

11.10 SÉRIES DE TAYLOR E DE MACLAURIN

Revisão técnica: Ricardo Miranda Martins – IMECC – Unicamp



É necessário usar uma calculadora gráfica ou computador.

1-2 Encontre a série de Maclaurin de $f(x)$ usando a definição de uma série de Maclaurin. [Suponha que f tenha expansão em uma série de potências. Não mostre que $R_n(x) \rightarrow 0$.] Também encontre o raio de convergência associado.

$$1. f(x) = \frac{1}{(1+x)^2} \quad 2. f(x) = \frac{x}{1-x}$$

3-6 Encontre a série de Taylor de $f(x)$ centrada no valor dado de a . [Suponha que f tenha expansão em uma série de potências. Não mostre que $R_n(x) \rightarrow 0$.]

$$\begin{aligned} 3. f(x) &= 1/x, \quad a = 1 \\ 4. f(x) &= \sqrt{x}, \quad a = 4 \\ 5. f(x) &= \sin x, \quad a = \pi/4 \\ 6. f(x) &= \cos x, \quad a = -\pi/4 \end{aligned}$$

7-13 Use uma série de Maclaurin na Tabela 1 para obter a série de Maclaurin da função dada.

$$\begin{aligned} 7. f(x) &= e^{3x} & 8. f(x) &= \sin 2x \\ 9. f(x) &= x^2 \cos x & 10. f(x) &= \cos(x^3) \\ 11. f(x) &= x \sin(x/2) & 12. f(x) &= xe^{-x} \\ 13. f(x) &= \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x^2} & \text{se } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{se } x = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

14-15 Encontre a série de Maclaurin de f (por qualquer método) e seu raio de convergência. Trace f e seus primeiros polinômios de Taylor na mesma tela. O que você observa sobre a relação entre esses polinômios e f ?

$$14. f(x) = 1/\sqrt{1+2x} \quad 15. f(x) = (1+x)^{-3}$$

16. Use a série de Maclaurin de $\ln(1+x)$ e para calcular $\ln 1,1$ com precisão de cinco casas decimais.

17-18 Calcule a integral indefinida como uma série infinita.

$$17. \int \sin(x^2) dx \quad 18. \int e^{x^3} dx$$

19-20 Use uma série para aproximar a integral definida com precisão de três casas decimais.

$$19. \int_0^1 \sin(x^2) dx \quad 20. \int_0^{0.5} \cos(x^2) dx$$

21. Use multiplicação ou divisão de séries de potências para encontrar os três primeiros termos diferentes de zero na série de Maclaurin de

$$y = \frac{\ln(1-x)}{e^x}$$

22-24 Encontre a soma da série.

$$\begin{aligned} 22. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{3n+1}}{n!} & \quad 23. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} \\ 24. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n(n+1)!} \end{aligned}$$

25. Mostre que $e^x > 1+x$ para todo $x > 0$.

26. Mostre que $x \geq 1 + \frac{1}{2}x^2$ para todo x .

27-32 Use a série binomial para expandir a função como uma série de potência. Diga o raio de convergência.

$$\begin{aligned} 27. \sqrt[3]{1+x^2} & \quad 28. \frac{x}{\sqrt{1-x}} \\ 29. \frac{1}{\sqrt{2+x}} & \quad 30. \frac{x^2}{\sqrt{1-x^3}} \\ 31. \left(\frac{x}{1-x} \right)^5 & \quad 32. \sqrt[3]{x-1} \end{aligned}$$

33. (a) Expanda $1/\sqrt{1+x}$ como uma série de potências.

(b) Utilize a parte (a) para estimar $1/\sqrt{1,1}$ com precisão de três casas decimais.

34. (a) Expanda $\sqrt[3]{8+x}$ como uma série de potências.

(b) Utilize a parte (a) para estimar $\sqrt[3]{8,2}$ com precisão de quatro casas decimais.