Mecânica Quântica — 7600022

Nona Lista — Teste no dia 27/6/2017

Considere o Hamiltoniano unidimensional definido pelo potencial

$$V(x) = \begin{cases} 0 & |x| < a \\ \infty & |x| > a \end{cases}$$

1. Estime a energia do estado fundamental a partir da função tentativa

$$\psi(x) = \alpha(x^2 - a^2),$$

onde α é uma constante a ser determinada.

2. Estime a energia do estado fundamental a partir da função tentativa

$$\psi(x) = \alpha(x^4 - a^4)],$$

onde α é uma constante a ser determinada por normalização.

3. Estime a energia do estado fundamental a partir da função tentativa

$$\psi(x) = \alpha x(x^2 - a^2)],$$

onde α é uma constante a ser determinada por normalização. Discuta o resultado.

Considere o Hamiltoniano unidimensional definido pelo potencial

$$V(x) = \begin{cases} 0 & |x| < a \\ V_0 & |x| > a \end{cases},$$

onde $V_0 > 0$.

4. Estime a energia do estado fundamental a partir da função tentativa

$$\psi(x) = \begin{cases} \alpha(x^2 - \bar{a}^2) & (|x| < \bar{a}) \\ 0 & (|x| > \bar{a}). \end{cases}$$

onde α é a constante de normalização e $\bar{a}$, um parâmetro variacional um parâmetro variacional, que é determinado por minimização da energia média esperada no estado $|\psi\rangle$. *Dica: encontre $\bar{a}$ antes de encontrar α.*

5. Estime a energia do estado fundamental a partir da função tentativa

$$\psi(x) = \alpha e^{-\gamma x^2},$$

onde α é a constante de normalização e γ, um parâmetro variacional.

6. Estime a energia do estado fundamental a partir da função tentativa

$$\psi(x) = \begin{cases} \alpha \operatorname{sen}(\gamma x) & (|x| < a), \\ 0 & (|x| > a), \end{cases}$$

onde α é a constante de normalização e γ, um parâmetro variacional.

7. Estime a energia do estado fundamental do átomo de hidrogênio a partir da função tentativa

$$\psi(r, \theta, \phi) = \alpha e^{-\gamma r},$$

onde α é a constante de normalização e γ, um parâmetro variacional.

8. Estime a energia do estado fundamental do átomo de hidrogênio a partir da função tentativa

$$\psi(r,\theta,\phi) = \begin{cases} \alpha(1 - r/a) & (r < a) \\ 0 & (r > a). \end{cases}$$

onde α é a constante de normalização e a, um parâmetro variacional. Compare o resultado com o do problema anterior.

9. Estime a energia do estado de energia mais baixa do átomo de hidrogênio com $\ell = 1$ e $m = 0$ a partir da função tentativa

$$\psi(r,\theta,\phi) = \alpha e^{-\gamma r} Y_1^0(\theta,\phi),$$

onde α é a constante de normalização e γ, um parâmetro variacional.

10. Estime a energia do estado de energia mais baixa do átomo de hidrogênio com $\ell = 1$ e $m = 0$ a partir da função tentativa

$$\psi(r,\theta,\phi) = \alpha r e^{-\gamma r} Y_1^0(\theta,\phi),$$

onde α é a constante de normalização e γ, um parâmetro variacional. Essa estimativa é melhor do que a do problema anterior? Explique por quê.

11. Que função tentativa você empregaria para estimar a energia do estado de energia mais baixa com momento angular ℓ e componente z igual a m.

12. Uma estudante precisa diagonalizar a matriz Hermitiana

$$[M] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0.5 \\ 1 & 3 & i \\ 0.5 & -i & -2 \end{bmatrix}.$$

Para isso, ela propõe o vetor

$$[\psi] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

como autovetor tentativo e argumenta que o menor autovalor da matriz $[M]$ será inferior a -2. Você concorda com ela? Justifique sua resposta.