{ m/s}$ para a velocidade do som no ar.

$$\nu = \frac{v}{4L} = \frac{343}{4(0,09)} = 953 \text{ Hz}$$



frequência da onda sonora
emitida pelo diapásão

$$\lambda = 4L = 4(0,09) = 0,36 \text{ m}$$



comprimento de onda da onda
sonora emitida pelo diapásão

$$L = \frac{3\lambda}{4} = \frac{3(0,36)}{4} = 0,27 \text{ m}$$



comprimento do tubo de ar
para se obter a segunda
frequência de ressonância

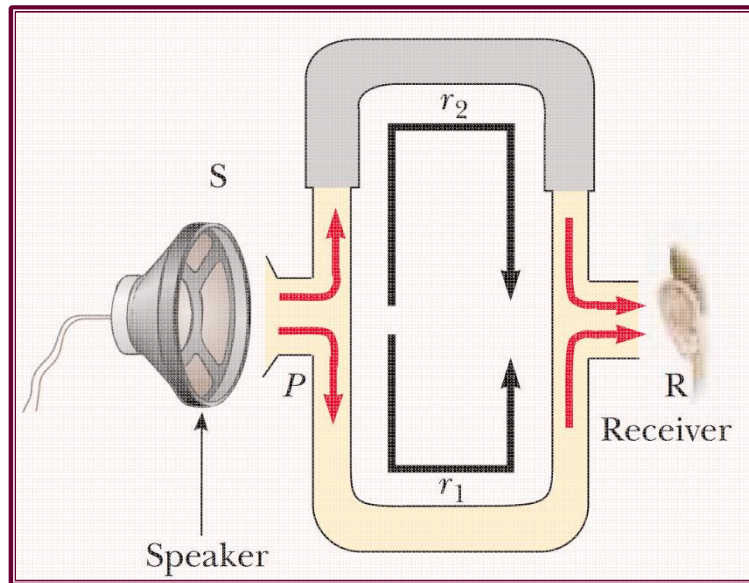
$$L = \frac{5\lambda}{4} = \frac{5(0,36)}{4} = 0,45 \text{ m}$$



comprimento do tubo de ar
para se obter a terceira
frequência de ressonância

Interferência de Ondas

Um dispositivo acústico simples para demonstrar o fenômeno de interferência para ondas sonoras está ilustrado na figura. Uma onda sonora emitida pelo *speaker* (S) se propaga pelo tubo e é separada em dois. As duas ondas, que se superpõem no lado oposto, são detectadas pelo *receiver* (R). O tamanho do caminho r_1 é fixo e o do r_2 pode ser variado (deslocamento do tubo em formato de U). Quando a diferença de caminho $\Delta r = |r_2 - r_1| = n\lambda$ ($n=0,1,2,\dots$), as duas ondas chegam em fase em R, para qualquer t , interferindo construtivamente, produzindo um máximo de intensidade. Se r_2 é ajustado tal que



$\Delta r = n\lambda/2$ (n ímpar), as duas ondas estarão defasadas exatamente de π , interagindo destrutivamente, e nenhum som é detectado em R. Esta experiência demonstra que a diferença de fase entre duas ondas pode existir, mesmo tendo sido geradas pela mesma fonte, quando elas se propagam através de caminhos de comprimentos diferentes.

Interferência de Ondas

É usual expressar a diferença de caminho em termos da fase φ entre as duas ondas. Como a diferença de um comprimento de onda corresponde a uma fase de 2π , então podemos escrever

$$\frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\Delta r}{\lambda} \implies \Delta r = \frac{\varphi}{2\pi} \lambda$$

Usando a noção de diferença de caminho percorrido pelas ondas, podemos expressar as condições para interferência construtiva e interferência destrutiva. Se a diferença de caminho é um múltiplo de $\lambda/2$, então a fase é $\varphi = 2n\pi$ ($n=0,1,2,\dots$) e a interferência é construtiva. Se a diferença de caminho for um múltiplo ímpar de $\lambda/2$, então $\varphi = (2n+1)\pi$ ($n=0,1,2,\dots$) e a interferência é destrutiva.

Interferência Construtiva

$$\varphi = 2n\pi \iff \Delta r = (2n) \frac{\lambda}{2}$$

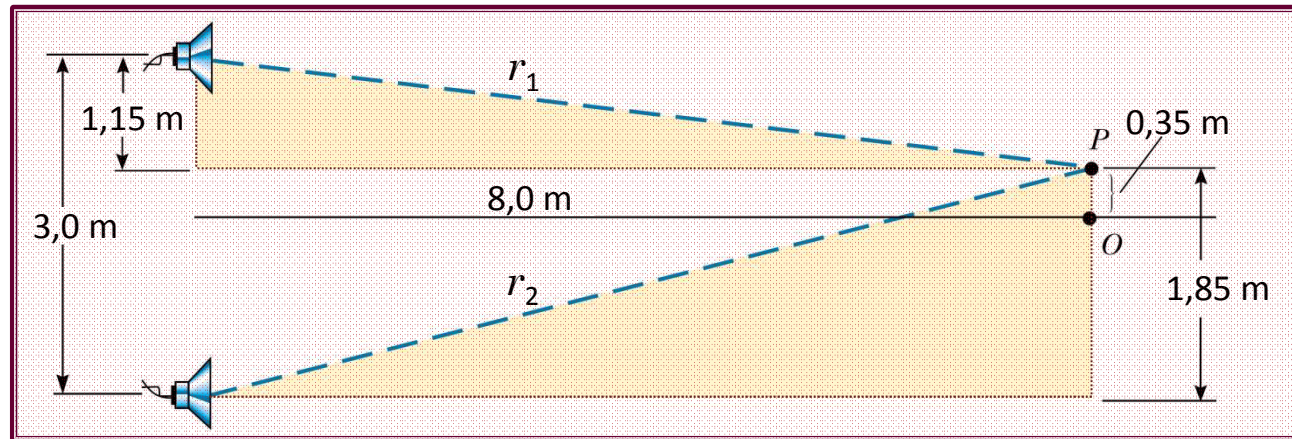
Interferência Destrutiva

$$\varphi = (2n + 1)\pi \iff \Delta r = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}$$

$$(n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

Interferência de Ondas

Exemplo: Um par de *speakers* estão separados pela distância de 3,0 m e estão ligados em uma mesma fonte oscilante. Um ouvinte, originalmente na posição O , desloca-se para o ponto P e alcança o primeiro mínimo de intensidade do som. Qual é a frequência da fonte? (usar $v_{\text{som}} = 343 \text{ m/s}$)



Pela geometria da figura podemos encontrar os valores de r_1 e r_2 :

$$r_1 = \sqrt{(8,0)^2 + (1,15)^2} = 8,08 \text{ m}$$

$$r_2 = \sqrt{(8,0)^2 + (1,85)^2} = 8,21 \text{ m}$$

$$\Delta r = r_2 - r_1 = 0,13 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 0,26 \text{ m} \rightarrow \text{primeiro mínimo}$$

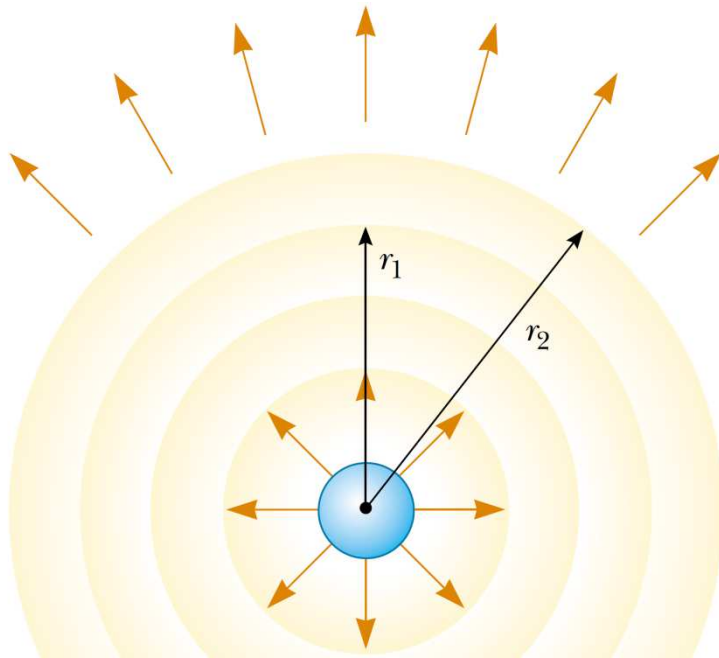
$$\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{343}{0,26} = 1,3 \text{ kHz}$$

Ondas Esféricas e Planas

Se um corpo esférico ou puntiforme oscila de modo que seu raio varia harmonicamente com o tempo, uma onda sonora esférica é produzida, propagando energia igualmente em todas as direções. Sabendo a potência média emitida, a intensidade da onda é
$$I = \frac{\overline{P}}{4\pi r^2}$$

A razão entre as intensidades I_1 e I_2 para as distâncias r_1 e r_2 é:

$$I = \frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

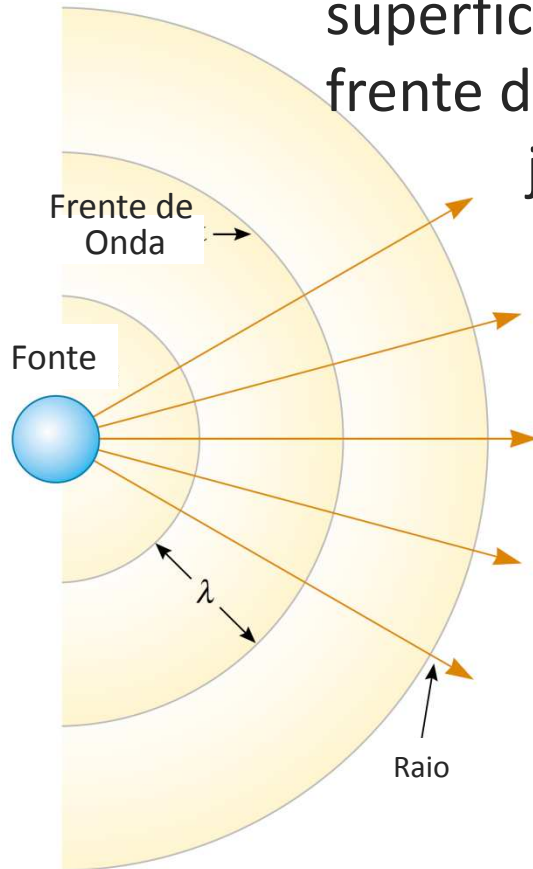


mostrando que a amplitude da onda varia com $1/r$. Assim, a função de onda que representa uma onda esférica harmônica progressiva tem a forma

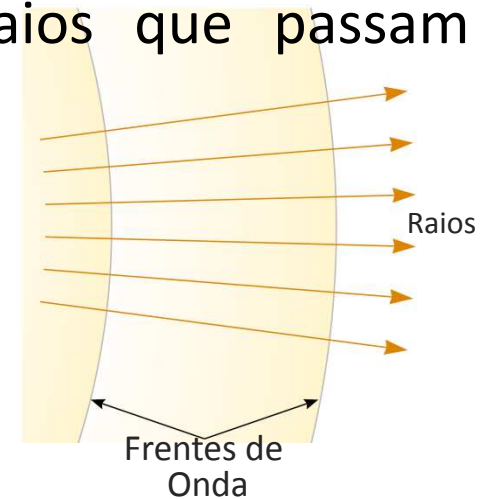
$$\psi(\vec{r}, t) = \frac{A}{r} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \delta)$$

Ondas Esféricas e Planas

É conveniente representar ondas esféricas como uma série de arcos circulares concêntricos com a fonte, onde cada arco representa uma superfície onde a fase da onda é constante e é chamado de frente de onda. A distância entre duas frentes de onda adjacentes é o comprimento de onda e as linhas radiais apontando para fora da fonte são chamadas de raios.



Uma pequena porção da frente de onda, longe da fonte, mostra que os raios que passam através da frente de onda são quase paralelos entre si, e a frente de onda é quase planar.



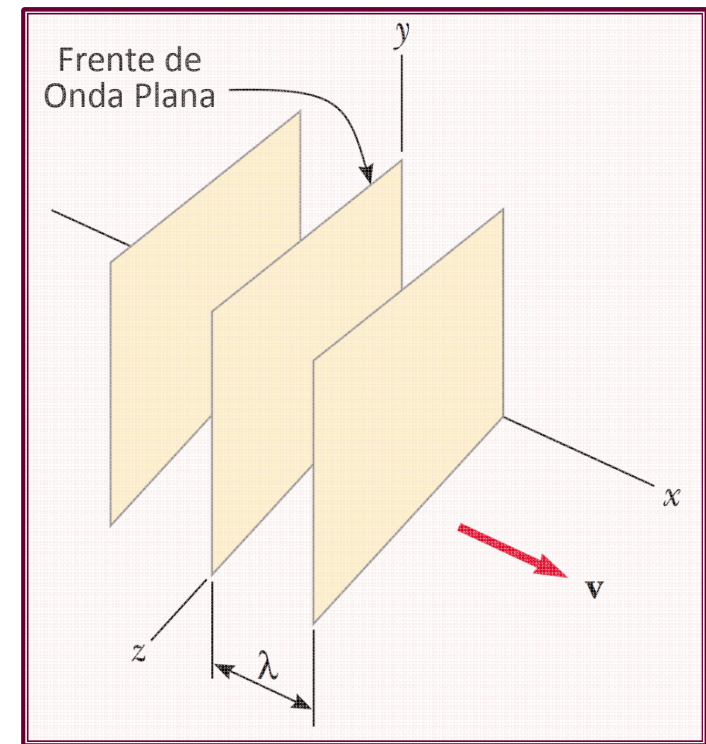
Ondas Esféricas e Planas

Para distâncias grandes da fonte, quando comparadas com o comprimento de onda, podemos aproximar a frente de onda por um plano. Qualquer pequena porção da onda esférica, longe da fonte, pode ser considerada como uma onda plana. A propagação de uma onda plana pode ser representada pelas frentes de onda paralelas entre si e representadas no eixo cartesiano.

Assumindo a direção de propagação no eixo x , as frentes de onda planas são paralelas ao plano yz . Neste caso, a função de onda depende só de x e t e tem a forma idêntica à de uma onda progressiva em uma dimensão

$$\psi(x, t) = A \cos(kx - \omega t + \delta)$$

e a intensidade é a mesma para todos os pontos no plano que representa a frente de onda da onda plana.



Ondas Esféricas e Planas

Exemplo: Uma fonte sonora puntiforme emite ondas com uma potência média de 80 W. Encontrar a intensidade a uma distância de 3,0 m da fonte e a distância para a qual o nível de intensidade sonora é 40 db.

$$I = \frac{\overline{P}}{4\pi r^2} = \frac{80}{4\pi(3)^2} = 0,707 \text{ W/m}^2$$

$$\beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) = 40 \text{ db, onde } I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \implies \log I - \log(10^{-12}) = \frac{40}{10}$$

$$\log I = 4 - 12 = -8 \implies I = 10^{-8} \text{ W/m}^2 \quad \text{e}$$

$$r = \sqrt{\frac{\overline{P}}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{80}{4\pi \times 10^{-8}}} = 2,52 \times 10^4 \text{ m}$$

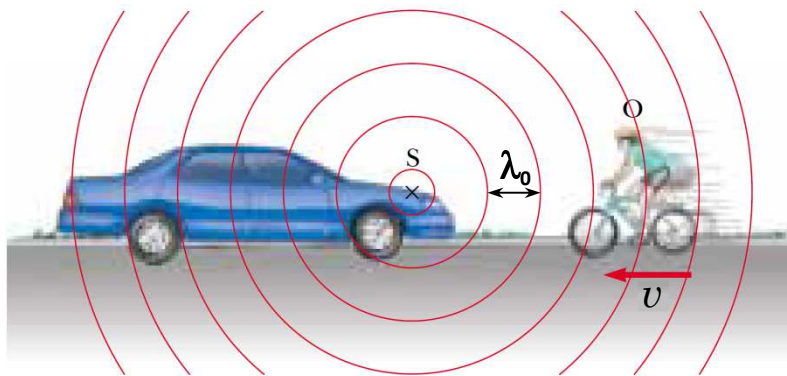
Observação: Na distância de 3,0 m da fonte o nível de intensidade sonora é de aproximadamente 120 db

Ondas Sonoras: Efeito Doppler

A sirene de uma ambulância ou o apito de um trem soam mais agudos quando estão se aproximando (maior frequência) e mais graves (menor frequência) quando estão se afastando. Para velocidades menores que a velocidade do som este efeito é chamado de **Efeito Doppler**

1) Fonte em repouso (S) e observador (O) em movimento com velocidade v . O número de cristas de onda emitidas, por unidade de tempo, pela buzina do carro é $\nu_0 = 1/\tau = v_s/\lambda_0$

⇒ Se O está se aproximando de S, O detecta um número de cristas de onda, por unidade de tempo, diferente, pois no intervalo de tempo unitário, ele percorreu uma distância v . Assim, ele detecta mais cristas de onda, tal que



$$\nu = \frac{v}{\lambda_0} + \frac{v_s}{\lambda_0}$$

levando à

$$\nu = \nu_0 \left\{ 1 + \frac{v}{v_s} \right\} > \nu_0$$

Ondas Sonoras: Efeito Doppler

⇒ Se O está se afastando de S, O detecta menos cristas de onda, tal que

$$\nu = -\frac{v}{\lambda_0} + \frac{v_s}{\lambda_0}$$

levando à

$$\nu = \nu_0 \left\{ 1 - \frac{v}{v_s} \right\} < \nu_0$$

Unindo os dois resultados temos que, se a fonte está em repouso e o observador em movimento, com velocidade v , a frequência detectada pelo observador é

$$\nu = \nu_0 \left\{ 1 \pm \frac{v}{v_s} \right\}$$

+ se aproximando

- se afastando

Ondas Sonoras: Efeito Doppler

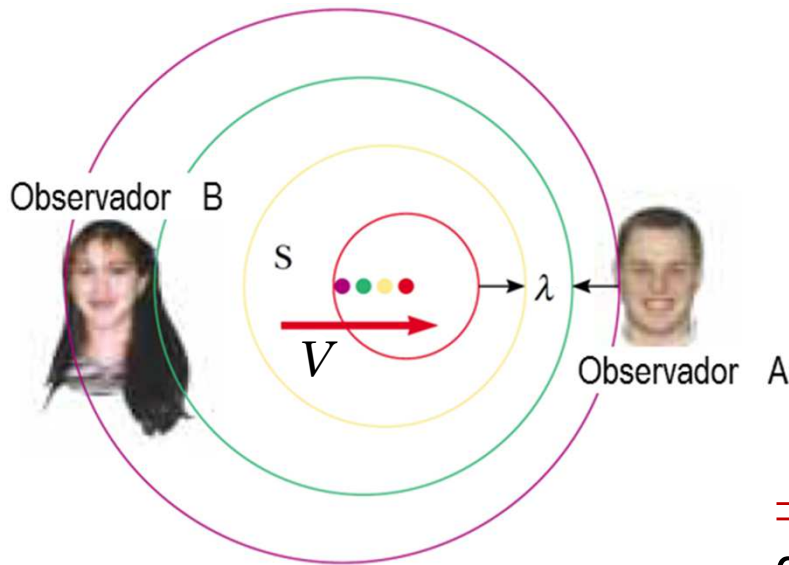
2) Observador em repouso e fonte (S) em movimento com velocidade V .

⇒ Observador A em repouso: Se T_0 for o intervalo de tempo entre duas cristas, então, neste intervalo de tempo, a fonte terá se deslocado VT_0 e

$$\lambda = v_s T_0 - V T_0 = \lambda_0 \left\{ 1 - \frac{V}{v_s} \right\} < \lambda_0$$

levando à

$$\nu = \frac{\nu_0}{\left\{ 1 - \frac{V}{v_s} \right\}} > \nu_0$$



⇒ Observador B em repouso: a frequência detectada é menor que a emitida pela fonte e

$$\nu = \frac{\nu_0}{\left\{ 1 + \frac{V}{v_s} \right\}} < \nu_0$$

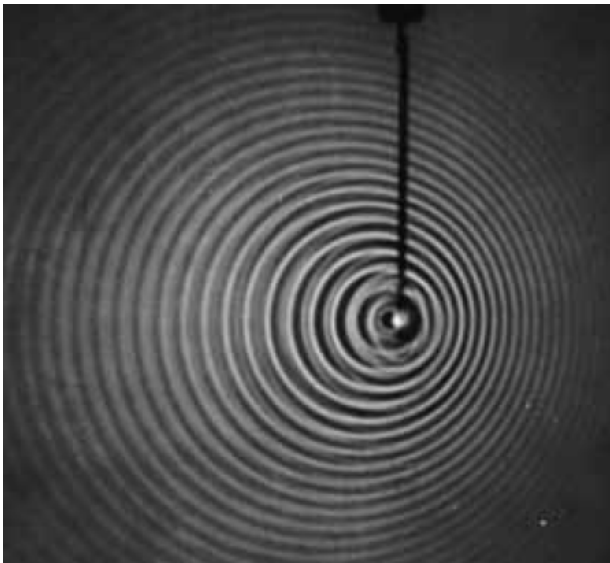
Ondas Sonoras: Efeito Doppler

Unindo os dois resultados temos que, se o observador está em repouso e a fonte em movimento, com velocidade V , a frequência detectada pelo Observador é

$$\nu = \frac{\nu_0}{\left\{ 1 \mp \frac{V}{v_s} \right\}}$$

- se aproximando

+ se afastando



Efeito Doppler na água, com fonte se movendo para a direita com velocidade V

Ondas Sonoras: Efeito Doppler

Fonte e Observador em movimento

$$\nu = \nu_0 \left\{ \frac{\left[1 \pm \frac{v}{v_s} \right]}{\left[1 \mp \frac{V}{v_s} \right]} \right\}$$

$v \implies$ velocidade do observador

$V \implies$ velocidade da fonte

sinais superiores: aproximação

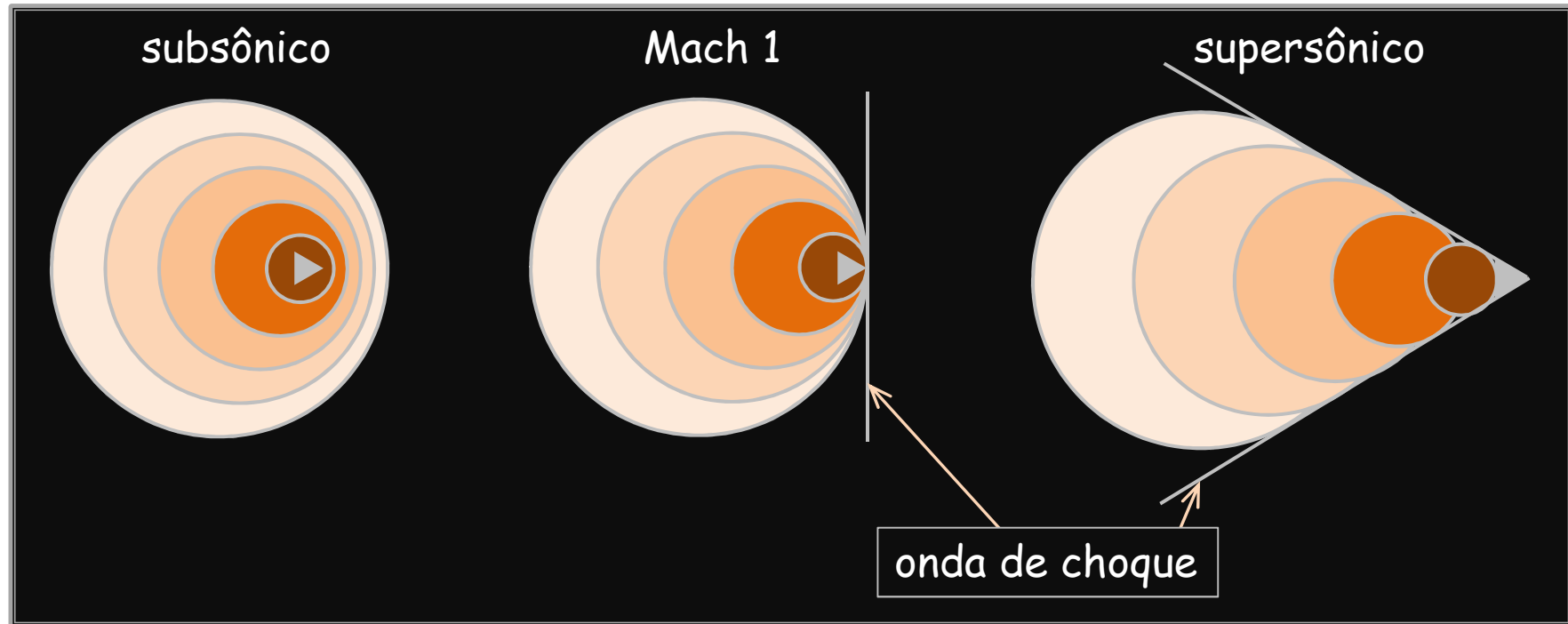
sinais inferiores: afastamento

Ondas Sonoras: Cone de Mach

Aviões viajando com velocidades supersônicas produzem ondas de choque, que são responsáveis pelo barulho do estrondo sônico (*sonic boom*) que ouvimos. A onda de choque contém uma grande energia concentrada na superfície do cone, que corresponde às grandes variações de pressão.

- ⇒ Se $V_{\text{avião}} < v_{\text{som}}$ (subsônica): as ondas de pressão viajam mais rápido, espalhando-se para todos os lados, inclusive à frente do avião. Assim, o som vai sempre na frente.
- ⇒ Se $V_{\text{avião}} = v_{\text{som}}$ (Mach 1): $V_{\text{avião}} =$ velocidade de deslocamento de suas ondas de pressão, ele estará comprimindo o ar à sua frente e acompanhando as ondas de pressão com a mesma velocidade de sua propagação, resultando num acúmulo de ondas no nariz do avião. Se o avião persistir com essa velocidade exata por algum tempo, à sua frente se formaria uma verdadeira muralha de ar, pois todas as ondas formadas ainda continuariam no mesmo lugar em relação ao avião. Esse fenômeno é conhecido como Barreira Sônica.
- ⇒ Se $V_{\text{avião}} > v_{\text{som}}$ (supersônica): Se o avião continuar a acelerar, ultrapassando a velocidade do som, ele estará deixando para trás as ondas de pressão que vai produzindo. Um avião só pode atingir velocidades supersônicas se, entre outras coisas, sua aceleração permitir uma passagem rápida pela velocidade de Mach 1, evitando a formação da Barreira Sônica.

Ondas Sonoras: Cone de Mach

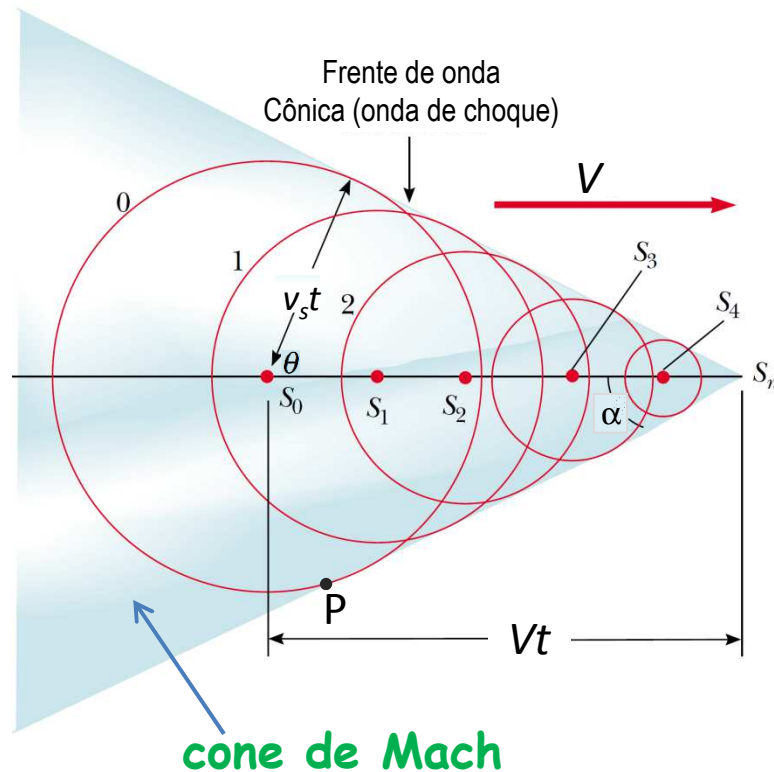


Quando o ar em fluxo supersônico é comprimido, sua pressão e densidade aumentam, formando uma onda de choque. Em vôo supersônico (com velocidades acima de Mach 1), o avião produz inúmeras ondas de choque, sendo mais intensas as que se originam no nariz do avião, nas partes dianteira e posterior das asas e na parte terminal da fuselagem.

Ondas Sonoras: Cone de Mach

Fonte com velocidade supersônica: $V > v_s$

Os círculos, na figura, representam as frentes de onda esféricas emitidas pela fonte, em vários instantes, durante o seu movimento. A fonte passa à frente das frentes de onda por ela geradas. Em $t=0$ a fonte está em S_0 e em $t=t$, a frente de onda gerada em S_0 alcança o raio $v_s t$, enquanto a fonte está em S_n .



A linha desenhada, de S_n até a frente de onda centrada em S_0 , é tangente a todas as frentes de onda geradas em tempos intermediários, e

$$\sin \alpha = \frac{v_s t}{Vt} = \frac{v_s}{V}$$

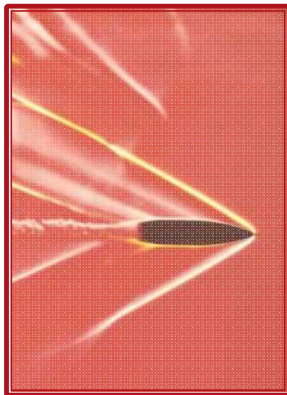
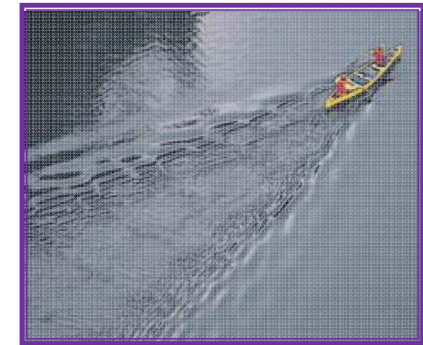
ângulo de Mach

número de Mach

Ondas Sonoras: Cone de Mach

Quando $\cos \theta = \sin \alpha \implies \theta = \frac{\pi}{2} - \alpha$ todas as frentes de onda chegam ao ponto P no mesmo instante. Nessa direção, perpendicular à superfície do cone de Mach, a acumulação das frentes de onda, que chegam simultaneamente em P, produz uma *onda de choque*

O análogo ao *cone de Mach*, nas ondas sobre a superfície de um lago, é a esteira em forma de V deixada por um barco com velocidade maior que a velocidade das ondas da água.



Fotografia estromboscópica de uma bala movendo-se com velocidade supersônica através do ar quente gerado pela chama de uma vela.

Ondas Sonoras: Cone de Mach

As ondas de choque geradas por um avião em vôo supersônico atingirão o solo depois da passagem do avião que as está produzindo, pois esse é mais veloz. Um observador no solo ouvirá um forte estampido assim que as ondas de choque o alcançarem. Esse estampido é conhecido como 'estrondo sônico', e sua intensidade depende de vários fatores, tais como dimensões do avião, forma do avião, velocidade do vôo e altitude. Esse fenômeno pode, em certas circunstâncias, ser forte o suficiente para produzir danos materiais no solo, como quebra de vidros, rachaduras em paredes, muros e outros estragos. Essas possibilidades limitam a operação de vôos em velocidades supersônicas sobre os continentes.

