

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”
Departamento de Ciências Exatas
LCE 0220 - Cálculo II

Professoras: Renata Alcarde Sermarini e Cristiane Mariana Rodrigues da Silva
Lista de Exercício - Integrais Múltiplas

1. Inverter a ordem de integração nas integrais duplas a seguir:

a. $\int_0^4 \int_{3x^2}^{12x} f(x,y) dy dx$

b. $\int_0^1 \int_{2x}^{3x} f(x,y) dy dx$

Resp.: a. $\int_0^{48} \int_{y/12}^{\sqrt{y/3}} f(x,y) dx dy$ b. $\int_0^2 \int_{y/3}^{y/2} f(x,y) dx dy + \int_2^3 \int_{y/3}^1 f(x,y) dx dy$

2. Calcular as integrais definidas

a. $\int_0^2 \int_1^3 (x^2 y + 2xy^2) dx dy$

b. $\int_0^{\pi/4} \int_0^{\pi} [\text{sen}(x) + \cos(y)] dx dy$

Resp. a. $\frac{116}{3}$ b. $\frac{\pi}{2}(1 + \sqrt{2})$

3. Calcular $\int_D \int xy dx dy$, em que D é a região do plano limitada pelas retas $x = 2$, $y = 2$ e $y = 2 - x$. (**Resp.:** $\frac{10}{3}$)

4. Calcule o volume do sólido sob o gráfico da função $f(x,y) = x + y$ e acima do domínio dado pela inequações $0 \leq x \leq 4$ e $0 \leq y \leq 4$. (**Resp.:** 64)

5. Calcular $\int \int_D (2x - y) dx dy$, em que D é limitado pelas retas $x = 2$, $y = x$ e pela parábola $y = x^2$. (**Resp.:** $\frac{9}{10}$)

6. Calcule o volume do sólido sob o gráfico da função $f(x,y) = 5$ e acima do domínio dado pela inequações $0 \leq x \leq 4$ e $x \leq y \leq 2x$. (**Resp.:** 40)

7. Calcular $\int \int_D (x + y) dx dy$, em que D é limitado pelas retas $x = 0$, $y = 0$, $y = 1$ e $y = 2 - x$. (**Resp.:** $\frac{11}{6}$)

8. Ao calcular o volume V do sólido situado abaixo do parabolóide $z = x^2 + y^2$ e acima de uma região S do plano xoy , obteve-se a seguinte soma de integrais:

$$V = \int_0^1 \left[\int_0^y z \, dx \right] dy + \int_1^2 \left[\int_0^{2-y} z \, dx \right] dy$$

Desenhe a região S e expresse o volume V por uma soma de integrais, para as quais a ordem de integração esteja invertida. Calcule o volume V . ($V = \frac{4}{3}$)

LARA, Idemauro Antonio Rodrigues de. Cálculo Diferencial e Integral (Notas de aula).