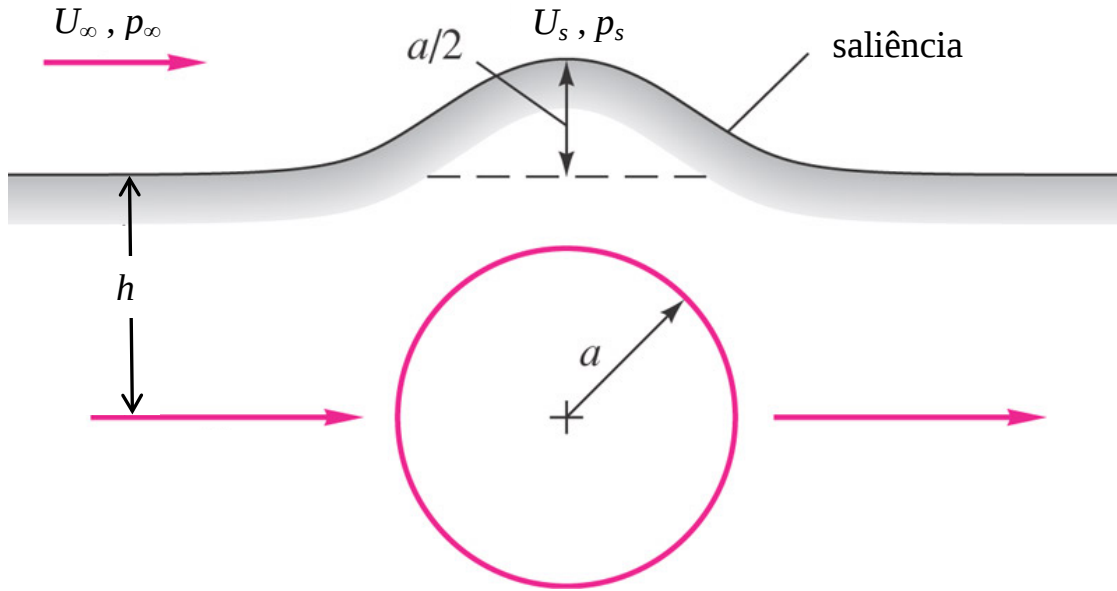


Mecânica dos Fluidos II (PME 2330)
Gabarito Terceira Prova - 2013

1. (5 pontos) Deseja-se simular o escoamento em torno de uma colina ou saliência bidimensional usando uma linha de corrente que passa acima do escoamento sobre um cilindro, como na figura. A saliência deve ter altura igual a $\frac{a}{2}$, em que a é o raio do cilindro. Qual é a elevação h dessa linha de corrente, em uma posição infinitamente afastada da saliência? Qual é a velocidade U_s e a pressão p_s na saliência, sabendo que a velocidade e pressão na corrente livre é respectivamente U_∞ e p_∞ ?



Dica: o valor da função corrente para uma posição infinitamente afastada com elevação h e para a saliência é o mesmo.

Função corrente para cilindro de raio a sem circulação mais corrente uniforme, velocidades e Bernoulli:

$$\psi = U_\infty a \sin\theta \left(\frac{r}{a} - \frac{a}{r} \right) ; \quad v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} ; \quad v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} ; \quad p + \frac{1}{2} \rho U^2 = \text{cte}$$

Solução:

Para uma posição infinitamente afastada com elevação h , $r \rightarrow \infty$ e $r \sin\theta \rightarrow h$. A função corrente na linha de corrente da saliência vale, então $\psi_s = U_\infty h$. O valor deve ser o mesmo para a posição da

saliência $r_s = h + \frac{1}{2}a$, $\theta_s = \frac{\pi}{2}$:

$$\psi_s = U_\infty h = U_\infty a \left(\frac{h + \frac{1}{2}a}{a} - \frac{a}{h + \frac{1}{2}a} \right) \Rightarrow \frac{h}{a} = \frac{3}{2} \Rightarrow h = \frac{3}{2}a \Rightarrow r_s = \frac{3}{2}a + \frac{1}{2}a = 2a$$

A distribuição de velocidade resulta:

$$v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = U_\infty \cos\theta \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) ; \quad v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} = -U_\infty \sin\theta \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right)$$

Na saliência, obtemos: $v_{r_s} = 0$; $v_{\theta_s} = -U_\infty \left(1 + \frac{1}{4} \right) = -\frac{5}{4}U_\infty$

Por Bernoulli: $p_\infty + \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 = p_s + \frac{1}{2} \rho (v_{r_s}^2 + v_{\theta_s}^2) = p_s + \frac{1}{2} \rho \frac{25}{16} U_\infty^2 \Rightarrow p_s - p_\infty = -\frac{9}{32} \rho U_\infty^2$

2. (5 pontos) Um barco fluvial com massa $m = 500 \text{ kg}$ é suportado por um hidrofólio retangular com razão de aspecto $RA = 8$ e arqueamento $\frac{h}{c} = 0,12$. Para este hidrofólio, podemos considerar: $C_L = \frac{2\pi(\alpha + \beta)}{1 + 2/RA}$, onde $\beta = 2\frac{h}{c}$ e os ângulos α e β nas equações são fornecidos em radianos. Por meio de um sistema de controle, o ângulo de ataque α é ajustado para as diferentes condições de operação. Se o barco navega a uma velocidade $U_\infty = 8 \text{ m/s}$, $\alpha = 3,5^\circ$ e supondo que as forças de arrasto e sustentação se devem só ao aerofólio, avalie:

- O comprimento da corda c . (1,5 pontos)
- A potência efetiva em cavalos (HP) requerida se o coeficiente de arrasto para razão de aspecto infinita resulta $C_{D_\infty} = 0,01$. (1,5 pontos)
- Se o barco for reequipado com um motor que fornece uma potência efetiva de $\dot{W} = 100 \text{ HP}$ para a água, calcular a velocidade máxima. (2 pontos)

Admita para os cálculos que a massa específica, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ e $1 \text{ HP} = 745,7 \text{ W}$.

Formulário: L : Força de sustentação; D : Força de arrasto; $RA = \frac{b^2}{A_p}$; $C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi RA}$ (arrasto induzido)

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A_p}, \quad C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A_p}, \quad C_D = C_{D_\infty} + C_{Di} = C_{D_\infty} + \frac{C_L^2}{\pi RA}, \quad A_p = bc$$

Solução:

a) No caso, temos $\alpha = 3,5^\circ = 0,061 \text{ rad}$, $\beta = 2\frac{h}{c} = 0,24 \text{ rad}$. Logo: $C_L = \frac{2\pi \times (0,061 + 0,24)}{1 + \frac{2}{8}} = 1,51$

Com esse resultado, resulta: $C_L = \frac{mg}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A_p} \Rightarrow A_p = \frac{mg}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 C_L}$; $A_p = \frac{500 \times 9,81}{\frac{1}{2} \times 1000 \times 8^2 \times 1,51} = 0,102 \text{ m}^2$

Da razão de aspecto: $b = (A_p RA)^{1/2}$; $b = (0,102 \times 8)^{1/2} = 0,9 \text{ m}$; $c = \frac{A_p}{b}$; $c = \frac{0,102}{0,9} \text{ m} = 0,11 \text{ m}$

b) O coeficiente de arrasto induzido é dado por: $C_{Di} = \frac{1,51^2}{\pi \times 8} = 0,09$

O coeficiente de arrasto total é dado por: $C_D = C_{Di} + C_{D_\infty}$; $C_D = 0,09 + 0,01 = 0,10$

A potência é dada por: $\dot{W} = D \times U = \frac{1}{2}\rho U^3 A C_D$; $\dot{W} = \frac{1}{2} \times 1000 \times 8^3 \times 0,102 \times 0,10 = 2611 \text{ W} = 3,5 \text{ HP}$

c) A nova velocidade resultará da solução de duas equações:

$$\dot{W} = \frac{1}{2}\rho U^3 A \left(C_{D_\infty} + \frac{C_L^2}{\pi RA} \right) \quad (1) \quad \text{e} \quad mg = \frac{1}{2}\rho U^2 A C_L \quad (2)$$

Substituindo os dados do problema: $1463 = U^3 \left(0,01 + \frac{C_L^2}{25,13} \right) \quad (1) \quad \text{e} \quad 96,18 = U^2 C_L \quad (2)$

Resolvendo para U e C_L , resultam $U = 52,7 \text{ m/s}$ e $C_L = 0,035$.