Introdução ao Projeto de Cames

Sumário

PMR-EPUSP PMR-EPUSP PMR-EPUSP PMR-EPUSP PMR-EPUSP

1 Introdução

Cames são mecanismos compactos utilizados para movimentos cíclicos com deslocamentos de pequena amplitude, normalmente com intervalos de repouso. Comparado aos mecanismos planos de 4 barras, seu custo pode ser mais alto pois seu perfil complexo encarece a fabricação. Entretanto, os cames têm a vantagem de oferecer intervalos de repouso justapostos aos movimentos alternados, difíceis de serem obtidos com mecanismos de 4 barras.

Esta apostila visa dar uma noção introdutória de projeto de cames. Serão abordados com certa profundidade dois métodos convenientes de projeto de cames com seguidor tipo rolete: com perfis de cames baseados em curvas tipo ciclóide e polinômio.

A figura 1 mostra meio ciclo do movimento linear alternado de um seguidor e seu came. Note o formato oval popular em cames, enquanto que o seguidor tipo rolete possui uma mola para forçar o contato com a superfície do came. Nesse caso, o seguidor descreve um movimento alternado na vertical, com amplitude H dada pela diferença entre o ponto da superfície do came mais afastado do seu centro e o ponto da superfície do came mais próximo do centro. Note, também, que a figura mostra um caso particular em que a linha de movimentação do seguidor passa pelo centro de rotação do came (ou seja, não ocorre desalinhamento).

Já a figura 2 mostra uma configuração genérica de um came com seguidor tipo rolete, com a respectiva nomenclatura. O *raio de base* representa a circunferência com centro no pivô do came e com raio até a superfície do came mais próxima do centro.

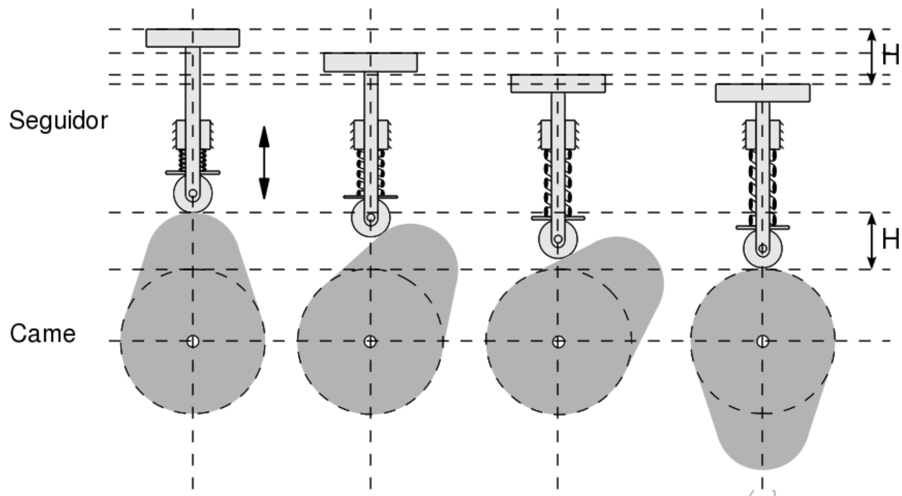

Figura 1: Meio ciclo de movimentação (descida) de um came com seguidor tipo rolete.

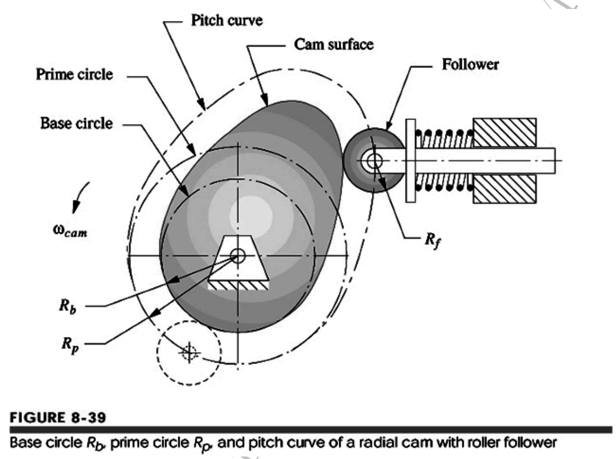

Figura 2: Configuração e nomenclatura utilizada em pares came-seguidor. Referência: Norton.

2 Metodologia de Projeto

A primeira fase de projeto consiste na interpretação dos requisitos para encontrar as condições de contorno das equações do perfil do came, o período e a velocidade uniforme de rotação do came. A segunda fase consiste na elaboração dos diagramas deslocamento-velocidade-aceleração-tranco (SVAJ). A terceira fase consiste na determinação das equações de deslocamento, velociade, aceleração e tranco para as etapas de movimento alternado (subida-descida ou movimento lateral) do seguidor.

A parte mais complexa do projeto consiste, basicamente, na determinação do perfil do came através de equações. Esse perfil é obtido do diagrama de deslocamento superposto a uma 'circunferência de base' ou a uma 'circunferência primitiva'.

Nesta apostila será considerado o projeto de um mecanismo came-seguidor através de um exemplo em que um seguidor do tipo rolete realize ciclicamente a seguinte sequência de movimentos lineares alternados: a)repouso na posição mais baixa durante um intervalo de 2s; b)subida até uma posição elevada de uma altura h num intervalo de 1s; c)repouso na posição mais alta durante um intervalo de

PMR-EPUSP

3s; d)descida até a posição mais baixa durante um intervalo de 2s.

Para simplificar vamos considerar que a linha de movimentação do seguidor passe pelo centro de rotação do came, ou seja, não há excentricidade entre o came e o seguidor.

2.1 Divisão do Movimento em Etapas

Neste exemplo:

Etapa I: Repouso, posição baixa, $t_I = 2$s.

Etapa II: Subida até altura h, $t_{II} = 1$s.

Etapa III: Repouso, posição alta, $t_{III} = 3$s.

Etapa IV: Descida até a posição baixa, $t_{IV} = 2$s.

O período T deste movimento cíclico será:

$$T = t_I + t_{II} + t_{III} + t_{IV} = 2 + 1 + 3 + 2 = 8\text{s} \tag{2.1}$$

E a velocidade angular correspondente, supondo o movimento do eixo do came circular uniforme, será:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}\text{rad/s} = 45°/\text{s} \tag{2.2}$$

Como o movimento é cíclico (periódico), também é possível utilizar uma variável angular ao invés do tempo. Seja θ a variável global de posição angular, sendo que $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Assim, para cada etapa encontra-se o intervalo angular correspondente a sua parcela do ciclo:

Etapa I: $\beta_I = \frac{2}{8}360° = 90° = \frac{\pi}{2}\text{rad}$

Etapa II: $\beta_{II} = \frac{1}{8}360° = 45° = \frac{\pi}{4}\text{rad}$

Etapa III: $\beta_{III} = \frac{3}{8}360° = 135° = \frac{3\pi}{4}\text{rad}$

Etapa IV: $\beta_{IV} = \frac{2}{8}360° = 90° = \frac{\pi}{2}\text{rad}$

Ao invés de trabalhar com a variável global θ, é mais prático definir uma *variável local* de posição angular, γ, válida apenas no intervalo considerado. Assim, é possível encontrar uma equação de perfil do came para cada etapa de subida ou descida em função da variável local γ. Isso será visto mais adiante.

Supondo o movimento do came com velocidade de rotação uniforme para simplificar, a relação entre ângulo local γ e tempo local t é dada por:

$$\gamma = \omega t \tag{2.3}$$

E, também, valem as relações das derivadas:

$$\frac{d\gamma}{dt} = \omega \tag{2.4}$$

$$d\gamma = \omega dt \tag{2.5}$$

Os intervalos a considerar para cada etapa serão:

- Etapa I (repouso em 0): $0 \leq \gamma \leq \beta_I$ ou $0 \leq t \leq \frac{\beta_I}{\omega}$
- Etapa II (subida): $0 \leq \gamma \leq \beta_{II}$ ou $0 \leq t \leq \frac{\beta_{II}}{\omega}$
- Etapa III (repouso em H): $0 \leq \gamma \leq \beta_{III}$ ou $0 \leq t \leq \frac{\beta_{III}}{\omega}$
- Etapa IV (descida): $0 \leq \gamma \leq \beta_{IV}$ ou $0 \leq t \leq \frac{\beta_{IV}}{\omega}$

PMR-EPUSP PMR-EPUSP PMR-EPUSP PMR-EPUSP PMR-EPUSP

2.2 Diagrama SVAJ

O próximo passo é começar a preparar o Diagrama SVAJ (S deslocamento, V velocidade, A aceleração, J tranco - jerk). O tranco é considerado como a primeira derivada da aceleração.

Considerando que a velocidade, a aceleração e o tranco são nulos por todo o intervalo das etapas de repouso, começamos o diagrama pelas etapas de repouso, figura 3.

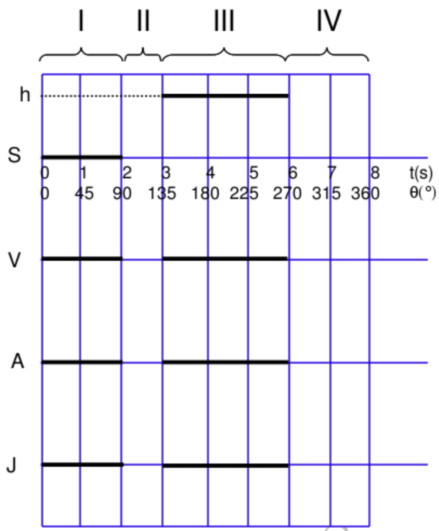

Figura 3: Início da preparação do Diagrama SVAJ, com os intervalos de repouso.

Note as etapas bem definidas no diagrama, de acordo com os intervalos β definidos anteriormente. Note, também, que o diagrama para deslocamento (S) apresenta uma região de repouso em zero e outra região de repouso em h.

2.3 Condições de Contorno

As condições de contorno são estabelecidas com a ajuda do Diagrama SVAJ, como na figura 4.

Sempre existirão 8 condições de contorno tanto para a subida como para a descida.

As condições de contorno, considerando as *variáveis locais* de ângulo γ em cada intervalo, são:

Subida (etapa II)

$S(0) = 0$	$S(\beta_{II}) = h$
$V(0) = 0$	$V(\beta_{II}) = 0$
$A(0) = 0$	$A(\beta_{II}) = 0$
$J(0) = 0$	$J(\beta_{II}) = 0$

Descida (etapa IV)

$S(0) = h$	$S(\beta_{IV}) = 0$
$V(0) = 0$	$V(\beta_{IV}) = 0$
$A(0) = 0$	$A(\beta_{IV}) = 0$
$J(0) = 0$	$J(\beta_{IV}) = 0$

Considerando as *variáveis locais* de tempo t em cada intervalo:

Subida (etapa II)

PMR-EPUSP

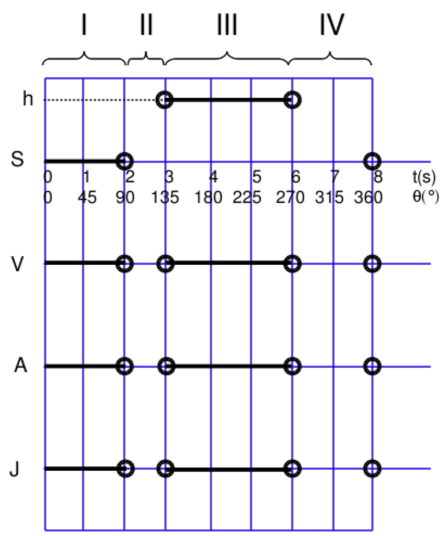

Figura 4: Condições de Contorno no Diagrama SVAJ.

$S(t = 0) = 0$ $\quad\quad$ $S(t = \frac{\beta_{II}}{\omega}) = h$

$V(t = 0) = 0$ $\quad\quad$ $V(t = \frac{\beta_{II}}{\omega}) = 0$

$A(t = 0) = 0$ $\quad\quad$ $A(t = \frac{\beta_{II}}{\omega}) = 0$

$J(t = 0) = 0$ $\quad\quad$ $J(t = \frac{\beta_{II}}{\omega}) = 0$

<u>Descida</u> (etapa IV)

$S(t = 0) = h$ $\quad\quad$ $S(t = \frac{\beta_{IV}}{\omega}) = 0$

$V(t = 0) = 0$ $\quad\quad$ $V(t = \frac{\beta_{IV}}{\omega}) = 0$

$A(t = 0) = 0$ $\quad\quad$ $A(t = \frac{\beta_{IV}}{\omega}) = 0$

$J(t = 0) = 0$ $\quad\quad$ $J(t = \frac{\beta_{IV}}{\omega}) = 0$

3 Equacionamento do Perfil do Came pela Curva Cicloidal

Todo projeto adequado de came deve garantir pelo menos a condição de continuidade em todos os pontos dos diagramas para deslocamento, velocidade e aceleração. A condição de continuidade no tranco pode ser descartada na maioria dos projetos para baixas e médias velocidades. Entretanto, se a velocidade do came for muito alta e se for imprescindível evitar vibrações, então também será necessário impor condição de continuidade para o tranco por todo o ciclo. O método que utiliza a curva cicloidal não impõe continuidade para o tranco.

Nesse método, o ponto de partida é impor uma curva senoidal para a aceleração de forma a satisfazer as condições de contorno. A partir daí, a equação para velocidade é encontrada por integração da equação da aceleração. A curva do deslocamento, por sua vez, é encontrada por integração da curva da velocidade.

PMR-EPUSP

Assim, para a subida ou descida, impõe-se uma aceleração do tipo senoidal:

$$A(\gamma) = C_0 sin(2\pi \frac{\gamma}{\beta}) \tag{3.1}$$

Integração da aceleração para encontrar a velocidade. Lembrar que deve ser feita a integração no tempo. Atenção nas variáveis! Substituindo a equação 2.3 na equação 3.1:

$$A(t) = C_0 sin(2\pi \frac{\omega t}{\beta}) \tag{3.2}$$

Então,

$$V(t) = -C_0 \frac{\beta}{2\pi\omega} cos(2\pi \frac{\gamma}{\beta}) + C_1 = -C_0 \frac{\beta}{2\pi\omega} cos(2\pi \frac{\omega t}{\beta}) + C_1 \tag{3.3}$$

$$S(t) = -C_0 \frac{\beta^2}{4\pi^2\omega^2} sin(2\pi \frac{\gamma}{\beta}) + C_1 \frac{\gamma}{\omega} + C_2 = -C_0 \frac{\beta^2}{4\pi^2\omega^2} sin(2\pi \frac{\omega t}{\beta}) + C_1 \frac{\omega t}{\omega} + C_2 \tag{3.4}$$

Note que a equação 3.4 de deslocamento na subida (ou na descida) é formada pela superposição de duas curvas simples: uma senóide e uma reta. Assim, essa curva recebe o nome de "ciclóide".

Note, também, que existem 3 constantes a determinar. Portanto, é necessário que sejam escolhidas apenas 3 condições de contorno para formar um sistema de 3 equações lineares a 3 incógnitas.

As seguintes condições de contorno e respectivas equações podem ser escolhidas para a **subida**:

$$V(t=0) = 0 \quad \Longrightarrow \quad -\frac{\beta_{II}}{2\pi\omega} C_0 + C_1 = 0$$

$$S(t=0) = 0 \quad \Longrightarrow \quad C_2 = 0$$

$$S(t = \tfrac{\beta_{II}}{\omega}) = h \quad \Longrightarrow \quad \frac{\beta_{II}}{\omega} C_1 + C_2 = h$$

O sistema de equações resultantes para a subida será:

$$\begin{bmatrix} -\frac{\beta_{II}}{2\pi\omega} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{\beta_{II}}{\omega} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

Portanto,

$$C_0 = \frac{2\pi h\omega^2}{\beta_{II}^2} = \frac{2\pi h\omega^2}{\beta_{subida}^2}$$

$$C_1 = \frac{h\omega}{\beta_{II}} = \frac{h\omega}{\beta_{subida}}$$

$$C_2 = 0$$

PMR-EPUSP PMR-EPUSP PMR-EPUSP PMR-EPUSP PMR-EPUSP

As seguintes condições de contorno e respectivas equações podem ser escolhidas para a **descida**:

$$V(t=0)=0 \quad \Longrightarrow \quad -\frac{\beta_{IV}}{2\pi\omega}C_0 + C_1 = 0$$

$$S(t=0)=h \quad \Longrightarrow \quad C_2 = h$$

$$S(t=\tfrac{\beta_{IV}}{\omega})=0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{\beta_{IV}}{\omega}C_1 + C_2 = 0$$

O sistema de equações resultantes para a descida será:

$$\begin{bmatrix} -\frac{\beta_{IV}}{2\pi\omega} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{\beta_{IV}}{\omega} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ h \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

Portanto,

$$C_0 = -\frac{2\pi h\omega^2}{\beta_{IV}^2} = -\frac{2\pi h\omega^2}{\beta_{descida}^2}$$

$$C_1 = -\frac{h\omega}{\beta_{IV}} = -\frac{h\omega}{\beta_{descida}}$$

$$C_2 = h$$

Após o cálculo das constantes, basta substituir nas equações de deslocamento, velocidade e aceleração e plotar as curvas correspondentes.

Lembre que o tranco é a derivada da aceleração. No caso,

$$J(t) = C_0\frac{2\pi\omega}{\beta}cos(2\pi\frac{\gamma}{\beta}) = C_0\frac{2\pi\omega}{\beta}cos(2\pi\frac{\omega t}{\beta}) \tag{3.7}$$

Atribuindo valores numéricos, raio de base 4 cm e altura $h = 1$ cm, e supondo movimento no sentido anti-horário, os valores obtidos para as constantes neste exemplo foram: <u>subida</u> $C_0 = 2\pi$, $C_1 = 1$, $C_2 = 0$; <u>descida</u> $C_0 = -\pi/2$, $C_1 = -0.5$, $C_2 = 1$. Os resultados do projeto do came podem ser vistos na figura 5 e na figura 6. Note que o gráfico de posição na figura 6 mostra as curvas cicloidais de subida e descida como sendo a superposição (soma) de duas curvas: uma reta e uma senóide, desenhadas em vermelho.

PMR-EPUSP PMR-EPUSP PMR-EPUSP PMR-EPUSP PMR-EPUSP

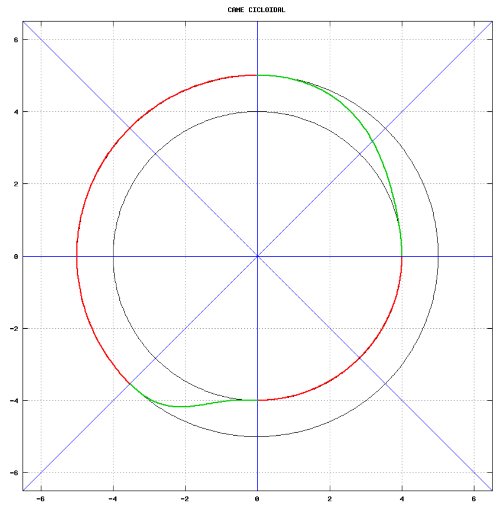

Figura 5: Perfil do came obtido no projeto usando ciclóide.

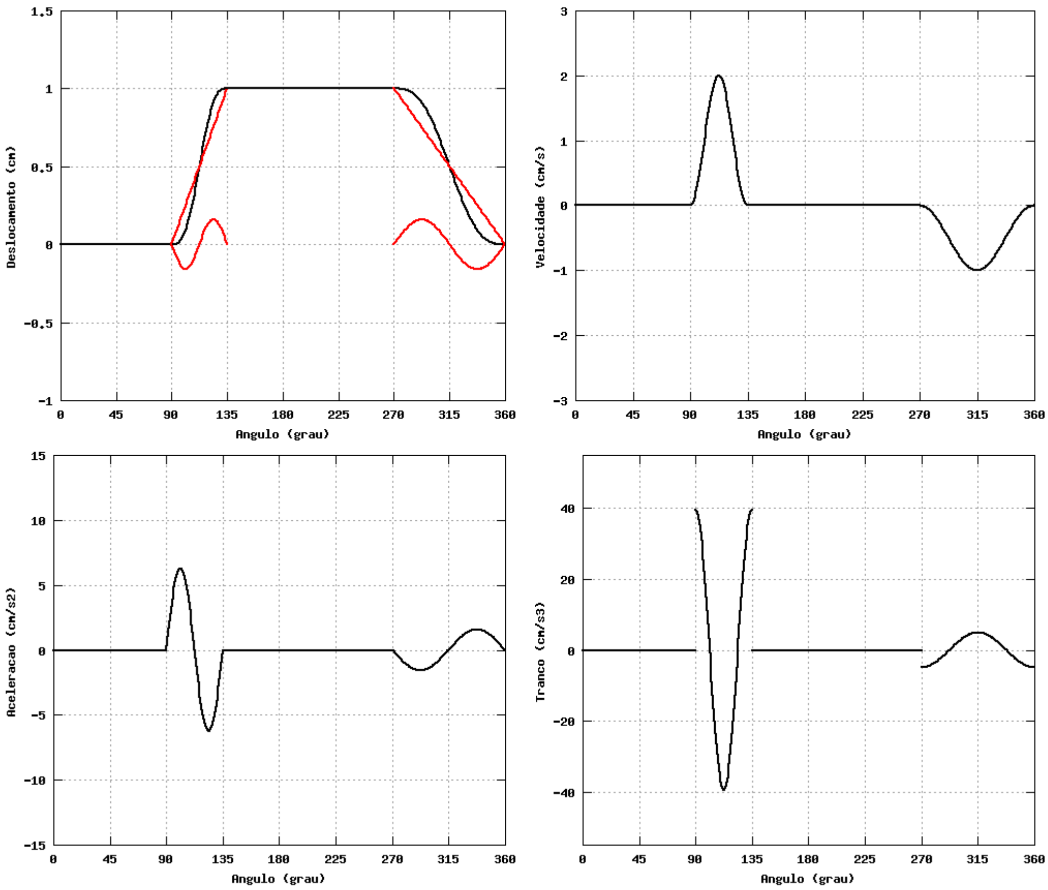

Figura 6: Diagramas com as curvas obtidas no projeto usando ciclóide.

PMR-EPUSP
PMR-EPUSP
PMR-EPUSP

4 Influência do Valor do Raio da Circunferência de Base

No exemplo resolvido foi atribuído um valor de raio de base igual a 4 cm para uma altura de elevação de 1 cm. Ver figura 5.

Aumentando-se o raio da circunferência de base é possível obter perfis mais suaves. A figura 7 mostra os perfis de cames resultantes para $h = 1$ cm e raio de base entre 2 cm e 8 cm. Note que o came com raio de base 8 cm tem curvas muito mais suaves (principalmente para a etapa de subida) do que o came com raio de base 2 cm. Entretanto, note que o tamanho do came aumenta.

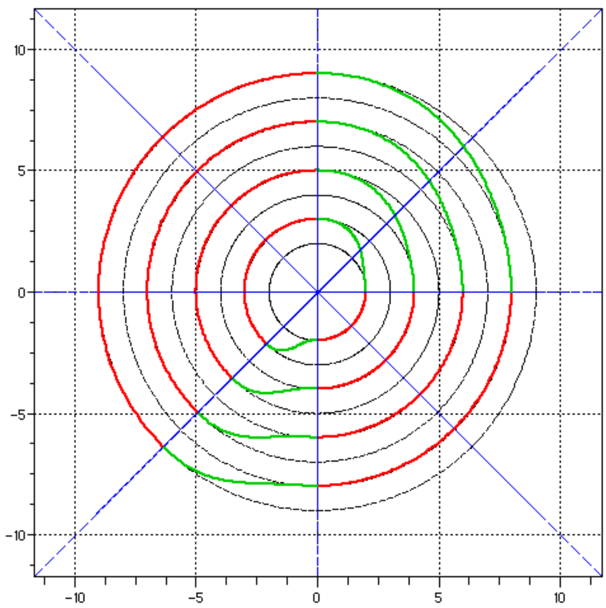

Figura 7: Influência do raio da circunferência de base no came do exemplo resolvido.

PMR-EPUSP
PMR-EPUSP
PMR-EPUSP

5 Equacionamento do Perfil do Came por Polinômios

Outro método bastante interessante para projeto de perfil de cames é por uso de polinômios. Este método permite, inclusive, continuidade no tranco. Entretanto, é mais trabalhoso que o método por curva cicloidal.

Um polinômio genérico de ordem n na variável γ pode ser representado por:

$$P(\gamma) = C_0 + C_1(\frac{\gamma}{\beta}) + C_2(\frac{\gamma}{\beta})^2 + C_3(\frac{\gamma}{\beta})^3 + C_4(\frac{\gamma}{\beta})^4 + \ldots + C_n(\frac{\gamma}{\beta})^n \tag{5.1}$$

Note que um polinômio de ordem n possui $n+1$ coeficientes C. O método consiste em usar para a função de deslocamento S um polinômio de ordem tal que o número de seus coeficientes a determinar seja igual ao número de condições de contorno. No exemplo visto nesta apostila, há 6 condições de contorno para garantir continuidade até a aceleração, ou 8 condições de contorno para garantir continuidade até o tranco. Assim, deve ser usado um polinômio de ordem 5 ou de ordem 7, respectivamente.

Como exemplo, veremos o mesmo projeto proposto anteriormente mas, agora, garantindo continuidade até o tranco. Devem ser escolhidos polinômios de ordem 7 tanto para a subida como para a descida, pois essas etapas apresentam 8 condições de contorno cada.

$$S(\gamma) = C_0 + C_1\left(\frac{\gamma}{\beta}\right) + C_2\left(\frac{\gamma}{\beta}\right)^2 + C_3\left(\frac{\gamma}{\beta}\right)^3 + C_4\left(\frac{\gamma}{\beta}\right)^4 + C_5\left(\frac{\gamma}{\beta}\right)^5 + C_6\left(\frac{\gamma}{\beta}\right)^6 + C_7\left(\frac{\gamma}{\beta}\right)^7 \tag{5.2}$$

Lembrando que $\gamma = \omega t$:

$$S(t) = C_0 + C_1\left(\frac{\omega t}{\beta}\right) + C_2\left(\frac{\omega t}{\beta}\right)^2 + C_3\left(\frac{\omega t}{\beta}\right)^3 + C_4\left(\frac{\omega t}{\beta}\right)^4 + C_5\left(\frac{\omega t}{\beta}\right)^5 + C_6\left(\frac{\omega t}{\beta}\right)^6 + C_7\left(\frac{\omega t}{\beta}\right)^7 \tag{5.3}$$

A velocidade é a derivada no tempo do deslocamento. A aceleração é a derivada no tempo da velocidade. O tranco (jerk) é a derivada no tempo da aceleração. Então:

$$V(t) = \frac{\omega}{\beta}\left[C_1 + 2C_2\left(\frac{\omega t}{\beta}\right) + 3C_3\left(\frac{\omega t}{\beta}\right)^2 + 4C_4\left(\frac{\omega t}{\beta}\right)^3 + 5C_5\left(\frac{\omega t}{\beta}\right)^4 + \right.$$
$$\left. + 6C_6\left(\frac{\omega t}{\beta}\right)^5 + 7C_7\left(\frac{\omega t}{\beta}\right)^6\right] \tag{5.4}$$

$$A(t) = \frac{\omega^2}{\beta^2}\left[2C_2 + 6C_3\left(\frac{\omega t}{\beta}\right) + 12C_4\left(\frac{\omega t}{\beta}\right)^2 + 20C_5\left(\frac{\omega t}{\beta}\right)^3 + \right.$$
$$\left. + 30C_6\left(\frac{\omega t}{\beta}\right)^4 + 42C_7\left(\frac{\omega t}{\beta}\right)^5\right] \tag{5.5}$$

$$J(t) = \frac{\omega^3}{\beta^3}\left[6C_3 + 24C_4\left(\frac{\omega t}{\beta}\right) + 60C_5\left(\frac{\omega t}{\beta}\right)^2 + 120C_6\left(\frac{\omega t}{\beta}\right)^3 + 210C_7\left(\frac{\omega t}{\beta}\right)^4\right] \tag{5.6}$$

PMR-EPUSP PMR-EPUSP PMR-EPUSP PMR-EPUSP PMR-EPUSP

Assim, teremos que resolver os seguintes sistemas para encontrar os coeficientes dos polinômios correspondentes:

Subida:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{\omega}{\beta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\omega}{\beta} & \frac{2\omega}{\beta} & \frac{3\omega}{\beta} & \frac{4\omega}{\beta} & \frac{5\omega}{\beta} & \frac{6\omega}{\beta} & \frac{7\omega}{\beta} \\ 0 & 0 & \frac{2\omega^2}{\beta^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2\omega^2}{\beta^2} & \frac{6\omega^2}{\beta^2} & \frac{12\omega^2}{\beta^2} & \frac{20\omega^2}{\beta^2} & \frac{30\omega^2}{\beta^2} & \frac{42\omega^2}{\beta^2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{6\omega^3}{\beta^3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{6\omega^3}{\beta^3} & \frac{24\omega^3}{\beta^3} & \frac{60\omega^3}{\beta^3} & \frac{120\omega^3}{\beta^3} & \frac{210\omega^3}{\beta^3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \\ C_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ h \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5.7}$$

Assim,

$$C_0 = C_1 = C_2 = C_3 = 0$$

$$C_4 = 35 \quad C_5 = -84 \quad C_6 = 70 \quad C_7 = -20$$

Descida:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{\omega}{\beta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\omega}{\beta} & \frac{2\omega}{\beta} & \frac{3\omega}{\beta} & \frac{4\omega}{\beta} & \frac{5\omega}{\beta} & \frac{6\omega}{\beta} & \frac{7\omega}{\beta} \\ 0 & 0 & \frac{2\omega^2}{\beta^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2\omega^2}{\beta^2} & \frac{6\omega^2}{\beta^2} & \frac{12\omega^2}{\beta^2} & \frac{20\omega^2}{\beta^2} & \frac{30\omega^2}{\beta^2} & \frac{42\omega^2}{\beta^2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{6\omega^3}{\beta^3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{6\omega^3}{\beta^3} & \frac{24\omega^3}{\beta^3} & \frac{60\omega^3}{\beta^3} & \frac{120\omega^3}{\beta^3} & \frac{210\omega^3}{\beta^3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \\ C_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5.8}$$

Assim,

$$C_0 = 1 \quad C_1 = C_2 = C_3 = 0$$

$$C_4 = -35 \quad C_5 = 84 \quad C_6 = -70 \quad C_7 = 20$$

Para o exemplo numérico em que o raio de base é 4 cm e a elevação é de 1 cm, teremos os resultados mostrados na figura 8.

PMR-EPUSP PMR-EPUSP PMR-EPUSP PMR-EPUSP PMR-EPUSP

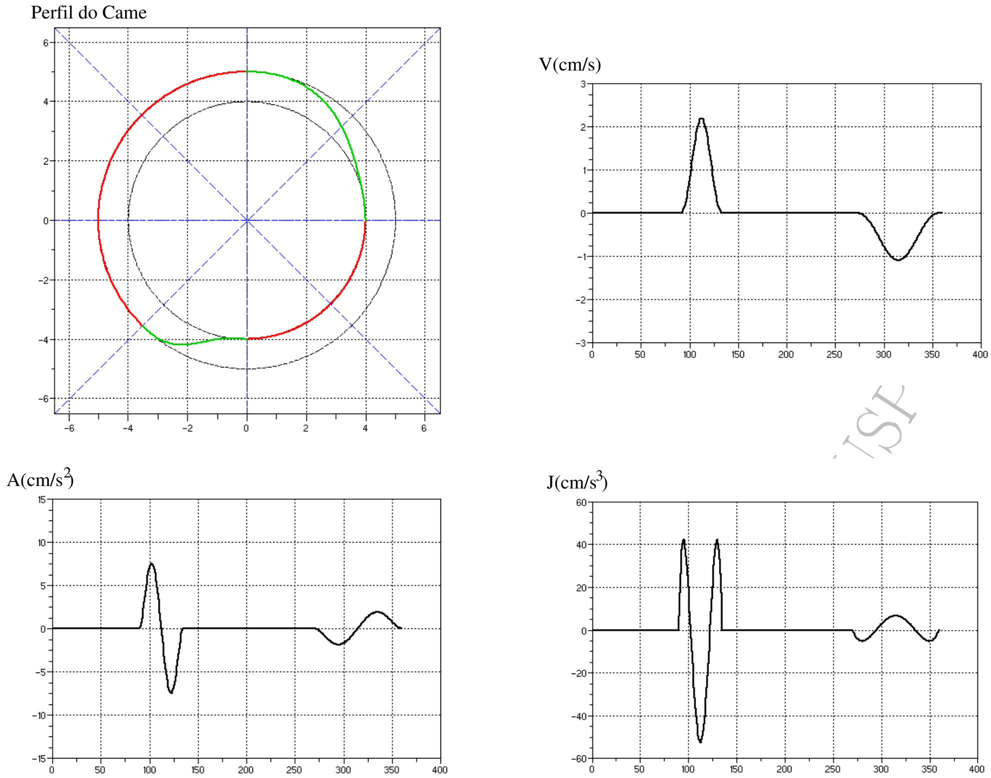

Figura 8: Resultados para o projeto usando polinômio e continuidade de tranco.

6 Projeto de Came com Apenas uma Etapa de Repouso

Em alguns casos é necessário projetar um came para a seguinte sequência: repouso - subida - descida (o repouso ocorre na parte mais baixa do deslocamento). Ou repouso - descida - subida (o repouso ocorre na parte mais elevada). Há apenas uma etapa de repouso. É preciso considerar se o tempo de subida é igual ao de descida, ou se os tempos são diferentes.

Caso os tempos de subida e descida sejam iguais, a curva será simétrica e o projeto será muito mais simples. Se a escolha for por curva cicloidal, podem ser obtidas as equações para uma das etapas (subida, por exemplo) e o resultado pode ser rebatido (refletido) para a outra etapa. Se a escolha for por curva polinomial, é possível juntar a subida e a descida numa única etapa e considerar um único polinômio; as condições de contorno ficam (sequência subida-descida):

$S(0) = 0; \quad S(\frac{\beta}{2}) = h; \quad S(\beta) = 0$

$V(0) = 0; \quad V(\beta) = 0\ A(0) = 0; \quad A(\beta) = 0$

Assim, com 7 condições de contorno, deve-se utilizar um polinômio de ordem 6.

Caso o tempo de subida seja diferente do de descida o projeto se torna mais complicado. Se a escolha for por curva cicloidal, devem ser obtidas equações para cada uma das etapas. Em geral, há mudança abrupta de aceleração no ponto de mudança entre subida e descida, figura 9.

Se for escolhido o método de polinômio, é melhor usar um polinômio diferente para cada etapa (subida e descida), pois o uso de um único polinômio pode trazer resultados inadequados quando não há simetria. Compare na figura 10 os resultados para o uso de polinômios.

PMR-EPUSP

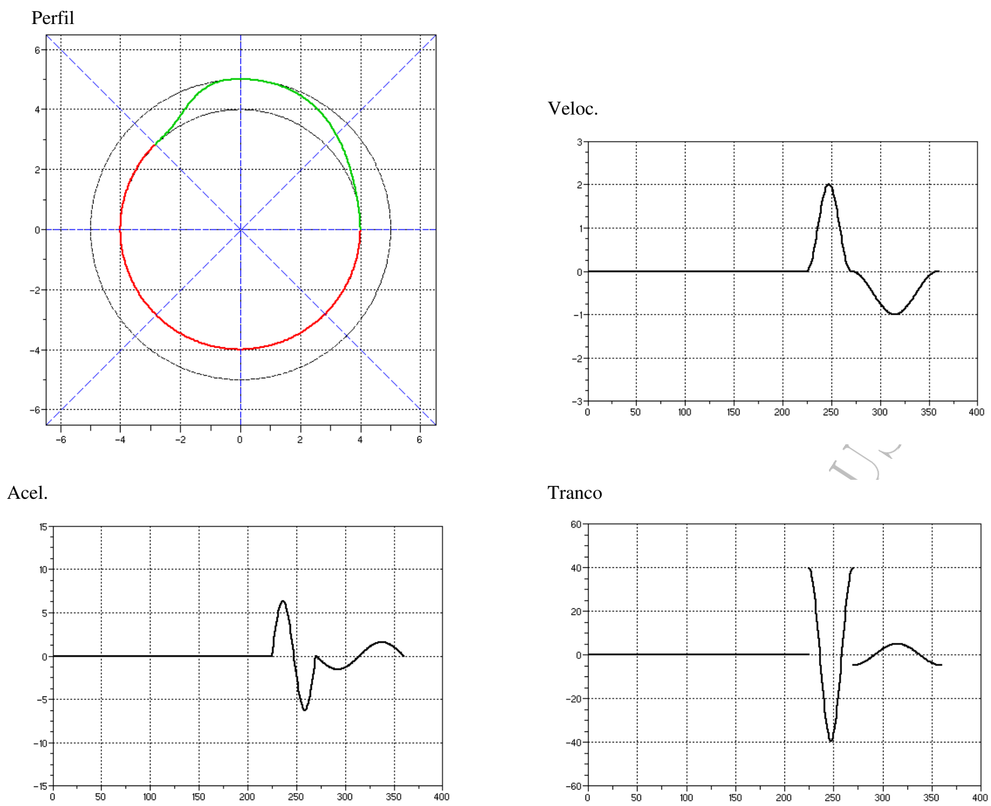

Figura 9: Resultados para ciclóide em subida descida.

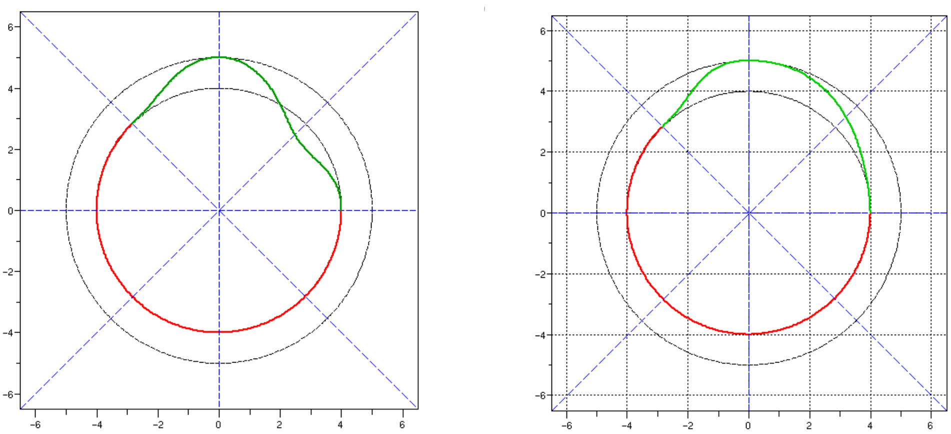

Figura 10: Resultados para polinômio em subida descida. Esquerda, uso de um único polinômio para subida-descida. Direita, uso de polinômios distintos para subida e para descida.

PMR-EPUSP

7 Ferramentas Computacionais

Programas como Matlab ou Scilab podem ser usados para o projeto de cames pelos métodos vistos aqui (cicloidal, polinômio) ou outros. Para tanto, é necessário escrever funções contendo todo o equacionamento e os dados do projeto: condições de contorno, período, intervalos em ângulos, sentido de rotação, raio de base (r), deslocamento máximo (h), equações.

Além de resolver rapidamente as equações para encontrar os coeficientes das curvas dos perfis de cames, esses programas também podem plotar os gráficos de deslocamento, velocidade, aceleração, tranco, e do prórpio perfil.

O caso do projeto com curva cicloidal é o mais fácil de ser implementado, já que consiste num sistema linear de 3 equações e 3 incógnitas. Note das equações 3.5 e 3.6 que apenas a lista com as 3 condições de contorno varia com o projeto.

Já no caso de uso de polinômios, a implementação é muito mais trabalhosa. É necessário considerar que o projeto pode envolver desde um polinômio de ordem 5 (sistema de 6 equações a 6 incógnitas) até um polinômio de ordem 9 (sistema de 10 equações a 10 incógnitas).

Com relação à plotagem do perfil do came, é muito mais prático utilizar coordenadas polares do que cartesianas. Os números complexos e a Fórmula de Euler ($re^{i\theta} = rcos\theta + irsin\theta$) são indicados para coordenadas polares. Assim, para plotar um arco de circunferência de raio $r = 4$ e de ângulo γ basta criar uma lista com uma grande quantidade de valores de γ, e plotar a parte imaginária de $re^{i\theta}$ (coordenada y) em função da parte real (coordenada x). Por exemplo, para $\gamma = 45° = \pi/4$rad:

```
r=4;
A=45*pi/180;
alpha=linspace(0,A,100); %cria lista com 100 valores
plot(real(r*exp(i*alpha)), imag(r*exp(i*alpha)))
```

Observe a figura 11 com um esquema para plotagem do perfil do came usado no exemplo desta apostila. Lembre que S(x) é a função de deslocamento obtida do método cicloidal ou de polinômio.

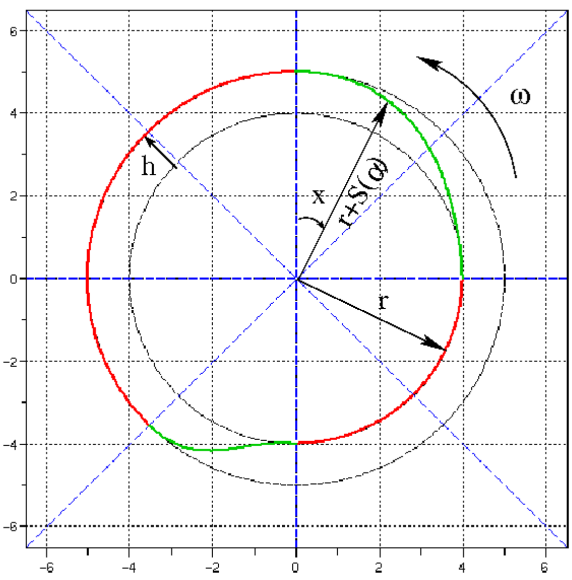

Figura 11: Esquema do came do exemplo.

PMR-EPUSP

8 Exercícios Propostos

<u>Ex 1</u> Projete um came que gere o seguinte movimento cíclico no seguidor: subida até uma altura 2 cm em 180°, descida em 180°. Use curva cicloidal, e admita uma velocidade de rotação do came $\omega = \pi/2$ rad/s. Encontre as curvas de deslocamento, velocidade, aceleração e tranco. Obtenha os gráficos correspondentes e desenhe o perfil do came supondo um raio de base 5 cm e sentido horário de rotação.

<u>Ex 2</u> Projete um came que gere o seguinte movimento cíclico no seguidor: subida desde a base até uma altura 1 cm com duração 1s, repouso por no topo por 5s, descida até a base com duração 1s, e repouso na base por 5s. Encontre o período, velocidade angular do came (suposta constante), e divida os intervalos nos ângulos β correspondentes. Considere um raio de base de 5 cm. Implemente primeiro usando curva cicloidal e, depois, curva polinomial que garanta continuidade do tranco inclusive. Encontre as curvas de deslocamento, velocidade, aceleração e tranco. Obtenha os gráficos correspondentes e desenhe o perfil do came.

<u>Ex 3</u> Projete um came que gere o seguinte movimento cíclico no seguidor: subida até uma altura 2 cm em 60°, descida até a base em 90°, repouso na base por 210°. Primeiro faça o projeto usando uma única curva cicloidal para subida-descida. Depois, faça o projeto usando uma única curva polinomial para subida-descida. Por fim, faça o projeto usando uma curva polinomial para subida e outra curva polinomial para descida. Considere todas as condições de contorno necessárias para cada caso. Encontre as curvas de deslocamento, velocidade, aceleração e tranco. Obtenha os gráficos correspondentes e desenhe o perfil do came.

Referências

[Norton] R. L. Norton, *Design of Machinery*, McGraw-Hill, 2001.

[Shigley2] J E. Shigley, J. J. Uicker, *Theory of Machines and Mechanisms*, McGraw-Hill, 1994.

[Erdman] A. G. Erdman, G. N. Sandor, *Mechanism Design, Analysis and Synthesis*, vol. 1, Prentice Hall, 1997.

PMR-EPUSP