

Geometria Analítica

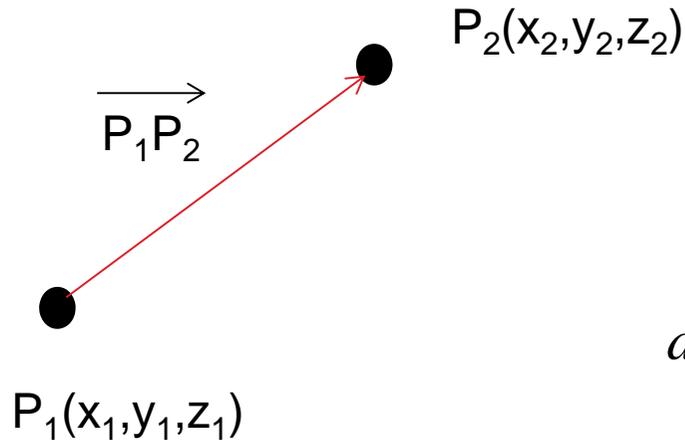
Distâncias

Prof. Dr. Lucas Barboza Sarno da Silva

Sumário

- **Distância entre dois pontos**
- **Distância de um ponto a uma reta**
- **Distância entre duas retas**
- **Distância de um ponto a um plano**
- **Distância entre dois planos**
- **Distância de uma reta a um plano**

Distância entre dois pontos

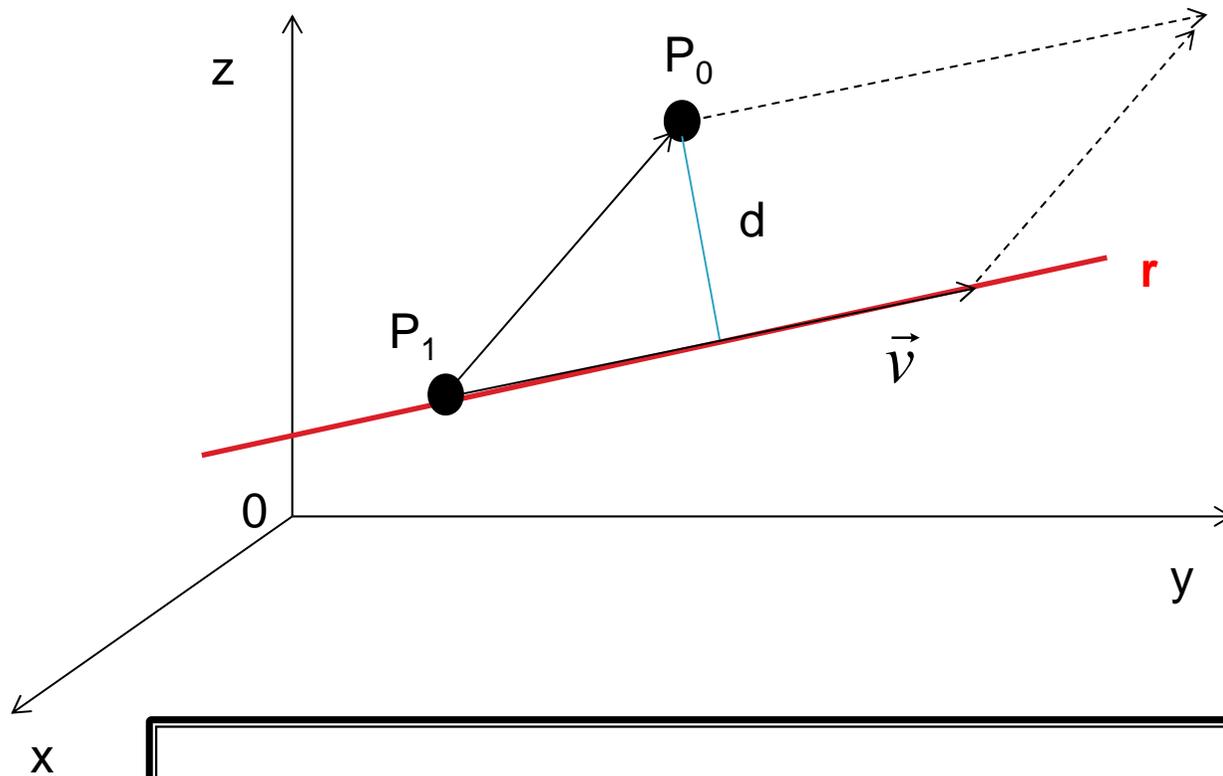


$$d(P_1, P_2) = \|\overrightarrow{P_1P_2}\|$$

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

A distância d entre os pontos $P_1(x_1, y_1, z_1)$ e $P_2(x_2, y_2, z_2)$ é a norma do vetor $\overrightarrow{P_1P_2}$.

Distância de um ponto a uma reta



Área:

$$A = \|\vec{v}\|d$$

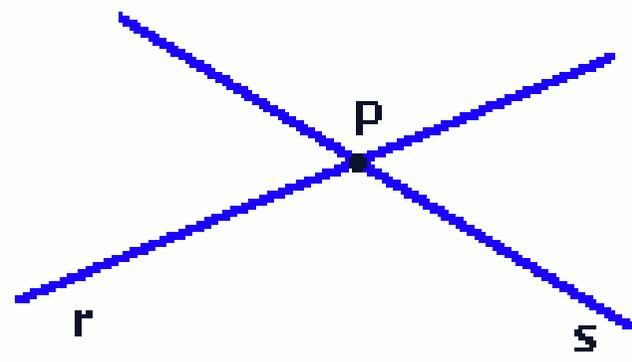
Produto vetorial:

$$A = \|\vec{v} \times \overrightarrow{P_1P_0}\|$$

Distância de um ponto a uma reta:
$$d(P_0, r) = \frac{\|\vec{v} \times \overrightarrow{P_1P_0}\|}{\|\vec{v}\|}$$

Distância entre duas retas

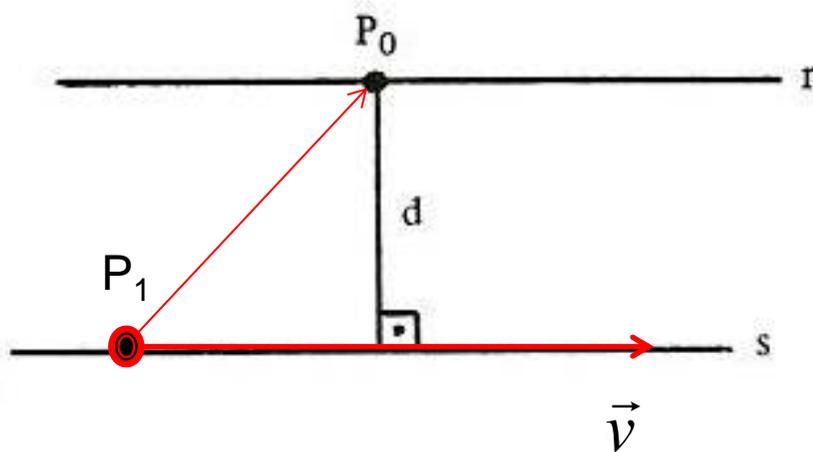
➤ Retas concorrentes



A distância d entre duas retas r e s concorrentes é nula, por definição.

Distância entre duas retas

➤ Retas paralelas

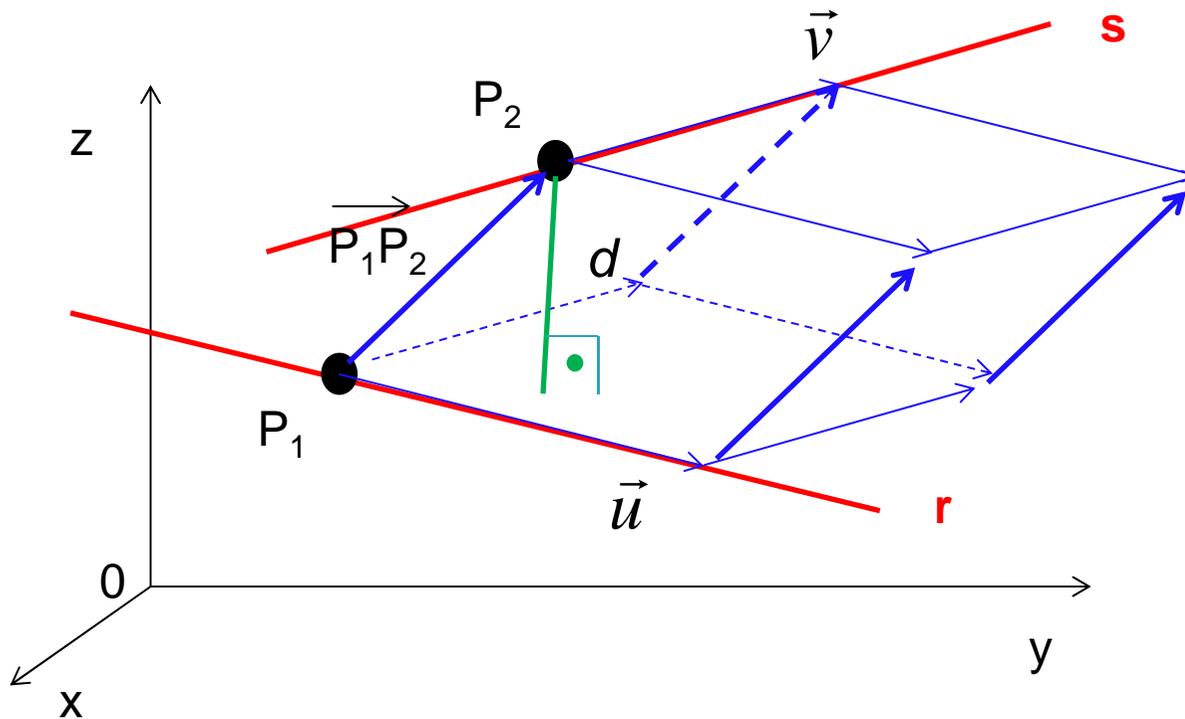


A distância entre duas retas paralelas se reduz ao cálculo da distância de um ponto a uma reta.

$$d(r, s) = \frac{\|\vec{v} \times \overrightarrow{P_1 P_0}\|}{\|\vec{v}\|}$$

Distância entre duas retas

➤ Retas reversas



$$r \begin{cases} P_1(x_1, y_1, z_1) \\ \vec{u} = (a_1, b_1, c_1) \end{cases}$$

$$s \begin{cases} P_2(x_2, y_2, z_2) \\ \vec{v} = (a_2, b_2, c_2) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{P_1P_2} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

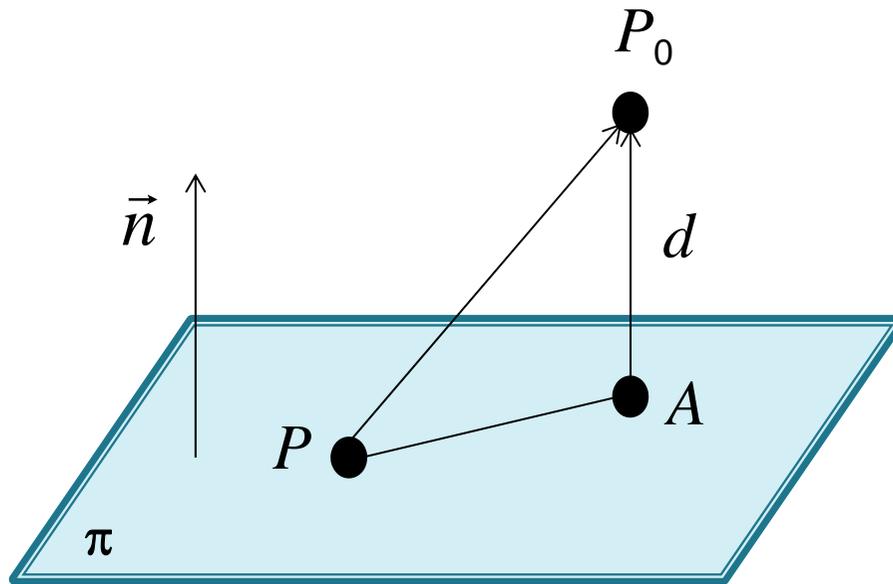
Volume do
paralelepípedo:

$$\rightarrow V = \|\vec{u} \times \vec{v}\| d$$

$$\rightarrow V = |(\vec{u}, \vec{v}, \overrightarrow{P_1P_2})|$$

$$d(r, s) = \frac{|(\vec{u}, \vec{v}, \overrightarrow{P_1P_2})|}{\|\vec{u} \times \vec{v}\|}$$

Distância de um ponto a um plano



$$P_0(x_0, y_0, z_0)$$

$$\pi: ax + by + cz + d = 0$$

$$\vec{n} = (a, b, c)$$

$$P(x, y, z)$$

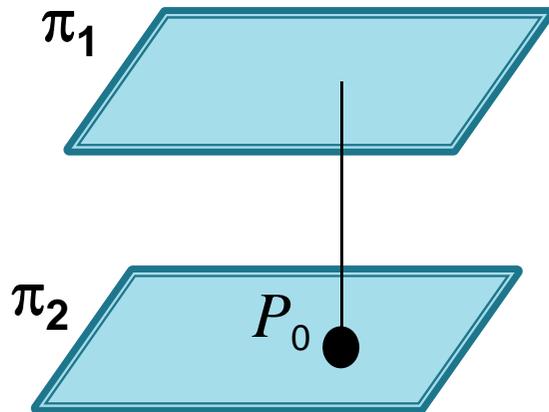
$$d(P_0, \pi) = \|\vec{AP}_0\|$$

$$d(P_0, \pi) = \|\vec{AP}_0\| = \frac{|\vec{PP}_0 \cdot \vec{n}|}{\|\vec{n}\|}$$

$$d(P_0, \pi) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Distância entre dois planos

- A distância entre dois planos é definida somente quando os planos forem paralelos.



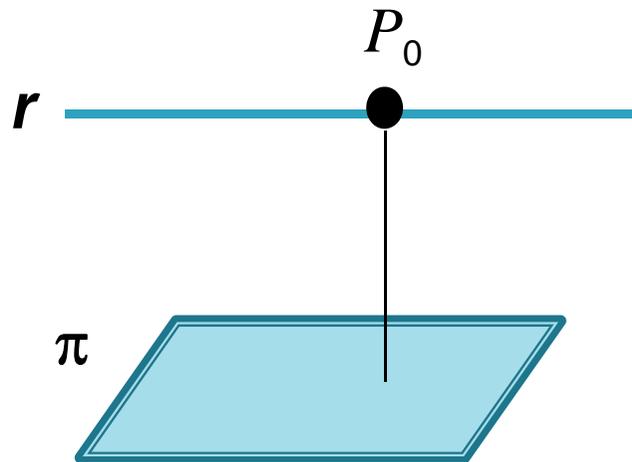
$$d(\pi_1, \pi_2) = d(P_0, \pi_2) \quad \text{com} \quad P_0 \in \pi_1$$

ou

$$d(\pi_1, \pi_2) = d(P_0, \pi_1) \quad \text{com} \quad P_0 \in \pi_2$$

Distância de uma reta a um plano

- A distância entre uma reta a um plano é definida somente quando a reta é paralela ao plano.



$$d(r, \pi) = d(P_0, \pi)$$