Física 2- IME

PROVA 2 – 30/5/2017

Q1: [ ] Q2: [ ] Q3: [ ] Q4: [ ] NOTA: [ ]

Aluno:	N° USP:	Turma

Avisos:

- ★ Esta prova tem duração de 100 minutos.
- ★ Resolva cada questão na própria folha. Use o verso se necessário.
- ★ Escreva de forma legível.
- ★ É permitido o uso de calculadora, mas NÃO de qualquer outro aparelho eletrônico.
- ★ Justifique TODAS as suas respostas, bem como fórmulas utilizadas fora do formulário.

$$\alpha_L = \frac{1}{L}\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}T} \qquad \beta = \alpha_V = \frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}T} \qquad \beta = \alpha_V = 3\alpha_L$$

$$\Delta L \approx L_0\alpha_L\Delta T \qquad \Delta V \approx V_0\alpha_V\Delta T \qquad \frac{t}{^\circ\mathrm{C}} = \frac{T}{\mathrm{K}} - 273$$

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \dot{Q} = -\kappa A\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} \qquad \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \dot{Q} = -\frac{\kappa A}{L}\Delta T$$

$$C = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}T} \qquad Q = mc\Delta T \qquad Q = \pm\Delta mL$$

$$Q = nc\Delta T \qquad Q = \pm\Delta nL$$

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W \qquad \mathrm{d}U = \mathrm{d}Q - P\mathrm{d}V \qquad \mathrm{d}U = T\mathrm{d}S - P\mathrm{d}V$$

$$\mathrm{d}S = \frac{\mathrm{d}Q_{\text{rev}}}{T} \qquad \Delta S = \int_{\text{rev}}\frac{\mathrm{d}Q}{T}$$

$$PV = nRT \qquad U = U(T) = nc_VT \qquad \mathrm{d}U = nc_V\mathrm{d}T$$

$$\mathrm{d}V = 0 \Rightarrow \qquad \mathrm{d}Q = \mathrm{d}U = nc_V\mathrm{d}T$$

$$\mathrm{d}P = 0 \Rightarrow \qquad \mathrm{d}Q = \mathrm{d}U + P\mathrm{d}V = nc_P\mathrm{d}T \qquad c_P - c_V = R$$

$$\mathrm{d}Q = 0 \Rightarrow \mathrm{d}U = -P\mathrm{d}V \Rightarrow \quad \begin{cases} TV^{\gamma-1} & = \text{constante} \\ PV^{\gamma} & = \text{constante} \end{cases} \qquad \gamma = c_P/c_V$$

$$\mathrm{d}T = 0 \Rightarrow \mathrm{d}Q = P\mathrm{d}V \qquad \Delta Q = \Delta W = nRT\ln(V_f/V_i)$$

$$\eta = \frac{W}{Q_q} = 1 - \frac{Q_f}{Q_q} \qquad K{=}\text{CoD} = \frac{Q_f}{W} = \frac{Q_f}{Q_q - Q_f} \qquad \eta \le \eta_{\text{rev}} = 1 - \frac{Q_f^{\text{rev}}}{Q_q^{\text{rev}}} = 1 - \frac{T_f}{T_q}$$

$$\frac{U}{N} = \langle K_{\text{trans}}\rangle + \langle K_{\text{rot}}\rangle + \langle E_{\text{vib}}\rangle \qquad U = \tfrac{1}{2}fNkRT = \tfrac{1}{2}fnRT \qquad c_V = \tfrac{1}{2}fR$$

$$\langle K_{\text{trans}}\rangle = \tfrac{3}{2}kT \qquad v_{\text{rqm}} = \sqrt{\langle v^2\rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}} \qquad \lambda = \bar{\ell} = \frac{V}{N}\frac{1}{\sqrt{2}\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2}$$

$R = 8{,}314$ J/(mol · K) $\quad N_A = 6{,}023\times10^{23}$ mol^{-1} $\quad k = R/N_A = 1{,}38\times10^{-23}$ J/K

cal = 4,19 J $\quad$ litro = 10^3 cm^3 = 10^{-3} m $\quad$ 1atm = 1.01×10^5 Pa

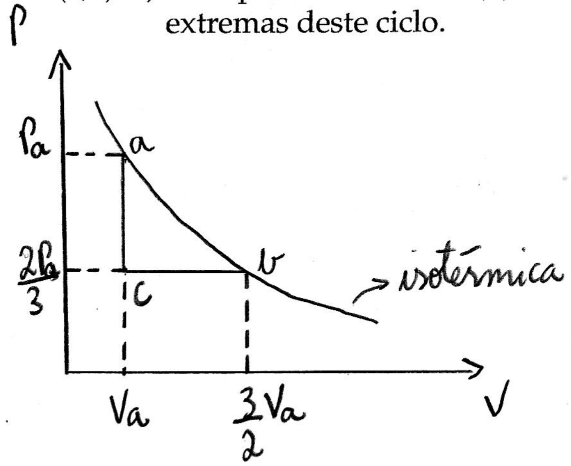
Questão 1 (2,5)

Um gás ideal com $\gamma = 5/3$, inicialmente com pressão P_a, volume V_a e temperatura T_a, sofre uma expansão isotérmica em que seu volume aumenta de 50%, seguida de uma contração isobárica até o volume inicial e de aquecimento a volume constante, até a temperatura inicial. Para suas respostas, considere conhecidos apenas os dados fornecidos, ou seja: $\gamma = c_P/c_V$, P_a, V_a, T_a.

(0,5): a) Faça um esboço de um gráfico da pressão em função do volume, indicando os valores de P, V e T dos vértices desta figura.

(1,5): b) Calcule o rendimento deste ciclo.

(0,5): c) Compare o resultado (b) com a eficiência máxima ideal associada às temperaturas extremas deste ciclo.



ab isotérmica: $P_a V_a = P_b V_b$

$P_a V_a = P_b \frac{3V_a}{2}$

$$\boxed{P_b = \frac{2}{3} P_a}$$

bc isobárica

$$\frac{V_c}{T_c} = \frac{V_b}{T_b} \Rightarrow T_c = \frac{V_c T_b}{V_b} = \frac{2 V_a T_a}{3 V_a}$$

$$\boxed{T_b = T_a} \qquad \boxed{T_c = \frac{2}{3} T_a}$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_F}{Q_q}$$

$$Q_{ab} = W_{ab} = nRT_a \ln\frac{V_b}{V_a} = nRT_a \ln\frac{3}{2}$$

$$Q_{bc} = nC_p(T_c - T_b) = n\frac{5}{2}R\left(\frac{2}{3}T_a - T_a\right) = -\frac{5}{6}nRT_a$$

$$Q_{ca} = nC_v(T_a - T_c) = n\frac{3}{2}R\left(T_a - \frac{2T_a}{3}\right) = \frac{nRT_a}{2}$$

Identificando: $Q_F = \frac{5}{6} nRT_a$

$$Q_q = nRT_a\left(\ln\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right)$$

$$\eta = 1 - \frac{\frac{5}{6}nRT_a}{nRT_a\left(\ln\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right)} = 1 - \frac{5}{6\left(\ln\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right)} = 0{,}080$$

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_F}{T_q} = 1 - \frac{T_c}{T_a} = 1 - \frac{2T_a}{3T_a} = \frac{1}{3} = 0{,}333$$

Portanto $\eta_{carnot} > \eta_{ciclo}$ como deveria ser já que esta é a eficiência máxima trabalhando nestas condições

Questão 2 (2,5)

Um recipiente de isopor (de capacidade térmica desprezível e considerado aqui como um isolante térmico perfeito) contém uma grande quantidade de água e gelo sob pressão atmosférica. Uma barra de cobre (calor específico $c = 390$ J/(kg · °C)), de massa $m = 1{,}00$ kg a uma temperatura inicial $t_{\text{cobre}} = 200$ °C, é adicionada ao sistema, depois do que o recipiente é fechado. Depois de atingido o equilíbrio, verifica-se que o recipiente ainda contém gelo. Despreze as contribuições do ar encerrado no recipiente. Dados: ponto de fusão normal do gelo $t_f = 0{,}0$ °C, $L_f = 333$ J/g.

(0,5): a) Determine a quantidade de energia térmica que foi retirada da barra de cobre na forma de calor, Q_{cobre}.

(1,0): b) Calcule a variação da entropia da barra de cobre no processo, ΔS_{cobre}.

(1,0): c) Compute a variação da entropia total do sistema água+gelo+cobre ΔS^{u}, neste processo.

(a) O cobre é resfriado de 200°C a $t_{eq} = 0°C$.

$$Q_{cobre} = mc\,(200° - 0°) = 1\,kg \times \frac{390\,J}{kg\,°C}(200°C) = \boxed{78000\,J}$$

b) $$\Delta S = \int_{T_0}^{T_F} \frac{dQ}{T} = mc\int_{473}^{273} \frac{dT}{T} = 1\,kg \times \frac{390\,J}{kg\,K} \ln\frac{273}{473} = \boxed{-214\,\frac{J}{K}}$$

Onde $T_0 = 200°C = 473\,K$ e $T_F = 0°C = 273\,K$

c) O calor Q_{cobre} funde o gelo a $t_{eq} = 273\,K$

$$\Delta S_{água+gelo} = \frac{Q_{cobre}}{T_{eq}} = \frac{78000}{273} = +286\,\frac{J}{K}$$

A entropia total do sistema varia

$$\Delta S_{cobre+água+gelo} = \Delta S_{cobre} + \Delta S_{água+gelo} = -214 + 286$$

$$\Delta S_{cobre+água+gelo} = \boxed{72\,\frac{J}{K}}$$

Questão 3	(2,5)

Um gás ideal, inicialmente sob pressão P_0, sofre uma expansão livre até que seu volume final seja o triplo do inicial. Responda:

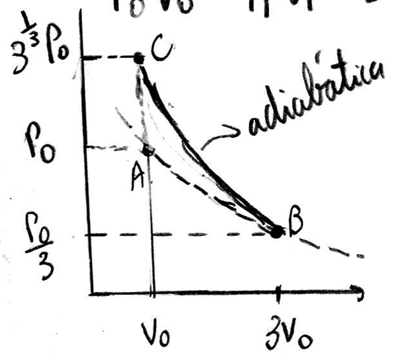
(1,0): a) Qual a pressão do gás após a expansão livre?

(1,0): b) O gás é então adiabaticamente comprimido até voltar ao volume inicial e a pressão torna-se $3^{1/3}P_0$. Calcule o valor de γ para este gás e determine se este gás é monoatômico, diatômico ou poliatômico.

(0,5): c) Qual é a razão entre as energias cinéticas médias por molécula entre o estado final e o estado inicial?

Na expansão livre, a temperatura é constante ($\Delta U = 0$)

$$P_0 V_0 = P_1 V_1 \Rightarrow P_1 = \frac{P_0 V_0}{V_1} = \frac{P_0 V_0}{3V_0} = \frac{P_0}{3}$$



BC é adiabática

$$P_B V_B^{\gamma} = P_C V_C^{\gamma}$$

$$\frac{P_0}{3}(3V_0)^{\gamma} = 3^{\frac{1}{3}} P_0 V_0^{\gamma}$$

$$3^{\gamma-1} = 3^{\frac{1}{3}} \Rightarrow \gamma - 1 = \frac{1}{3}$$

$$\gamma = \frac{4}{3}$$

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{\frac{f}{2}R + R}{\frac{f}{2}R} = \frac{f+2}{f} = \frac{4}{3} \Rightarrow 3f + 6 = 4f$$

$$\boxed{f = 6}$$

Como $f = 6 \Rightarrow$ gás poliatômico — 3 graus de liberdade de Translação, 3 graus de liberdade de rotação

Para cada molécula, cada grau de liberdade contribui com $\frac{1}{2}k_B T$

$$K_A = f\frac{1}{2}kT_0$$

$$K_C = f\frac{1}{2}kT_C$$

$$\frac{K_C}{K_A} = \frac{T_C}{T_A} = \frac{3^{\frac{1}{3}}T_0}{T_0} = \boxed{3^{\frac{1}{3}}}$$

$$P_C V_C = nRT_C$$

$$3^{\frac{1}{3}} P_0 V_0 = nRT_C$$

$$T_C = 3^{\frac{1}{3}} \frac{P_0 V_0}{nR} \Rightarrow T_C = 3^{\frac{1}{3}} T_0$$

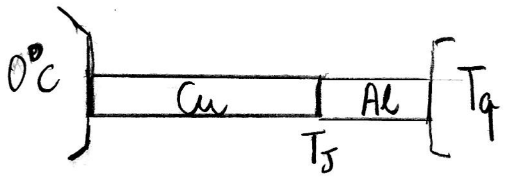
Questão 4	(2,5)

Uma barra de seção transversal constante de $1{,}00\ \mathrm{cm}^2$ de área tem $15\ \mathrm{cm}$ de comprimento, dos quais $5\ \mathrm{cm}$ de alumínio e $10\ \mathrm{cm}$ de cobre. A extremidade de alumínio está em contato com um reservatório de temperatura desconhecida, e a de cobre, com outro reservatório que contém uma mistura de água e gelo a $0\ °\mathrm{C}$. Observa-se que em dois minutos $30\ \mathrm{g}$ de gelo derretem.
Dados: $L_f = 3{,}33\times10^5\ \mathrm{J/kg}$, $\kappa_{\mathrm{Al}} = 200\ \mathrm{W/(m\cdot K)}$, $\kappa_{\mathrm{Cu}} = 400\ \mathrm{W/(m\cdot K)}$.

(1,5): a) Qual é a temperatura da barra na junção entre o alumínio e o cobre?

(1,0): b) Qual é a temperatura do reservatório de temperatura desconhecida?

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{30\,\mathrm{g}\times 333\,\mathrm{J}}{120\,\mathrm{s}\quad \mathrm{g}} = 83{,}25\ \mathrm{W}$$



$$\frac{dQ}{dt} = k_{Cu}\frac{A}{L_{Cu}}(T_J - 0) \Rightarrow T_J = \frac{L_{Cu}}{k_{Cu}A}\frac{dQ}{dt} = \frac{10\times10^{-2}\,\mathrm{m}\ 83{,}25\,\mathrm{W}\ \mathrm{m}\,\mathrm{K}}{200\,\mathrm{W}\times 1{,}00\times10^{-4}\,\mathrm{m}^2}$$

$$\boxed{T_J = 208{,}1\,°\mathrm{C}}$$

$$\frac{dQ}{dt} = k_{Al}\frac{A}{L_{Al}}(T_q - T_J) \Rightarrow T_q = T_J + \frac{L_{Al}}{k_{Al}A}\frac{dQ}{dt}$$

$$T_q = 208{,}1 + \frac{5\times10^{-2}\times 83{,}25}{200\times 1{,}00\times10^{-4}} = \boxed{416{,}2\,°\mathrm{C}}$$