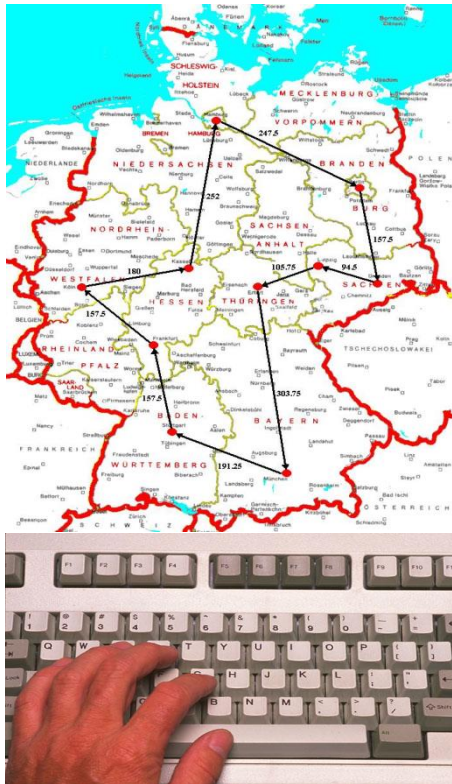


# Roteirização de Veículos



**Prof. Dr. Claudio Barbieri da Cunha**  
**Escola Politécnica da Universidade de São Paulo**  
**Departamento de Engenharia de Transportes**

**Maio de 2015**

# O que é roteirizar?

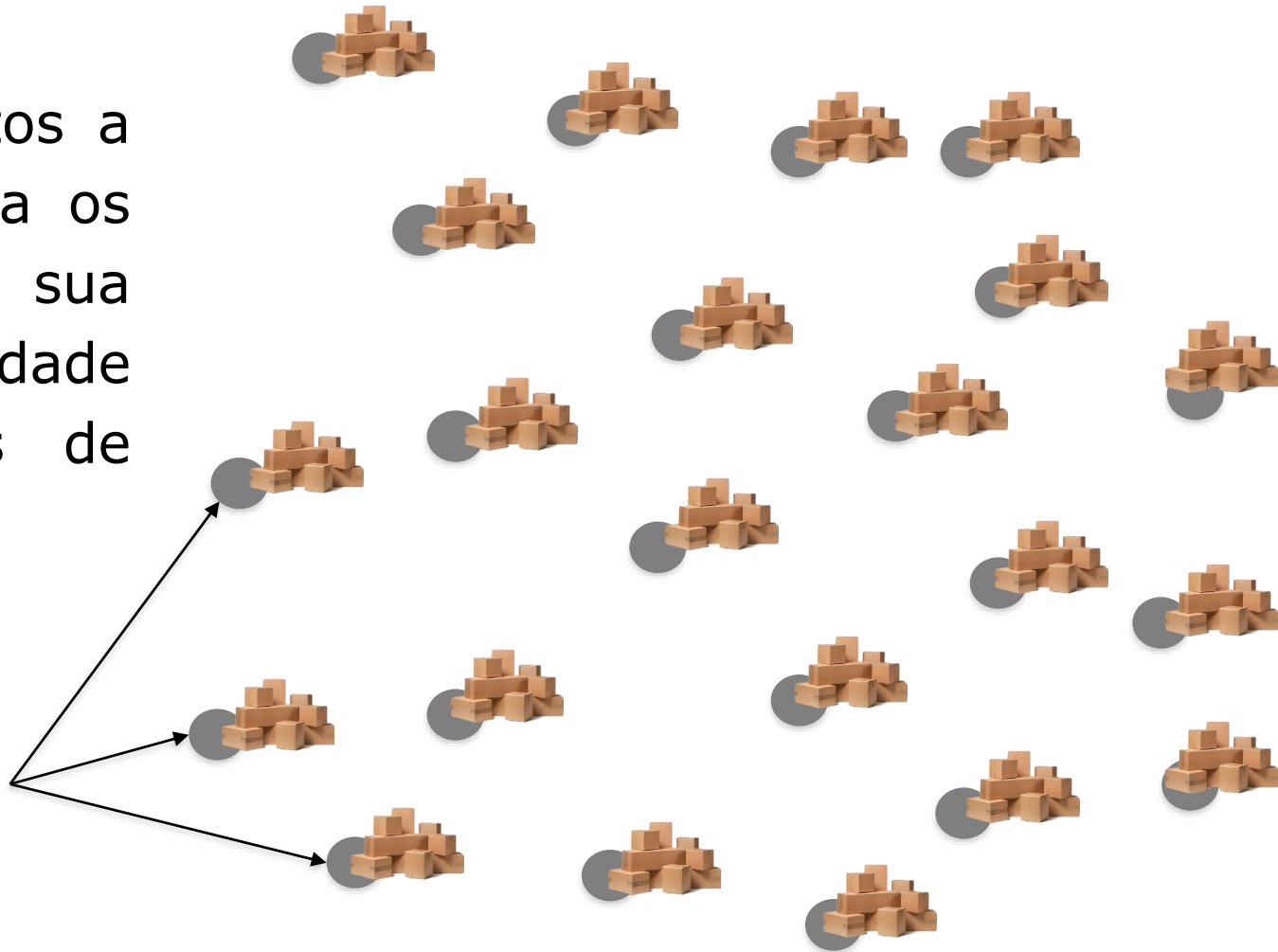
- **Dados:**
- Um conjunto de pontos a serem atendidos, para os quais são conhecidos sua localização, quantidade demandada, horários de atendimento, etc.
- Uma frota de veículos disponíveis para realizar os atendimentos e sua localização
- As distâncias e os tempos de viagem entre todos os pares de pontos

# O que é roteirizar?

Dados:

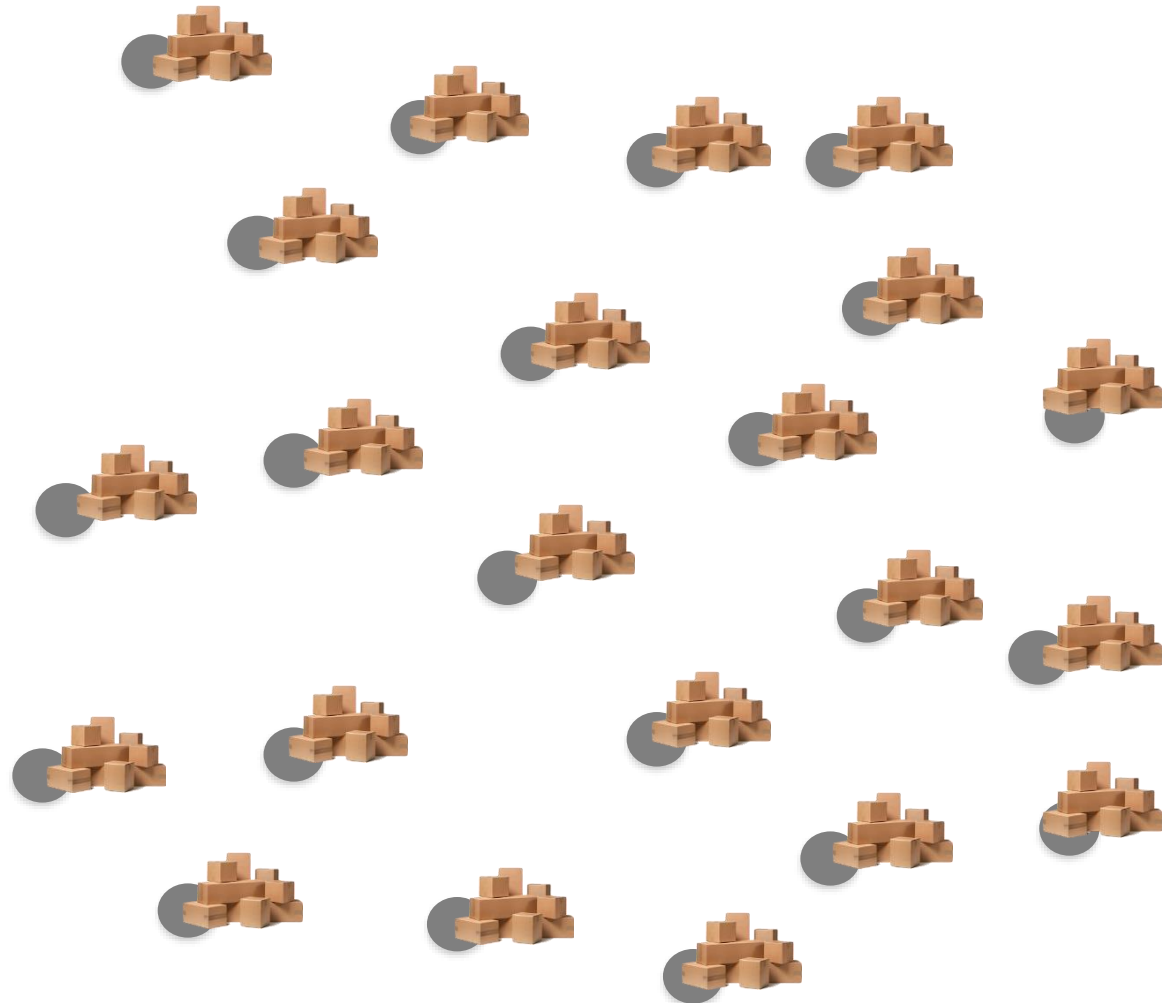
Um conjunto de pontos a serem atendidos, para os quais são conhecidos sua localização, quantidade demandada, horários de atendimento, etc.

pontos de atendimento



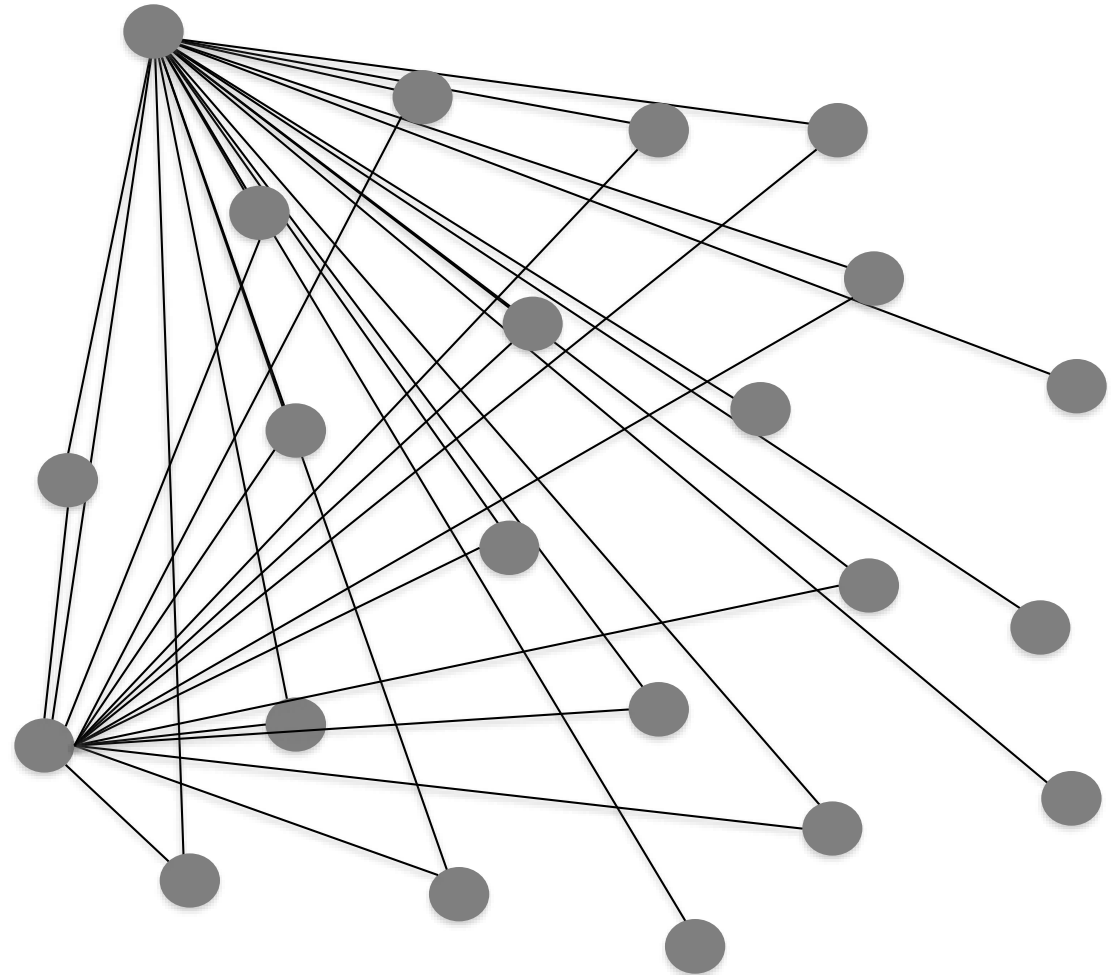
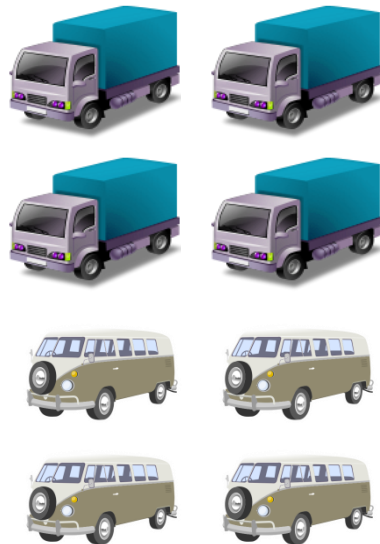
# Dados:

Uma frota de veículos disponíveis para realizar os atendimentos e sua localização



# Dadas:

As distâncias e os tempos de viagem entre TODOS os pares de pontos



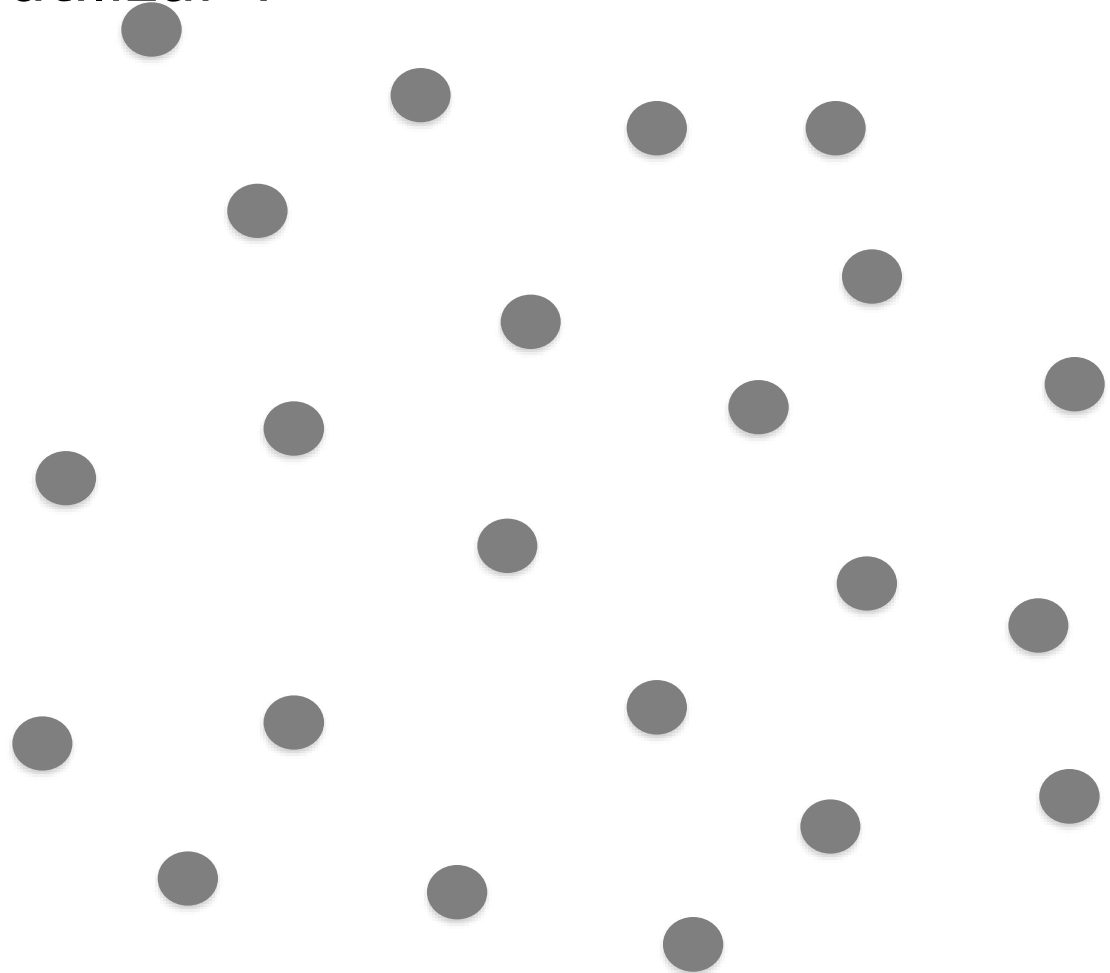
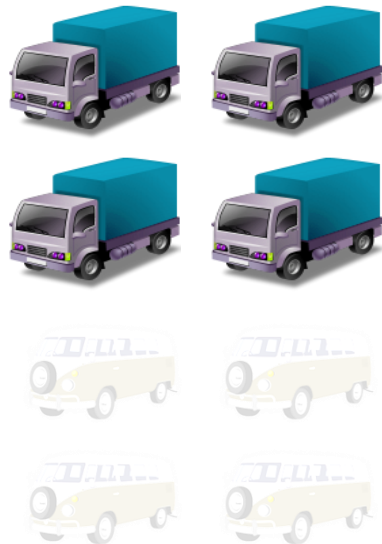
# Roteirizar é...

**Definir e determinar simultaneamente:**

1) quantos e quais veículos utilizar ?



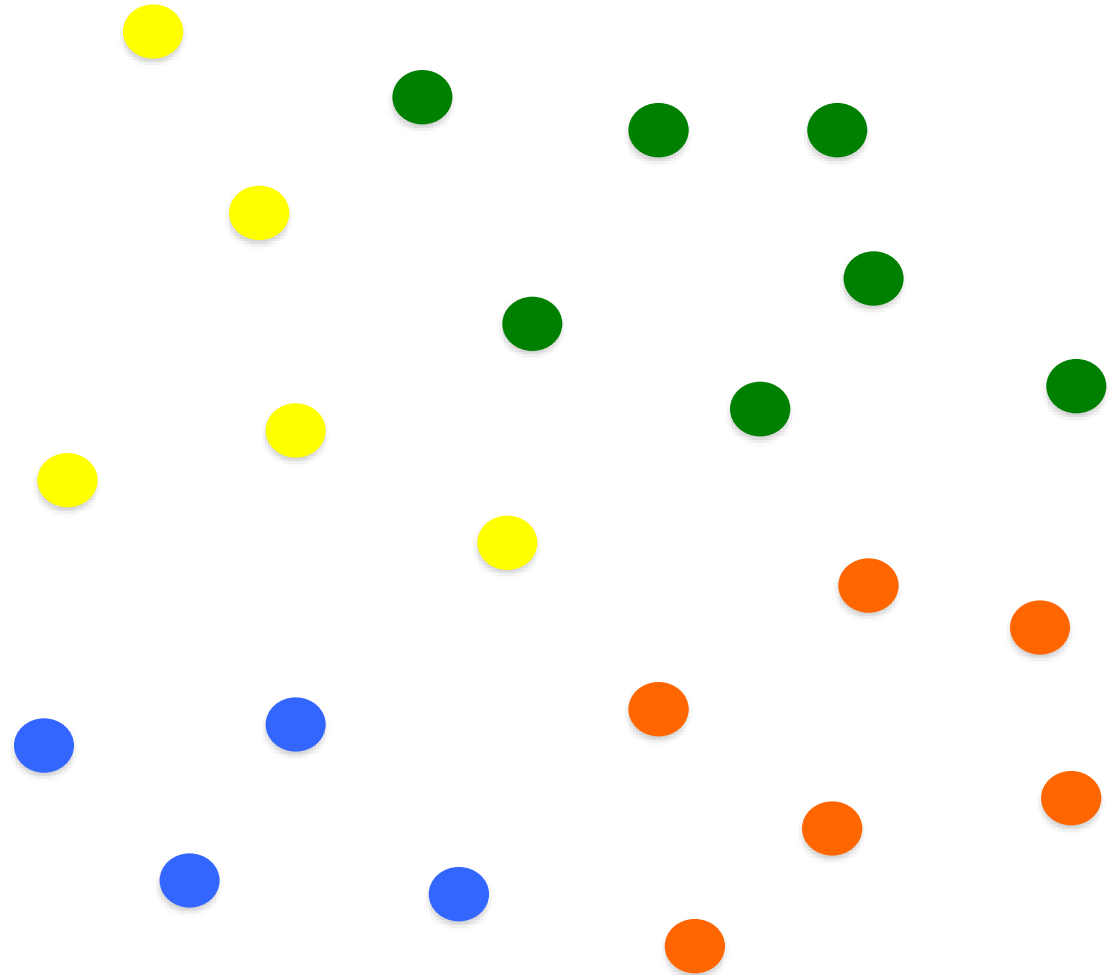
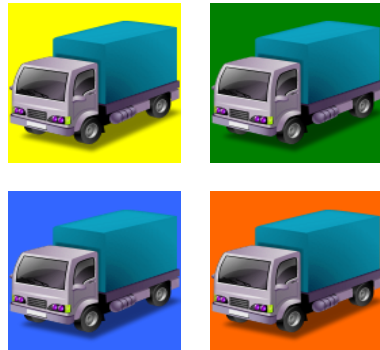
base



# Roteirizar é...

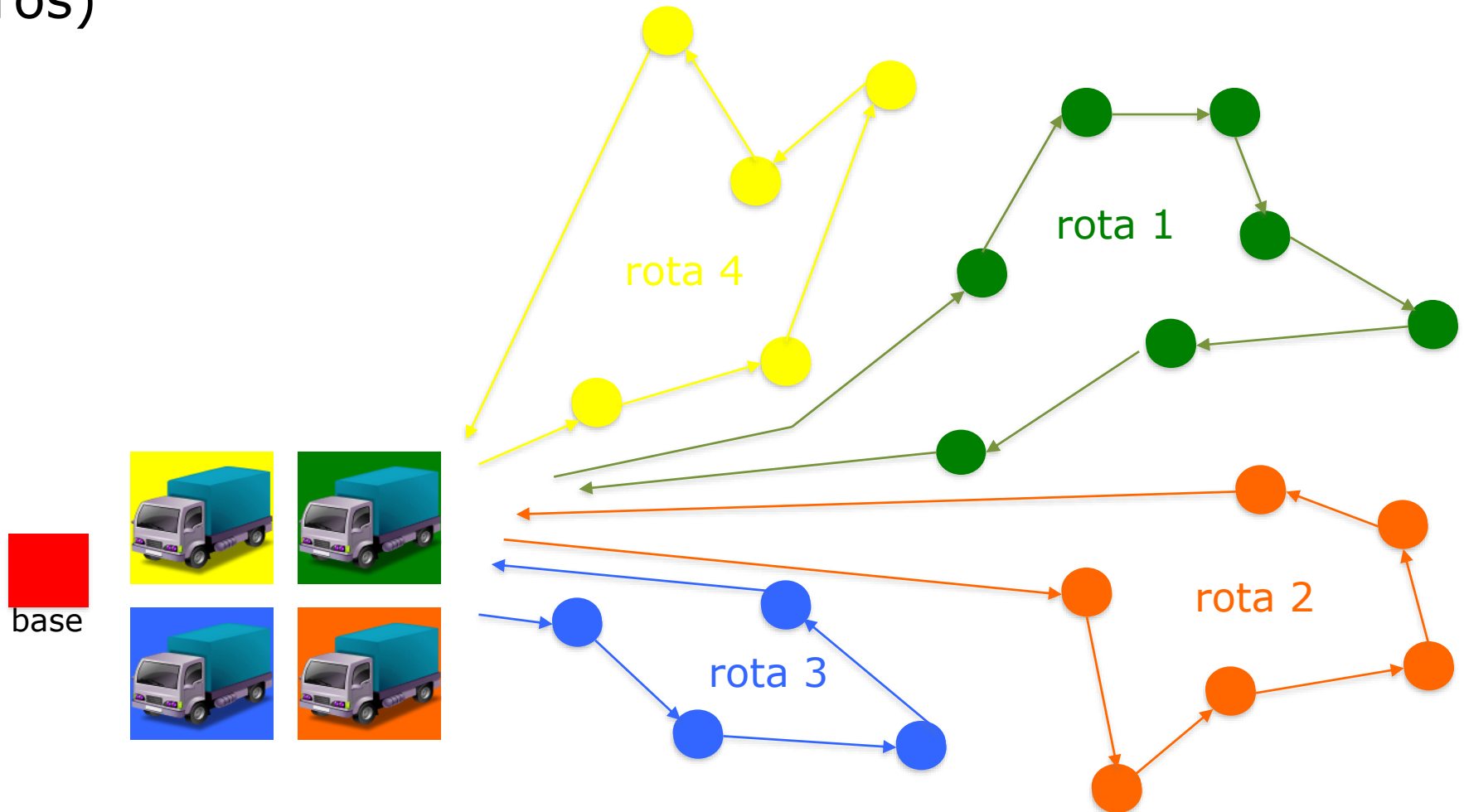
2) que atendimentos alocar/atribuir a cada veículo ?

  
base

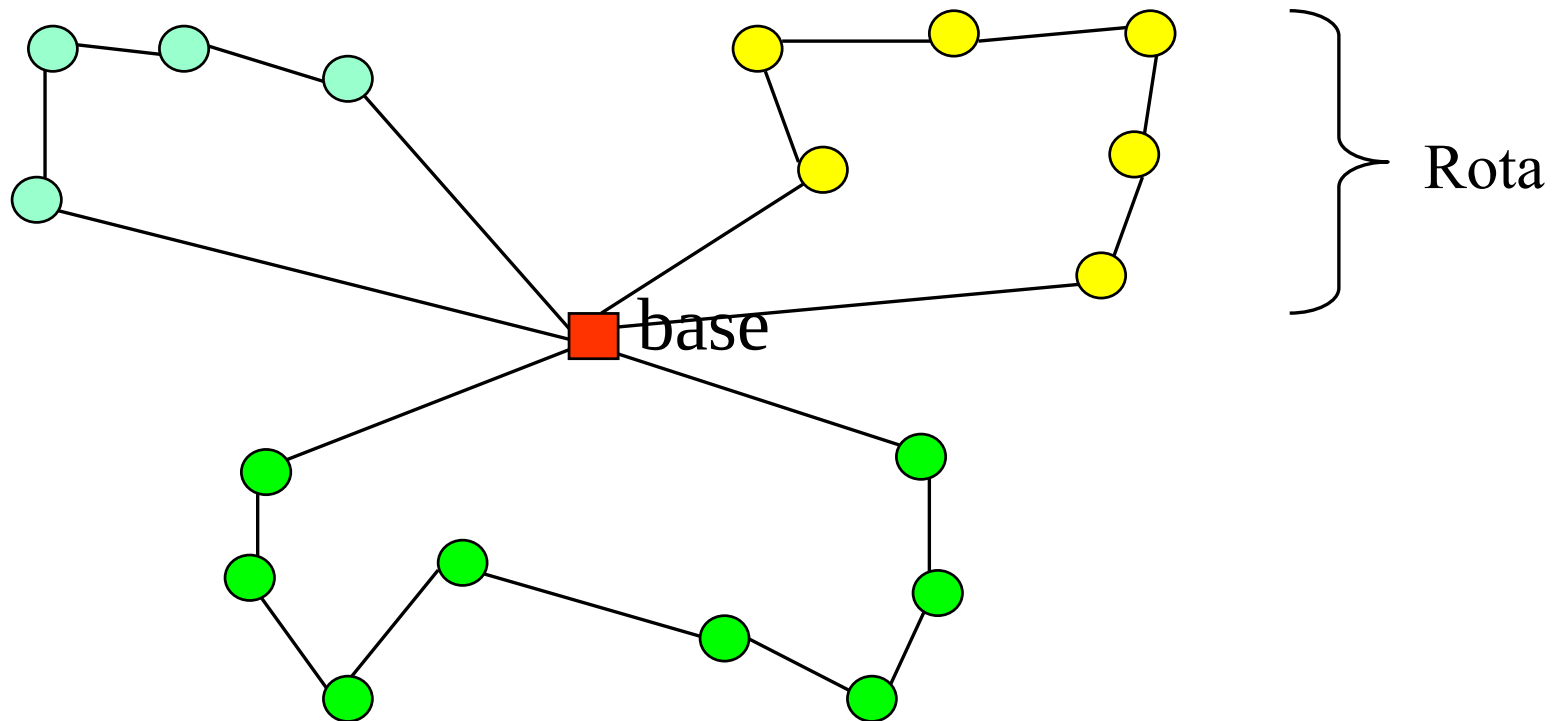


# Roteirizar é...

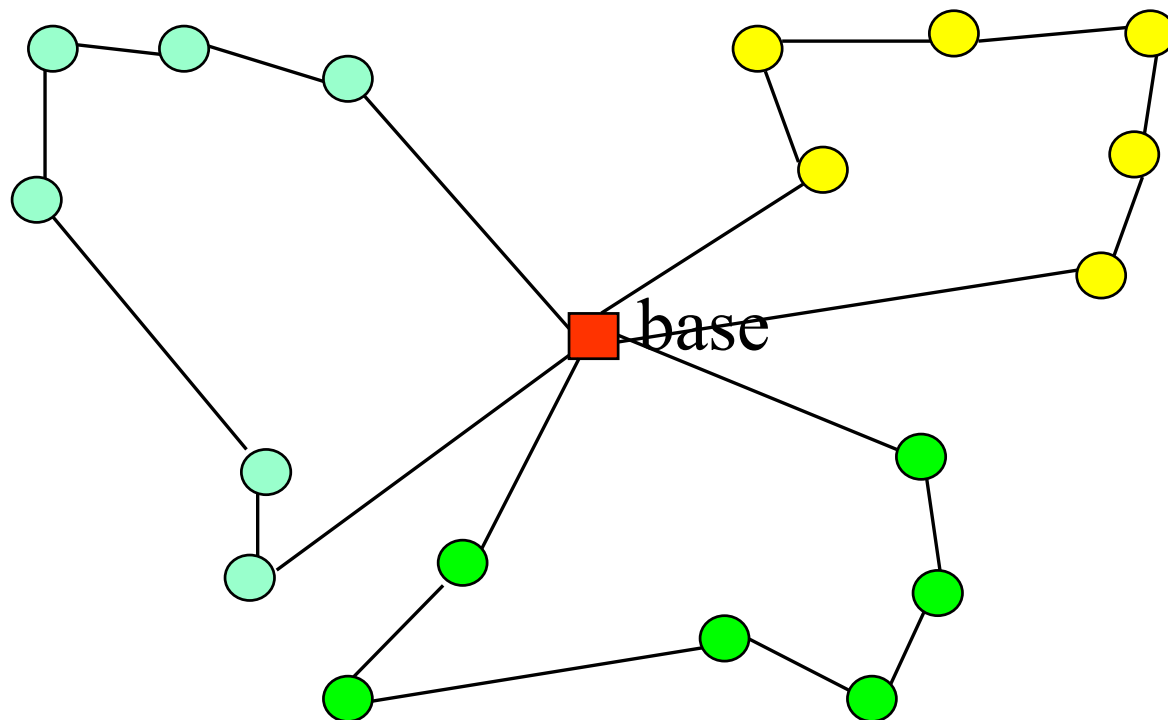
3) para cada veículo, em que ordem/sequência atender ? (roteiros)



# O Problema de Roteamento de Veículos



# Outra Solução



# Contexto da Roteirização

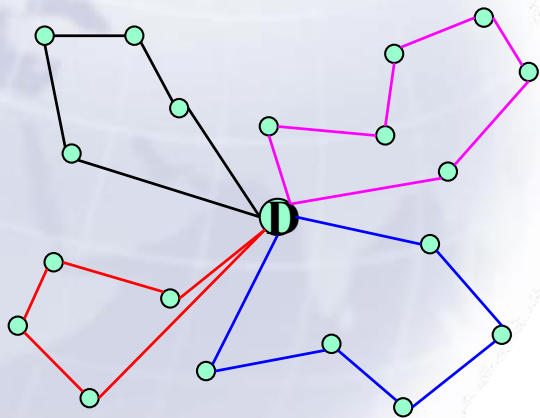
- **Uma das estratégias para distribuição física urbana**
  - Envolve somente entregas?
  - O que mais pode incluir? Coletas, atendimentos, ....
- **Por quê roteirizar?**
  - Quantidade de carga para cada cliente, frequência de entrega não permitem entrega direta com carga completa
  - Portanto, necessidade de compartilhamento de veículos para atendimento de vários clientes
  - Necessário definir que veículos servem que clientes e em que ordem/sequência, de maneira ótima

# Roteirização: aplicações

- Roteirização diária
  - Clientes e quantidades mudam diariamente
  - Muita flutuação para permitir rotas estáticas
- Planejamento estratégico e tático
  - Análise de cenários
    - Impacto de criação de novos CDs ou TPs
    - Impacto de políticas operacionais (hora extra, número máximo de entregas por rota, etc.)
    - Estimar custo de entrega/atendimento de cliente

# Roteiros de entregas

- 500 entregas
- 25 veículos
- 2h para concluir programação!!!



- $1,0439 \times 10^{42}$  combinações (formas de agrupamento)
  - $\approx 1.043.900.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000$
- Sem considerar roteiros/seqüências de entrega

# Principais desafios da roteirização

- **Congestionamentos nos centros urbanos**
  - Difícil prever tempos de viagem
- **Restrições à circulação de veículos de carga**
  - Horários, tamanhos de veículos
- **Necessidade de rever estratégia de distribuição**

# O que caracteriza uma boa roteirização?

## Medidas de Qualidade/ Nível de Serviço

- Realizar todos os atendimentos
- Atender corretamente (não falta nada !)
- Respeitar horários de atendimento
- Utilizar veículo adequado

# Categorias Principais de Problemas de Roteirização

- **Problemas do tipo caixeiro viajante (TSP)**
  - Encontrar um roteiro ou seqüência de pontos (cidades) a serem visitados pelo caixeiro
  - visitando todas as cidades, e cada uma delas uma só vez.
  - Buscando minimizar a distância total percorrida
- **Problemas do tipo carteiro chinês (chinese postman)**
  - Passar por todos os quarteirões de uma área e retornar ao ponto inicial
  - Minimizando a distância total percorrida, ou percurso ocioso (evitando passar mais de uma vez em cada trecho)

## HELP! WE'RE LOST!

**54...\$1,000 PRIZES**  
**ONE...\$10,000 GRAND PRIZE**



All you do is draw connecting straight lines from location to location to show the shortest round trip route.

HERE'S THE CORRECT START...

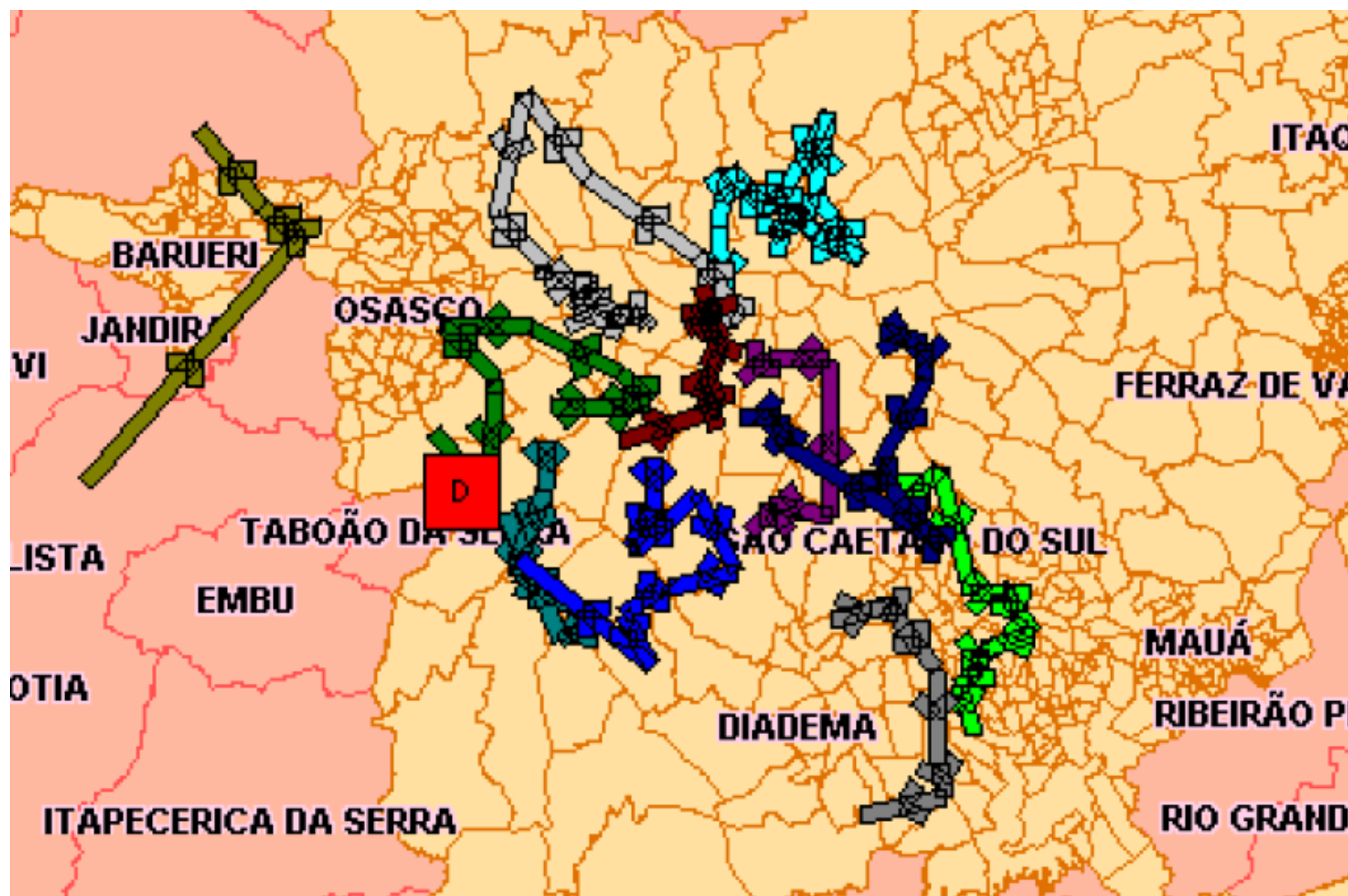
Begin at Chicago, Illinois. From there, lines show correct route as far as Erie, Pennsylvania. Next, do you go to Carlisle, Pennsylvania or Wana, West Virginia? Check the easy instructions on back of this entry blank for details.

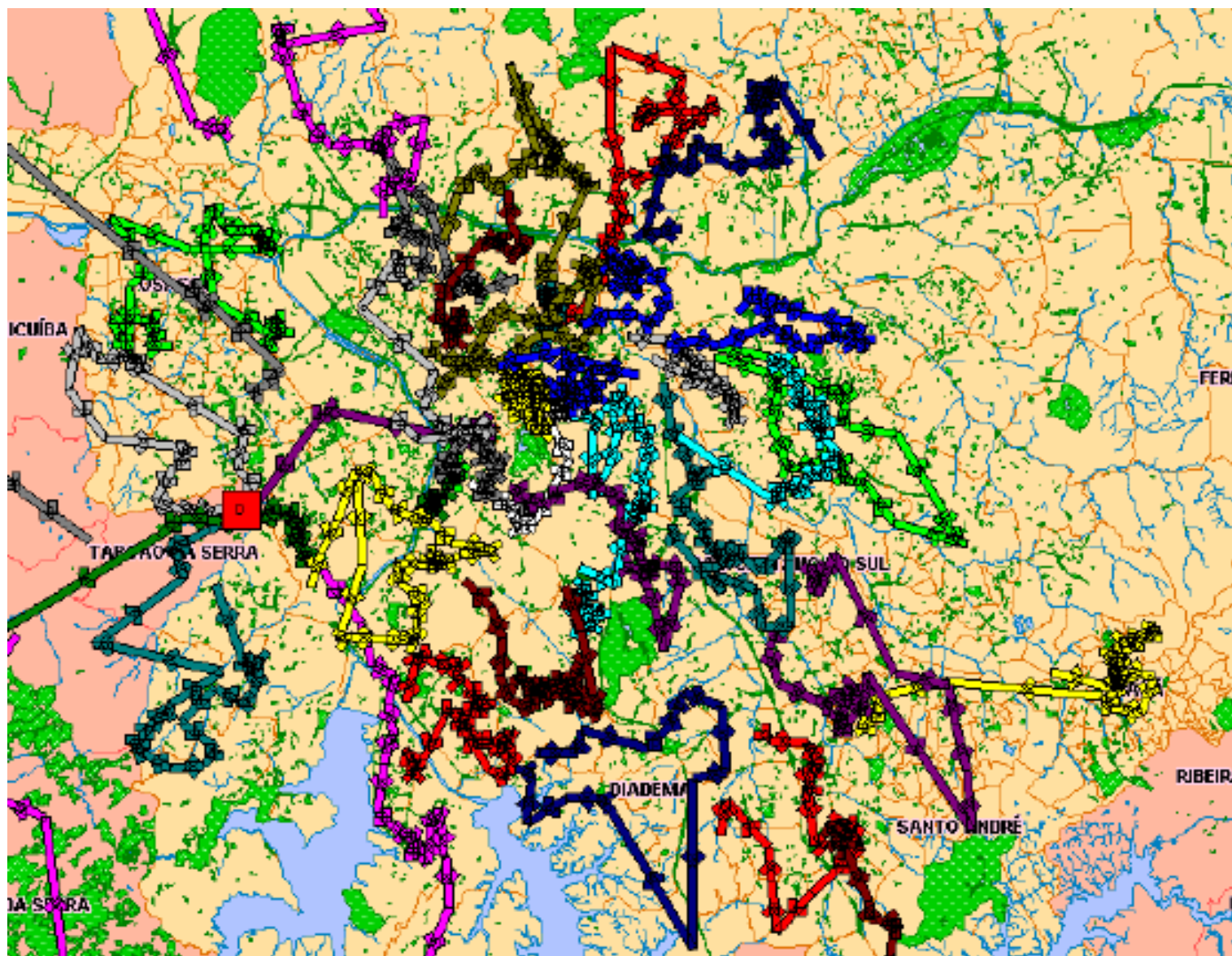
J. PROCTER &amp; GAMBLE 1992

OFFICIAL RULES ON REVERSE SIDE

# Jogo Caixeiro Viajante

- <http://www.hoodamath.com/games/thetravellingsalesman.html>
- <http://clickjogos.uol.com.br/Jogos-online/Puzzle/The-Travelling-Salesman/>
- [\*\*http://www.optitool.de/en/optimisation/optimisation-game-tsp.html\*\*](http://www.optitool.de/en/optimisation/optimisation-game-tsp.html)









# Problema complexo

- **Problema do Caixeiro Viajante:**

- definir a rota mais curta para visitar um conjunto de cidades, voltando para a cidade de origem ao final.

- **4 cidades:**

- ABCDA                      ABDCA                      ACBDA  
ACDBA                      ADBCA                      ADCBA

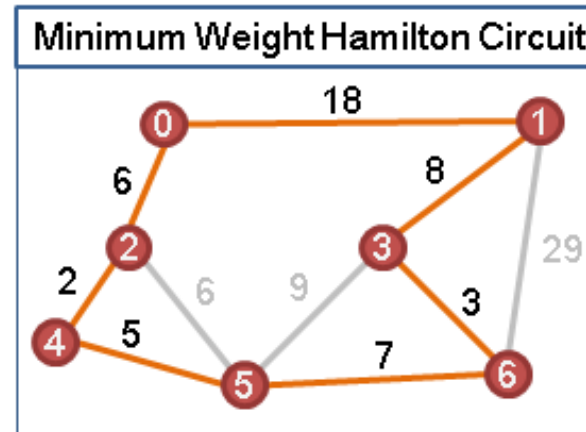
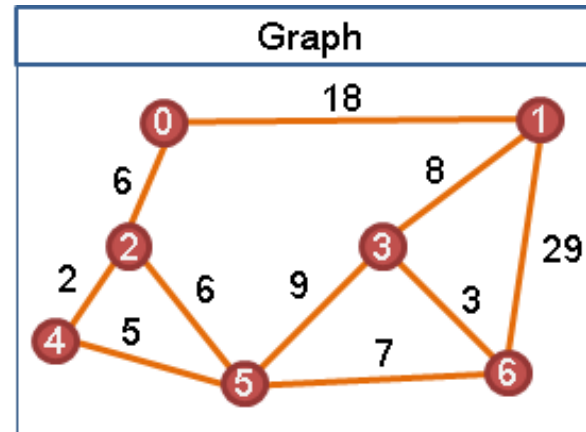
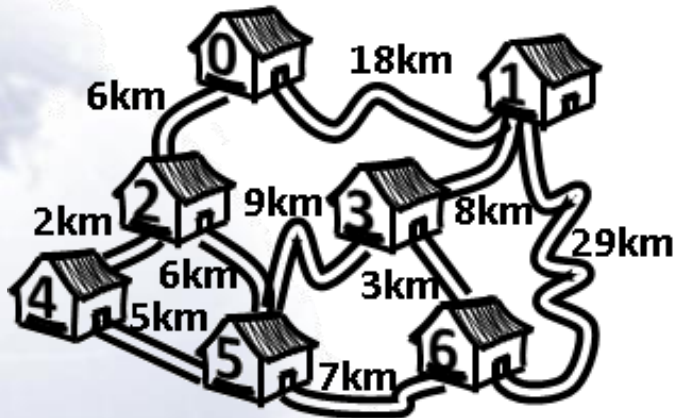
- **7 cidades**

- 720 rotas (6!)

- **27 cidades**

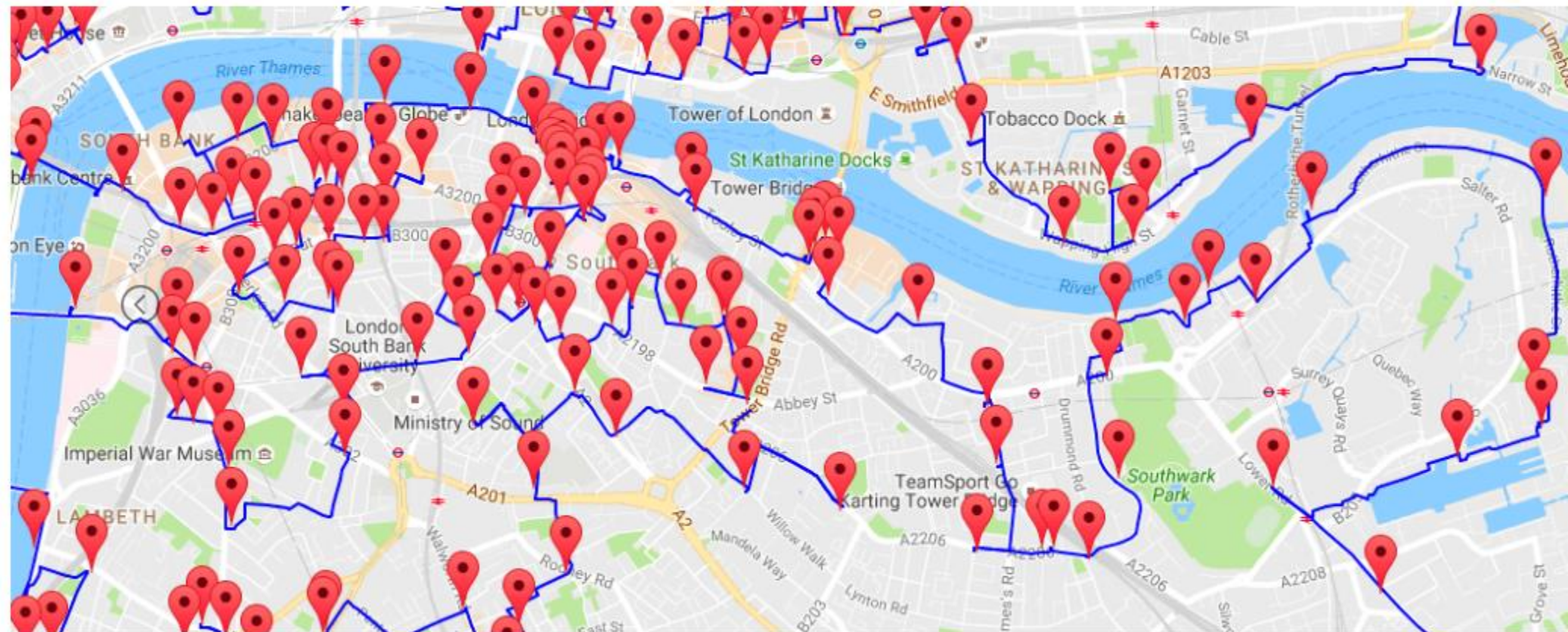
- 403.291.461.126.606.000.000.000.000 possibilidades
  - para checar cada rota uma a uma, o computador mais rápido do mundo (546 Teraflops) precisaria rodar por 12 milhões de anos!

# Problema do Caixeiro Viajante

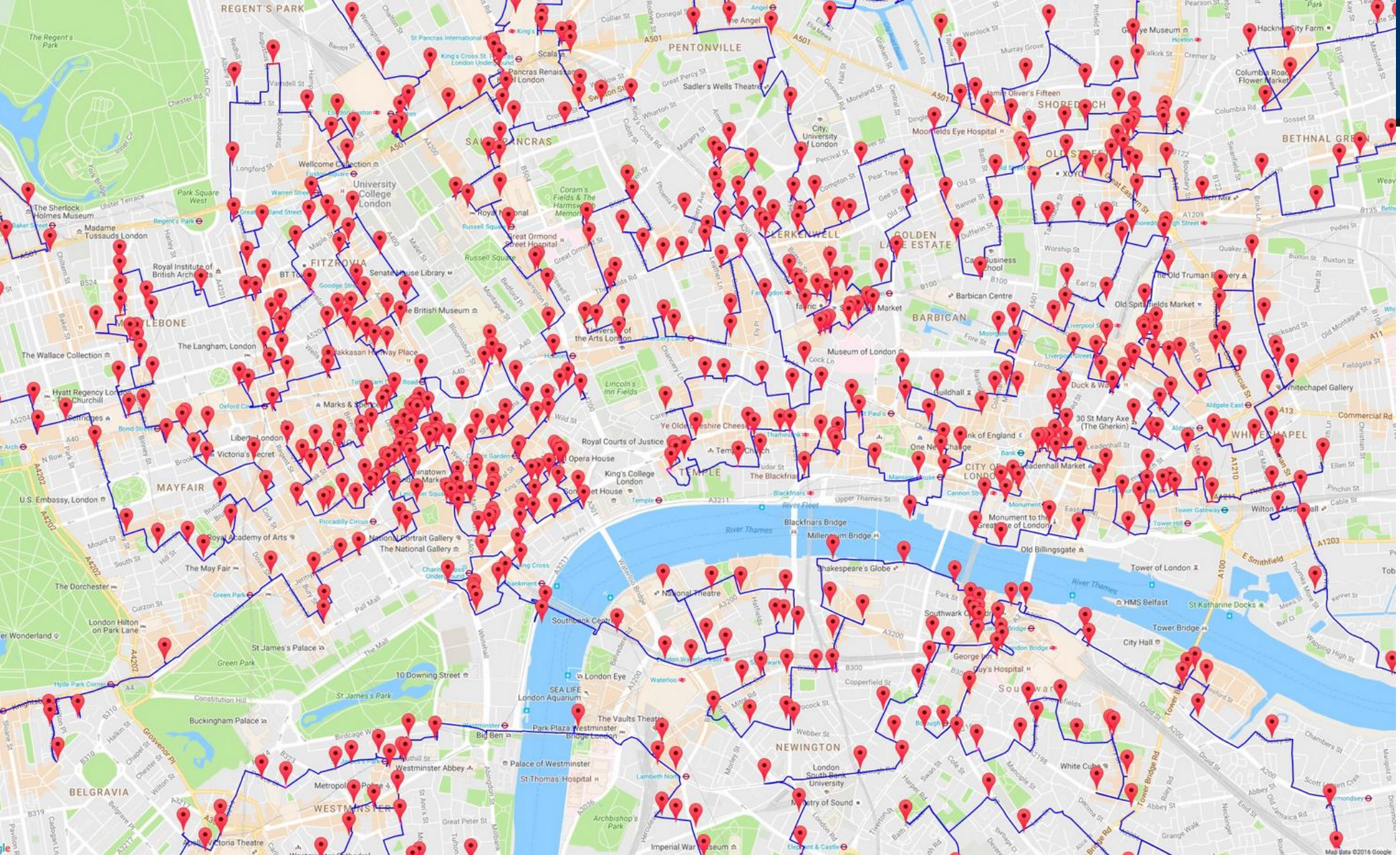


# Caixeiro Viajante Pubs Reino Unido

A shortest-possible walking tour through the pubs of the United Kingdom.

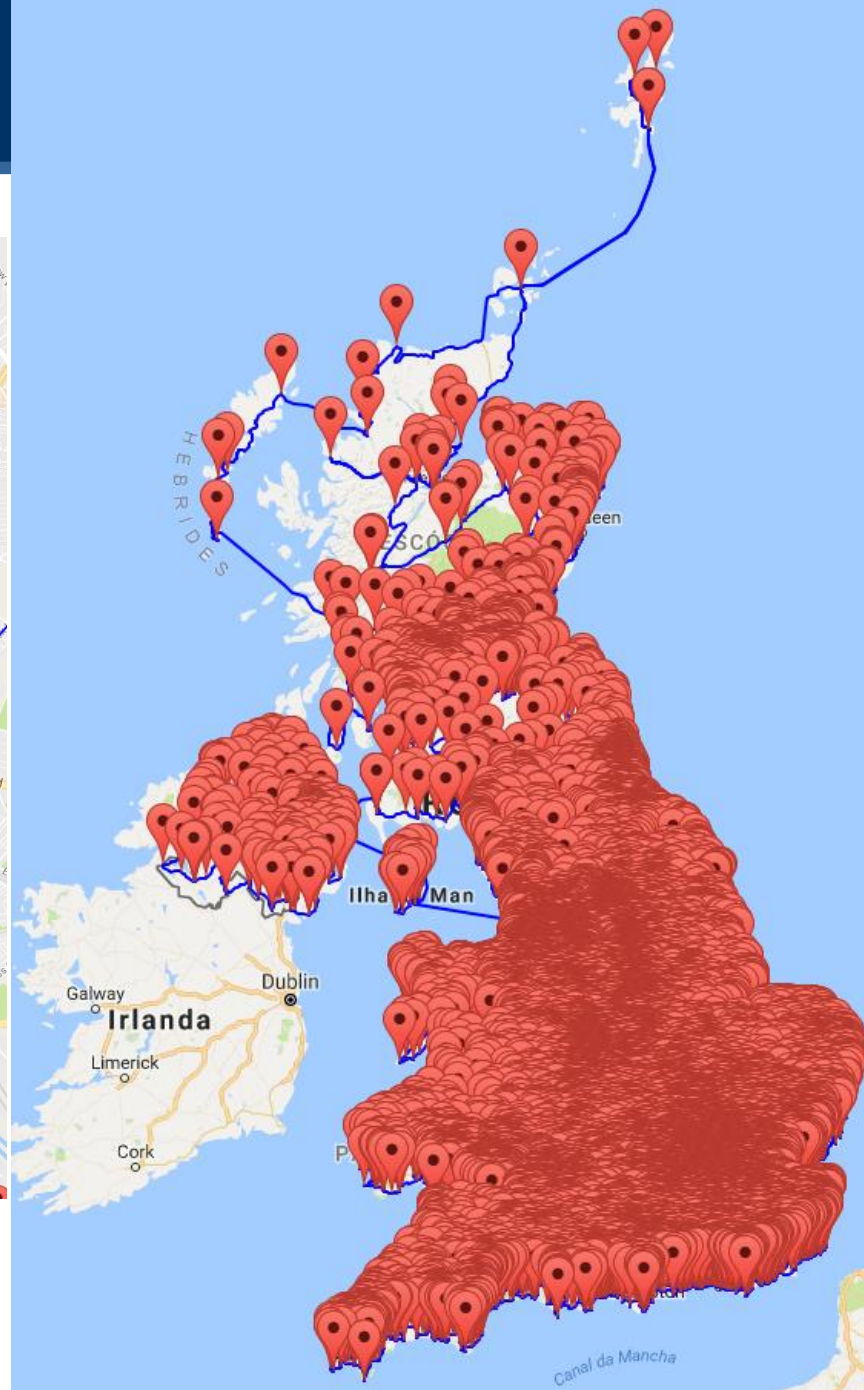
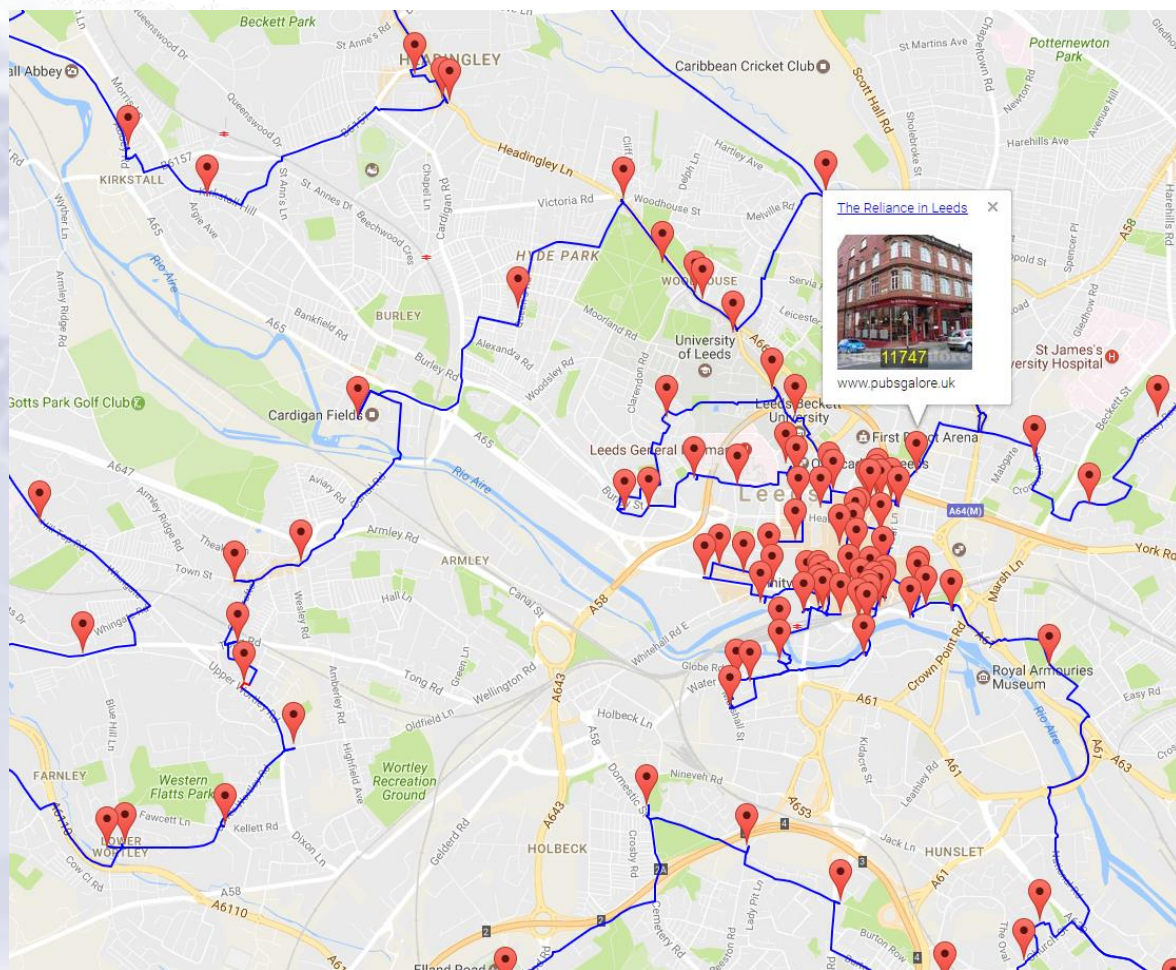


<http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/pubs/>

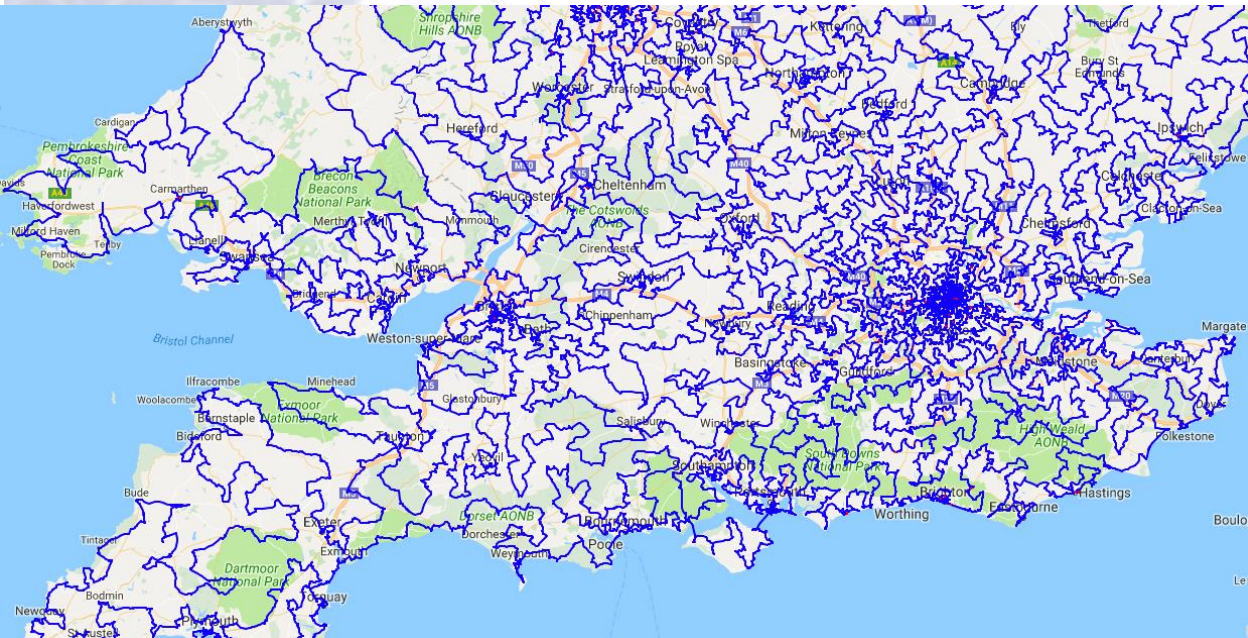


<http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/pubs/>

(c) Claudio Barbieri da Cunha, 2017



# Caixeiro Viajante Pubs UK



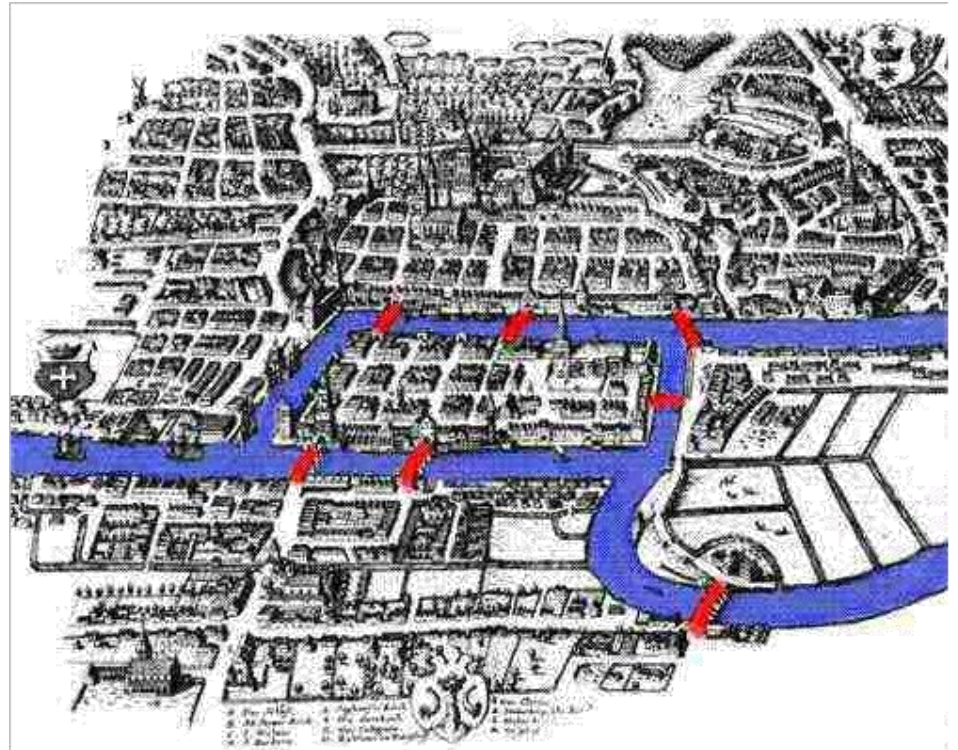
<http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/pubs/>



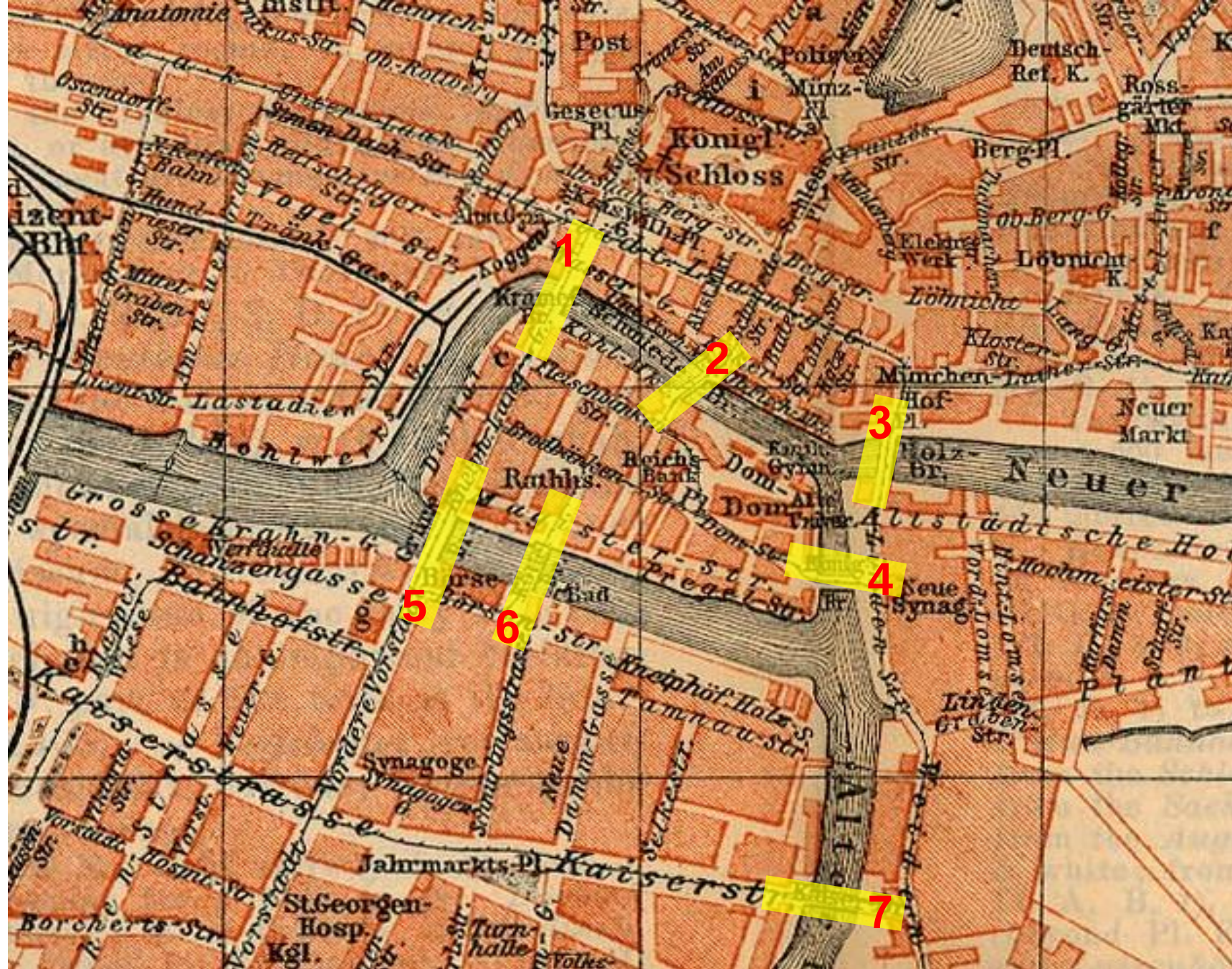
# O problema do carteiro chinês

Em Königsberg, Alemanha, um rio cruzava a cidade tal que em seu centro havia uma ilha, após a qual ele se dividia em duas partes.

Sete pontes foram construídas de modo que as pessoas pudessem ir de uma parte a outra.

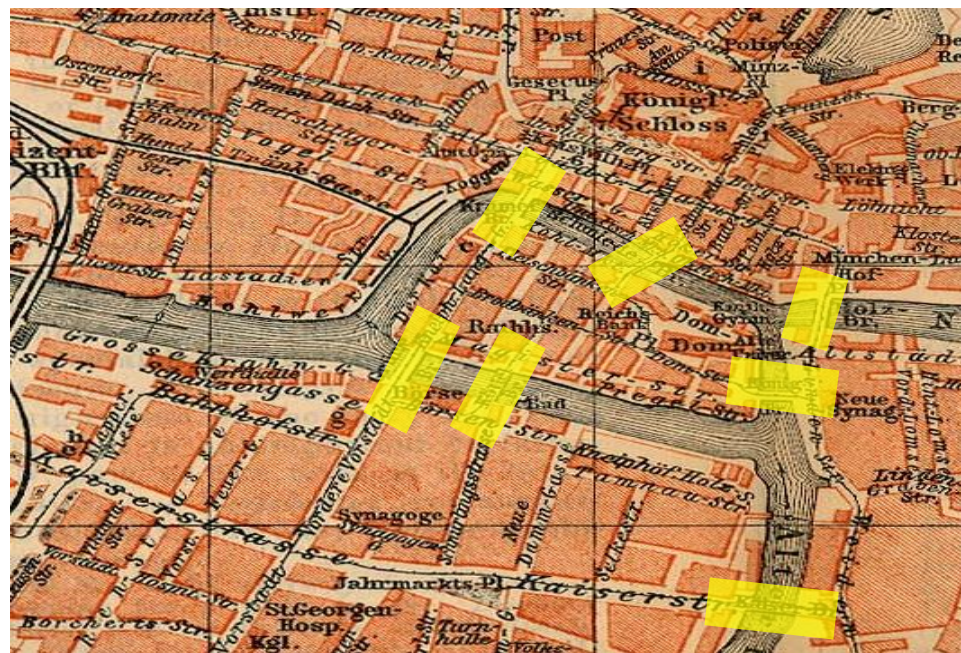






# O problema do circuito de Euler

Uma lenda diz que um residente da cidade de Königsberg escreveu a Leonard Euler dizendo que um passatempo popular para os casais era **tentar cruzar cada uma das sete pontes da cidade exatamente uma vez – sem cruzar qualquer ponte mais de uma vez.**



Era sabido por todos que o feito não podia ser cumprido, embora ninguém soubesse por quê.  
Coube a Euler, um grande matemático, responder a questão.

# Representação de Euler

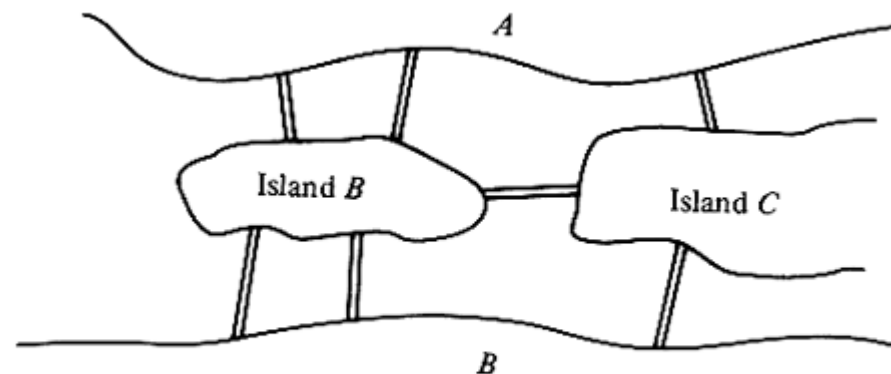
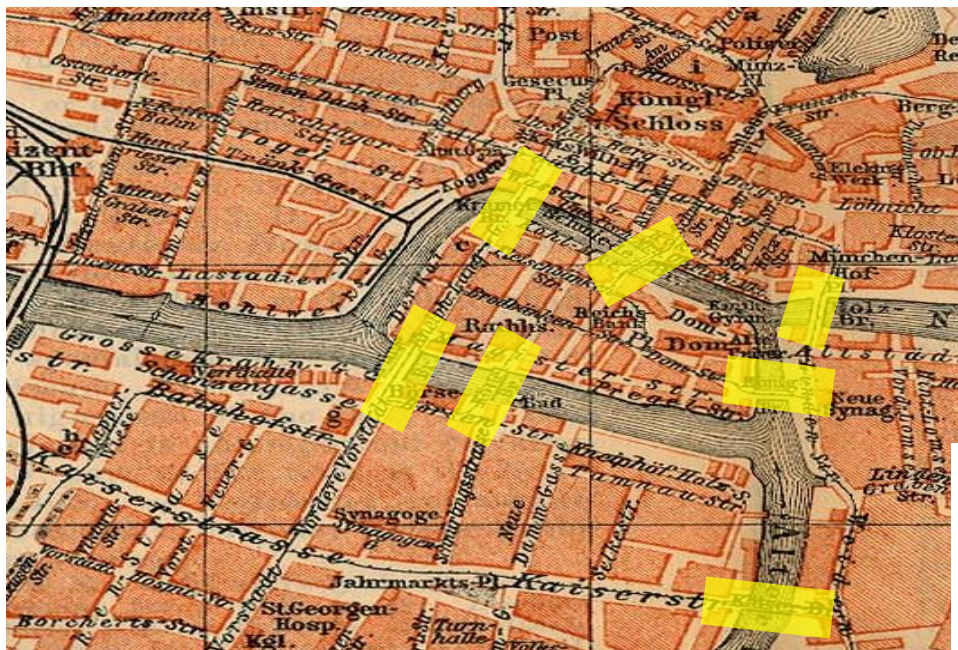
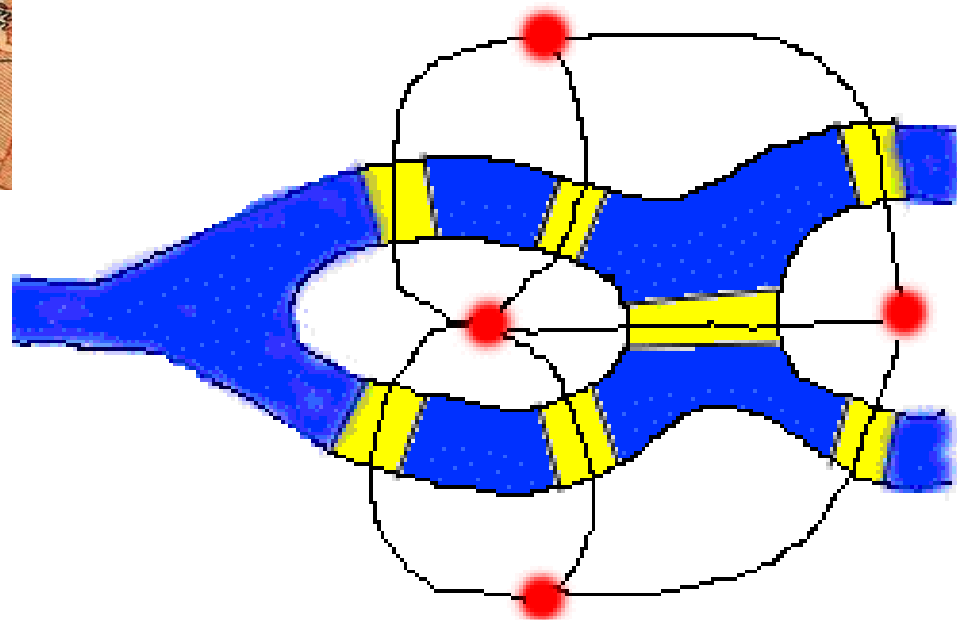
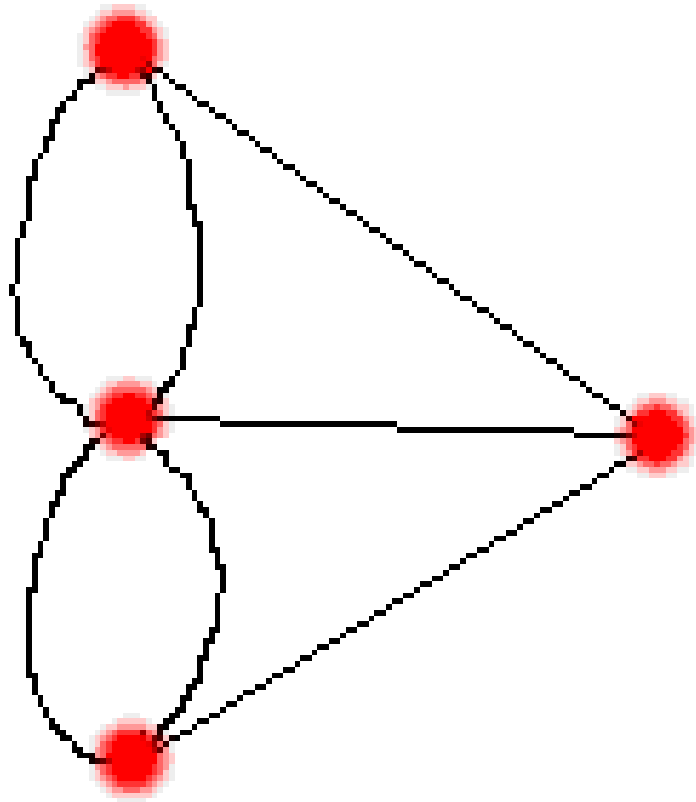


FIGURE 6.13 Seven-bridge problem at Königsberg.

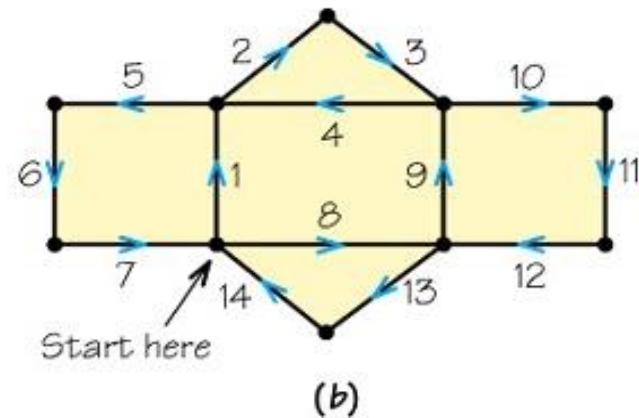
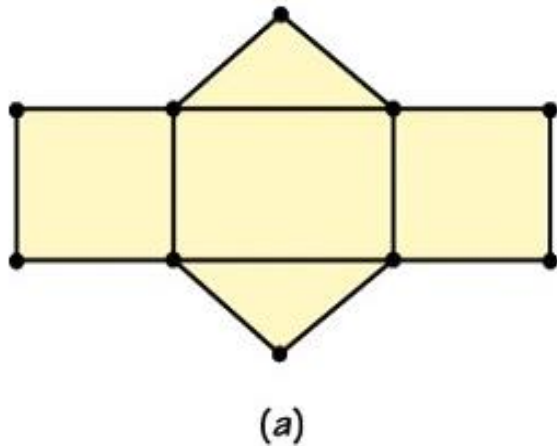


# Grafo Resultante

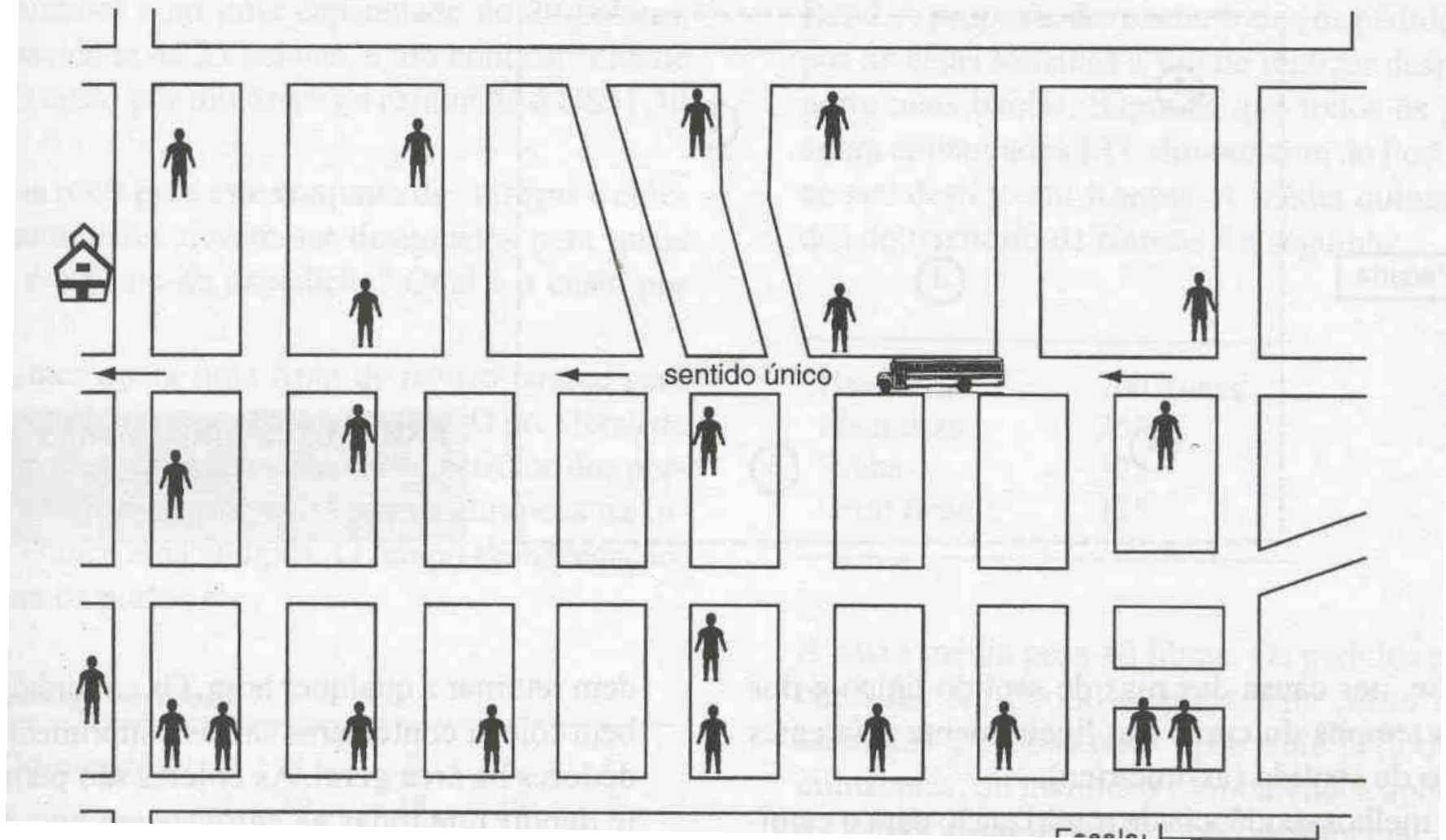


**O problema pode ser visto  
como o de desenhar a figura ao  
lado sem redesenhar qualquer  
linha e sem levantar o lápis do  
papel**

O Teorema de Euler mostra que o problema só tem solução se o número de arcos incidente em cada nós for par e o grafo for conexo

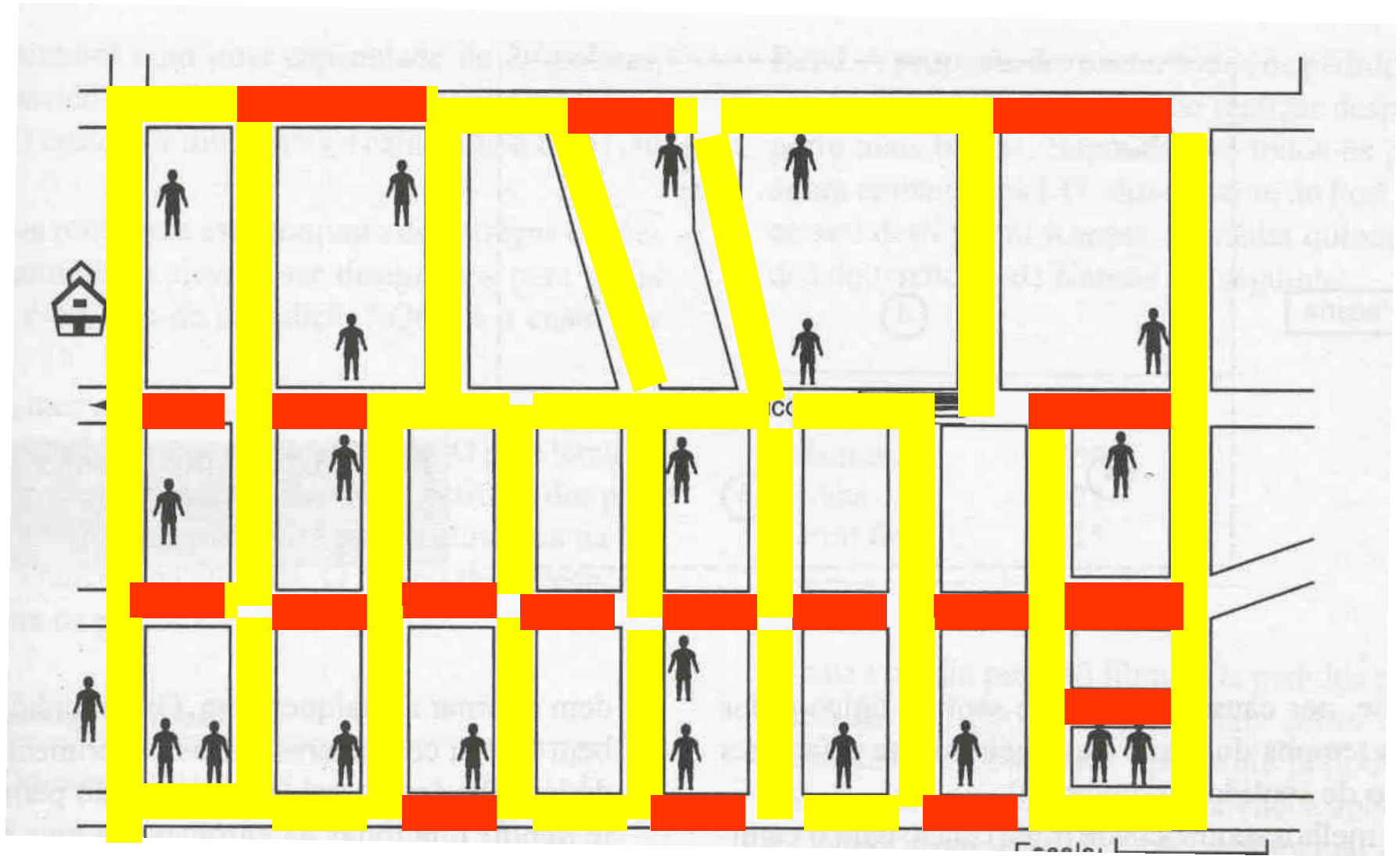


# Problema do Carteiro Chinês



**Definir um trajeto contínuo (sem tirar o lápis do papel)  
passando por todas as ruas, evitando repetir quarteirões**

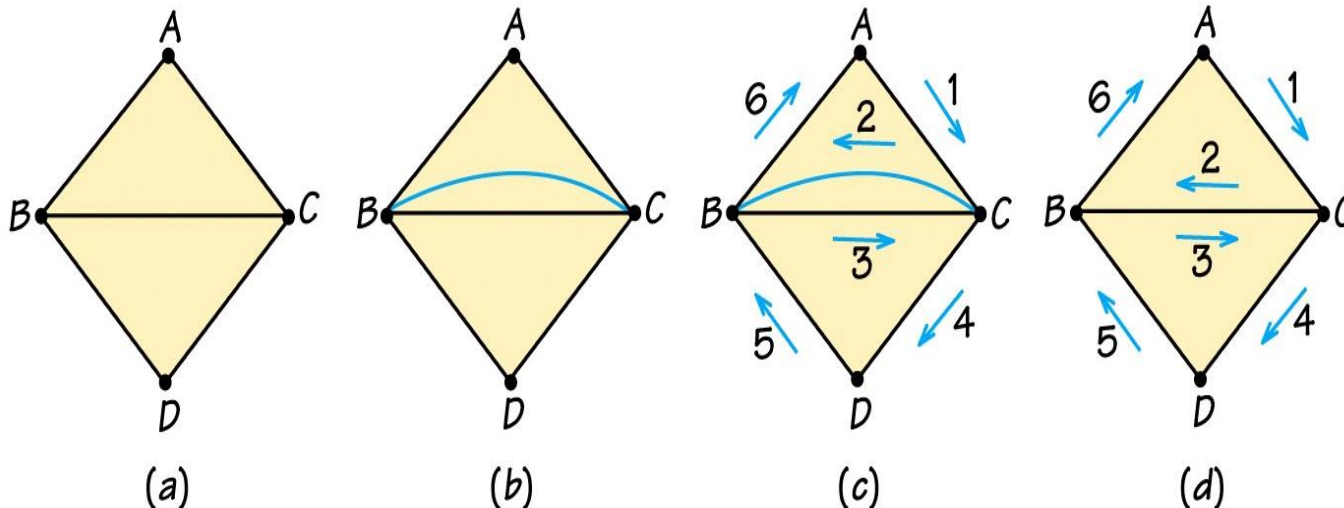
# Problema do Carteiro Chinês



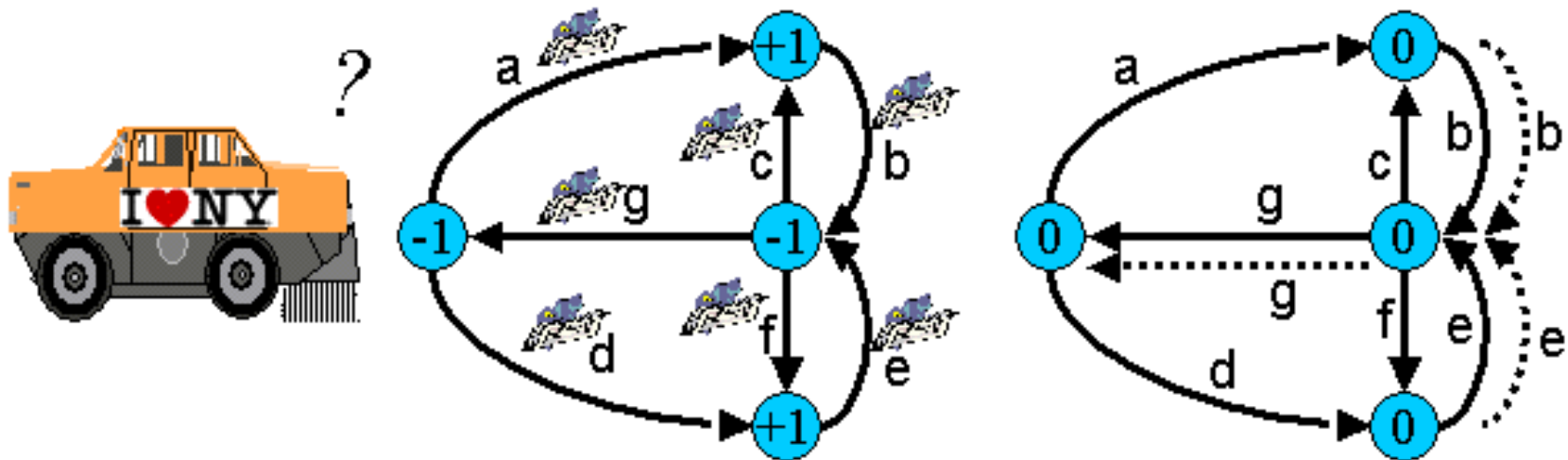
**Definir um trajeto contínuo (sem tirar o lápis do papel)  
passando por todas as ruas, evitando repetir quarteirões**

# Problema do Carteiro Chinês

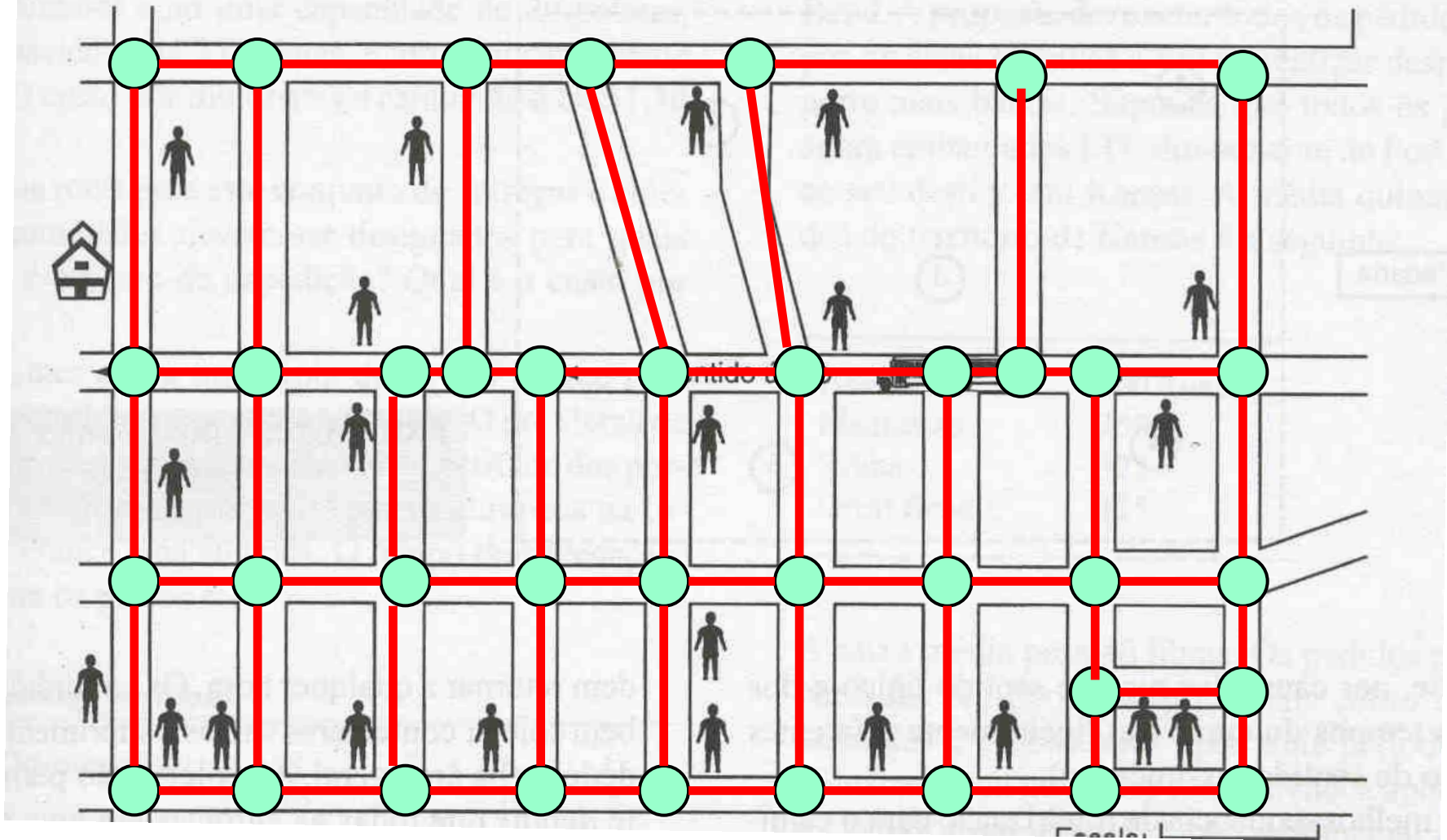
- Como adicionar arcos a um grafo de tal modo a criar um circuito de Euler?
- Resposta: Problema do Carteiro Chinês
  - Minimizar o comprimento (extensão) de um circuito escolhendo cuidadosamente os arcos que serão percorridos mais de uma vez
- Corresponde a adicionar arcos a um grafo de tal modo que o número de arcos incidentes em cada vértice seja par!

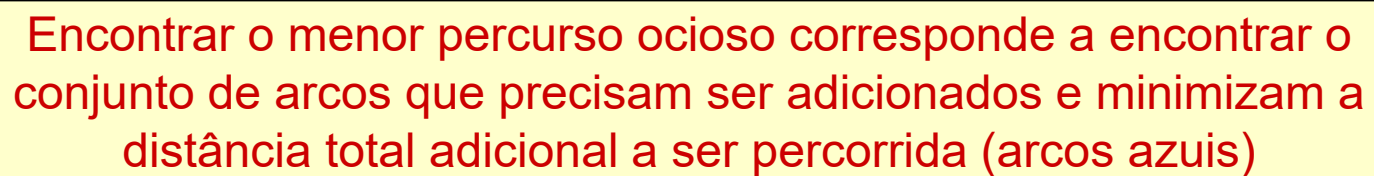


## Exemplo ilustrativo



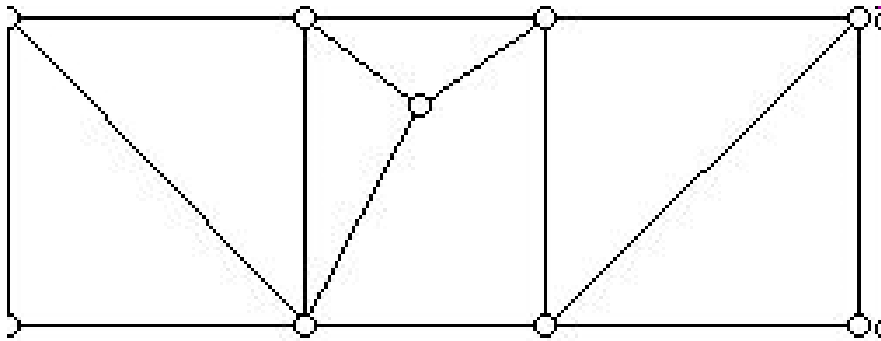
# Problema do Carteiro Chinês



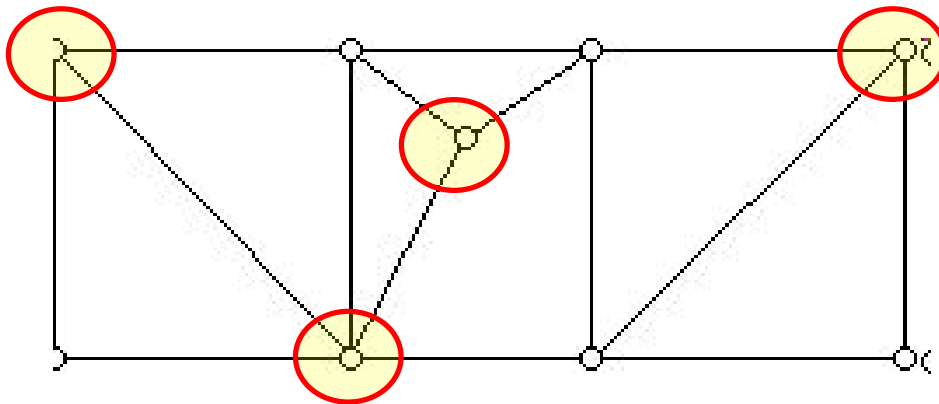


# Exemplo

- Suponha a seguinte região a ser percorrida:

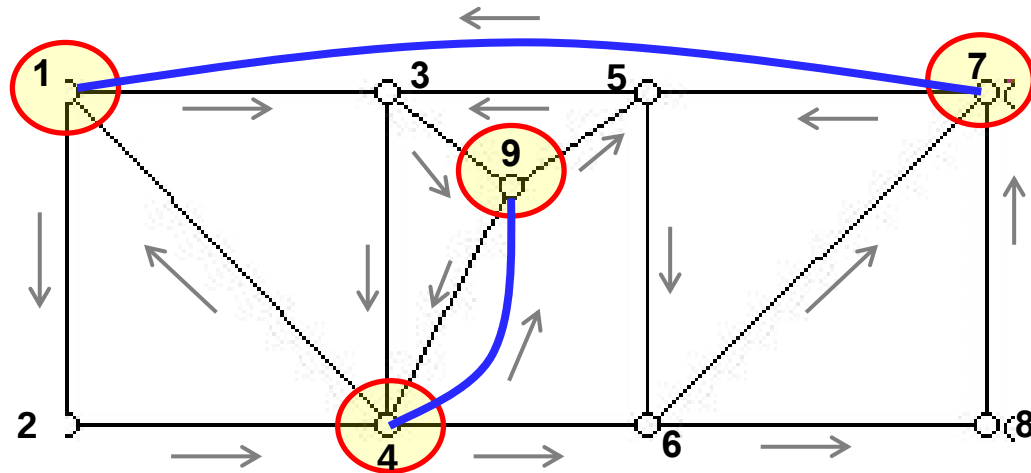


- Os nós indicados tem grau ímpar, o que requer arcos adicionais



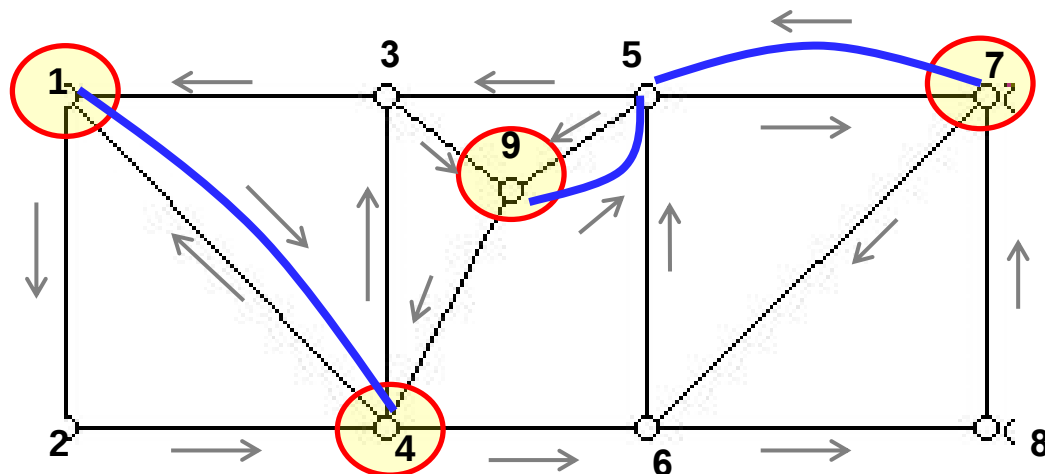
# Possíveis soluções

- Uma possível solução consiste em adicionais os arcos abaixo em azul:



(1-2), (2-4), (4-1), (1-3), (3-4), (4-9),  
(9-5), (5,3), (3-9), (9-4), (4-6), (6-8),  
(8-7), (7-5), (5-6), (6-7), (7,1)

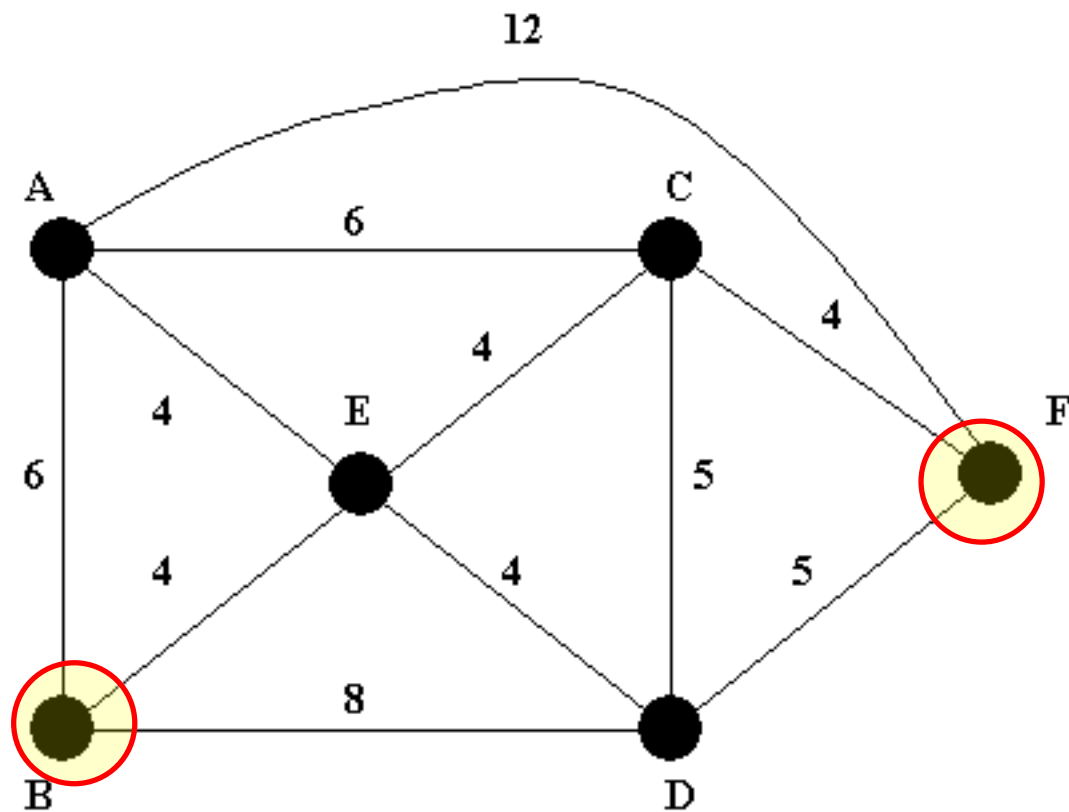
- Porém existe uma solução melhor, em que a distância adicional é menor



(1-2), (2-4), (4-1), (1-4), (4-3), (3-9),  
(9-4), (4,6), (6-8), (8-7), (7-6), (6-5),  
(5-7), (7-5), (5-9), (9-5), (5-3), (3-1)

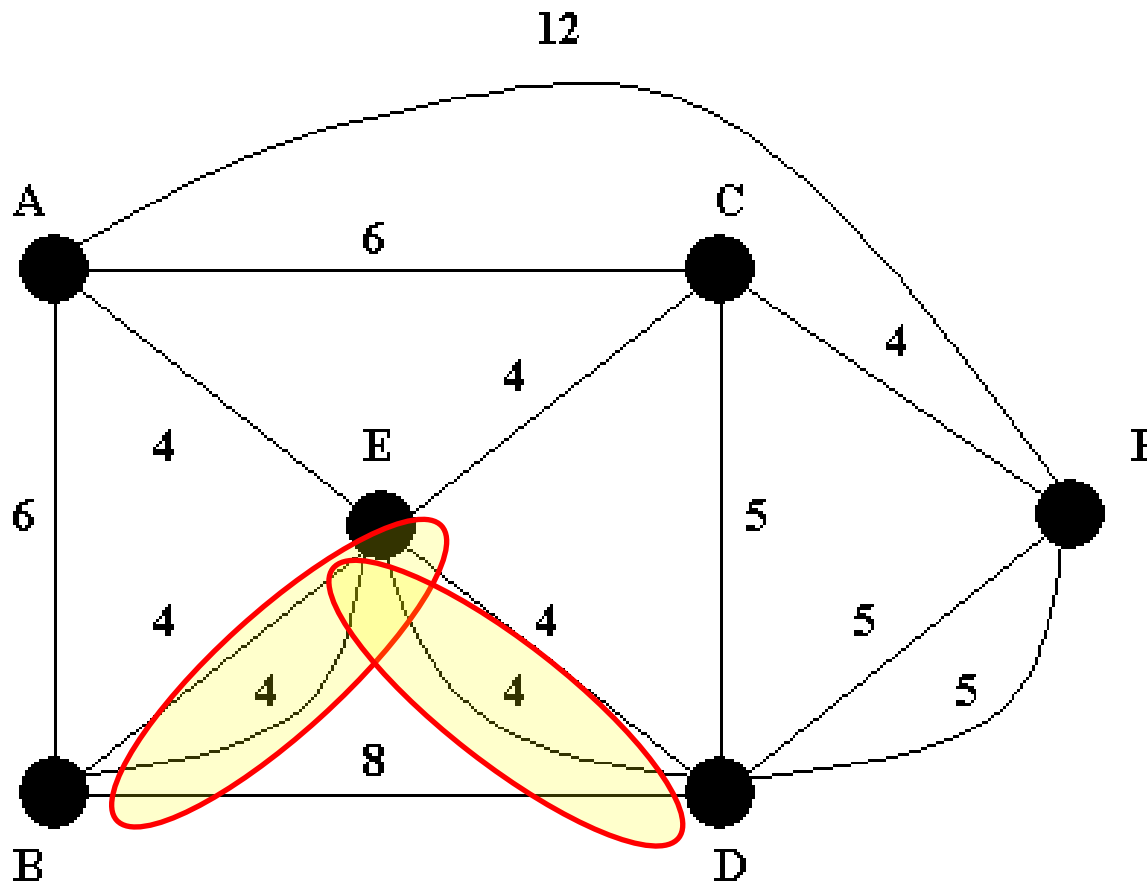
## Outro exemplo

- Problema original

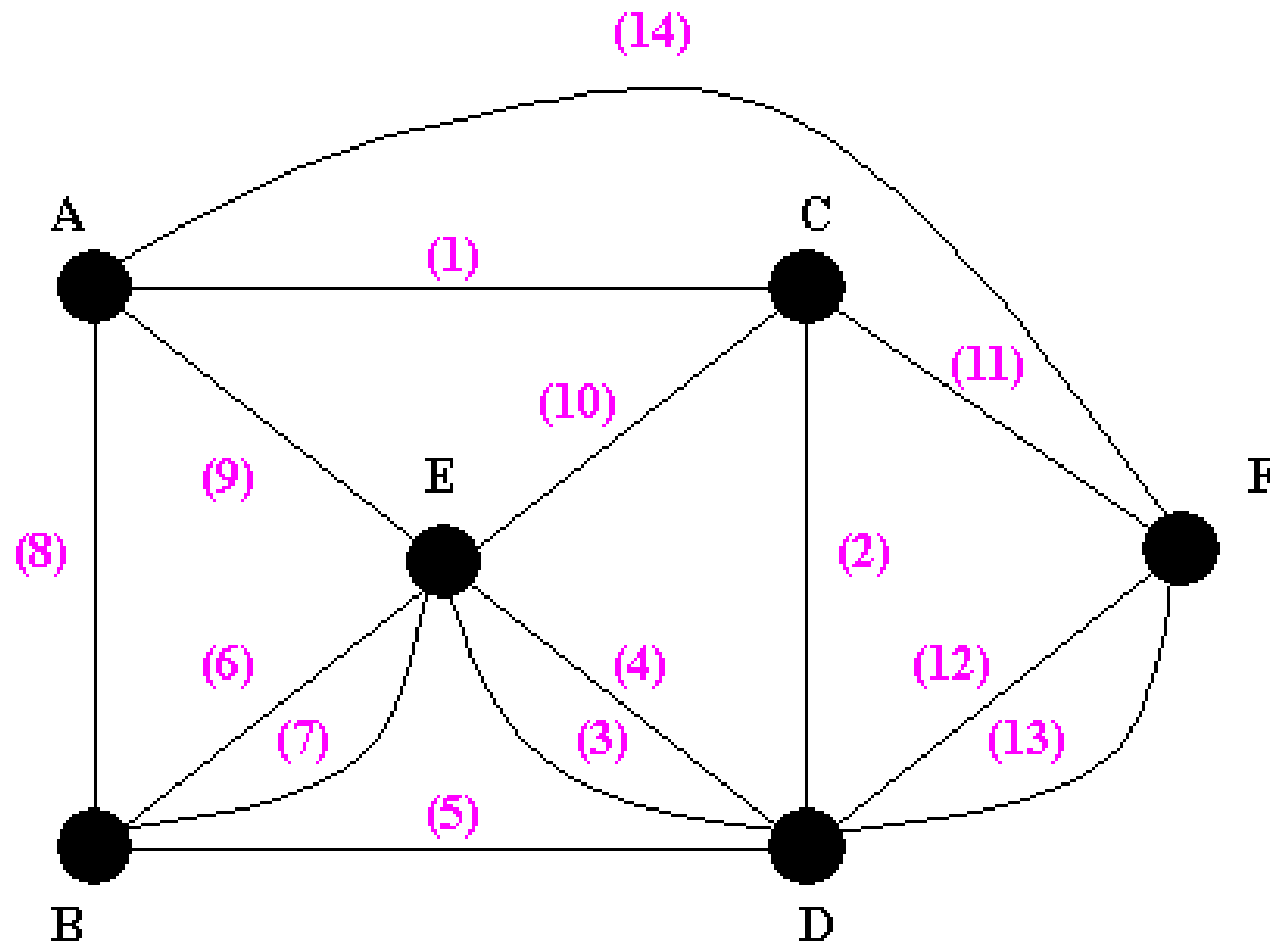


# Solução

- Adicionando arcos

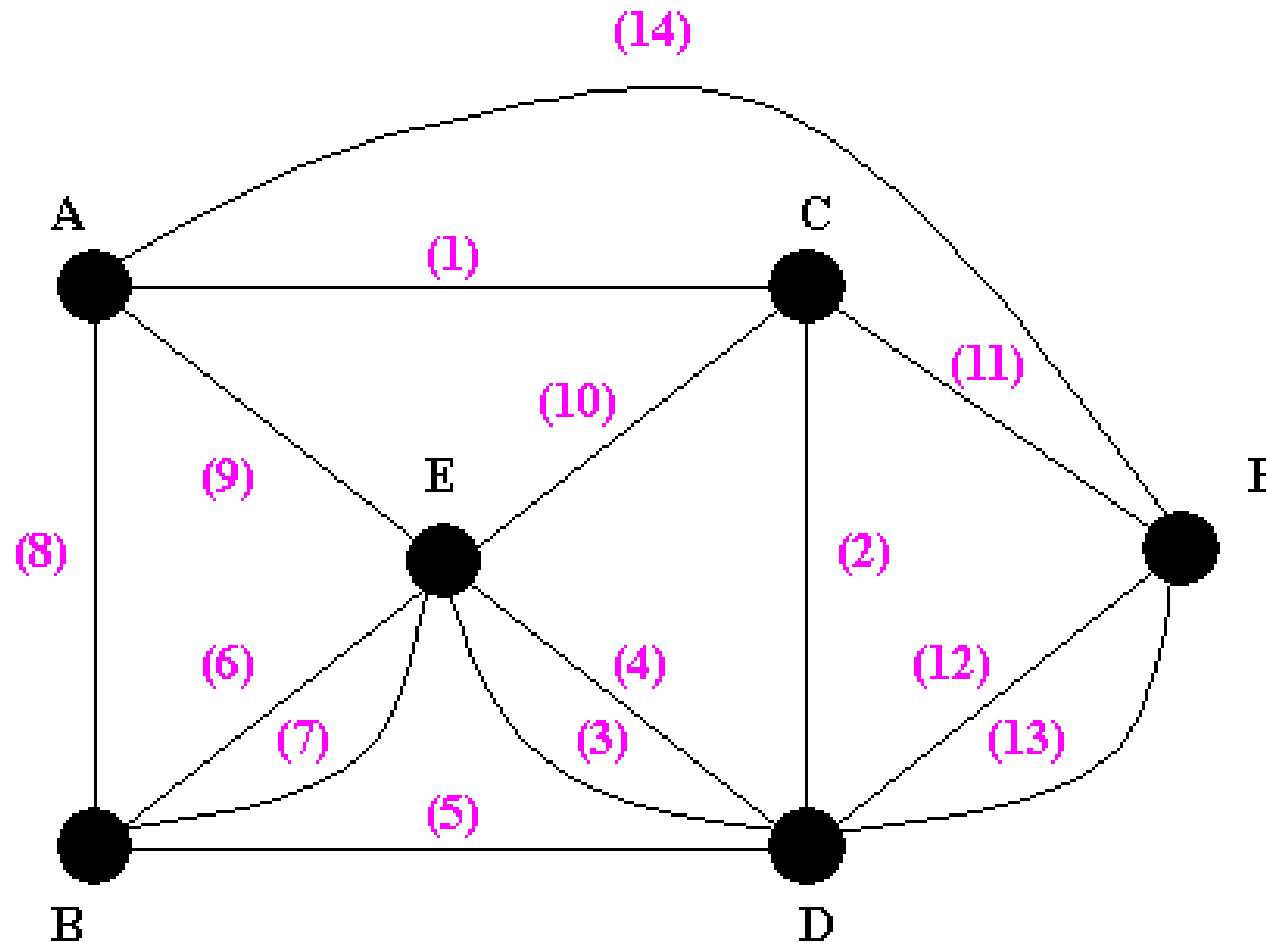


# Sequência de percurso



# Sequência de percurso

- Saindo e retornando ao ponto A (1-14)



# Waste Collection Routes

## Map Legend

### Layers

—+— Railroad

— Streets

— Routes

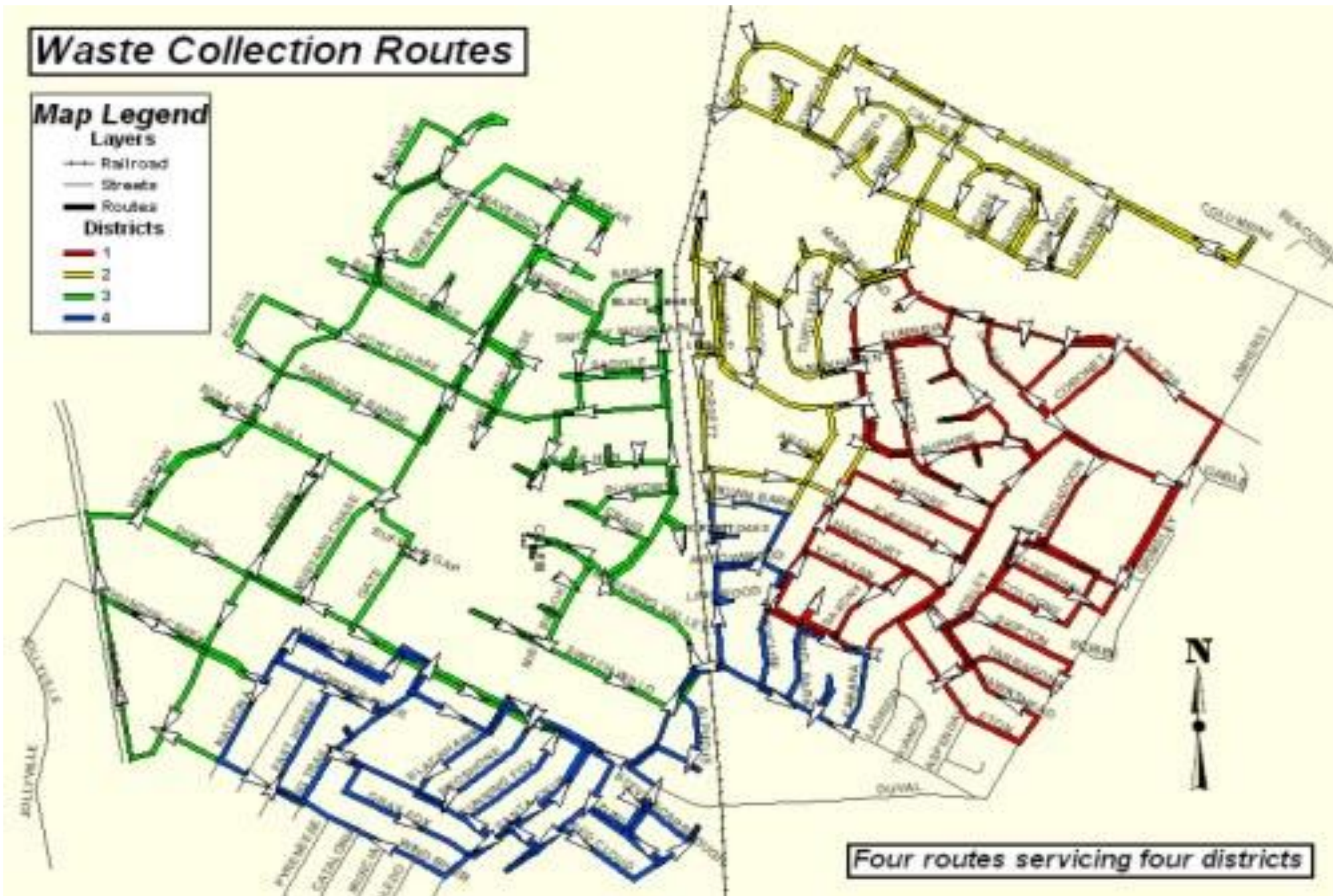
### Districts

1

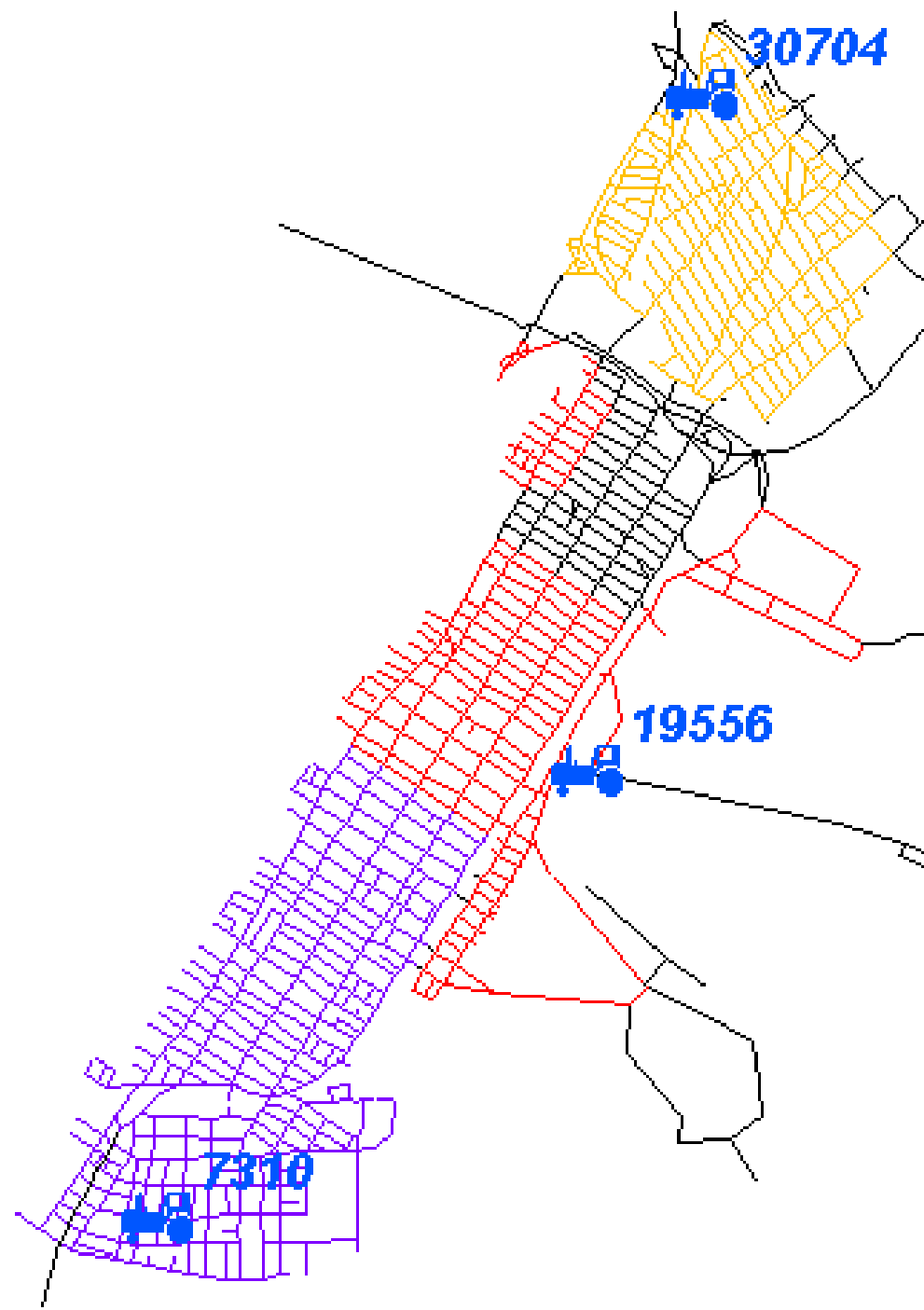
2

3

4



Four routes servicing four districts



**Carteiro  
Chinês**

# Situações Práticas

- **Carteiro Chinês**
  - Leitura de água/luz
  - Coleta de lixo residencial
  - Entrega domiciliar de gás
  - Venda de “pamonha”
  - ....
- **Caixeiro Viajante**
  - Entregas de refrigerantes em bares e restaurantes
  - Entregas da Perdigão/Sadia em supermercados, mercearias
  - Entregas de jornais e revistas em bancas
  - ....

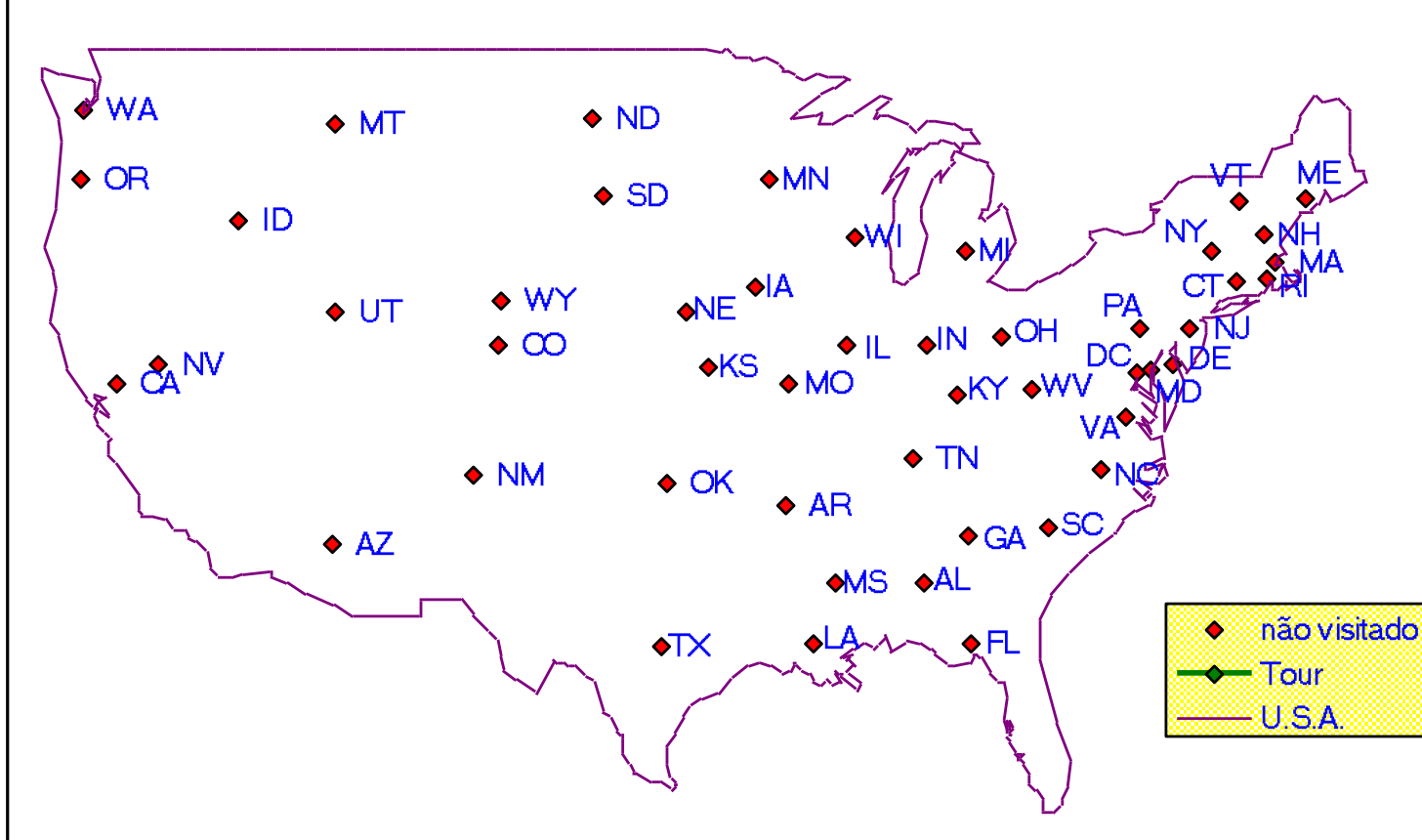
**E a entrega de jornais em domicilio para assinantes?**

**Algoritmos distintos para resolver cada categoria de problema !!!!!**

# Desafio: Resolver o problema do caixeiro viajante



## 49 cidades não visitadas



## Dá para resolver usando o Solver?

- Como obter a solução ótima para o problema do caixeiro viajante com 6 pontos?

De/Para: Distancias

|          | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5</b> |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>0</b> | <b>0</b> | 13,5     | 11,5     | 7,4      | 7,7      | 4,5      |
| <b>1</b> | 15,7     | <b>0</b> | 5,2      | 12,1     | 23,1     | 20,0     |
| <b>2</b> | 10,1     | 7,2      | <b>0</b> | 7,8      | 14,4     | 12,1     |
| <b>3</b> | 7,8      | 11,2     | 7,1      | <b>0</b> | 7,2      | 4,9      |
| <b>4</b> | 9,3      | 21,0     | 15,7     | 9,0      | <b>0</b> | 6,4      |
| <b>5</b> | 4,7      | 16,4     | 12,2     | 5,5      | 4,0      | <b>0</b> |

## Uma solução possível (factível)

- $0 \rightarrow 3$       0 1 2 3 4 5
- $3 \rightarrow 2$       0 1 2 3 4 5
- $2 \rightarrow 1$       0 1 2 3 4 5
- $1 \rightarrow 5$       0 1 2 3 4 5
- $5 \rightarrow 4$       0 1 2 3 4 5
- $4 \rightarrow 0$       0 1 2 3 4 5

De/Para: Distancias

|   | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    |
|---|------|------|------|------|------|------|
| 0 | 0    | 13,5 | 11,5 | 7,4  | 7,7  | 4,5  |
| 1 | 15,7 | 0    | 5,2  | 12,1 | 23,1 | 20,0 |
| 2 | 10,1 | 7,2  | 0    | 7,8  | 14,4 | 12,1 |
| 3 | 7,8  | 11,2 | 7,1  | 0    | 7,2  | 4,9  |
| 4 | 9,3  | 21,0 | 15,7 | 9,0  | 0    | 6,4  |
| 5 | 4,7  | 16,4 | 12,2 | 5,5  | 4,0  | 0    |

- Distância total =  $7,4 + 7,1 + 7,2 + 20,0 + 4,0 + 9,3 = 55$

## Uma outra boa solução possível

- $0 \rightarrow 5$       0 1 2 3 4 5
- $5 \rightarrow 4$       0 1 2 3 4 5
- $4 \rightarrow 3$       0 1 2 3 4 5
- $3 \rightarrow 2$       0 1 2 3 4 5
- $2 \rightarrow 1$       0 1 2 3 4 5
- $1 \rightarrow 0$       0 1 2 3 4 5

De/Para: Distancias

|   | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    |
|---|------|------|------|------|------|------|
| 0 | 0    | 13,5 | 11,5 | 7,4  | 7,7  | 4,5  |
| 1 | 15,7 | 0    | 5,2  | 12,1 | 23,1 | 20,0 |
| 2 | 10,1 | 7,2  | 0    | 7,8  | 14,4 | 12,1 |
| 3 | 7,8  | 11,2 | 7,1  | 0    | 7,2  | 4,9  |
| 4 | 9,3  | 21,0 | 15,7 | 9,0  | 0    | 6,4  |
| 5 | 4,7  | 16,4 | 12,2 | 5,5  | 4,0  | 0    |

- Distância total =  $4,5 + 4,0 + 9,0 + 7,1 + 7,2 + 15,7 = 47,5$

# Como representar matematicamente?

- **Variáveis de decisão:**

$X_{ij} = 1$  se o nó  $j$  é visitado imediatamente após o nó  $i$   
0 caso contrário

- No nosso caso:

$0 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 0$   
 $X_{05} = 1 \quad X_{54} = 1 \quad X_{43} = 1 \quad X_{32} = 1 \quad X_{21} = 1 \quad X_{10} = 1$

- E as demais variáveis?  $X_{01} \quad X_{02} \quad X_{04} \dots X_{12} \quad X_{13} \quad X_{14} \dots X_{50} \dots$ 
  - Todas nulas!!!

# Função objetivo

- Minimizar

$$13,5X_{01} + 11,5X_{02} + 7,4X_{03} + 7,7X_{04} + 4,5X_{05} + \\ 15,5X_{10} + 5,2X_{12} + 12,1X_{13} + 23,1X_{14} + 20,0X_{15} + \\ 10,1X_{20} + 7,2X_{21} + 7,8X_{23} + 14,4X_{24} + 12,1X_{25} + \\ \dots \\ 4,7X_{50} + 16,4X_{51} + 12,2X_{52} + 5,5X_{53} + 4,0X_{54}$$

De/Para: Distancias

|   | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    |
|---|------|------|------|------|------|------|
| 0 | 0    | 13,5 | 11,5 | 7,4  | 7,7  | 4,5  |
| 1 | 15,7 | 0    | 5,2  | 12,1 | 23,1 | 20,0 |
| 2 | 10,1 | 7,2  | 0    | 7,8  | 14,4 | 12,1 |
| 3 | 7,8  | 11,2 | 7,1  | 0    | 7,2  | 4,9  |
| 4 | 9,3  | 21,0 | 15,7 | 9,0  | 0    | 6,4  |
| 5 | 4,7  | 16,4 | 12,2 | 5,5  | 4,0  | 0    |

# Restrições

- Como assegurar que as variáveis ( $X_{ij} = 1$  ou  $0$ ) definam uma rota que inicie e termine no ponto 0, passando por todos os pontos e apenas uma vez em cada um deles?
- Analise a rota proposta:  
 $0 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 0$
- Cada nó visitado é destino de um arco e origem de um arco

## Somente um arco chegando em cada nó $i$

$$\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n x_{ki} = 1, i = 1, \dots, n$$

$$\text{Nó 0} \quad x_{10} + x_{20} + x_{30} + x_{40} + x_{50} = 1$$

$$\text{Nó 1} \quad x_{01} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} = 1$$

$$\text{Nó 2} \quad x_{02} + x_{12} + x_{32} + x_{42} + x_{52} = 1$$

$$\text{Nó 3} \quad x_{03} + x_{13} + x_{23} + x_{43} + x_{53} = 1$$

$$\text{Nó 4} \quad x_{04} + x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{54} = 1$$

$$\text{Nó 5} \quad x_{05} + x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} = 1$$

## Somente um arco saindo de cada nó $i$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_{ij} = 1, i = 1, \dots, n$$

$$\text{Nó 0} \quad x_{01} + x_{02} + x_{03} + x_{04} + x_{05} = 1$$

$$\text{Nó 1} \quad x_{10} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 1$$

$$\text{Nó 2} \quad x_{20} + x_{21} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 1$$

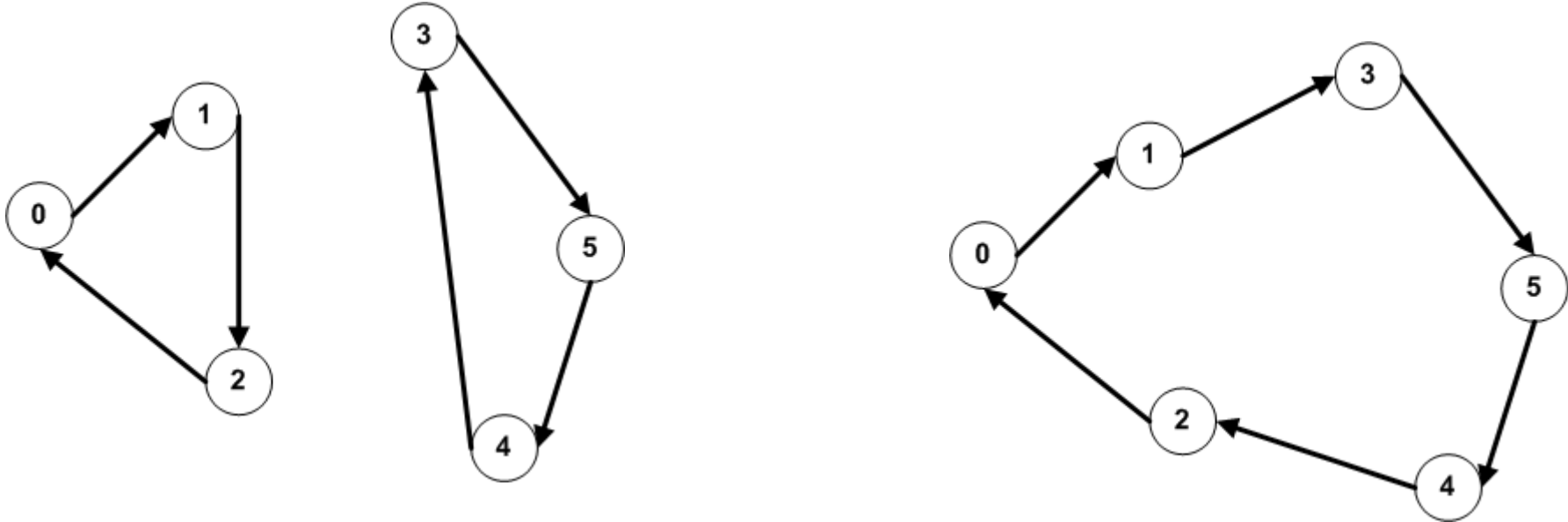
$$\text{Nó 3} \quad x_{30} + x_{31} + x_{32} + x_{34} + x_{35} = 1$$

$$\text{Nó 4} \quad x_{40} + x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{45} = 1$$

$$\text{Nó 5} \quad x_{50} + x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} = 1$$

# Essas restrições não são suficientes

- Para evitar a formação de subrotas quebradas



- Neste caso, formaram-se duas subrotas 0-1-2-0 e 3-5-4-3
  - Ao invés de 0-1-3-5-4-2-0

# FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO TSP

## - CAIXEIRO VIAJANTE

$$[\min] \quad \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n c_{ij} x_{ij}$$

s.a

$$\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n x_{ki} = 1, i = 1, \dots, n$$

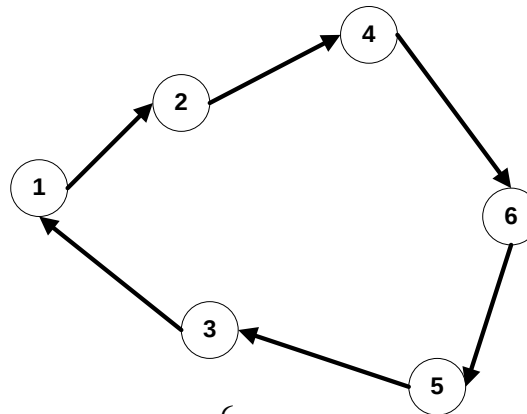
$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_{ij} = 1, i = 1, \dots, n$$

$$X = (x_{ij}) \in S$$

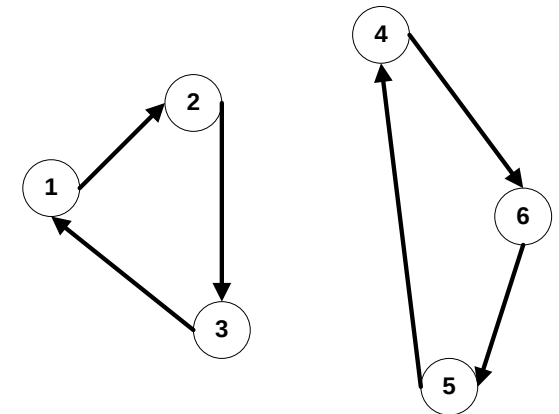
$$x_{ij} \in \{0,1\}$$

Restrições para eliminação de sub-tour

SIM



NÃO



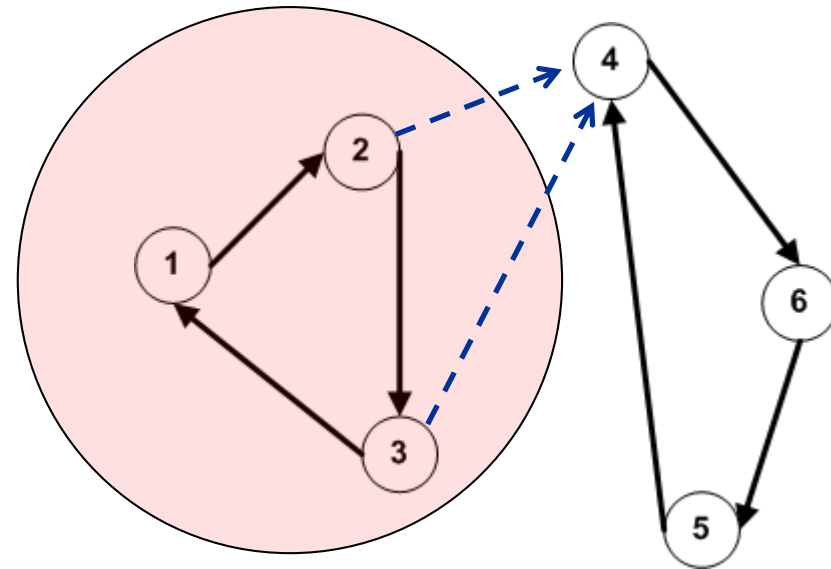
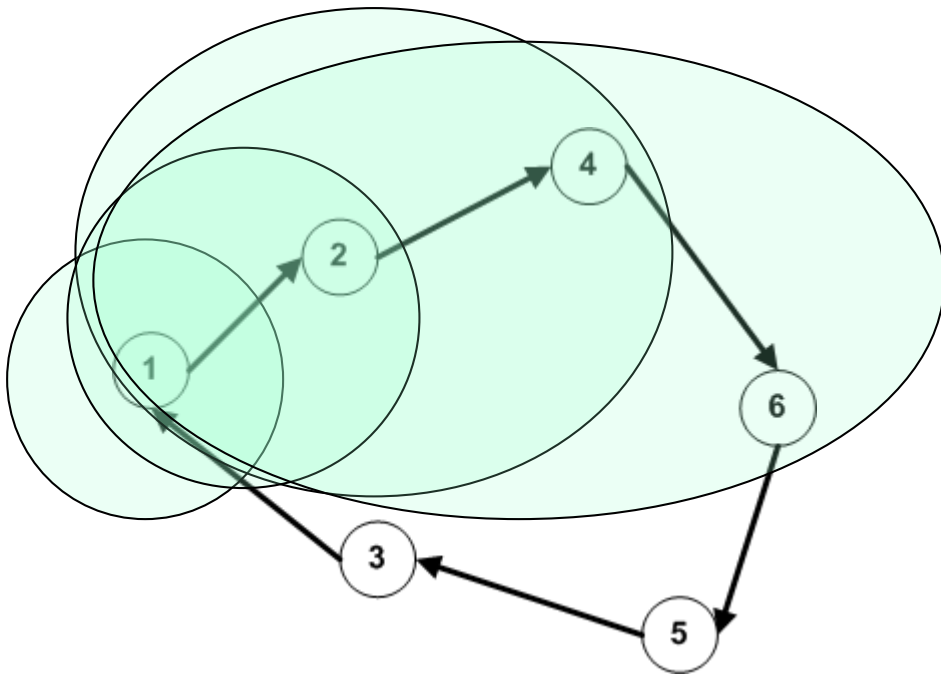
$$S = \left\{ (x_{ij}) : \sum_{i \in Q} \sum_{j \notin Q} x_{ij} \geq 1 \right\} \text{ para todo } Q \subset N, Q \neq N$$

$$S = \left\{ (x_{ij}) : \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \leq |R| - 1 \right\} \text{ para todo } R \subset \{2, 3, \dots, n\}, R \neq \emptyset$$

# Ilustrando as restrições de subtour

- Que tem a finalidade de eliminar subtour (ou tours quebrados)

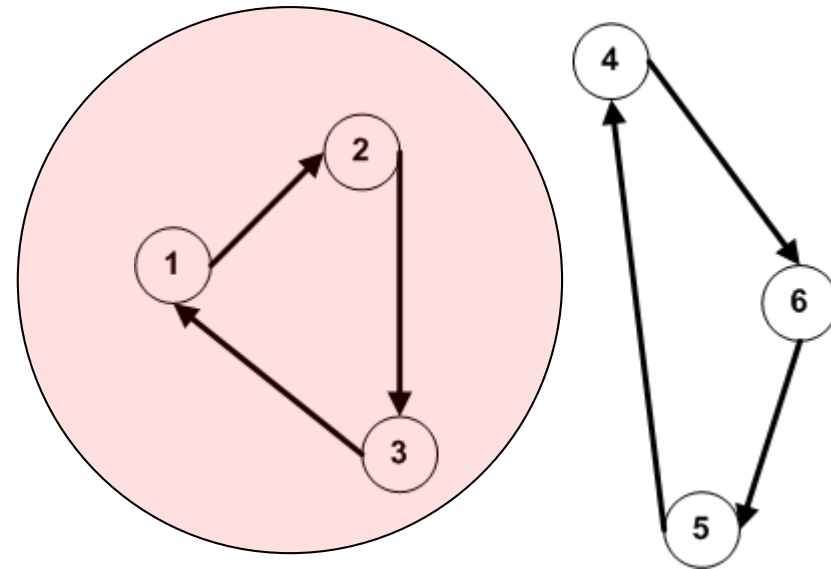
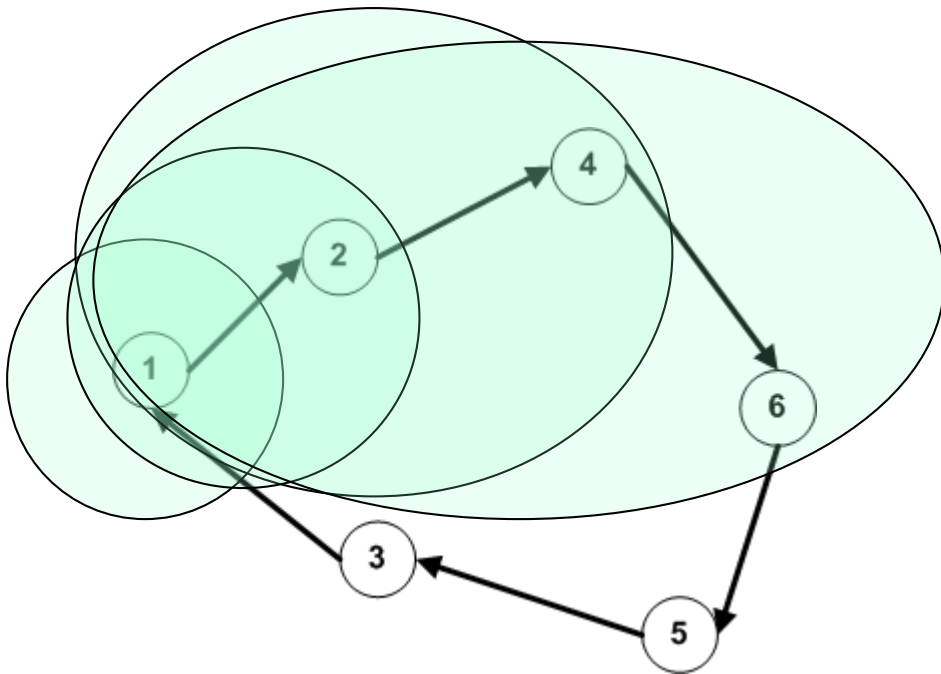
$$S = \left\{ (x_{ij}) : \sum_{i \in Q} \sum_{j \notin Q} x_{ij} \geq 1 \right\} \text{ para todo } Q \subset N, Q \neq N$$



# Ilustrando as restrições de subtour

- Que tem a finalidade de eliminar subtour (ou tours quebrados)

$$S = \left\{ (x_{ij}) : \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \leq |R| - 1 \text{ para todo } R \subset \{2, 3, \dots, n\}, R \neq \emptyset \right\}$$



## No caso do nosso problema

- Restrição para impedir formação de sub-rotas com dois nós:

$$x_{12} + x_{21} \leq 1$$

$$x_{13} + x_{31} \leq 1$$

$$x_{14} + x_{41} \leq 1$$

$$x_{15} + x_{51} \leq 1$$

- Restrição para impedir formação de sub-rotas com três nós

$$x_{12} + x_{23} + x_{31} \leq 2$$

$$x_{12} + x_{24} + x_{42} \leq 2$$

$$x_{12} + x_{25} + x_{52} \leq 2$$

$$x_{13} + x_{34} + x_{41} \leq 2$$

$$x_{13} + x_{35} + x_{51} \leq 2$$

$$x_{14} + x_{45} + x_{51} \leq 2$$

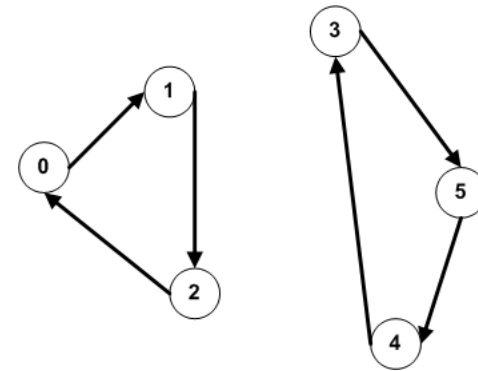
$$x_{23} + x_{34} + x_{42} \leq 2$$

$$x_{23} + x_{35} + x_{52} \leq 2$$

$$x_{24} + x_{45} + x_{52} \leq 2$$

$$x_{34} + x_{45} + x_{53} \leq 2$$

$$x_{35} + x_{54} + x_{43} \leq 2$$



# No caso do nosso problema

- **Restrição para impedir formação de sub-rotas com quatro nós:**

$$x_{12} + x_{23} + x_{34} + x_{41} \leq 3$$

$$x_{12} + x_{23} + x_{35} + x_{51} \leq 3$$

$$x_{12} + x_{24} + x_{45} + x_{51} \leq 3$$

$$x_{13} + x_{34} + x_{45} + x_{51} \leq 3$$

$$x_{23} + x_{34} + x_{45} + x_{52} \leq 3$$

# Restrições de eliminação de subtour

- Uma alternativa mais eficiente

$$S = \{(x_{ij}): y_i - y_j + nx_{ij} \leq n - 1 \text{ for } 2 \leq i \neq j \leq n \text{ for some real numbers } y_i\}.$$

## Exemplo prático: Solver

- Obter a solução ótima para o problema do caixeiro viajante com 6 pontos

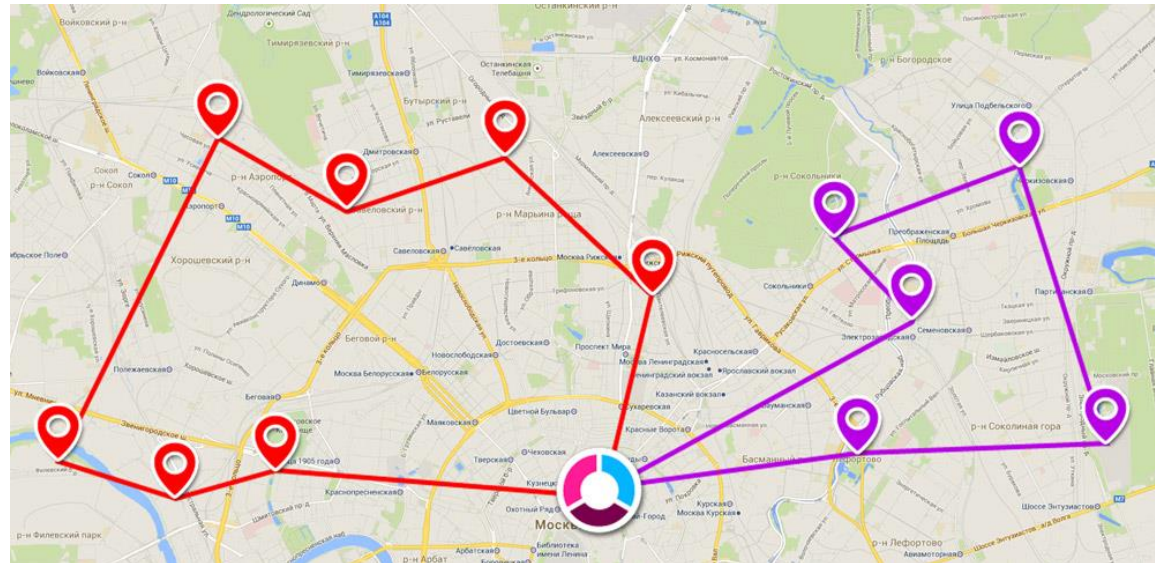
De/Para: Distancias

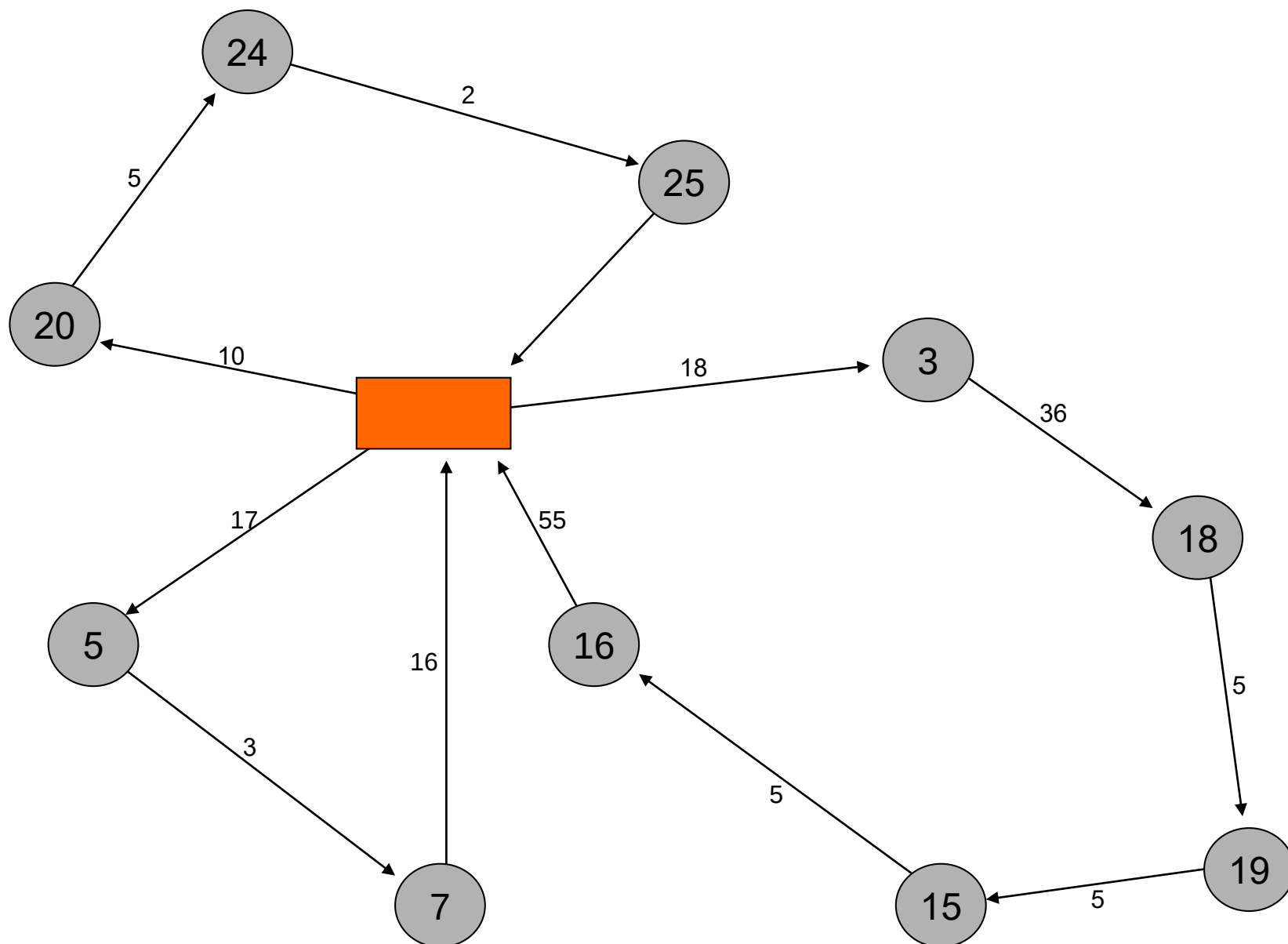
|   | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    |
|---|------|------|------|------|------|------|
| 0 | 0    | 13,5 | 11,5 | 7,4  | 7,7  | 4,5  |
| 1 | 15,7 | 0    | 5,2  | 12,1 | 23,1 | 20,0 |
| 2 | 10,1 | 7,2  | 0    | 7,8  | 14,4 | 12,1 |
| 3 | 7,8  | 11,2 | 7,1  | 0    | 7,2  | 4,9  |
| 4 | 9,3  | 21,0 | 15,7 | 9,0  | 0    | 6,4  |
| 5 | 4,7  | 16,4 | 12,2 | 5,5  | 4,0  | 0    |

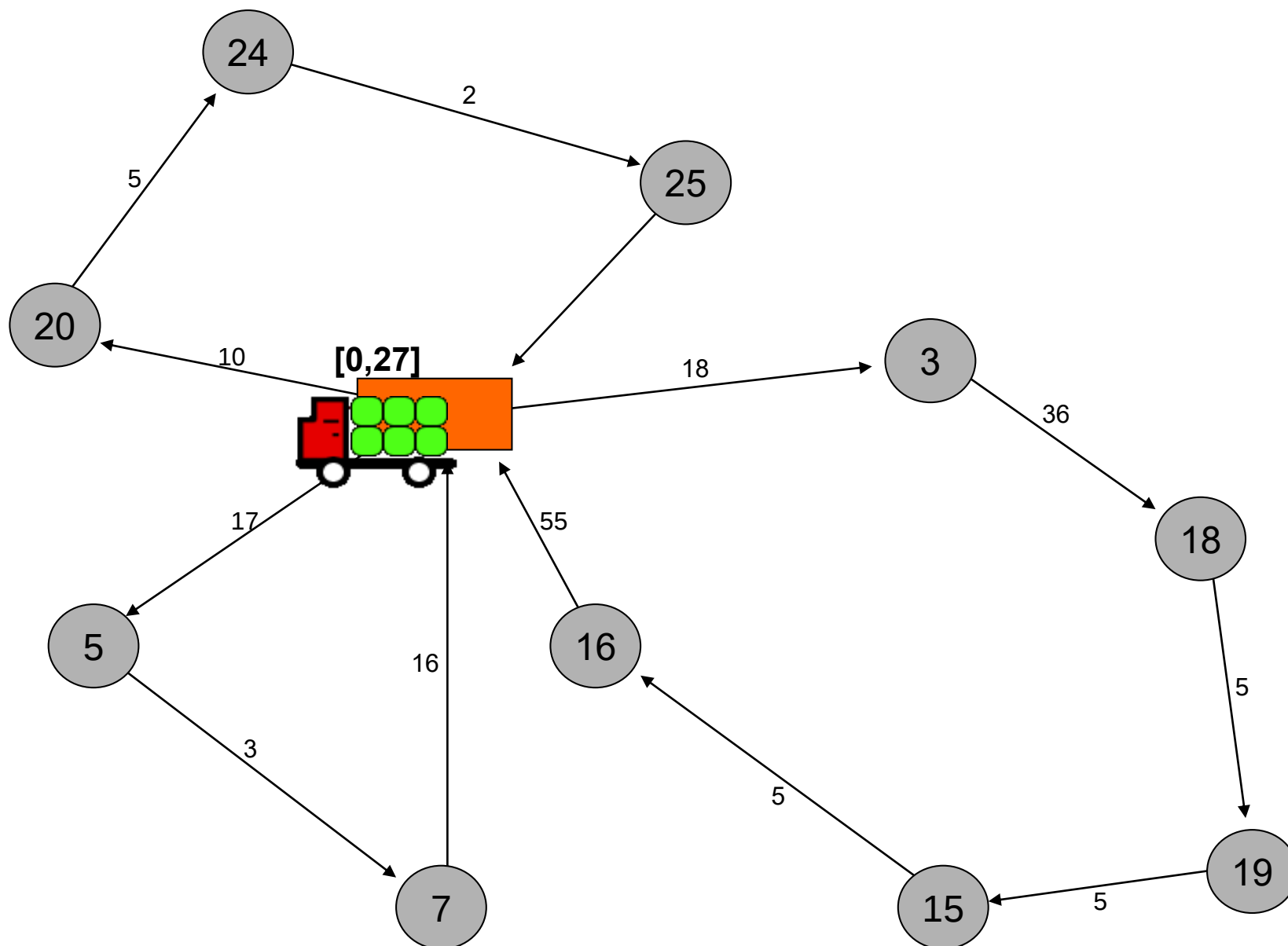
- Comparar com as soluções obtidas pelo método do vizinho mais próximo e o algoritmo de economias

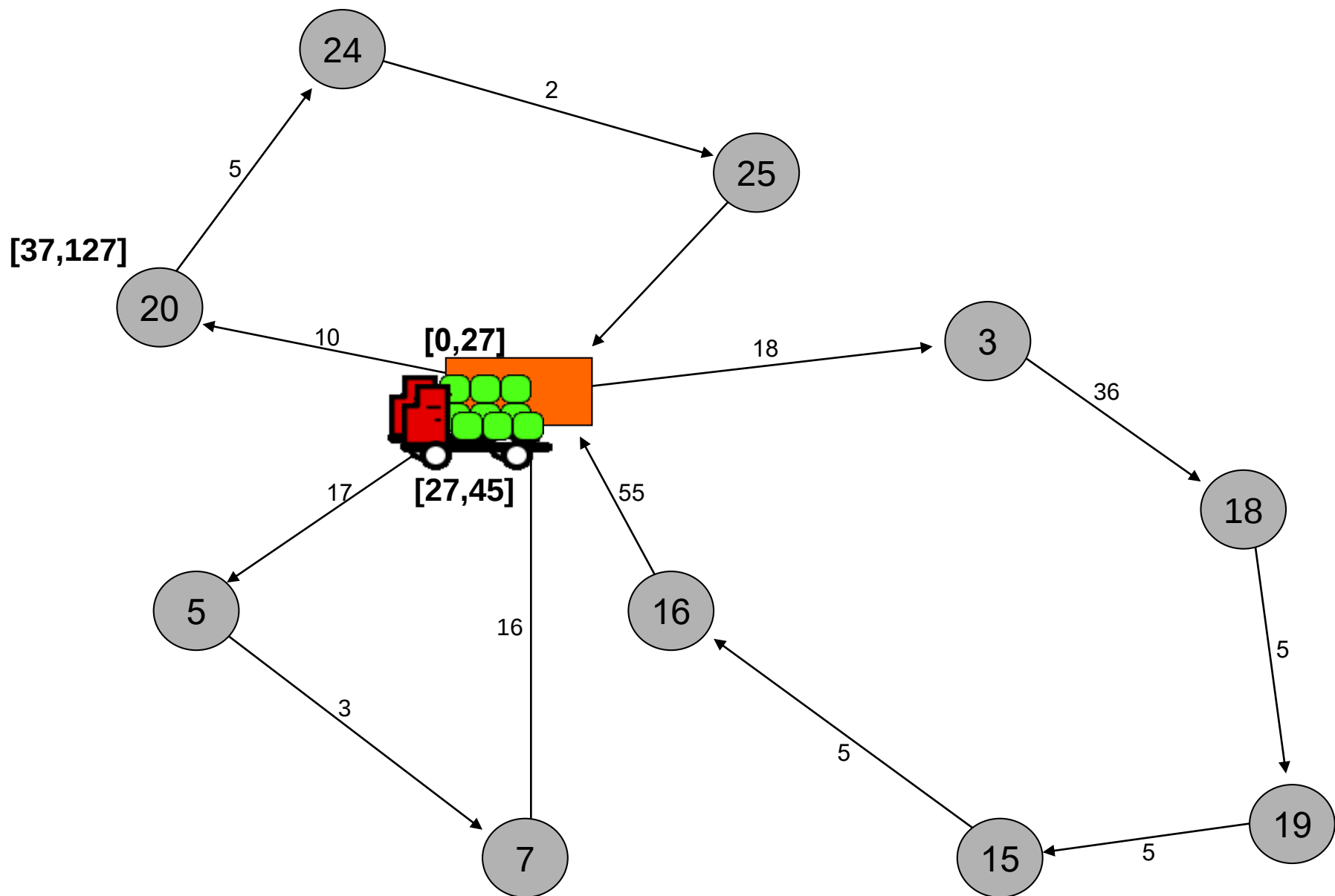
# Problema de Roteirização de Veículos

- **Generalização do Problema do Caixeiro Viajante**
  - Múltiplos caixeiros
  - Capacidade
  - Duração da viagem
  - Horários de visita
  - Heterogeneidade da frota .....

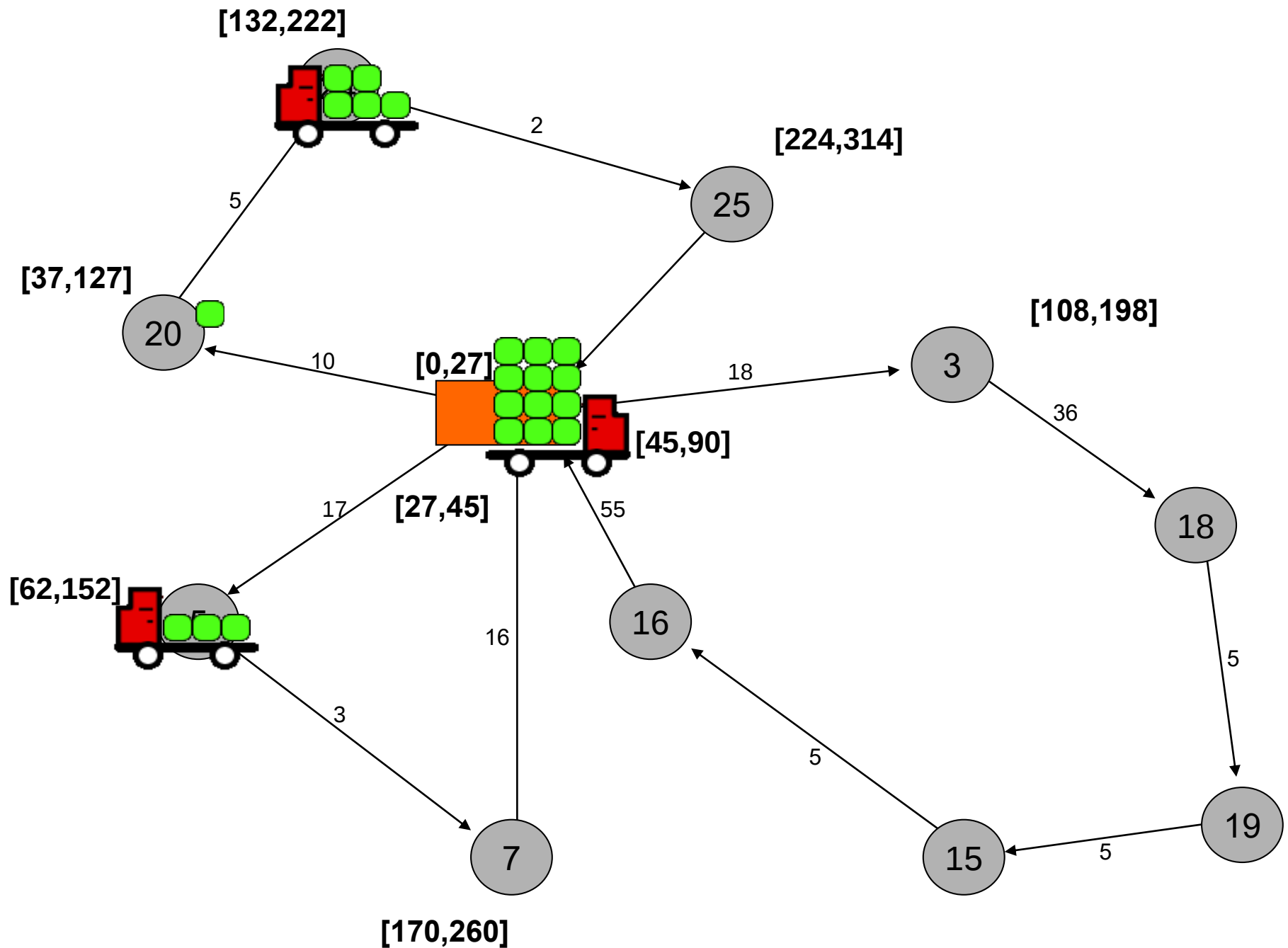


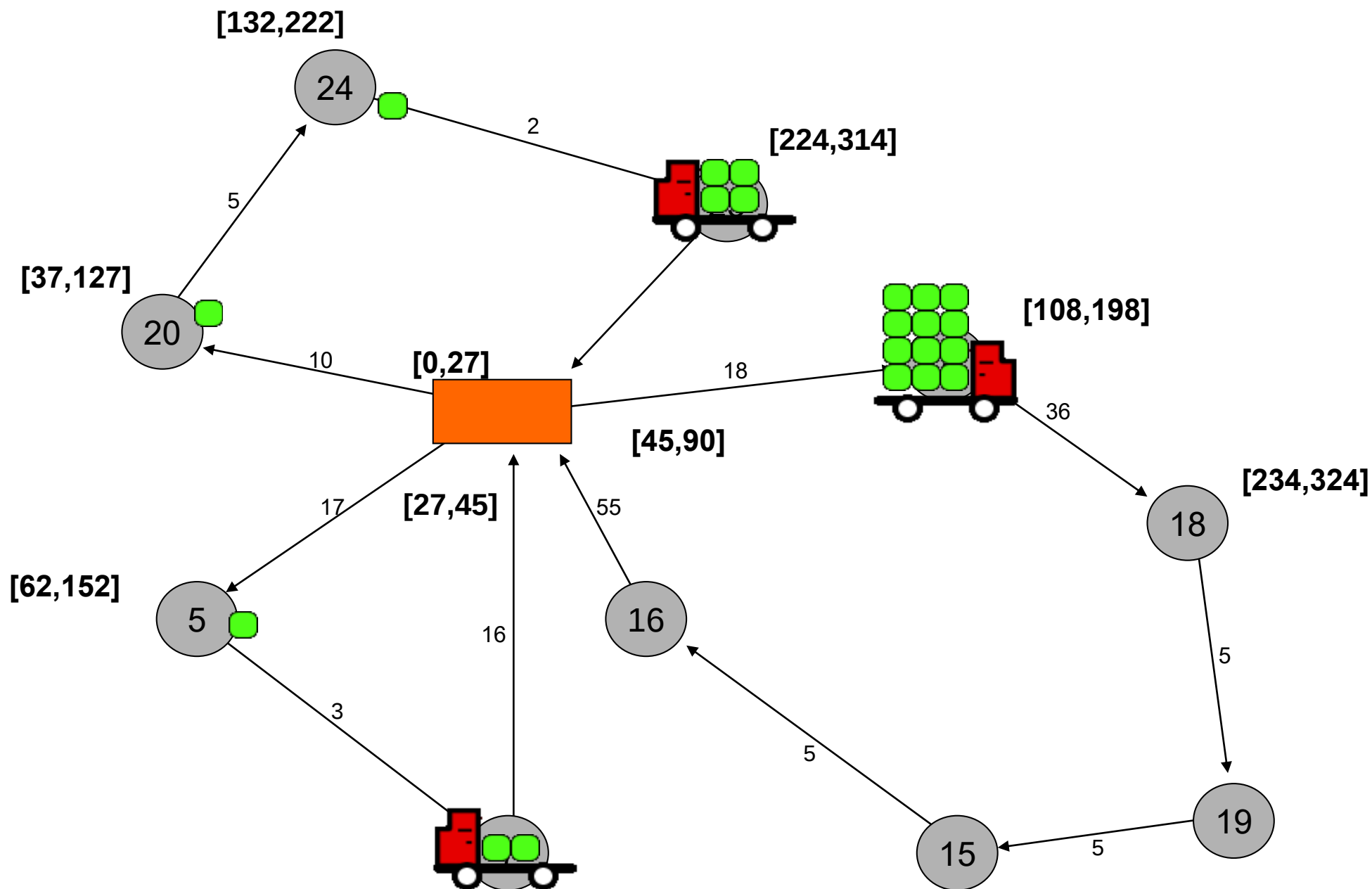


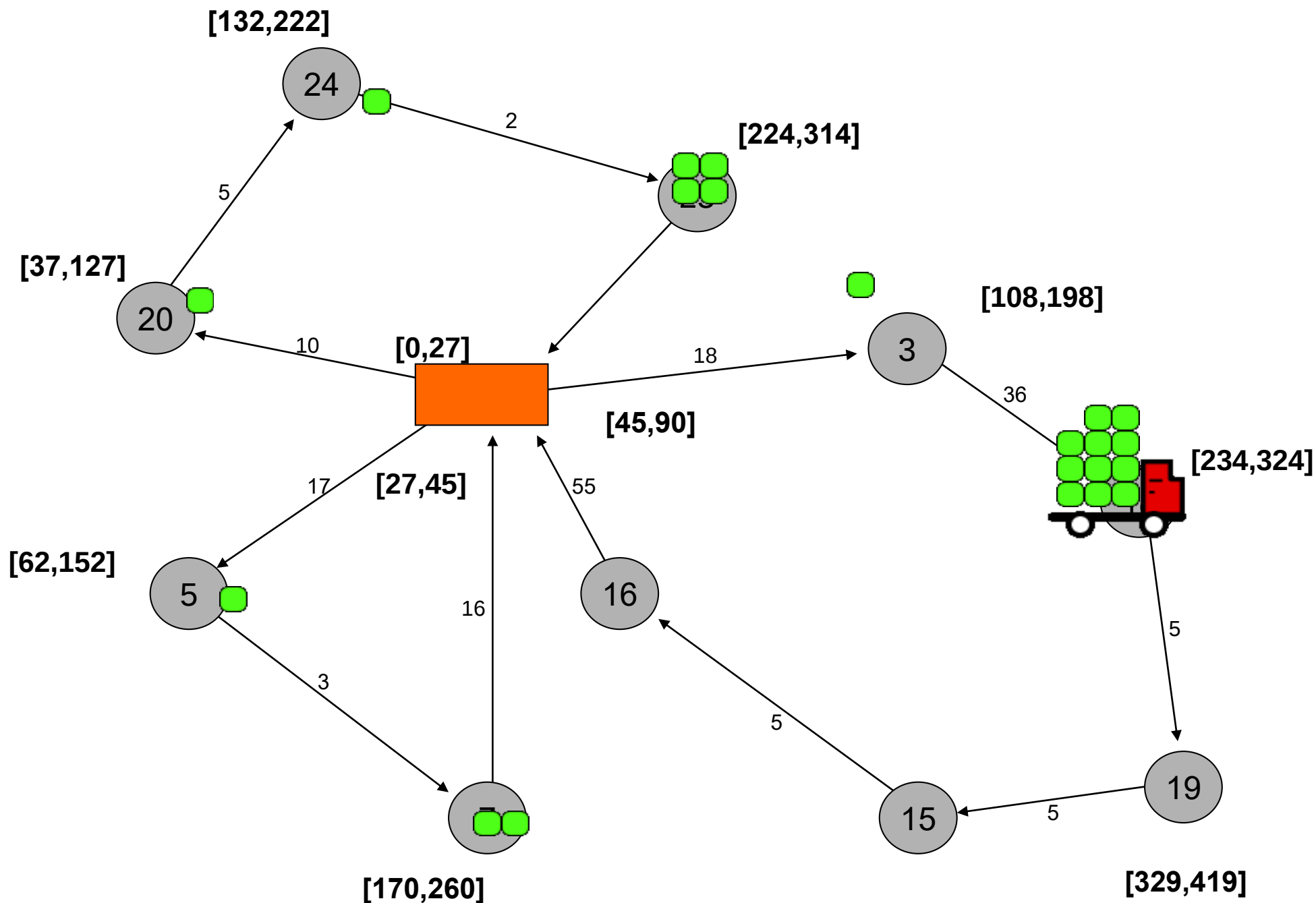


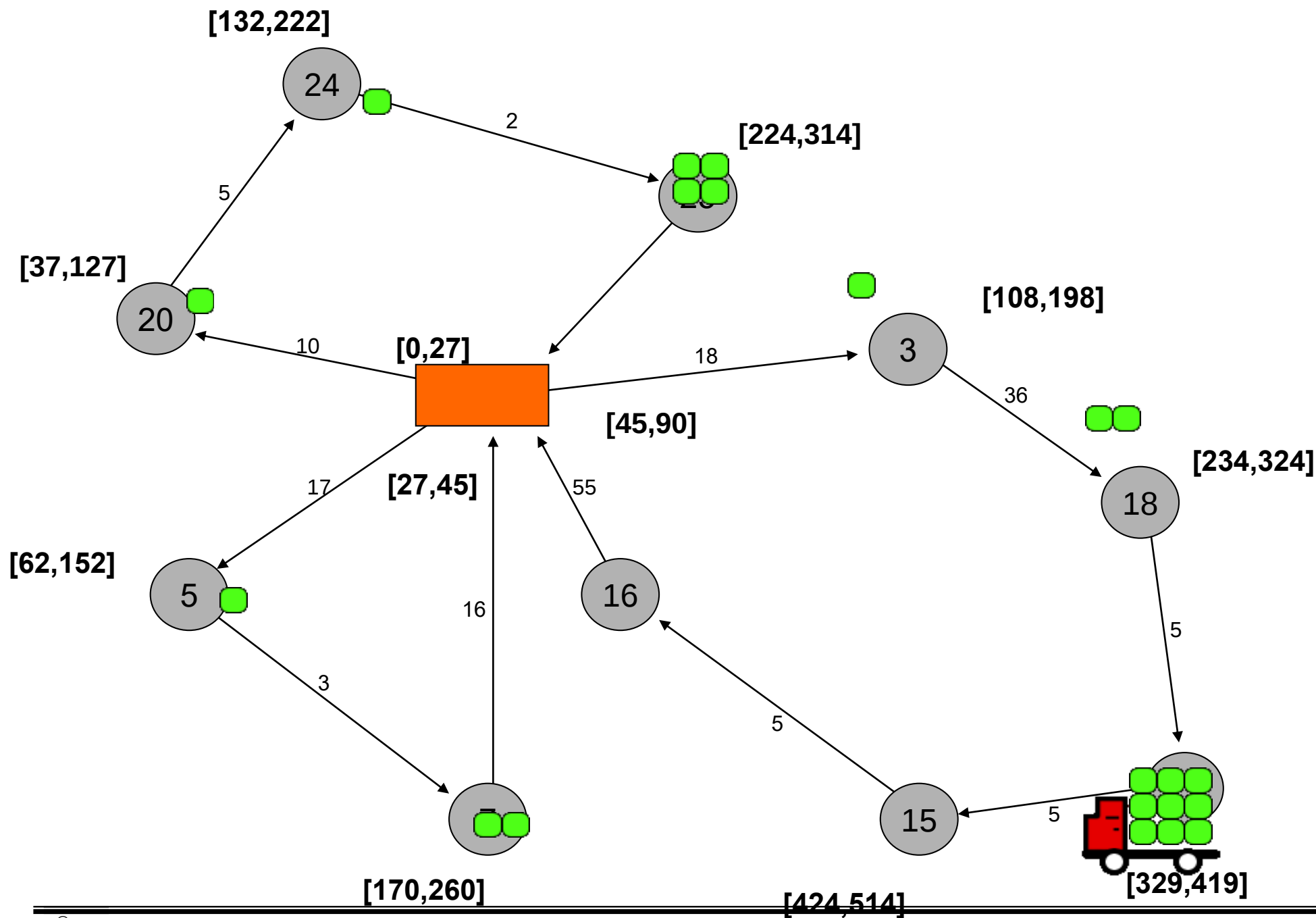


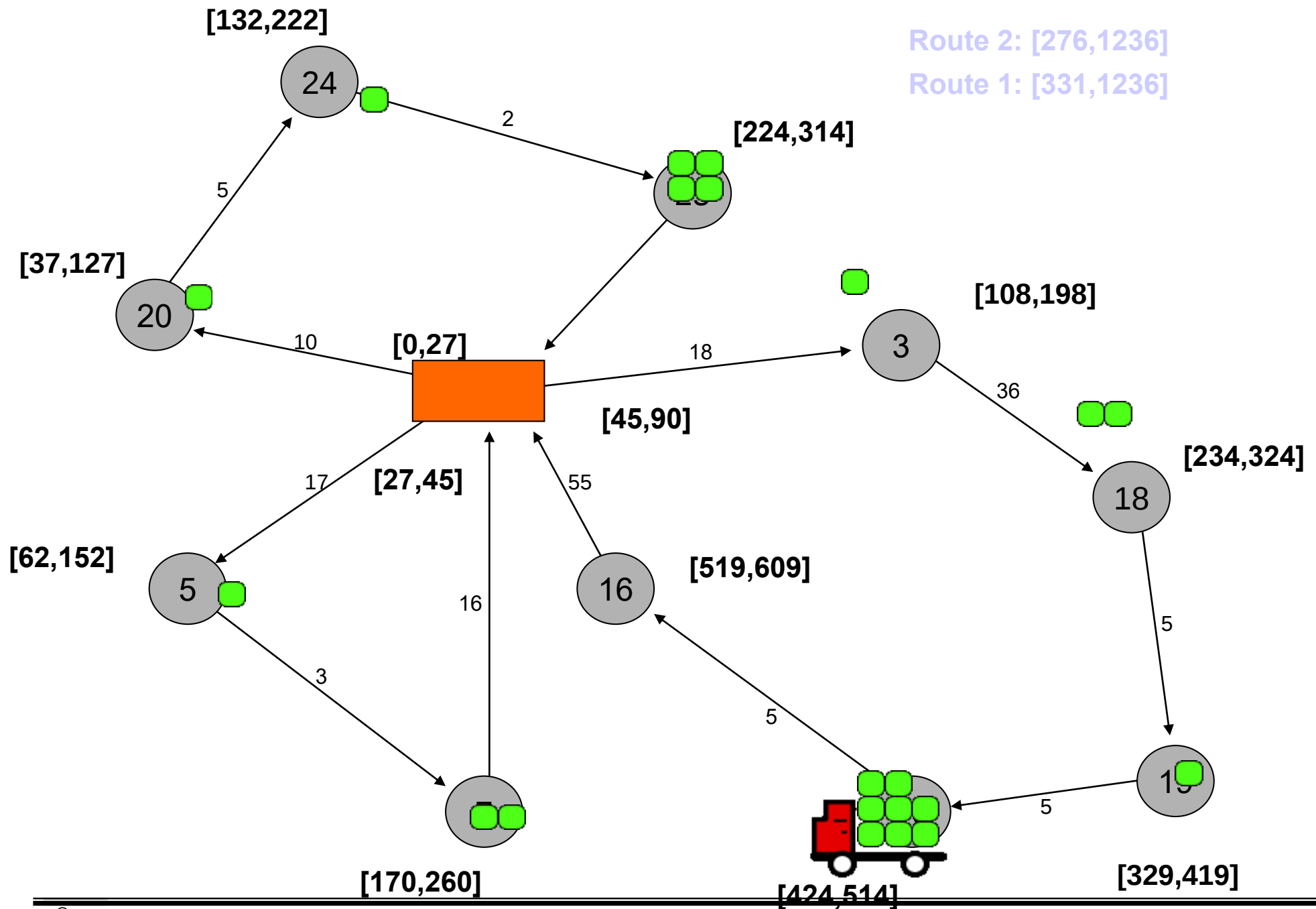


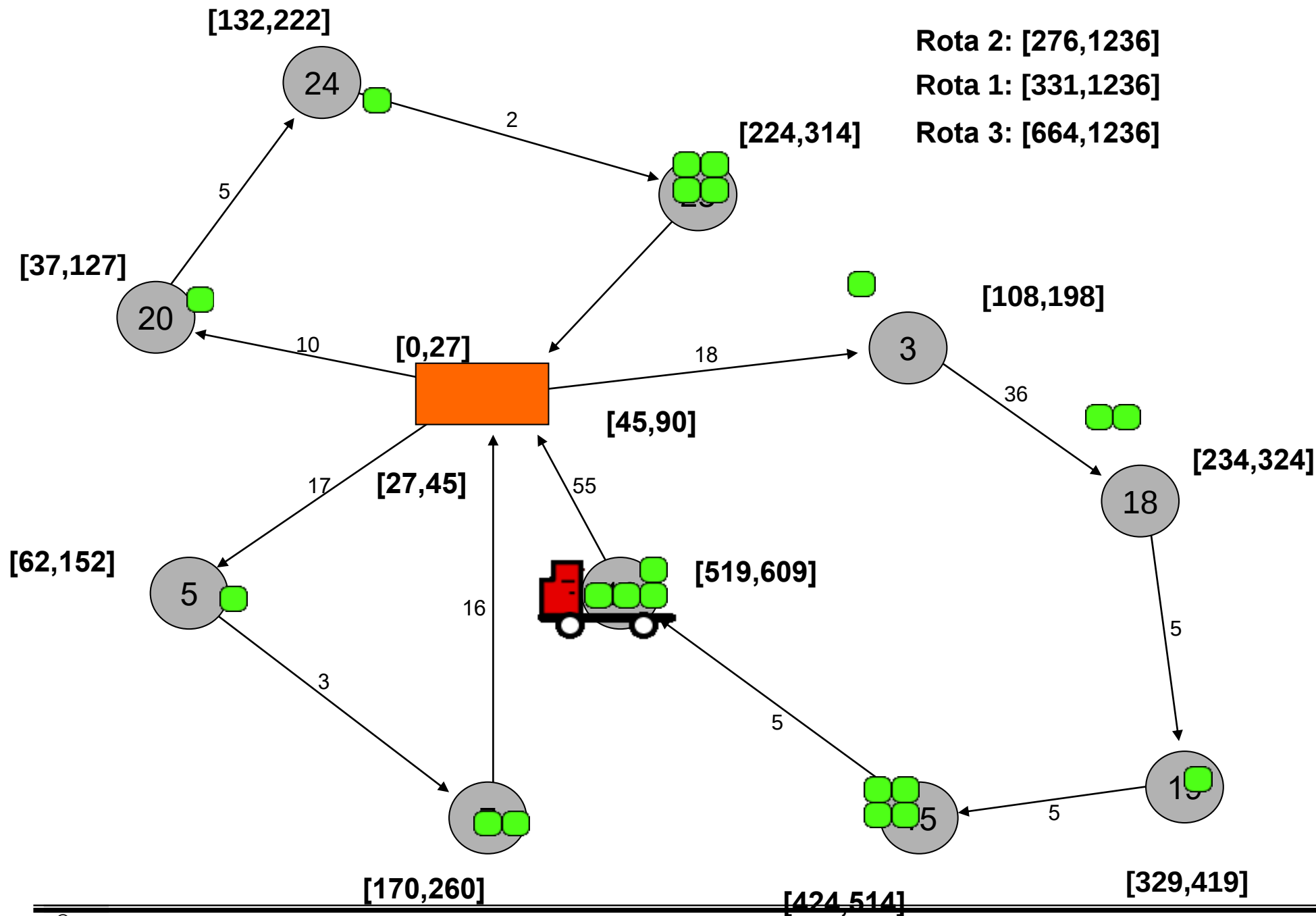


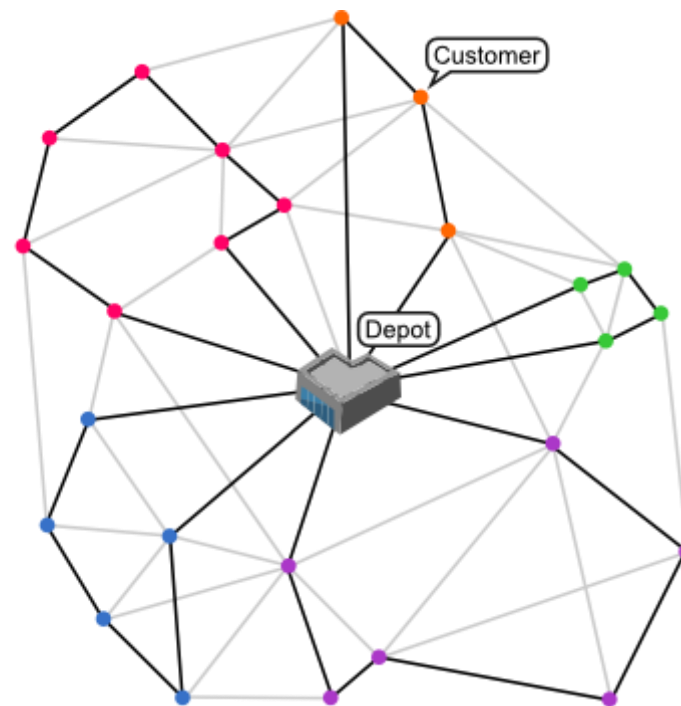
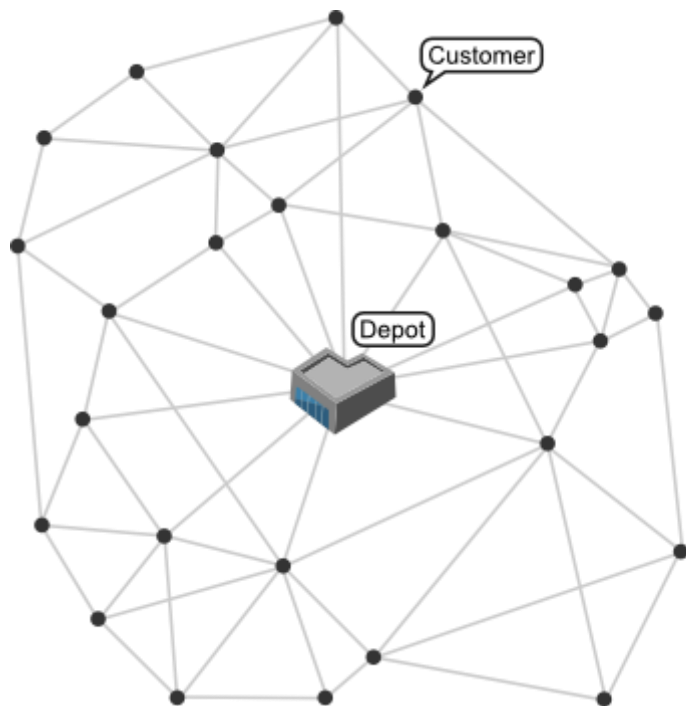


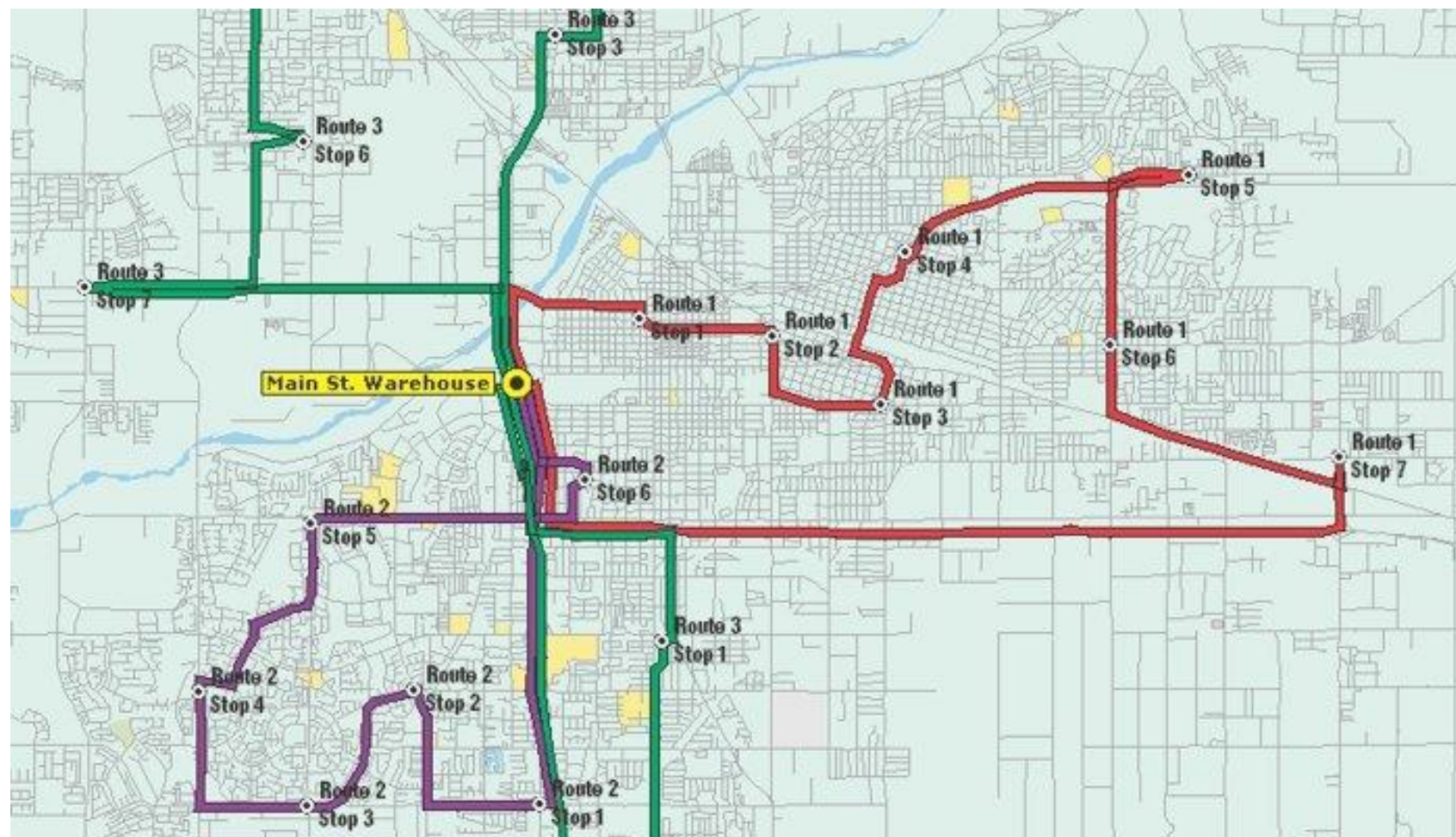




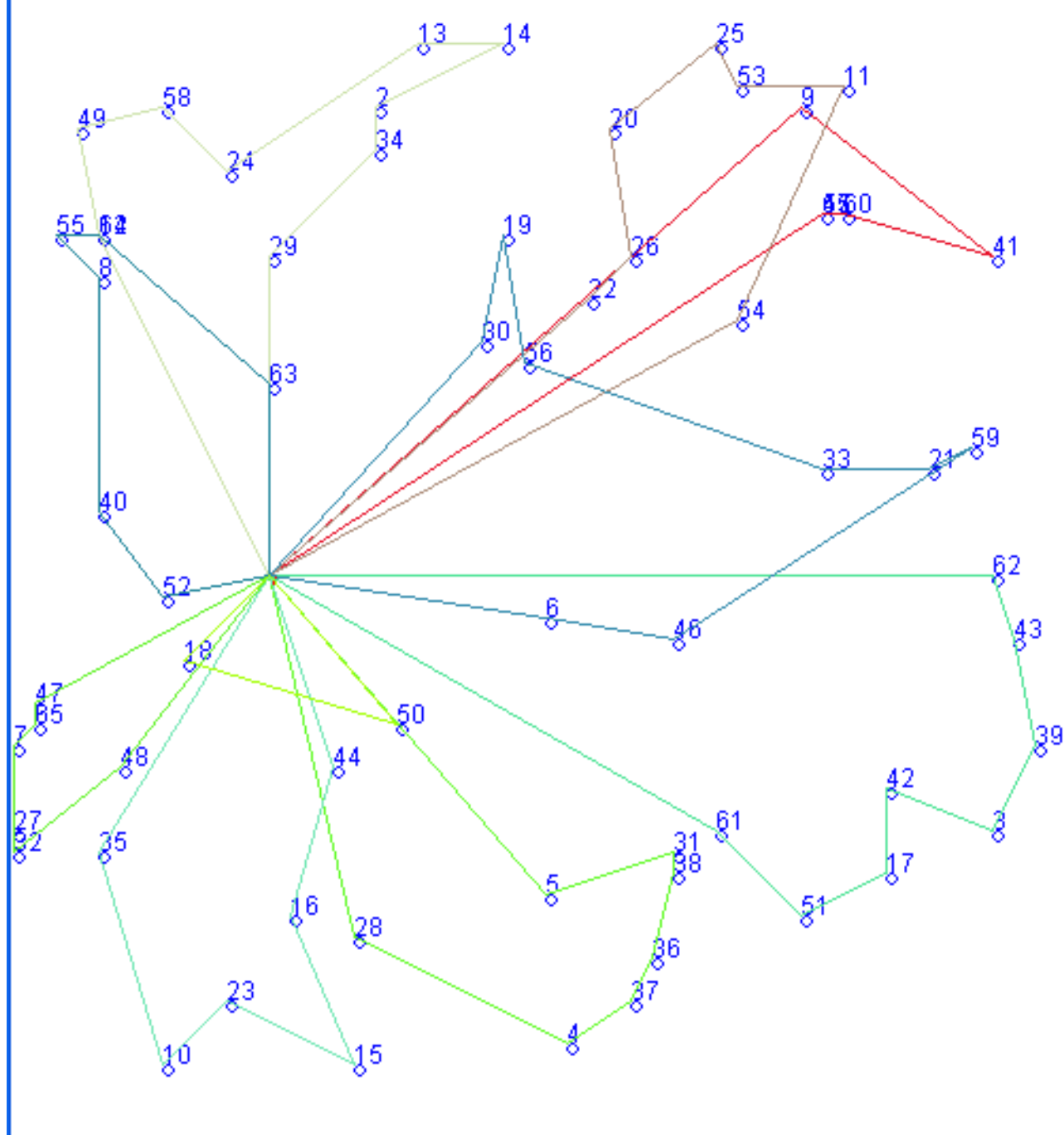








# Roteirização

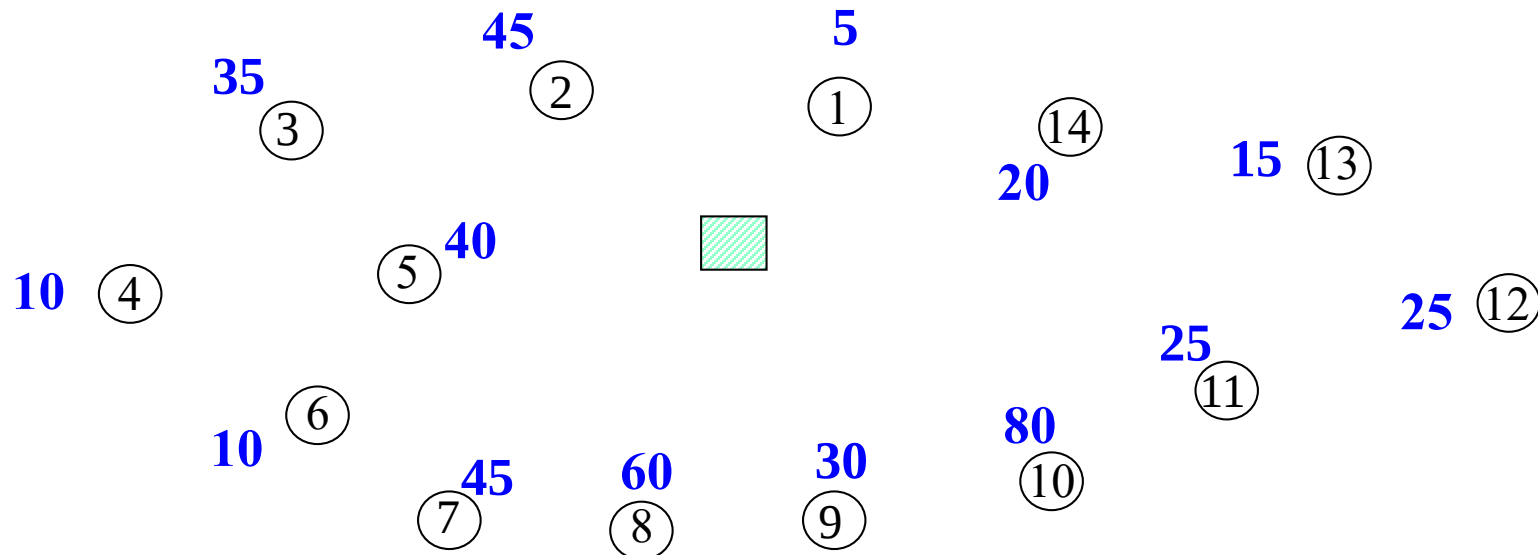


Inputs:

- $n$  = número de pontos a serem atendidos
- $K$  = número de veículos disponíveis
- $c_{ij}$  = custo de ir do ponto  $i$  para  $j$
- $d_i$  = demanda no ponto  $i$
- $Q_k$  = capacidade do veículo  $k$

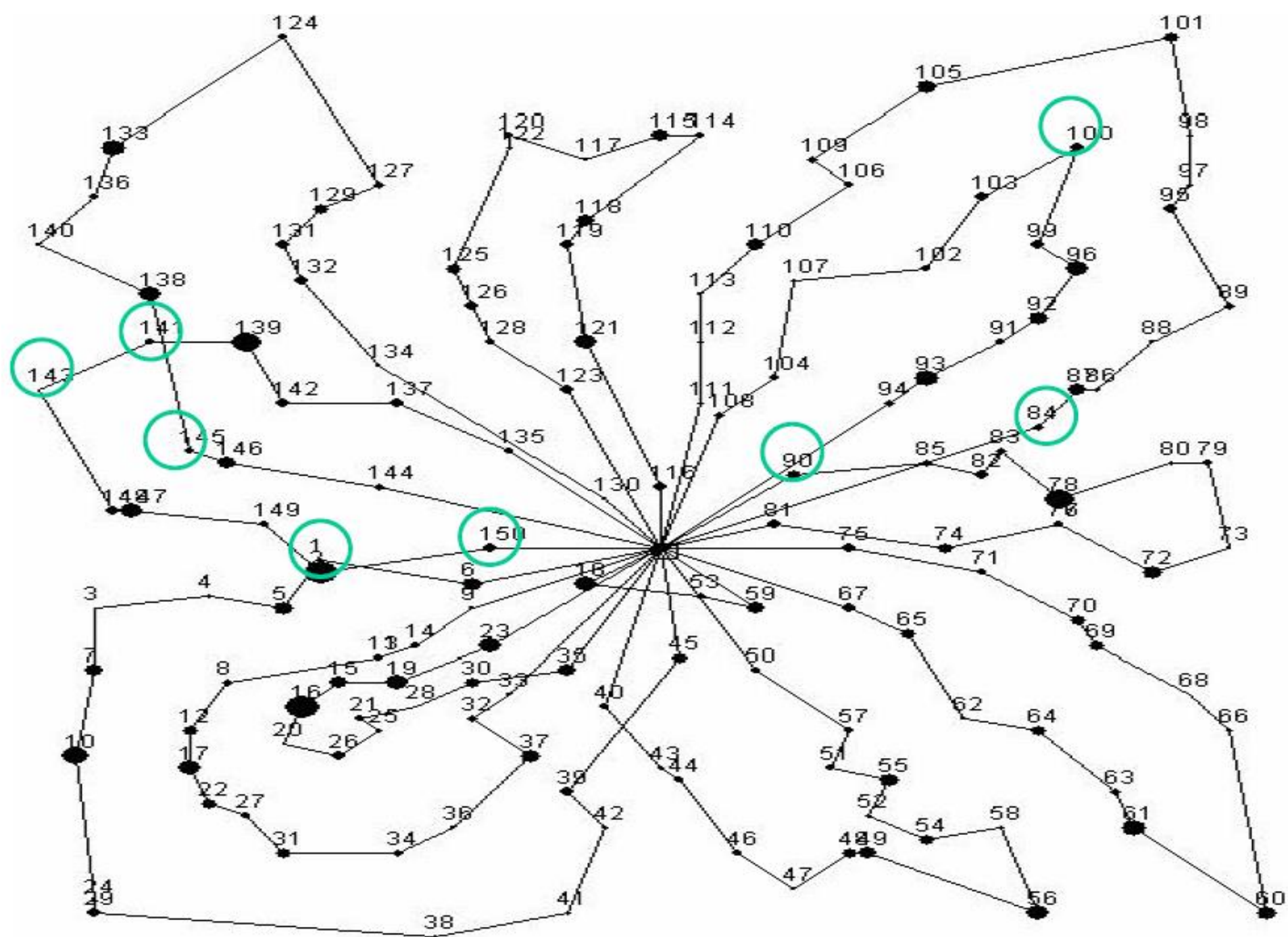
$$n=14, K=5, Q_k=100$$

$$\sum_{i=1}^{14} d_i = 445 \Rightarrow 445 \div 100 = 4,45veic \Rightarrow 5veic$$



A capacidade do veículo não é violada

© CLAUDIO BARBIERI DA CUNHA, 2017  
DIREITOS RESERVADOS - REPRODUÇÃO PROIBIDA



# FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

$\min$

$$\sum_{v=1}^{NV} \sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^{N+1} C_d^v d_{ij} x_{ij}^v + \sum_{v=1}^{NV} \sum_{j=1}^{N+1} (T_i + s_i + t_{i,N+1}) C_h^v x_{i,N+1}^v + \sum_{v=1}^{NV} \sum_{j=1}^N C_f^v x_{oj}^v$$

*s.a*

$$\sum_{v=1}^{NV} \sum_{j=1}^{N+1} x_{ij}^v = 1$$

$$a_i \leq T_i \leq b_i$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^N q_j x_{ij}^v \leq K^v$$

$$T_i + s_i + t_{ij} - T_j \leq (1 - x_{ij}^v) M$$

$$x_{ij}^v \in \{0,1\}$$

# PROBLEMAS NP-DIFÍCEIS

- NP-hard (“*non polinomial*”)
- esforço computacional cresce exponencialmente com o tamanho do problema
- impossível resolver instâncias reais através de métodos exatos (não obtem solução ótima)
- muitos problemas NP-difíceis são problemas combinatórios de Programação Inteira (PI) (roteirização, programação, localização)

# Complexidade da Solução

| <b>N</b> | <b>Roteiros</b>           |
|----------|---------------------------|
| 1        | 1                         |
| 2        | 2                         |
| 3        | 6                         |
| 4        | 24                        |
| 5        | 120                       |
| 6        | 720                       |
| 7        | 5.040                     |
| 8        | 40.320                    |
| 9        | 362.880                   |
| 10       | 3.628.800                 |
| 11       | 39.916.800                |
| 12       | 479.001.600               |
| 13       | 6.227.020.800             |
| 14       | 87.178.291.200            |
| 15       | 1.307.674.368.000         |
| 16       | 20.922.789.888.000        |
| 17       | 355.687.428.096.000       |
| 18       | 6.402.373.705.728.000     |
| 19       | 121.645.100.408.832.000   |
| 20       | 2.432.902.008.176.640.000 |

# HEURÍSTICA

- procedimento para a resolução de problemas, através de uma abordagem intuitiva, na qual a estrutura de problema possa ser interpretada e explorada de forma inteligente, para a obtenção de uma solução adequada
- não garante a determinação da solução ótima
  - às vezes nem a variação em relação ao ótimo
- muito específica - desenhada para cada problema

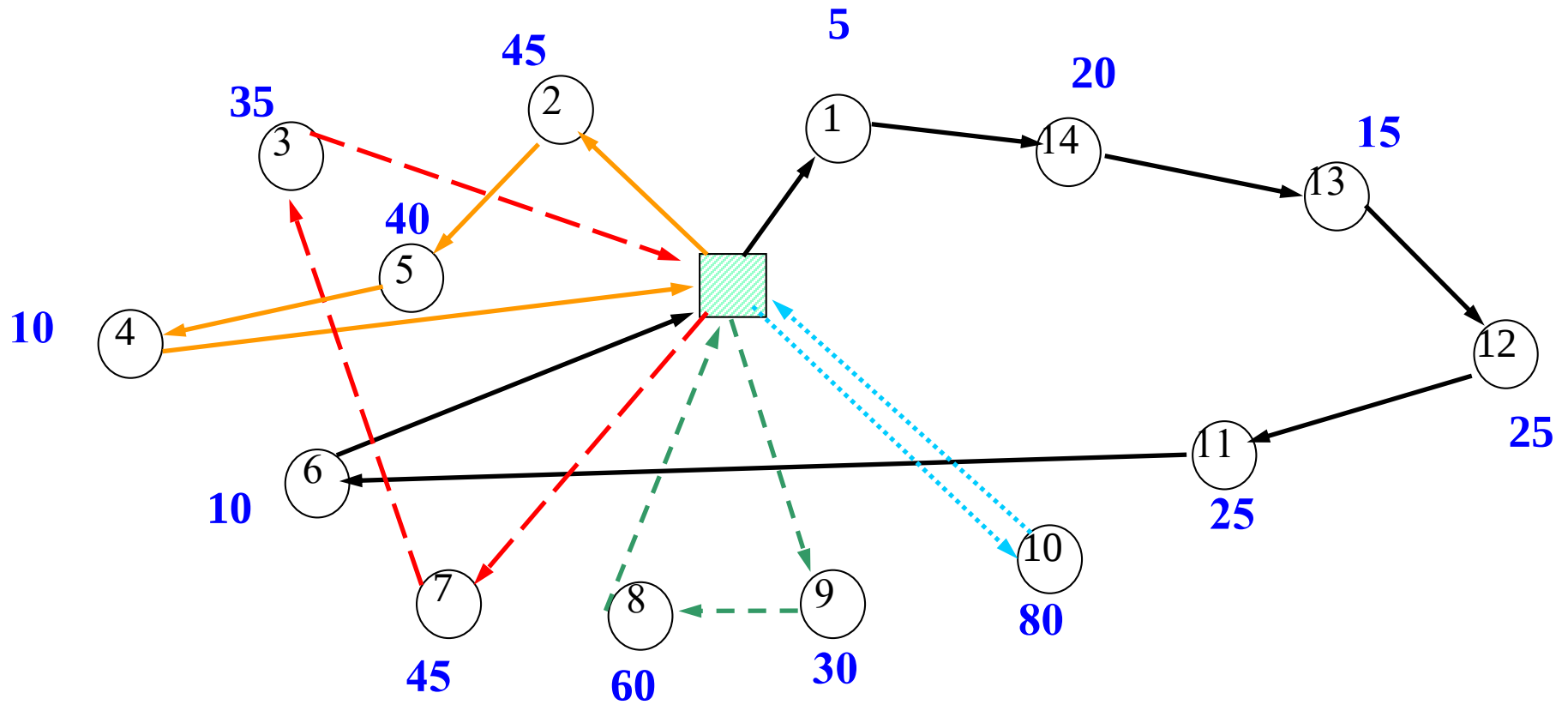
# HEURÍSTICA DO VIZINHO MAIS PRÓXIMO

- *Passo 1:* Selecionar um veículo disponível. Caso não haja mais veículos, parar
- *Passo 2:* Selecionar o ponto (parada) não roteirizado mais próximo do depósito.
- *Passo 3:* Se a capacidade do veículo não for ultrapassada, incluir o ponto selecionado no roteiro.
- *Passo 4:* Selecionar o ponto não atendido que esteja mais próximo do último ponto inserido no roteiro, verificando a capacidade do veículo.

Caso não seja possível encontrar nenhum ponto que possa ser inserido no veículo corrente, voltar para o Passo 1.

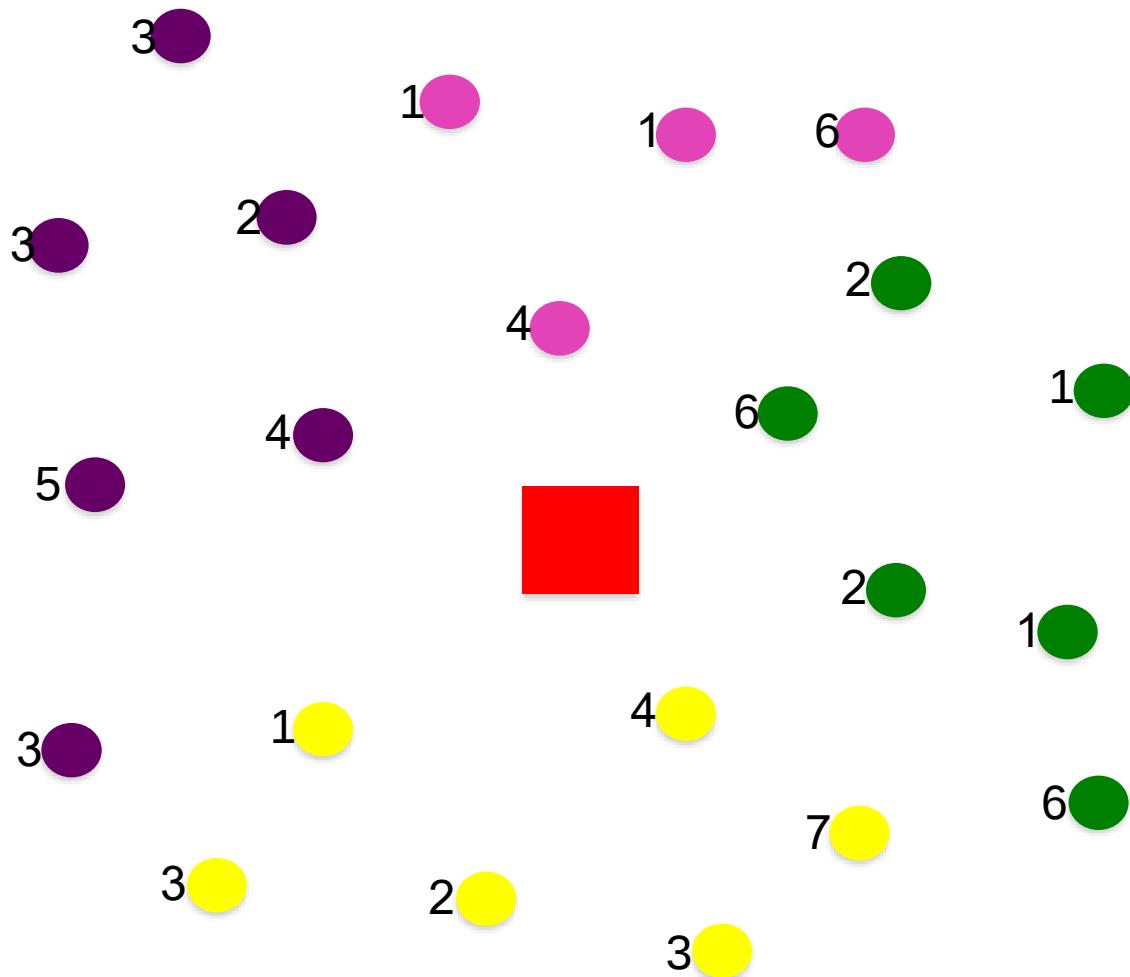
Parar, caso todos os pontos já tenham sido atendidos.

# Vizinho mais próximo



# Sequência de montagem do vizinho mais próximo

- **Rota 1: 1-14-13-12-11-6**
- **Rota 2: 2-5-4**
- **Rota 3: 9-8**
- **Rota 4: 10**
- **Rota 5: 7-3**



# Método do Vizinho Mais Próximo

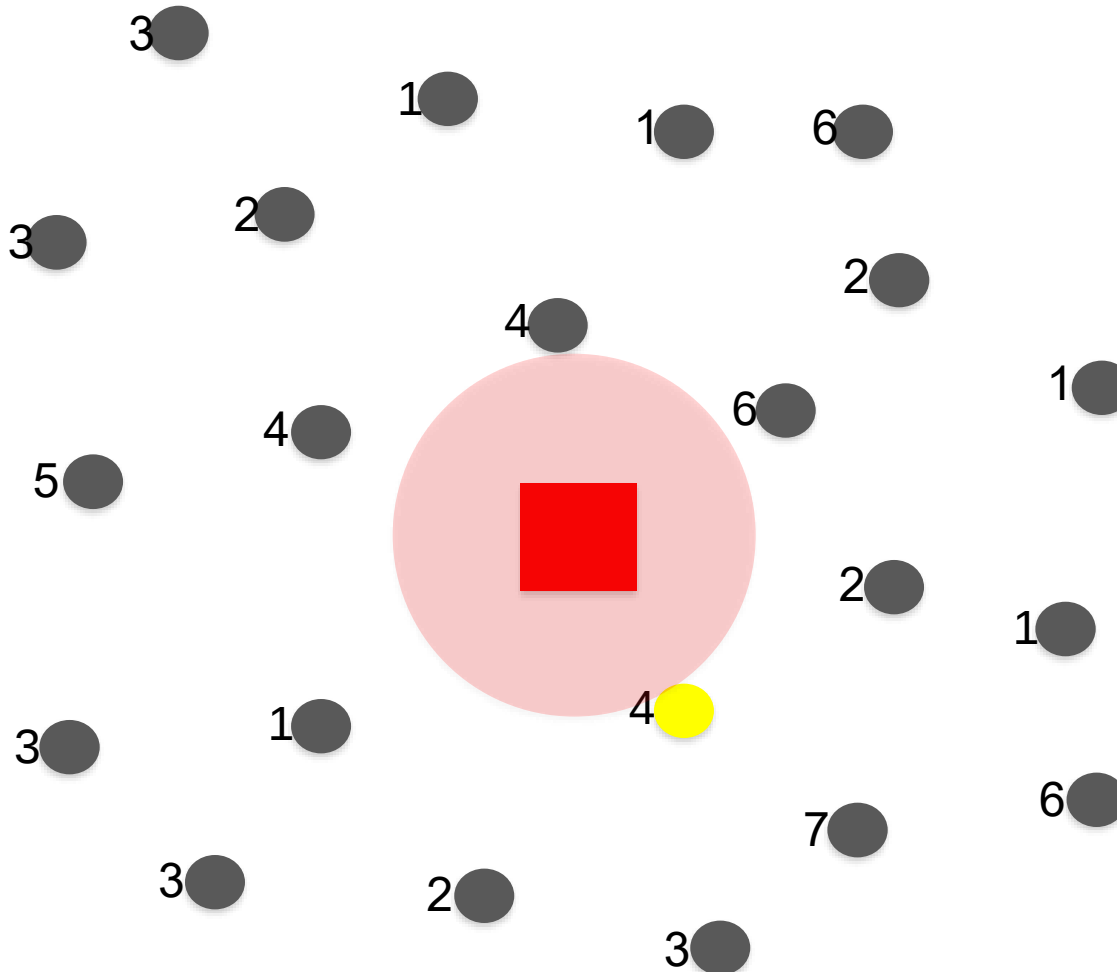


Capacidade =  
 $20 \text{ m}^3$

Se a parada for  
incluída no roteiro vai  
ultrapassar a  
capacidade do  
veículo? NÃO

Incluir a parada do  
roteiro

Encontrar para mais  
próxima da parada  
atual (CONSIDERAR  
VIAS DISPONÍVEIS E  
SENTIDOS DAS  
MESMAS)

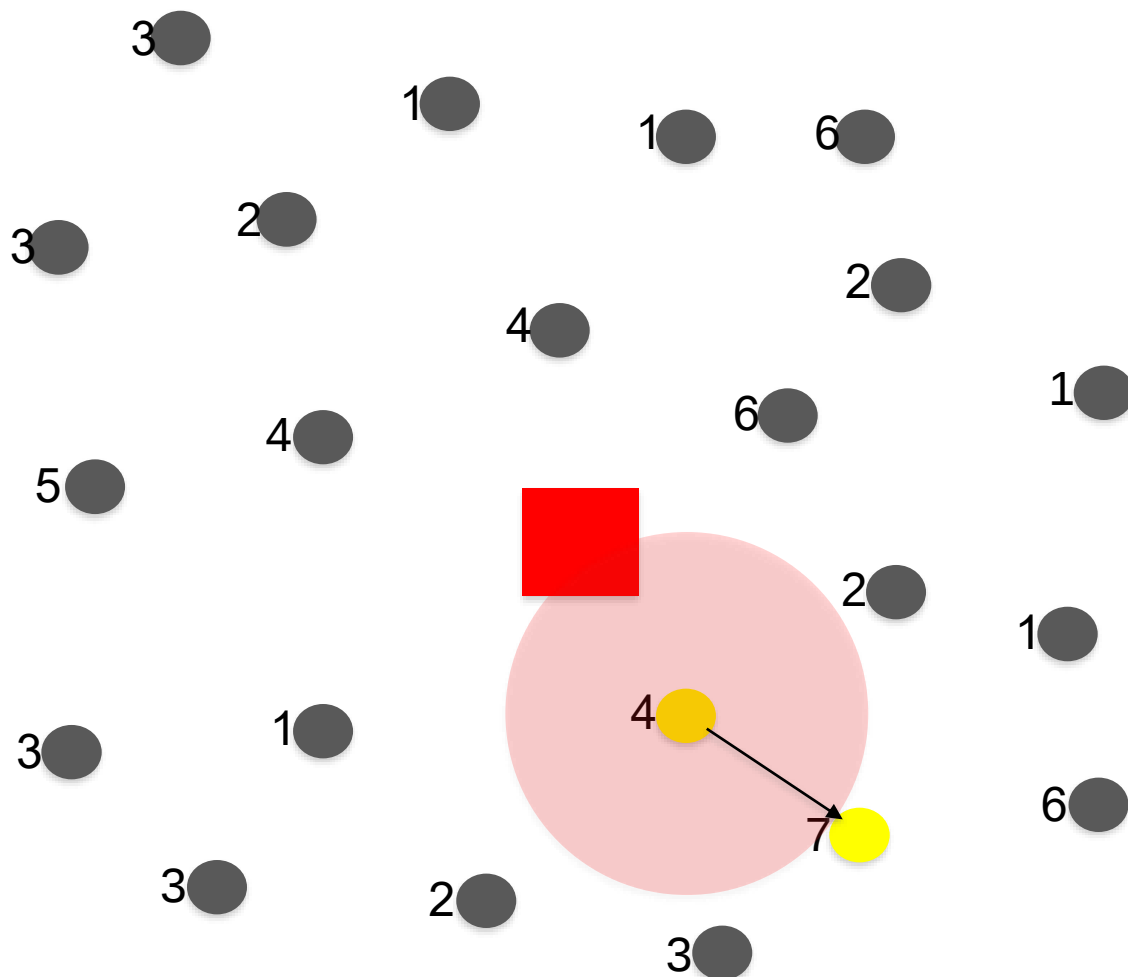


# Método do Vizinho Mais Próximo



Capacidade =  
 $20 \text{ m}^3$

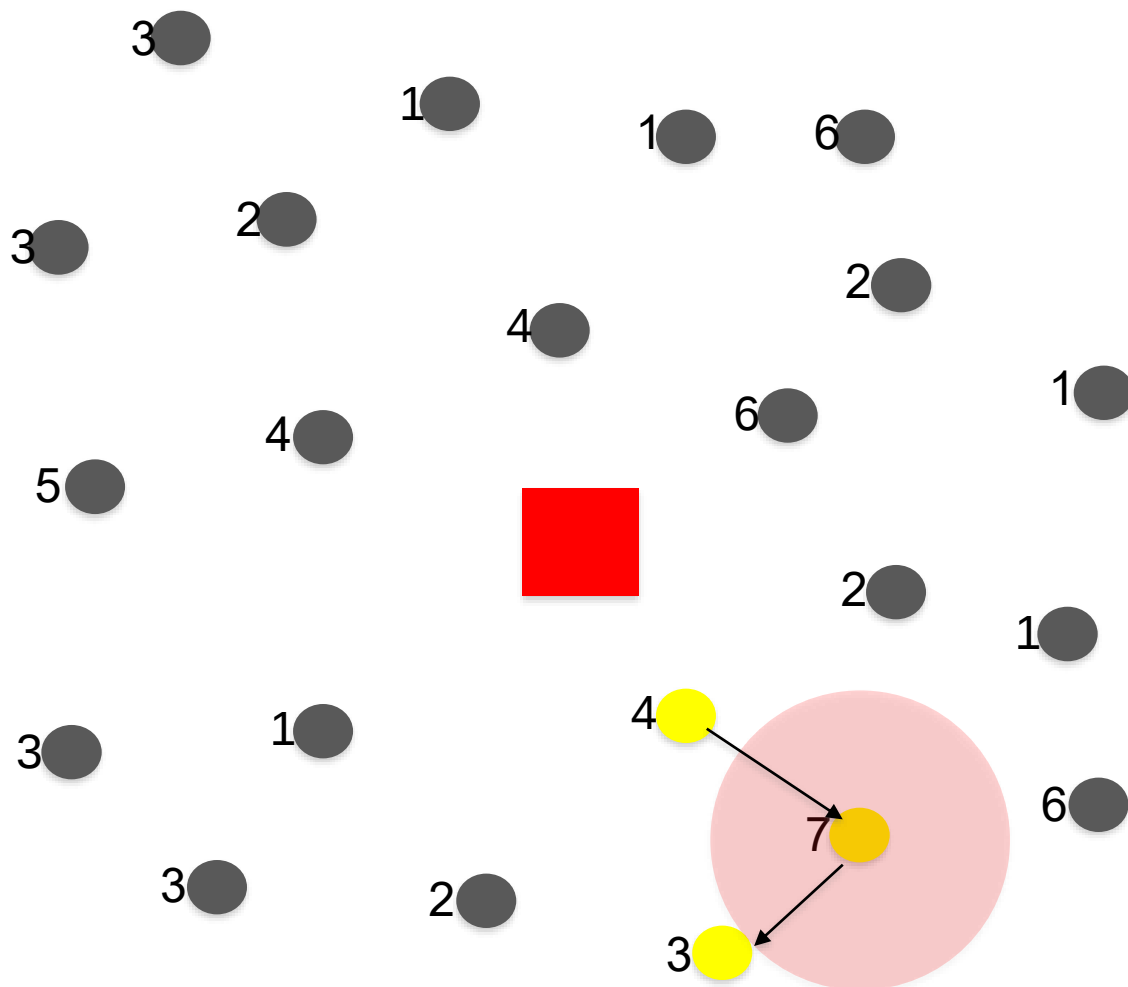
Encontrar para mais  
próxima da parada  
atual



# Método do Vizinho Mais Próximo



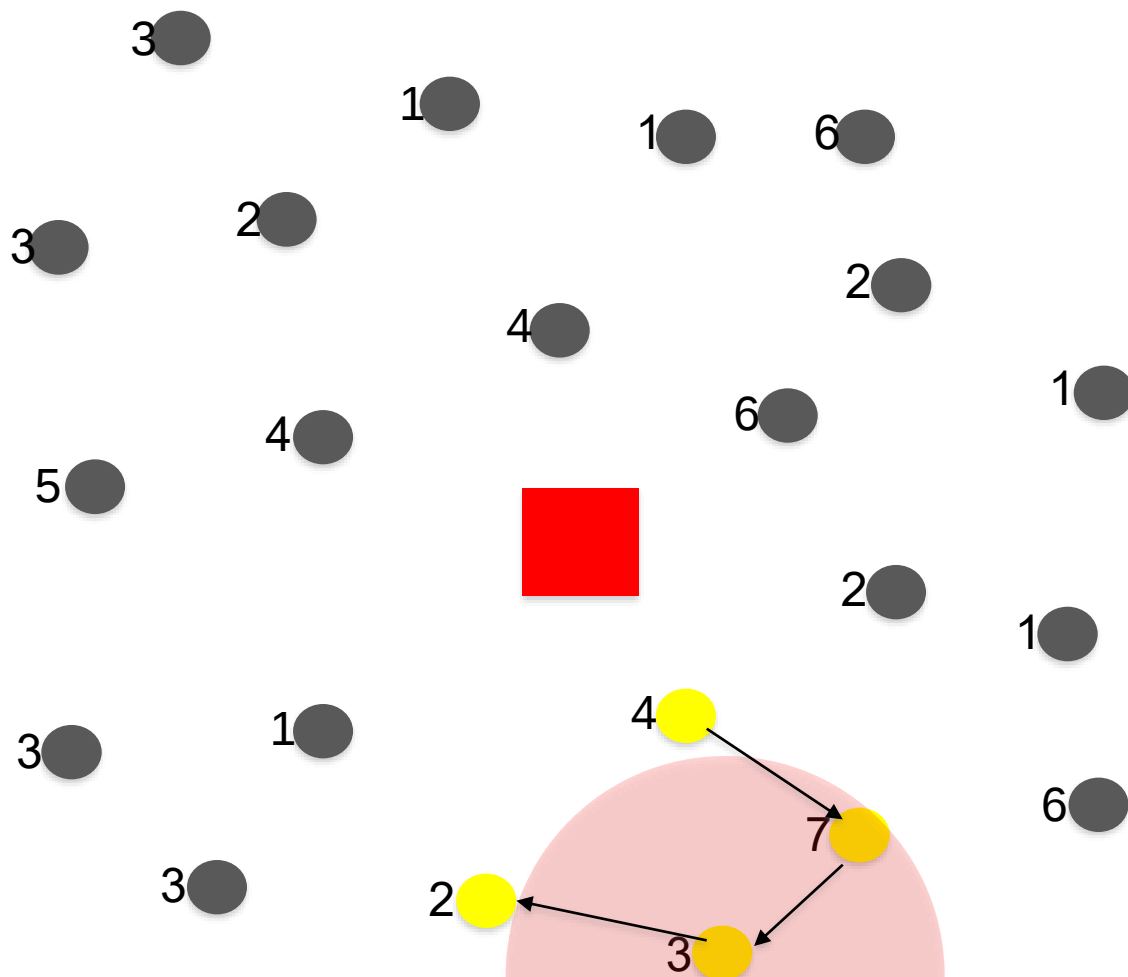
Capacidade =  
20 m<sup>3</sup>



# Método do Vizinho Mais Próximo



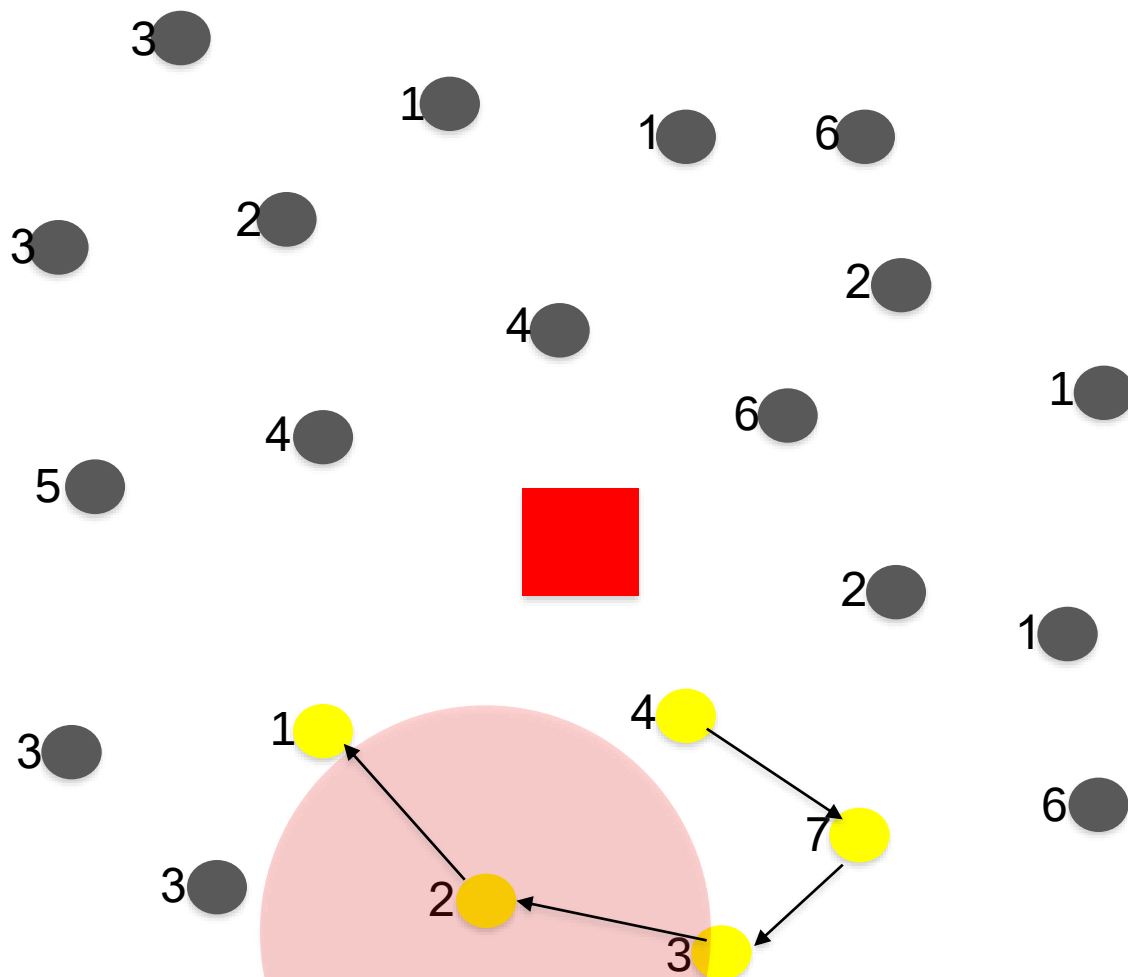
Capacidade =  
 $20 \text{ m}^3$



# Método do Vizinho Mais Próximo



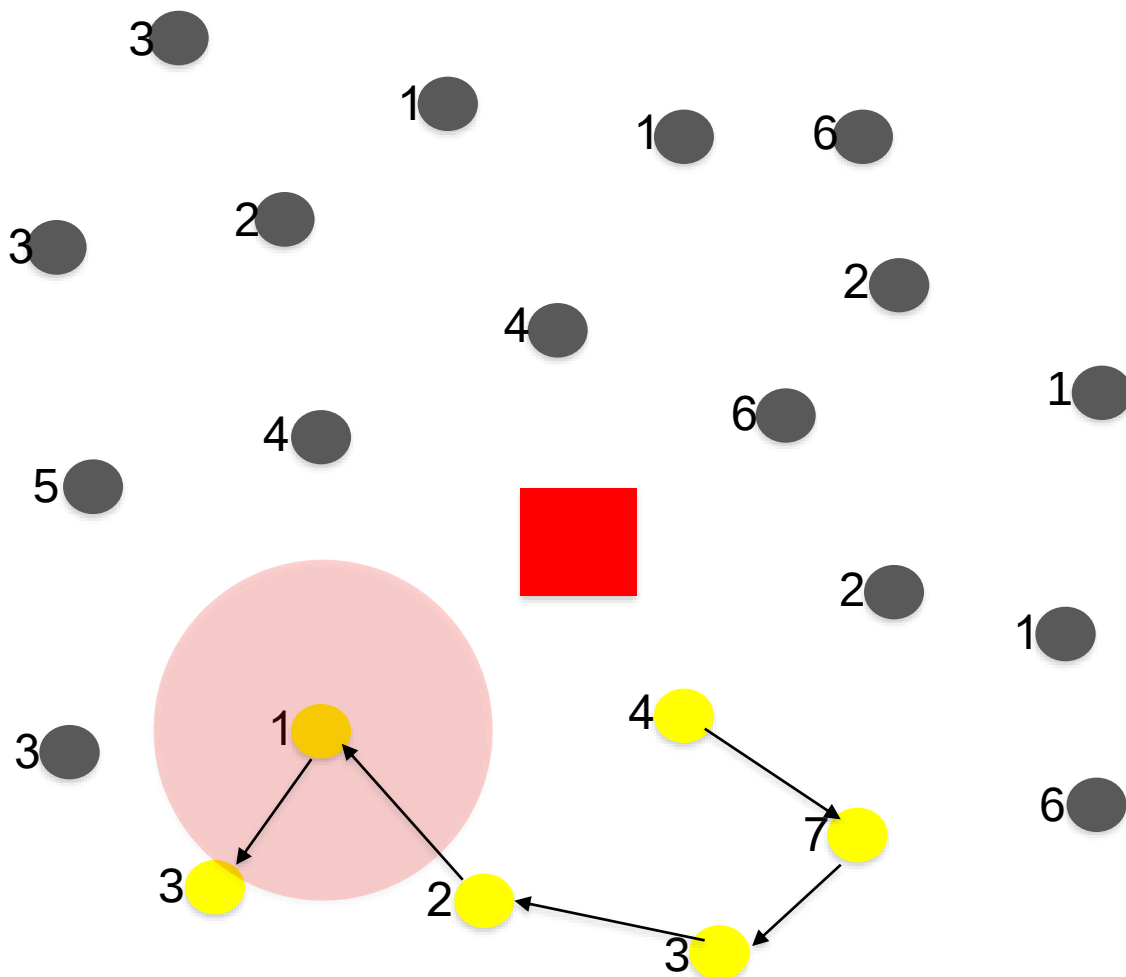
Capacidade =  
 $20 \text{ m}^3$



# Método do Vizinho Mais Próximo



Capacidade =  
 $20 \text{ m}^3$



# Método do Vizinho Mais Próximo



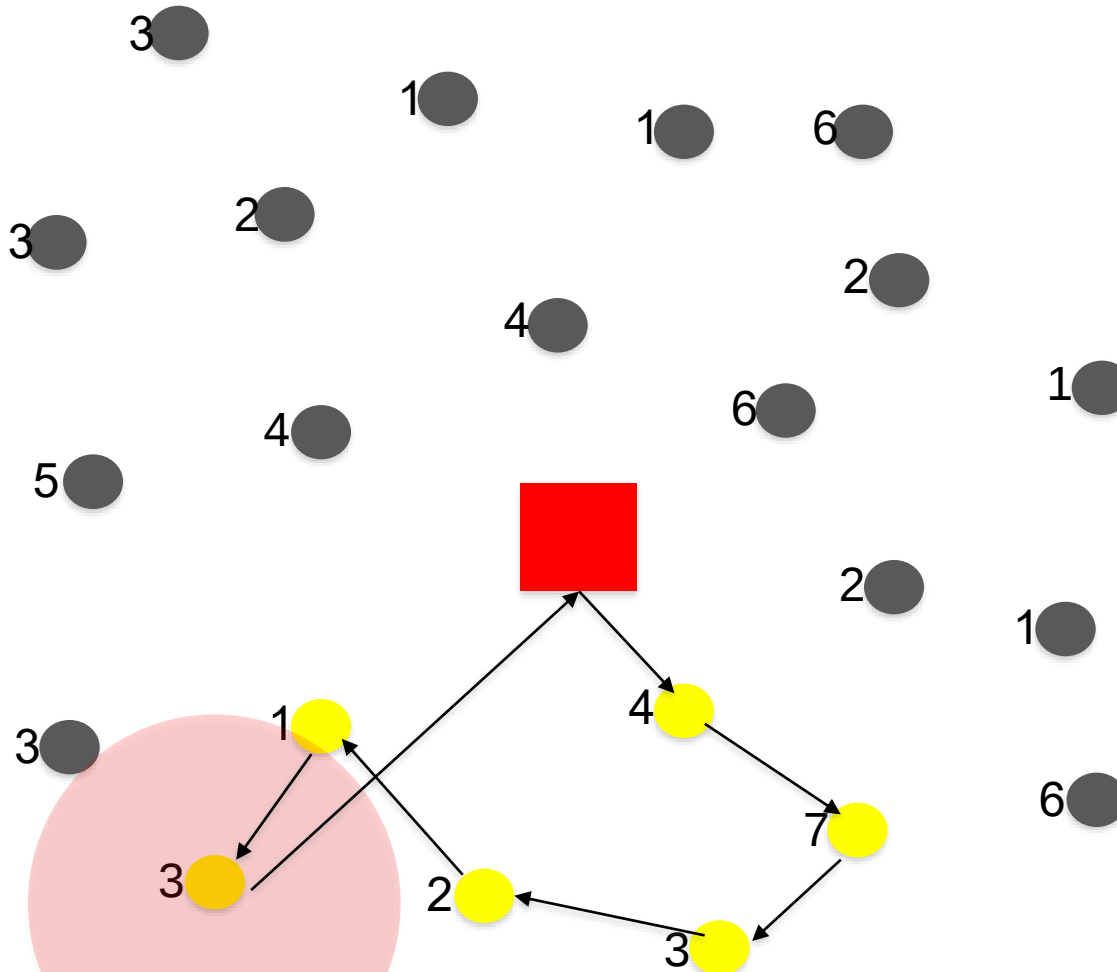
Capacidade =  
 $20 \text{ m}^3$

Se a parada for  
incluída no roteiro  
vai ultrapassar a  
capacidade do  
veículo? SIM

Excluir a parada do  
roteiro

Capacidade do  
veículo atingida?  
SIM

Fechar roteiro atual  
e iniciar novo  
roteiro a partir da  
origem



# Método do Vizinho Mais Próximo



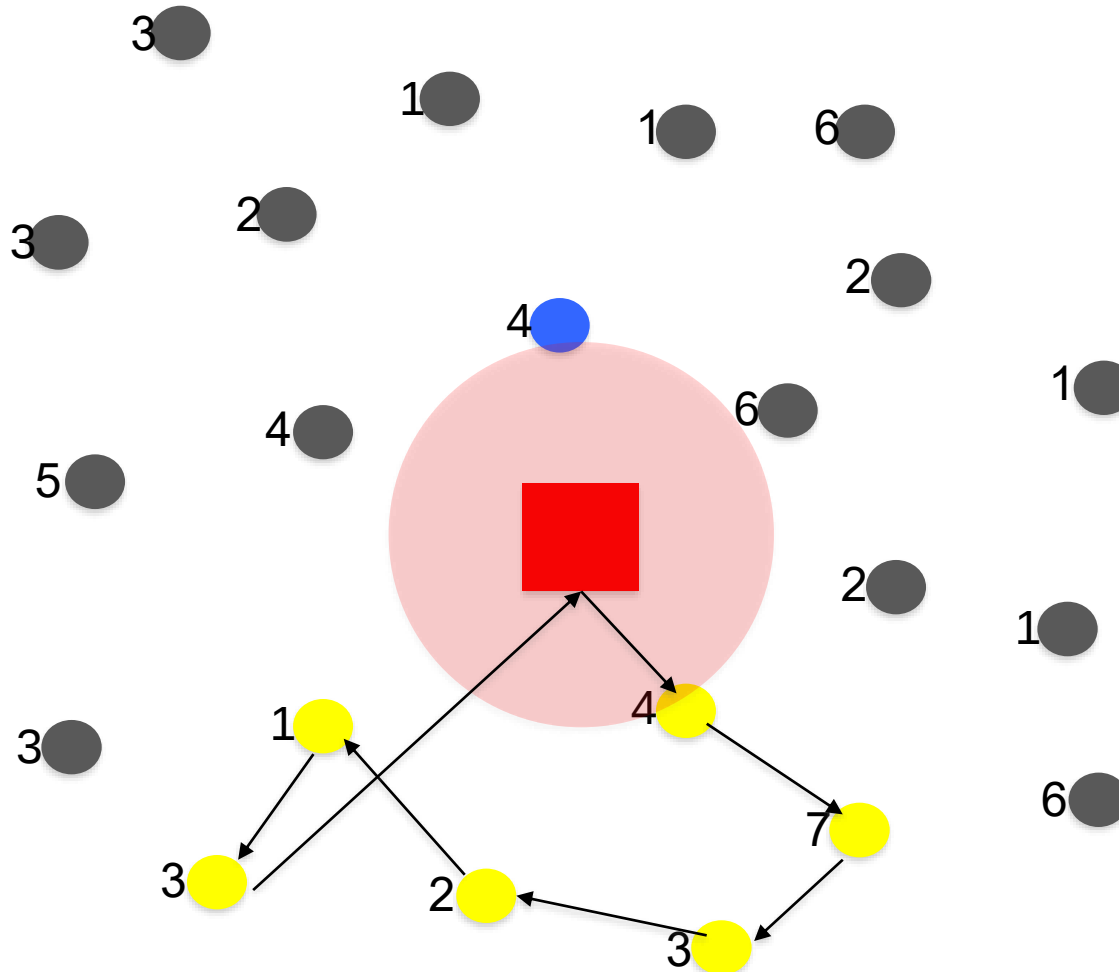
Capacidade =  
 $20 \text{ m}^3$

Se a parada for  
incluída no roteiro  
vai ultrapassar a  
capacidade do  
veículo? SIM

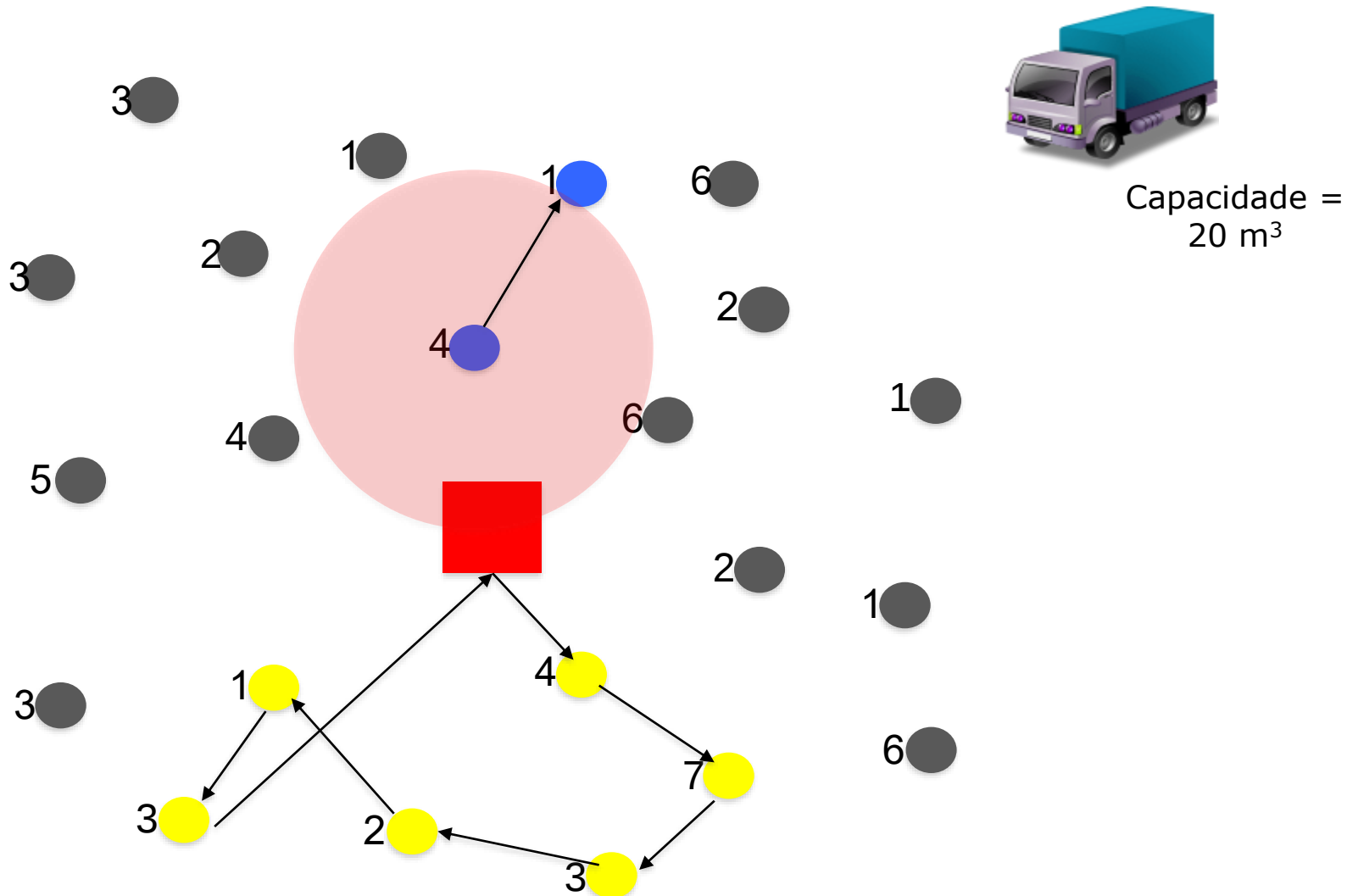
Excluir a parada do  
roteiro

Capacidade do  
veículo atingida?  
SIM

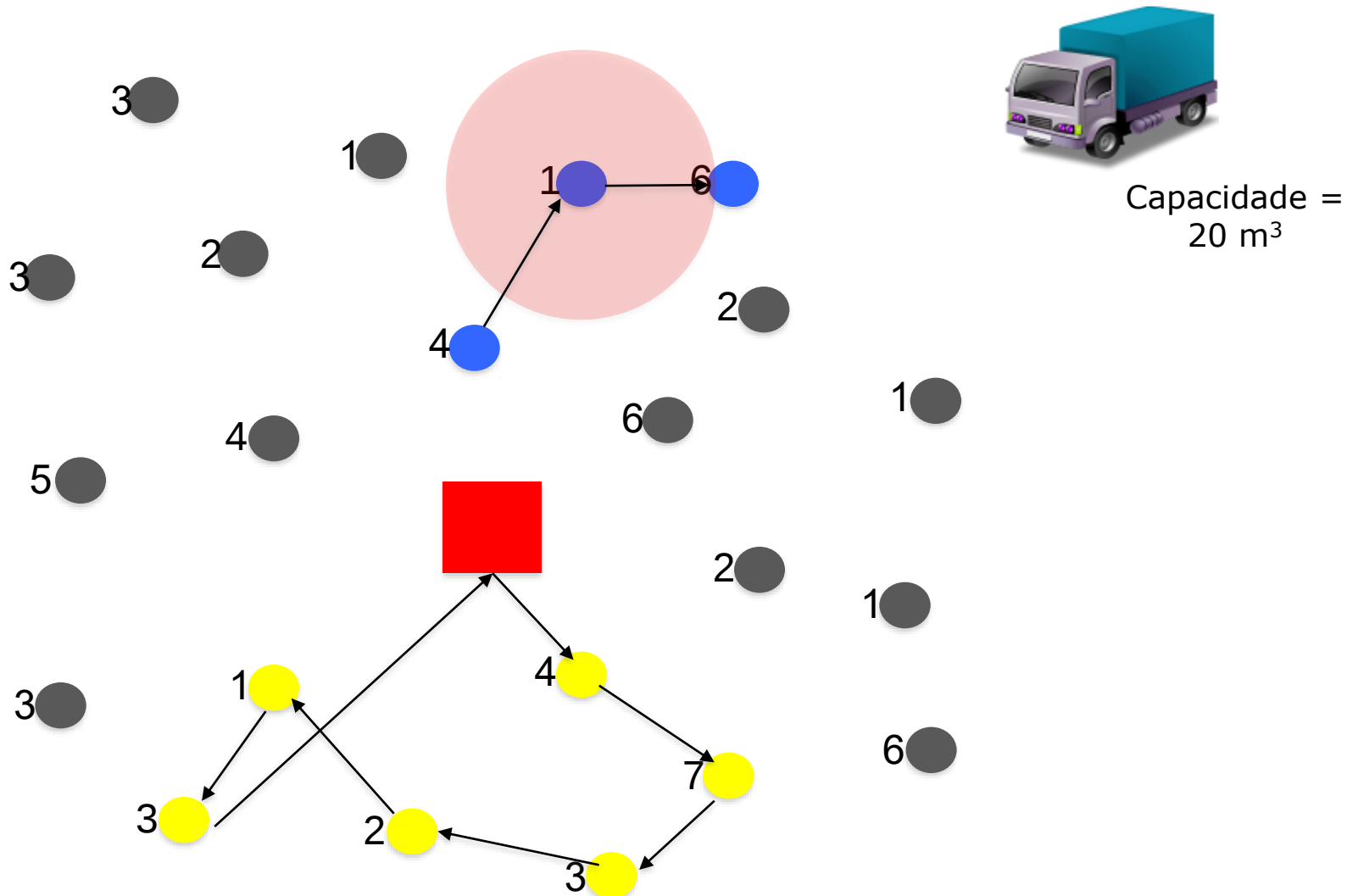
Fechar roteiro atual  
e iniciar novo  
roteiro a partir da  
origem



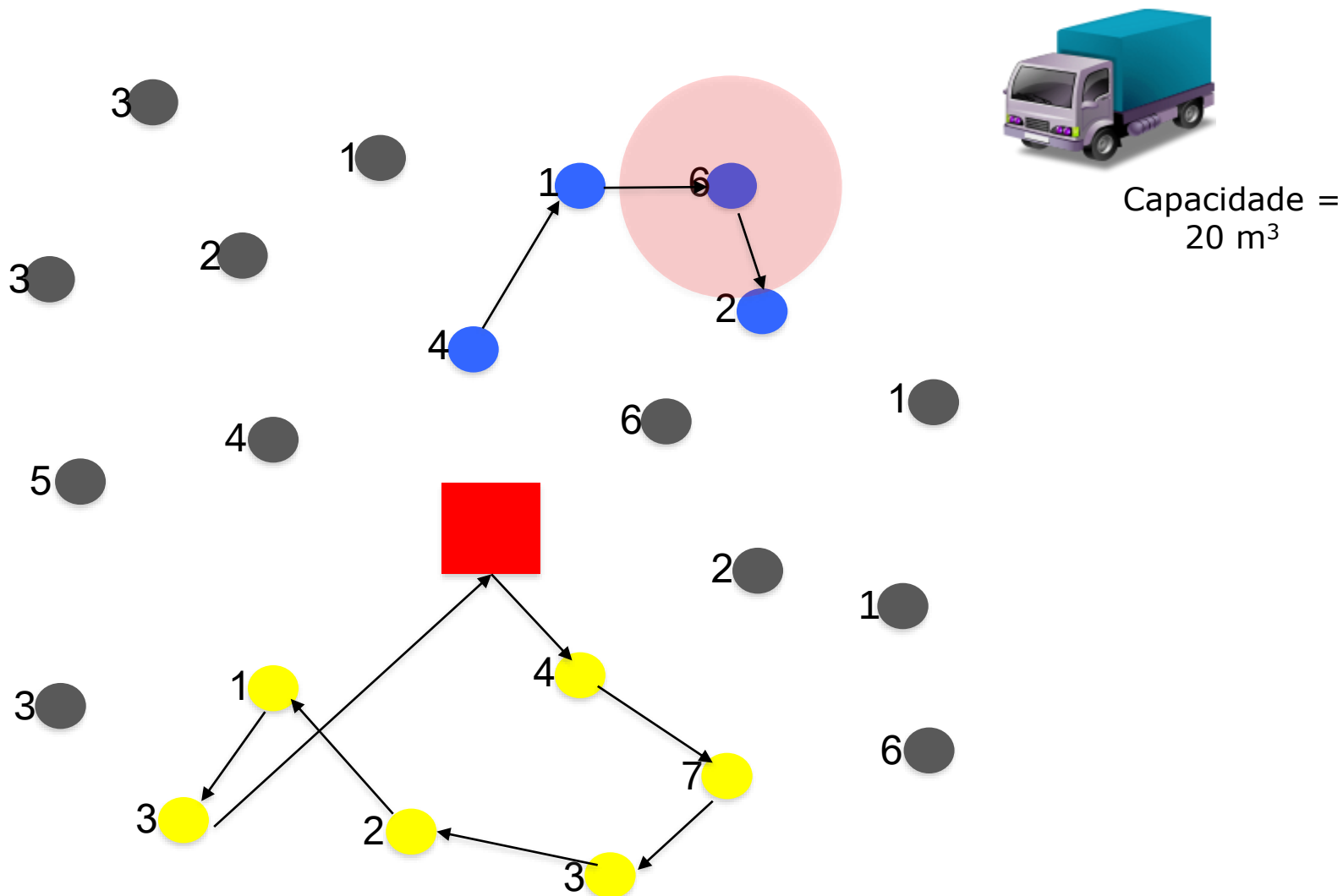
# Método do Vizinho Mais Próximo



# Método do Vizinho Mais Próximo



# Método do Vizinho Mais Próximo



# Método do Vizinho Mais Próximo



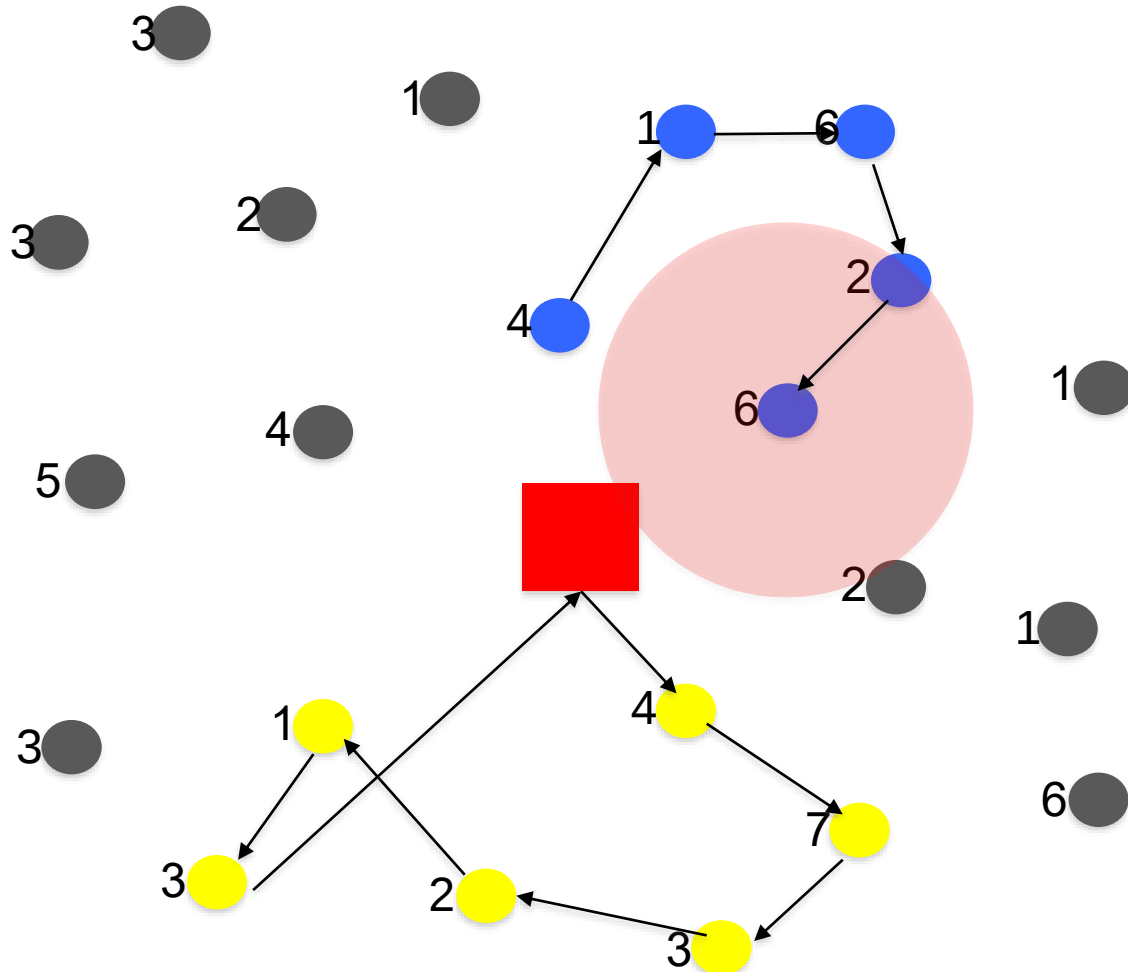
Capacidade =  
 $20 \text{ m}^3$

Se a parada for  
incluída no roteiro  
vai ultrapassar a  
capacidade do  
veículo? SIM

Excluir a parada do  
roteiro

Capacidade do  
veículo atingida?  
NÃO

Encontrar próximo  
ponto mais perto  
que não ultrapasse  
a capacidade do  
veículo

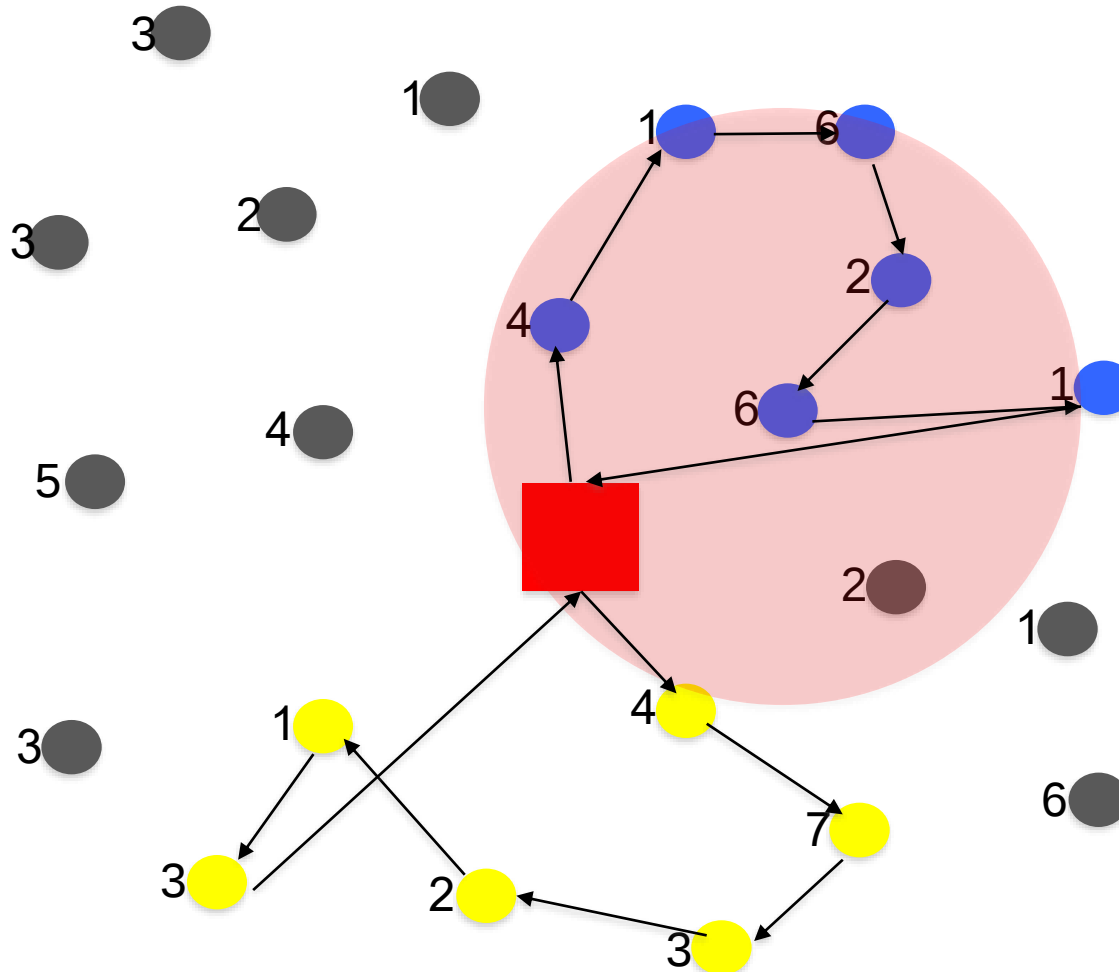


# Método do Vizinho Mais Próximo

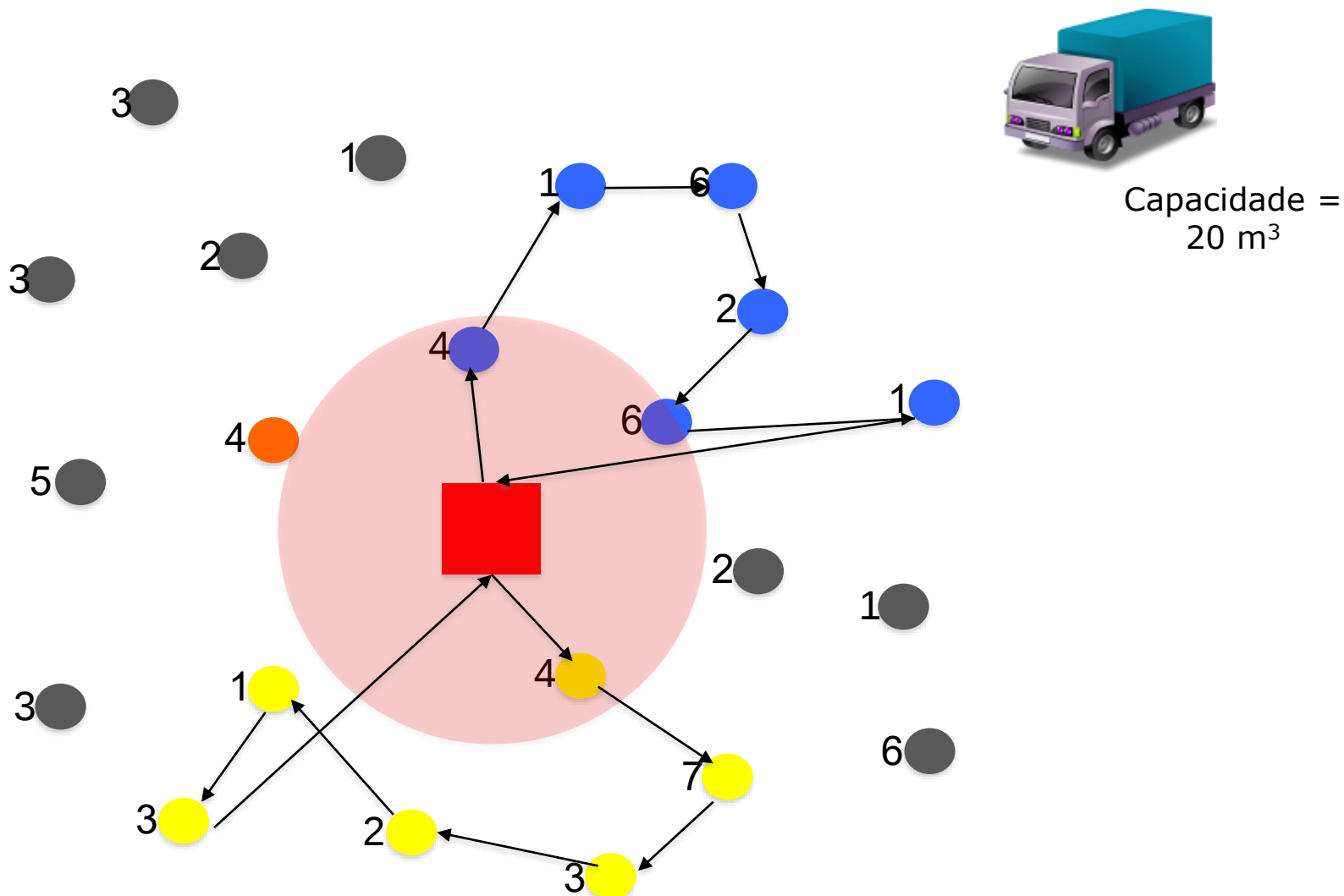


Capacidade =  
 $20 \text{ m}^3$

Encontrar próximo  
ponto mais perto  
que não ultrapasse  
a capacidade do  
veículo



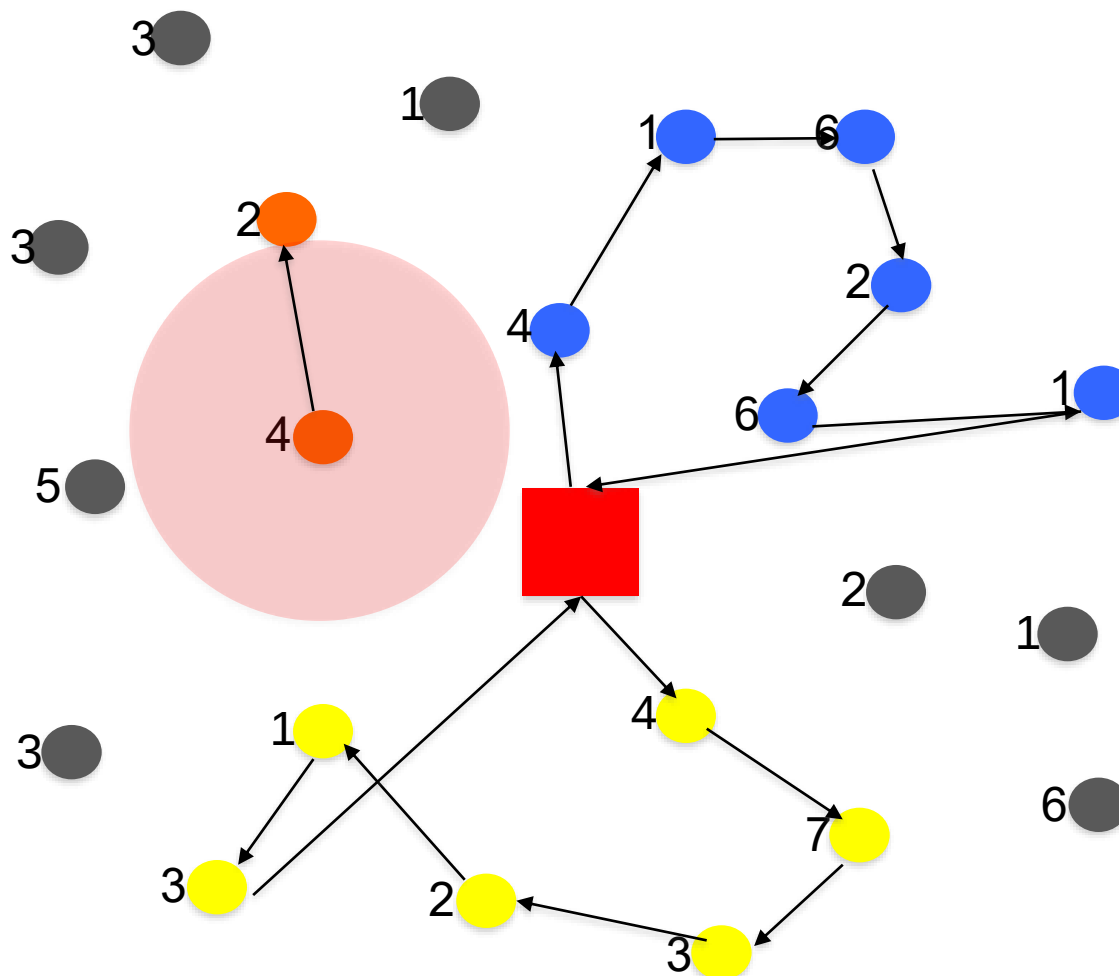
# Método do Vizinho Mais Próximo



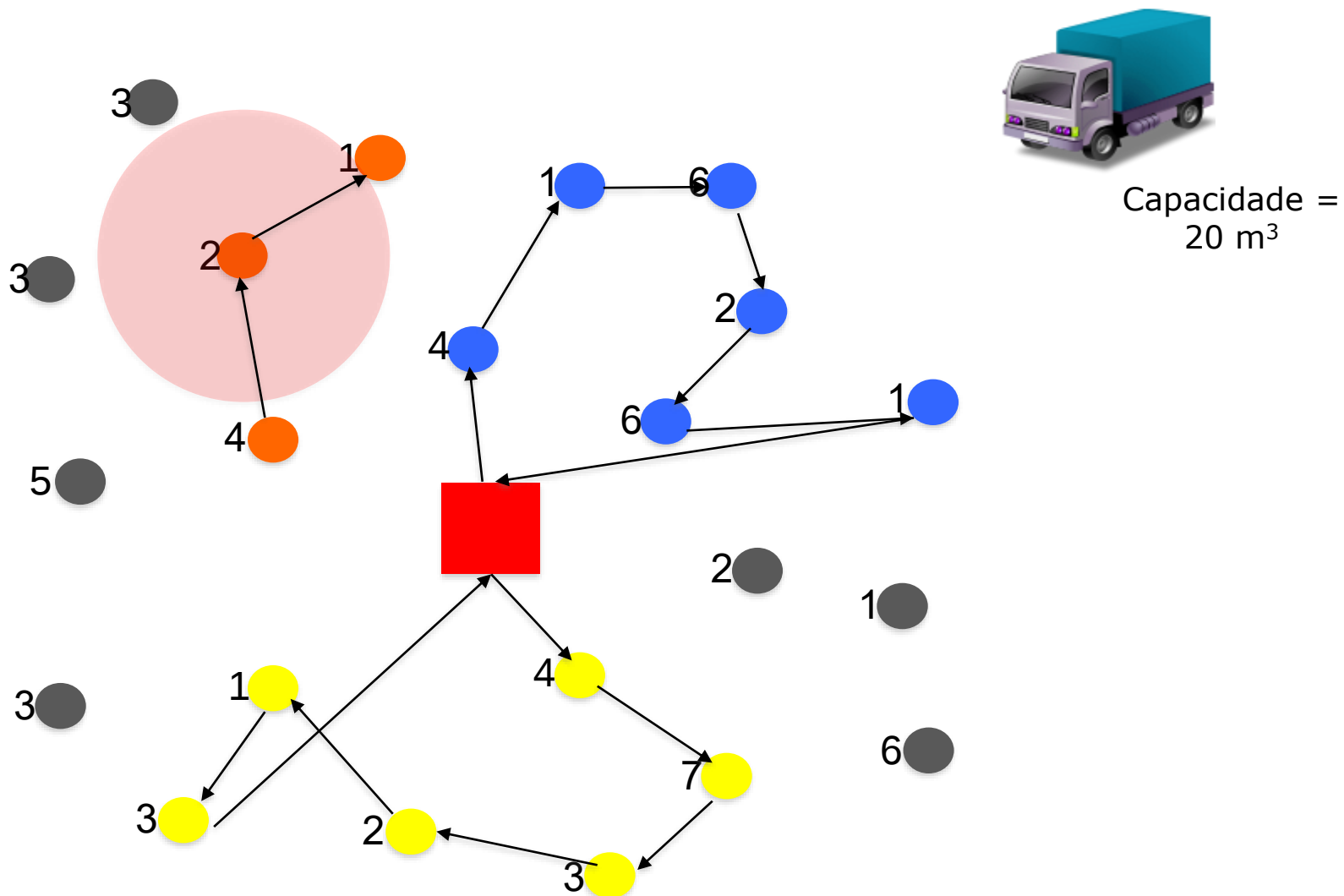
# Método do Vizinho Mais Próximo



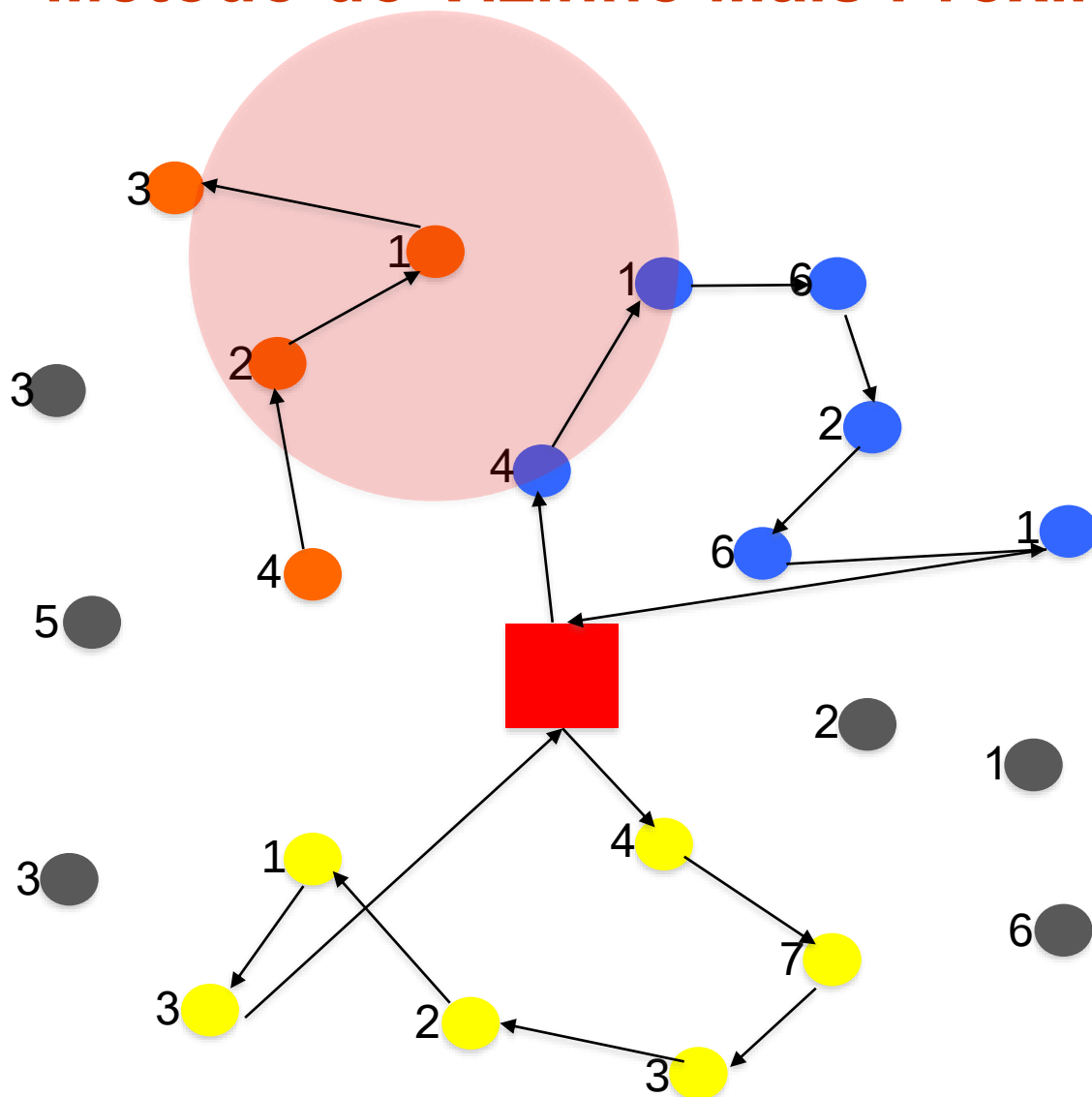
Capacidade =  
 $20 \text{ m}^3$



# Método do Vizinho Mais Próximo

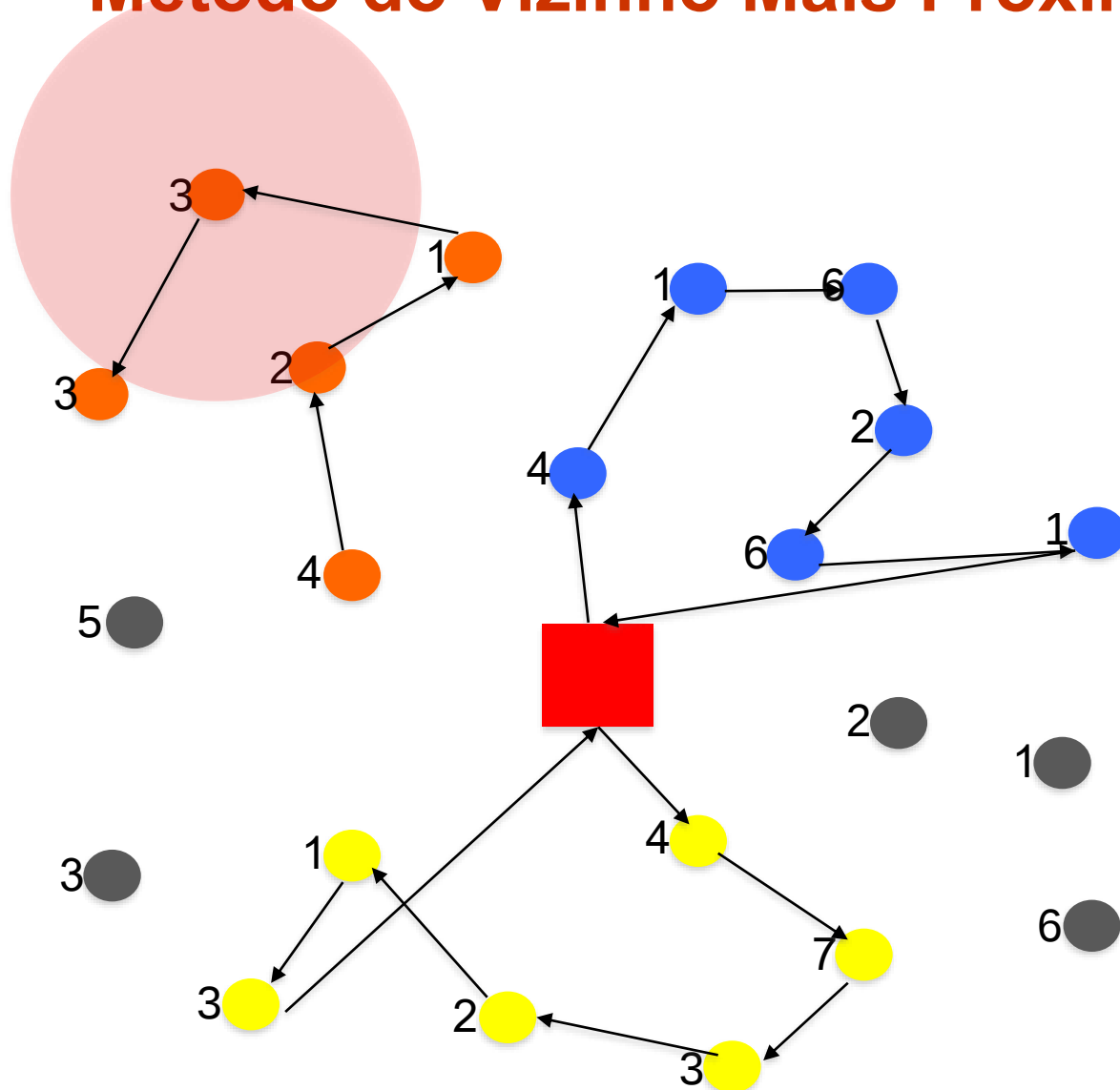


# Método do Vizinho Mais Próximo



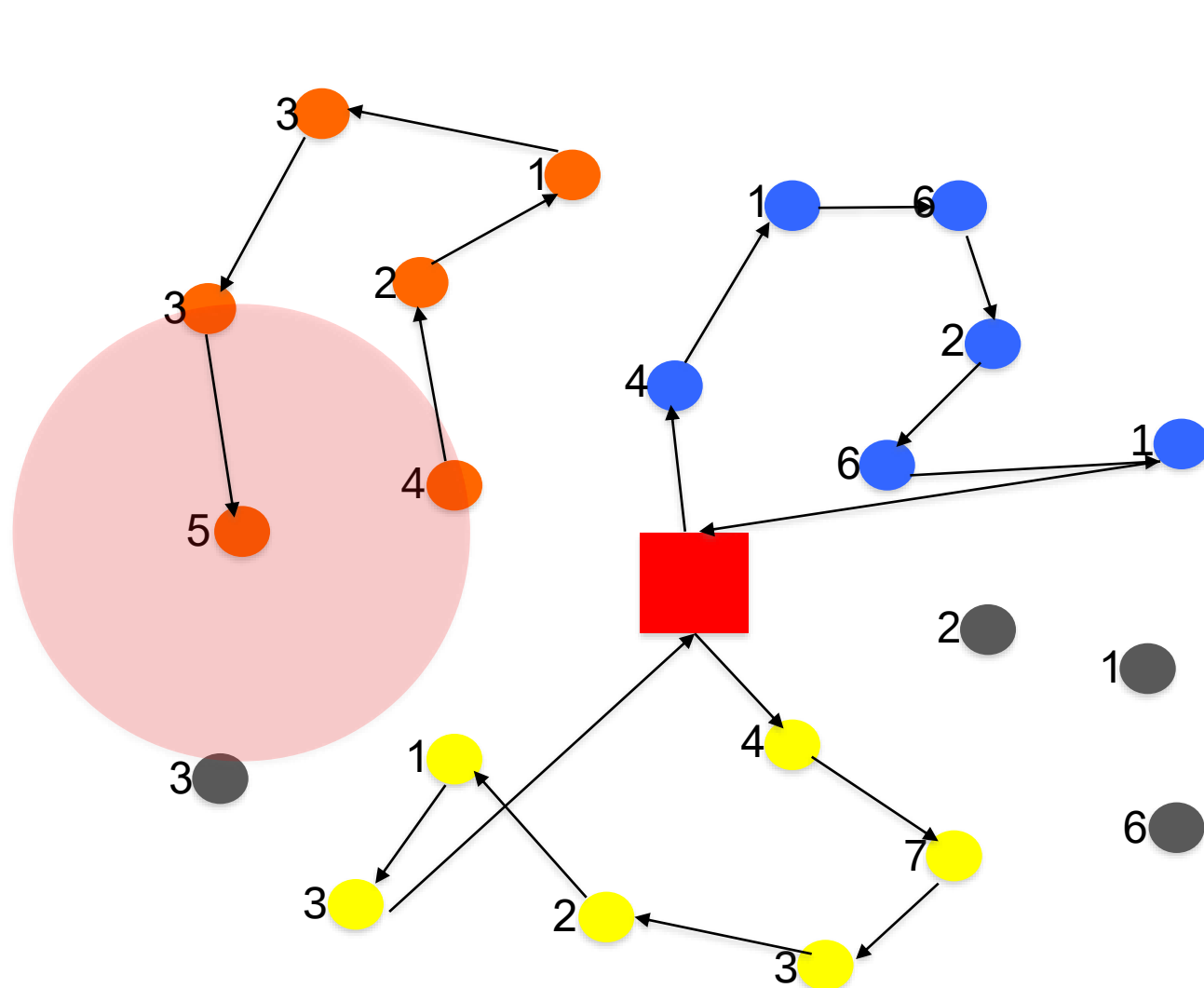
Capacidade =  
20 m<sup>3</sup>

# Método do Vizinho Mais Próximo



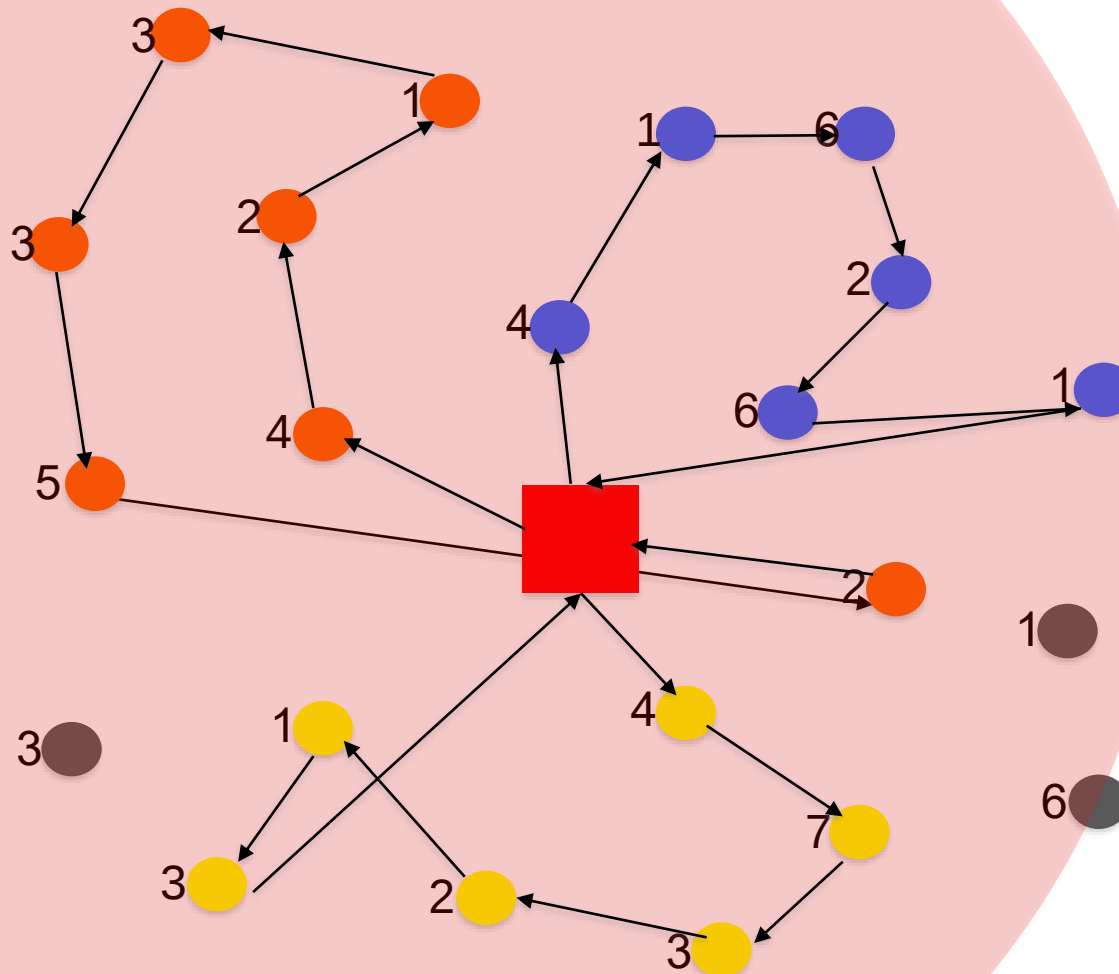
Capacidade =  
20 m<sup>3</sup>

# Método do Vizinho Mais Próximo



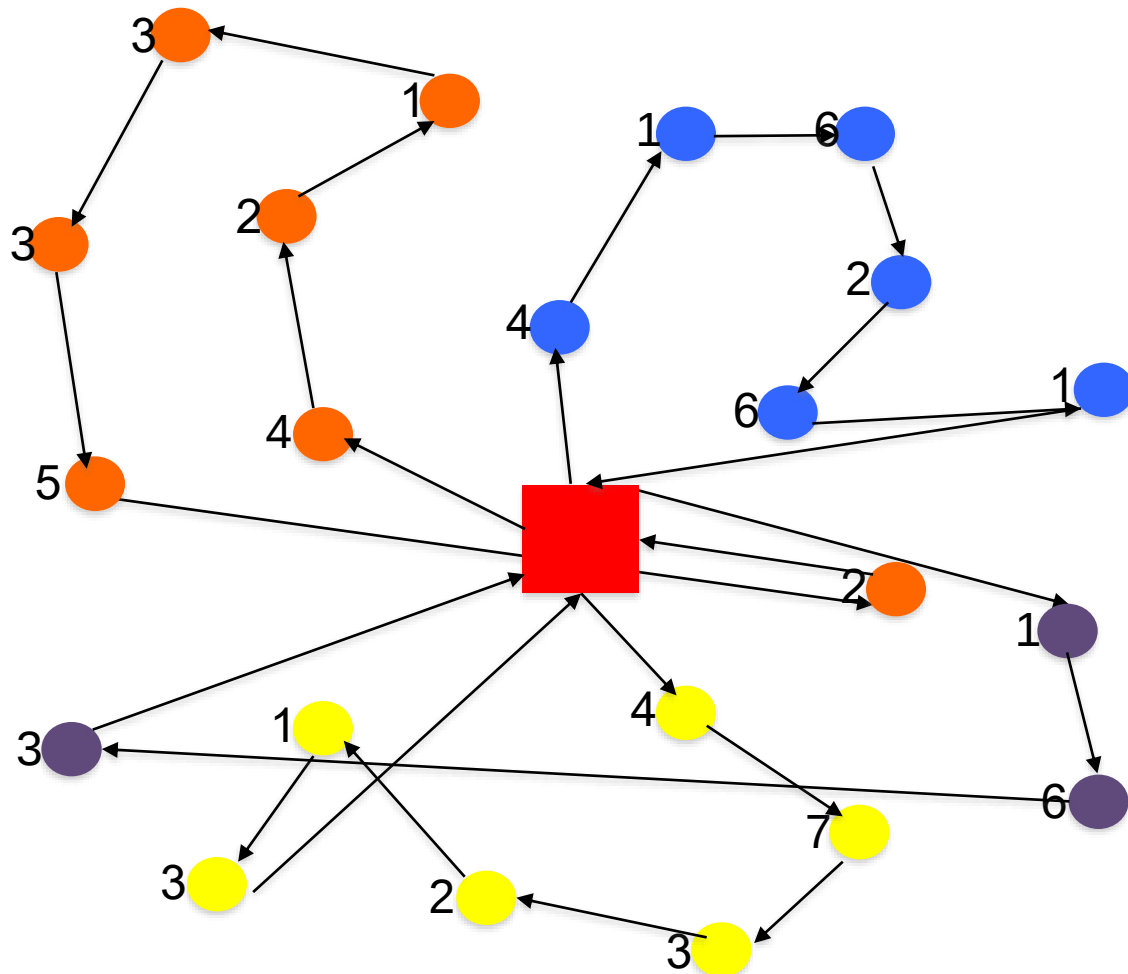
Capacidade =  
20 m<sup>3</sup>

# Método do Vizinho Mais Próximo



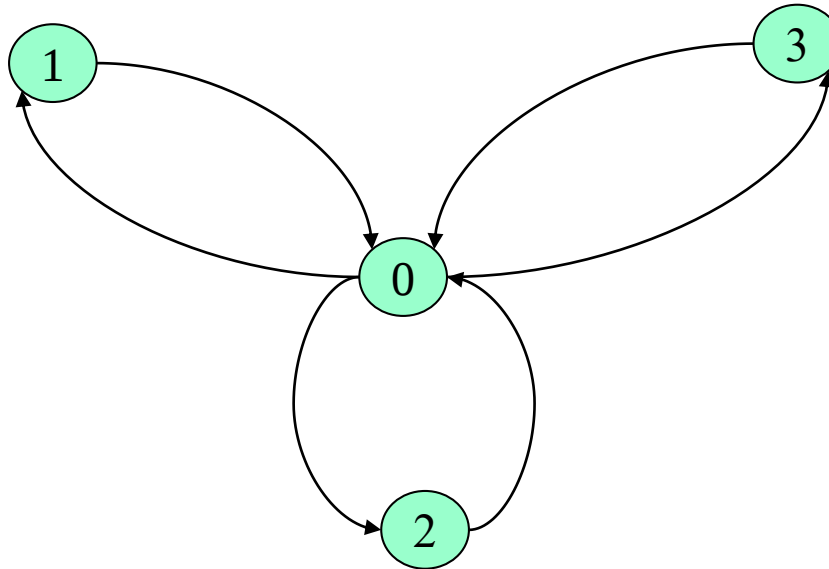
Capacidade =  
20 m<sup>3</sup>

# Método do Vizinho Mais Próximo



# Heurística de Clarke e Wright

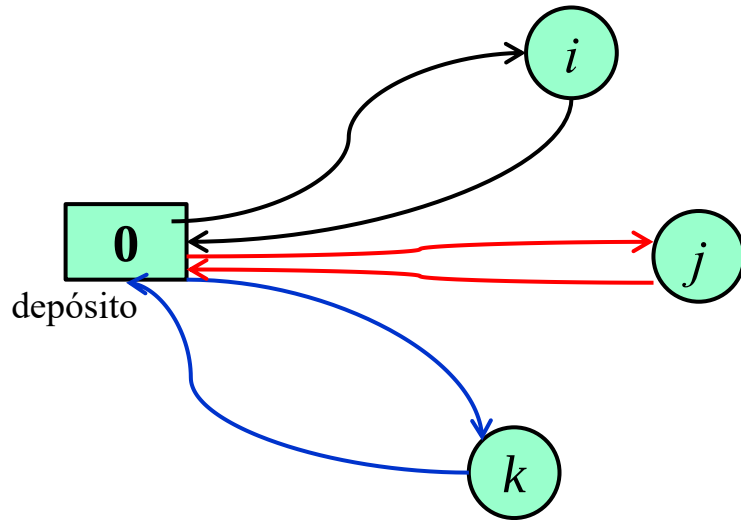
Começar com uma solução inicial onde cada ponto é atendido individualmente do depósito



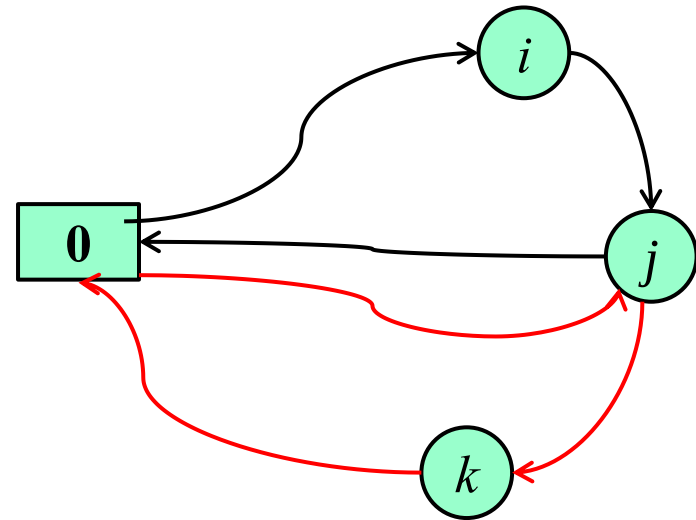
Clarke G. and J. W. Wright (1964) “Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points,” *Operations Research*, vol. 12, pp. 568-581.

# Calculo das economias

ANTES



DEPOIS



$$s_{ij} = \text{antes} - \text{depois} = (2d_{0i} + 2d_{j0}) - (d_{0i} + d_{ij} + d_{j0}) = d_{0i} + d_{j0} - d_{ij}$$

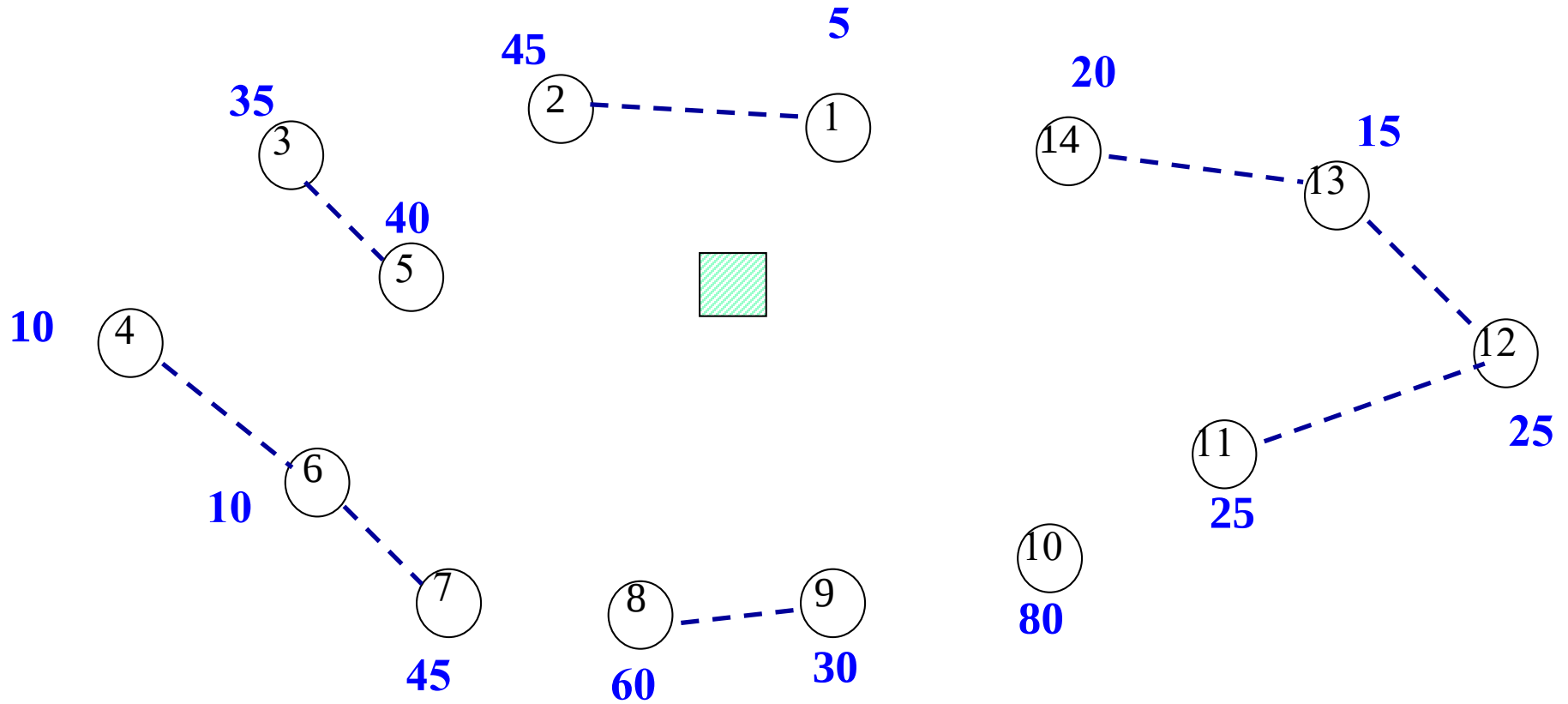
$$s_{jk} = (2d_{0j} + 2d_{k0}) - (d_{0j} + d_{jk} + d_{k0}) = d_{0j} + d_{k0} - d_{jk}$$

$$s_{ik} = (2d_{0i} + 2d_{k0}) - (d_{0i} + d_{ik} + d_{k0}) = d_{0i} + d_{k0} - d_{ik}$$

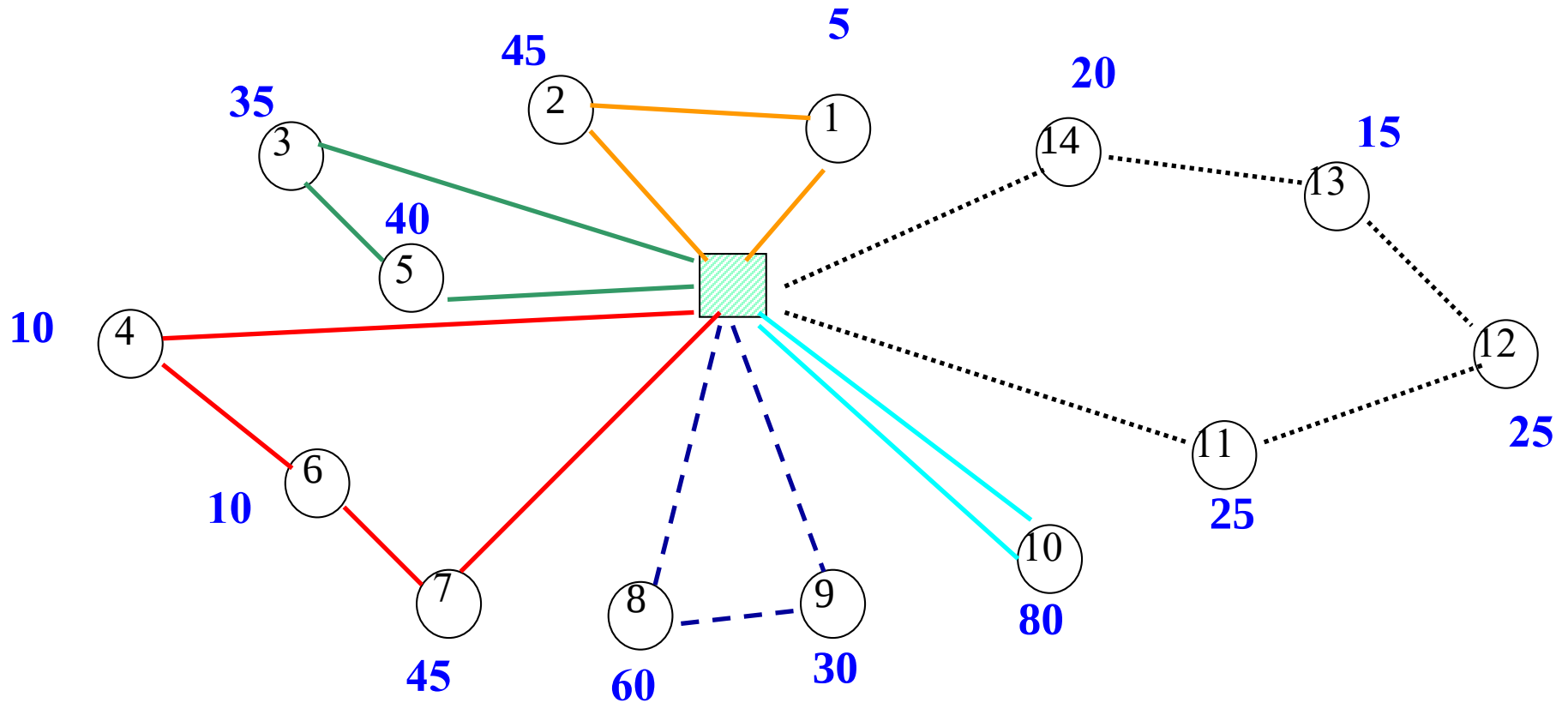
# Procedimento

1. Escolher um veículo
2. Calcular as economias  $s_{ij}$  para todos os pares de pontos
3. Escolher o par  $(i, j)$  com a maior economia
4. Unir os pontos  $i$  e  $j$  formando um sub-roteiro se:
  - Tanto  $i$  quanto  $j$  devem estar ligados diretamente ao depósito
  - Tanto  $i$  quanto  $j$  não façam parte do mesmo roteiro
  - A capacidade do veículo não pode ser violada pela união de  $i$  e  $j$ , considerando todos os pontos já ligados ao ponto  $i$  e ao ponto  $j$
5. Se todas as economias positivas tiverem sido examinadas, parar.

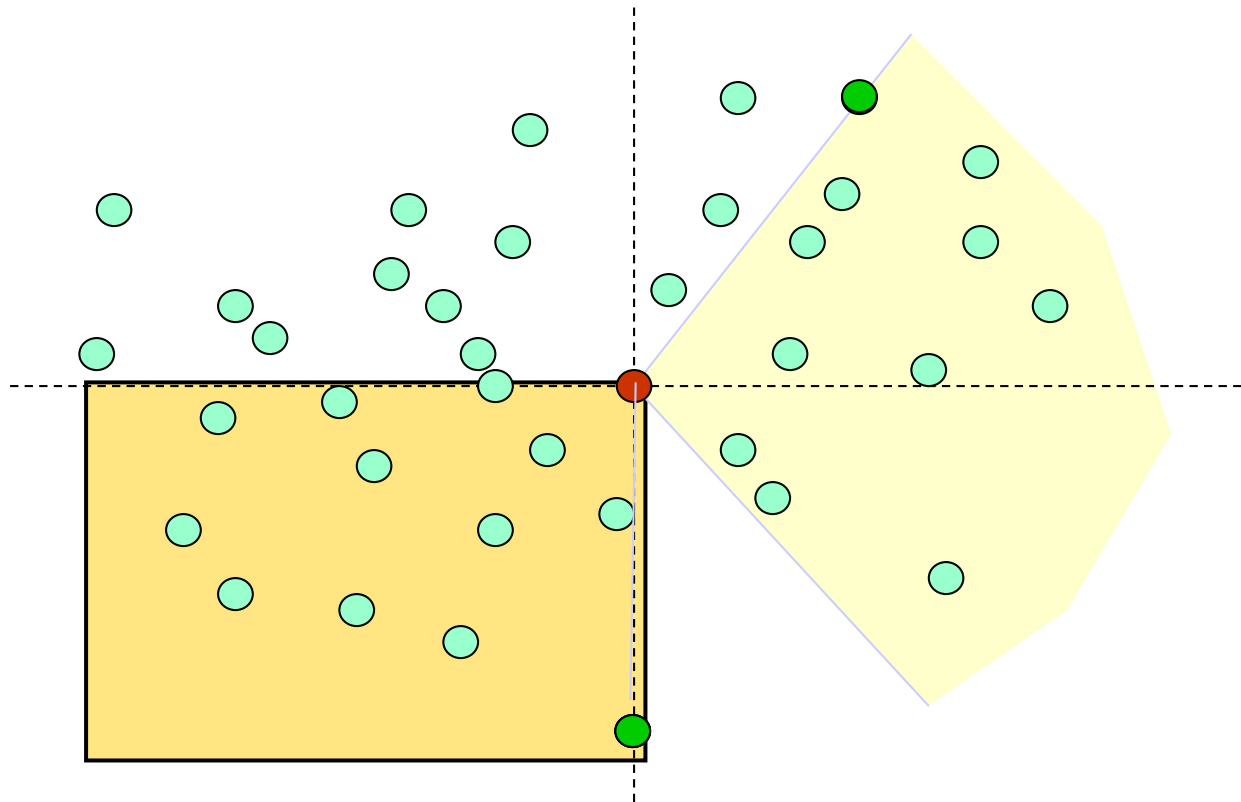
# Heurística de Economias



# Heurística de Economias



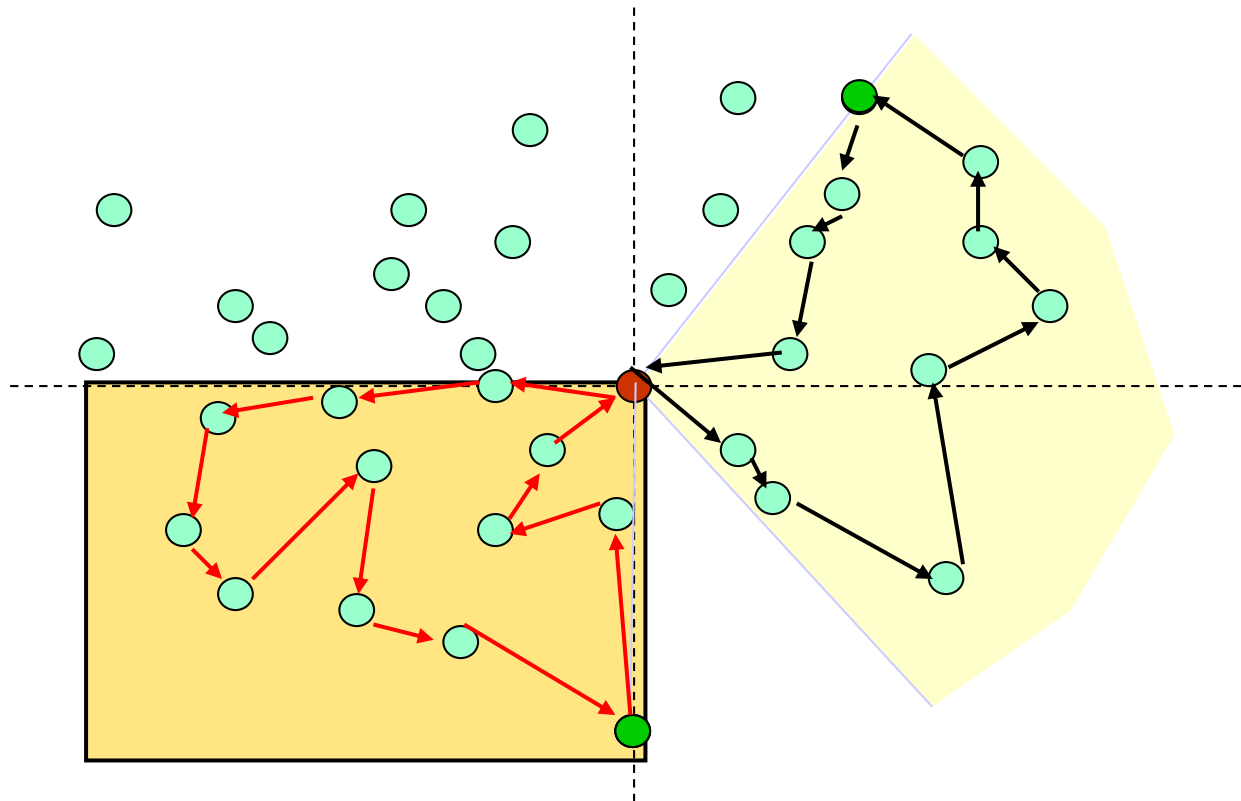
# Heurística de Varredura (Sweep) - Fase I



Gillett B. and L. Miller (1974) “A Heuristic Algorithm for the Vehicle Routing Problem,” *Operations Research*, vol. 22, pp. 340-349.

# Heurística de Varredura (Sweep) - Fase II

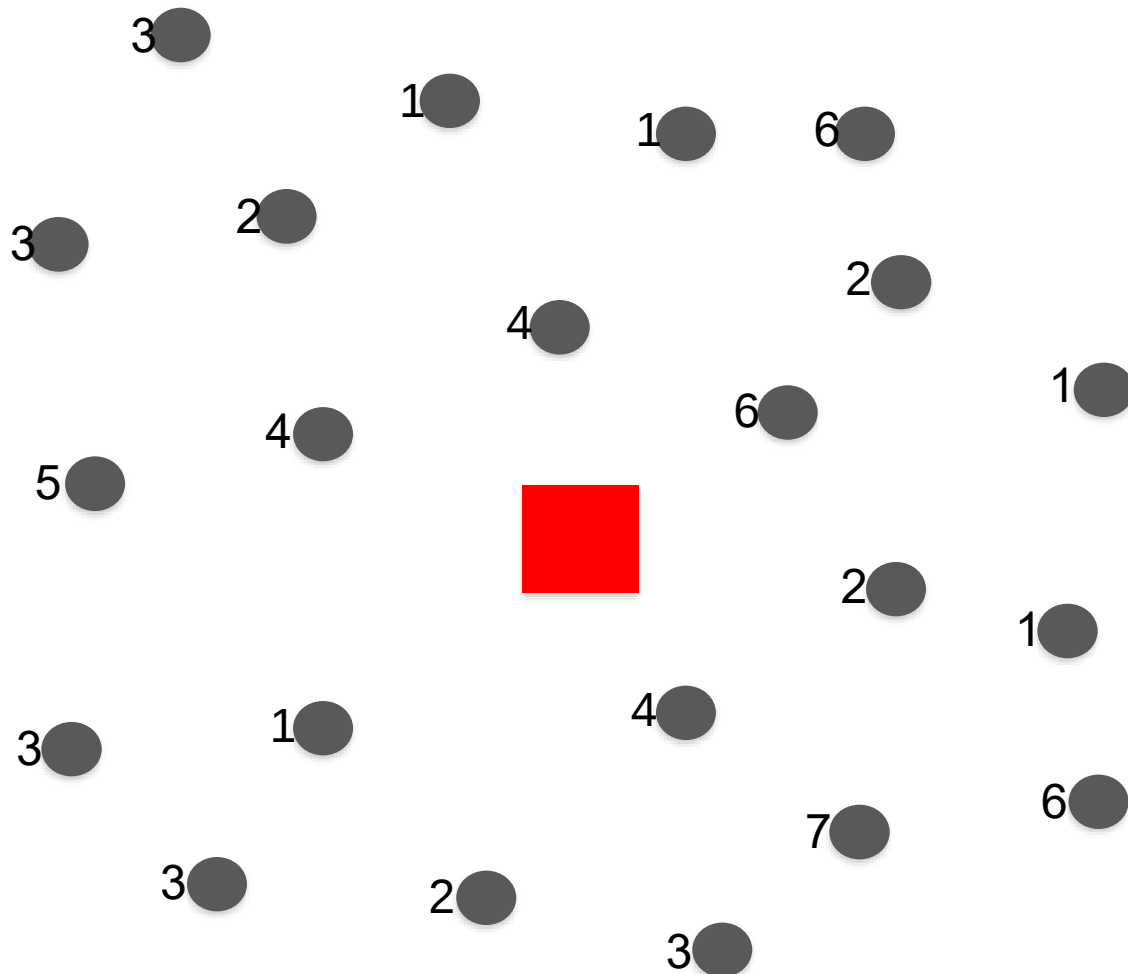
Resolver o problema de Caixeiro Viajante para cada grupo

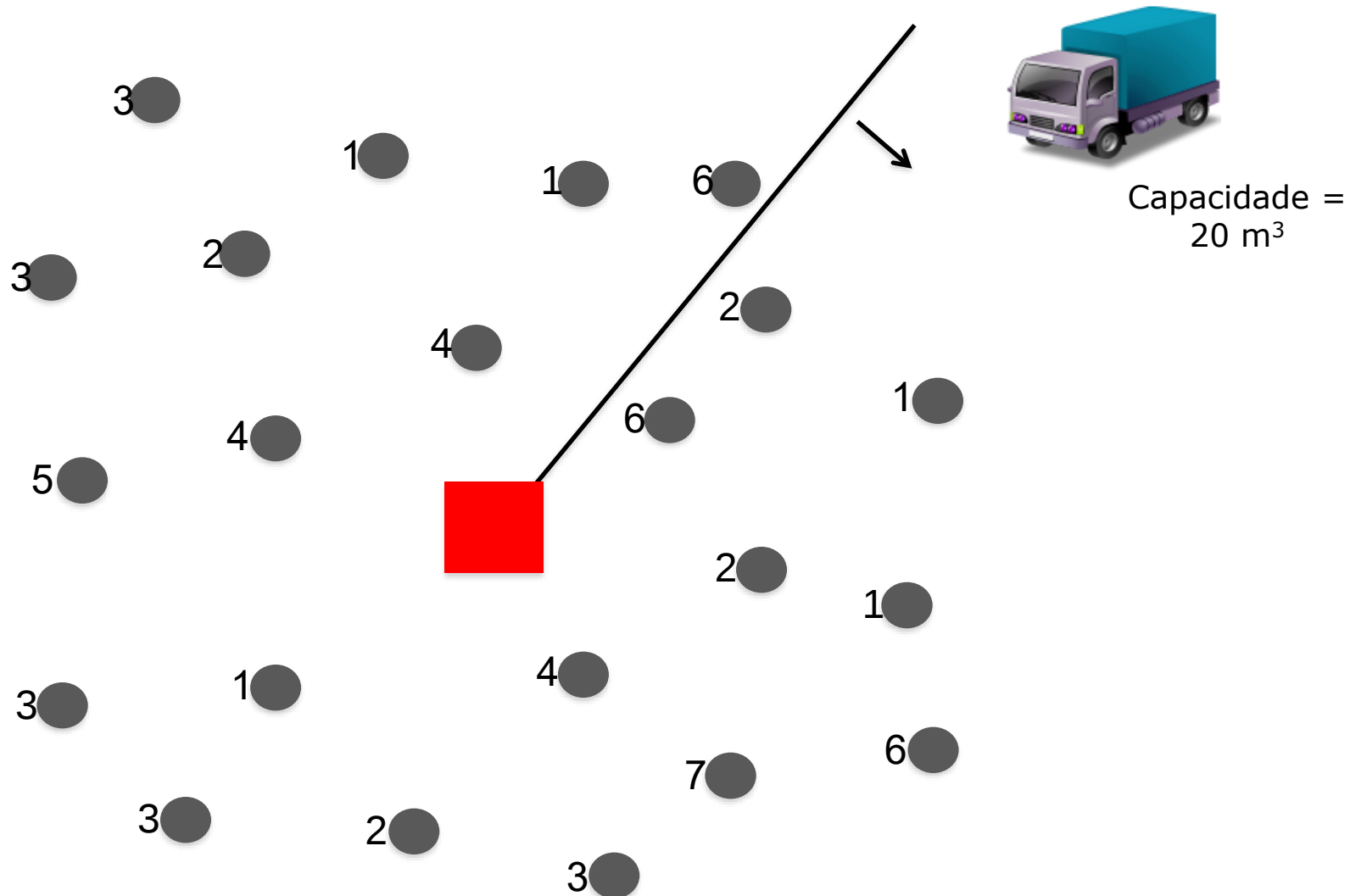


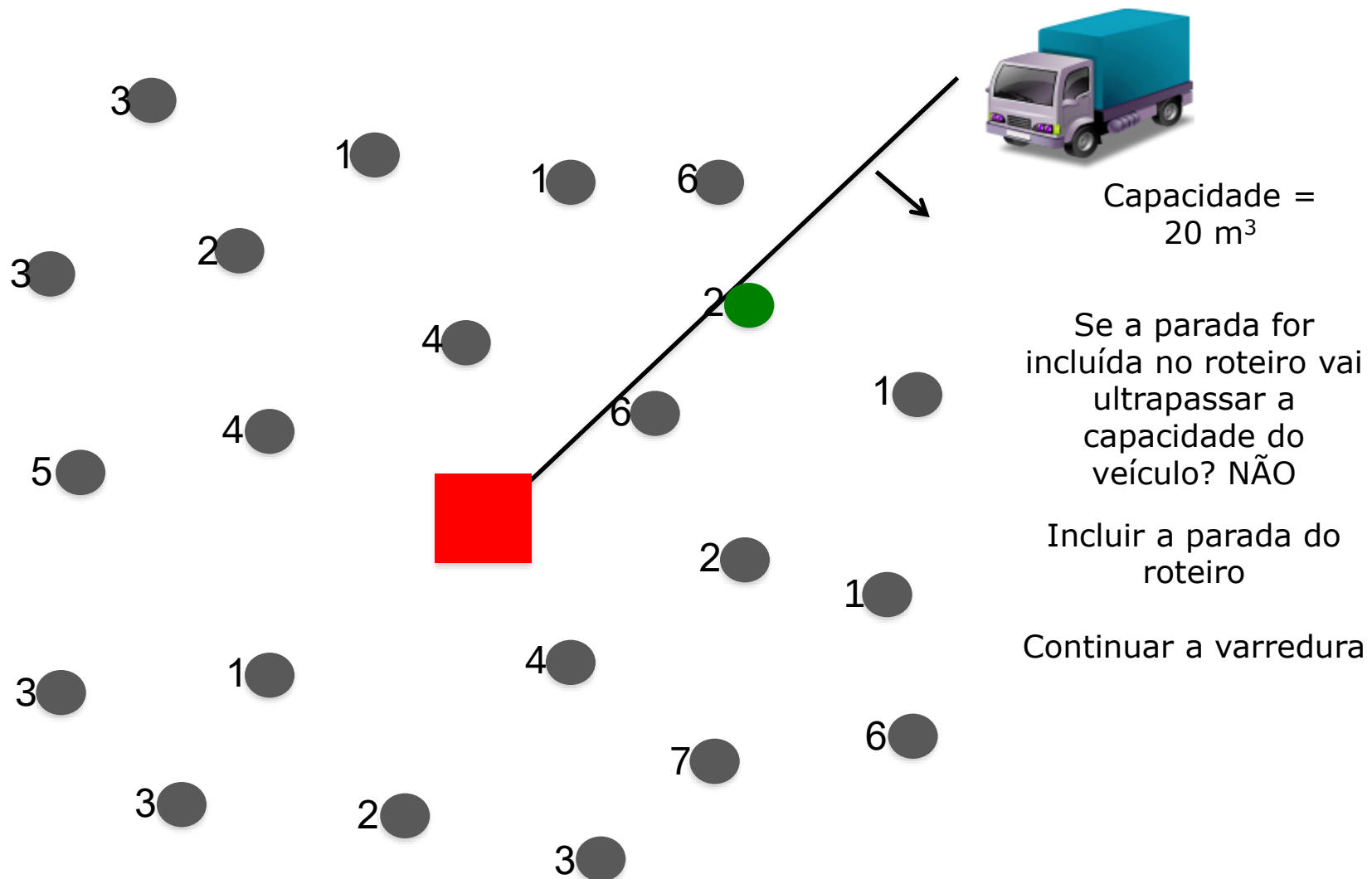
# Método da Varredura Angular

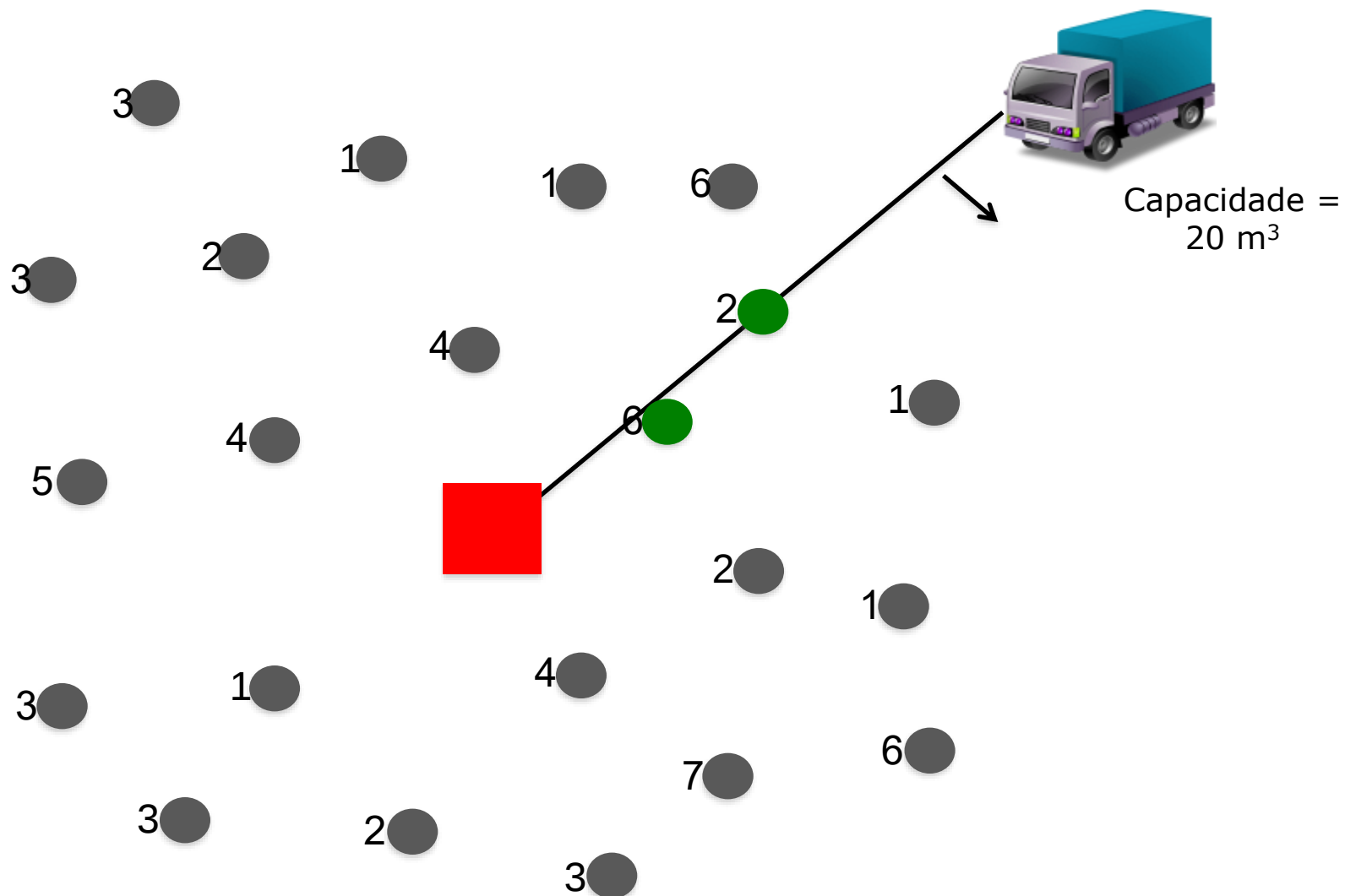
- Também conhecido como algoritmo de Gillet e Miller
- Procedimento:
  - Selecionar um veículo
  - Escolher um ponto como referência e considerar a reta definida por esse ponto e o depósito (reta essa que define um eixo)
  - Para cada ponto não atendido, calcular as coordenadas polares em relação à esse eixo:
    - Ângulo polar em relação à reta
    - Raio (distância) em relação ao depósito
  - Ordenar todos os pontos não atendidos em ordem crescente de ângulo polar
  - Varrer a lista ordenada de pontos, inserindo-os no veículo selecionado até que a capacidade tenha sido atingida ou não seja possível inserir pontos
  - Resolver o problema de caixeiro viajante resultante
  - Repetir todo o procedimento acima, iniciando do ponto não atendido com menor ângulo polar até que todos os pontos tenham sido atendidos por algum veículo.

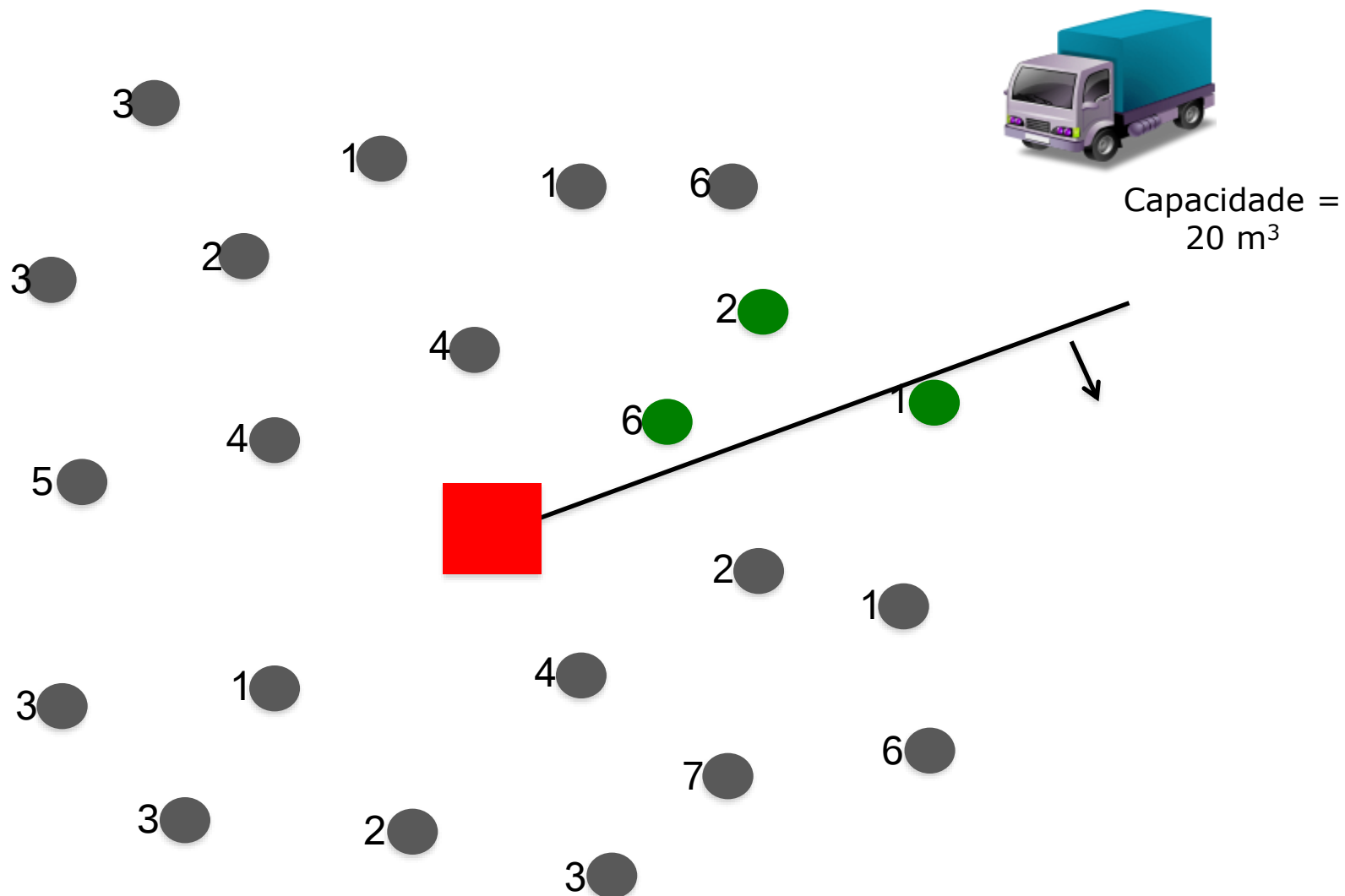
# Método da Varredura (sweep)

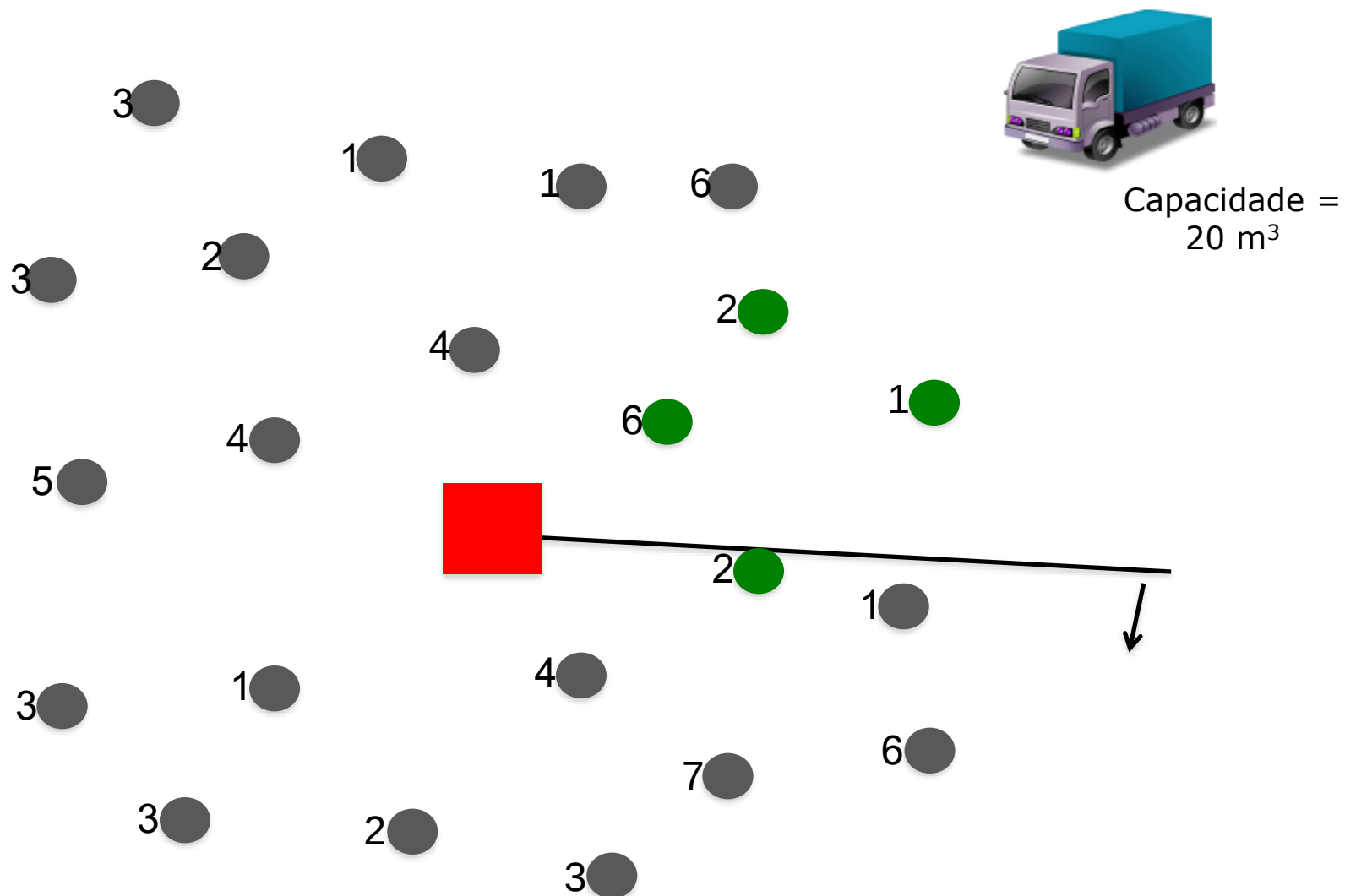


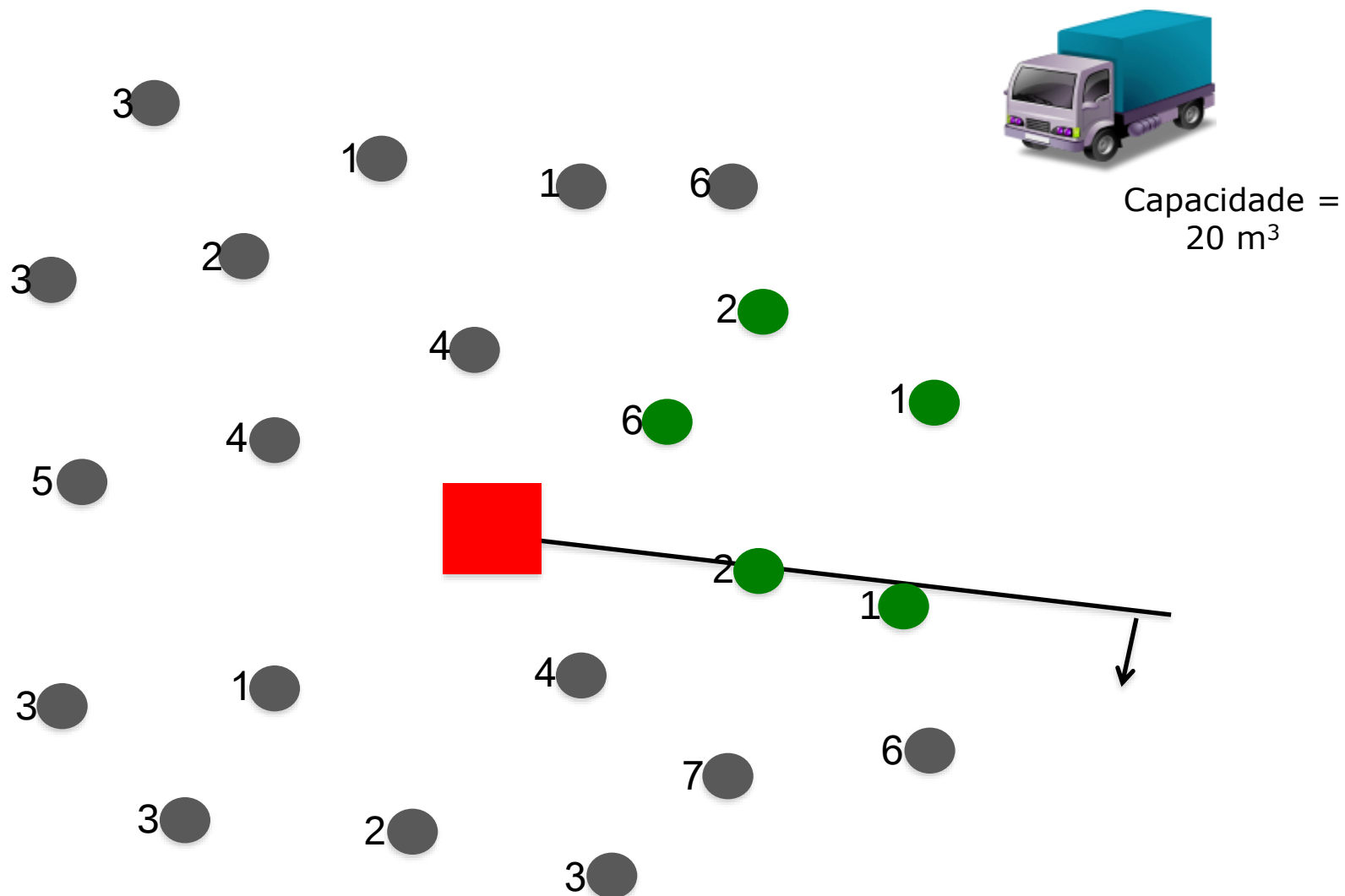


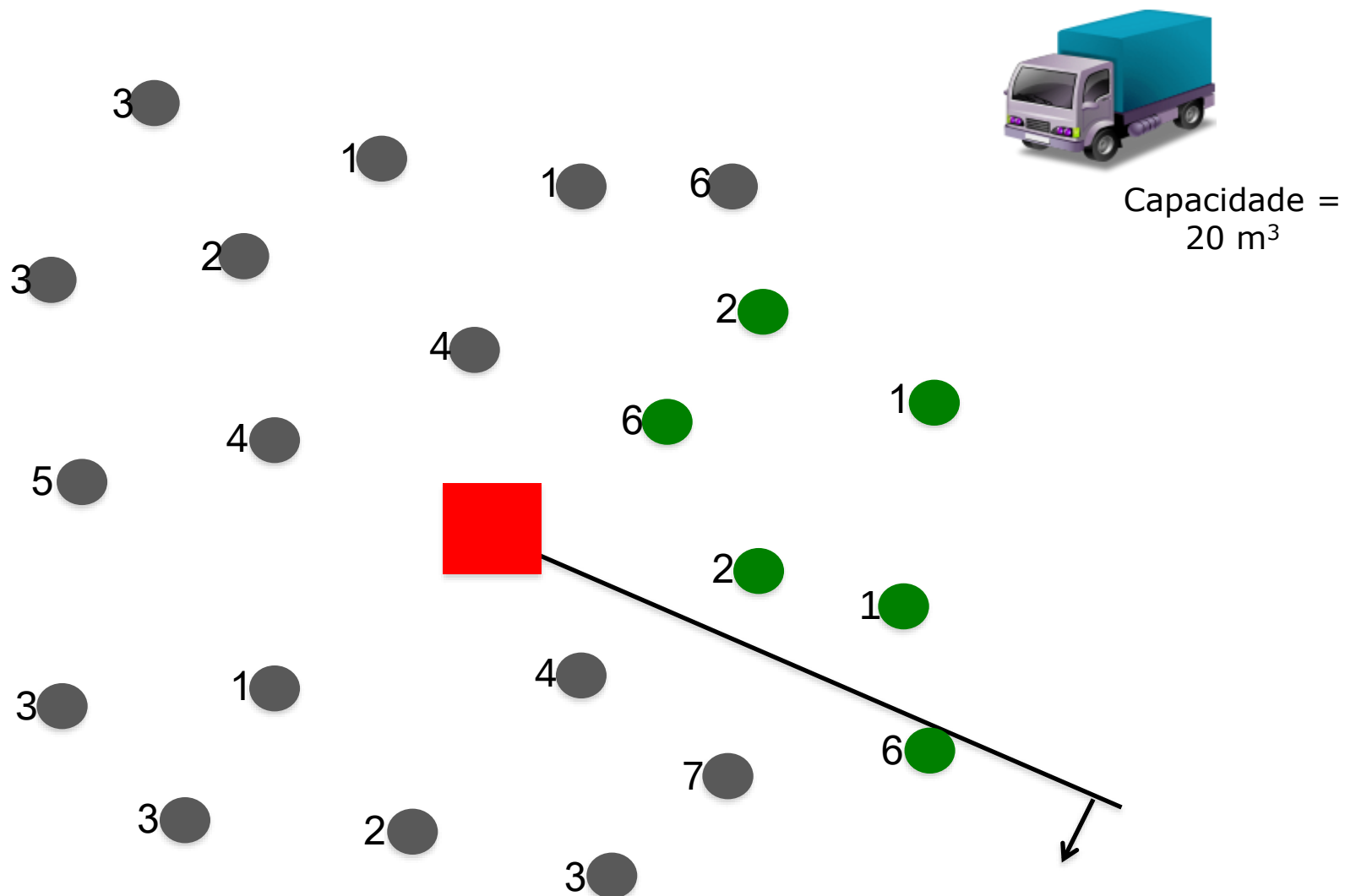














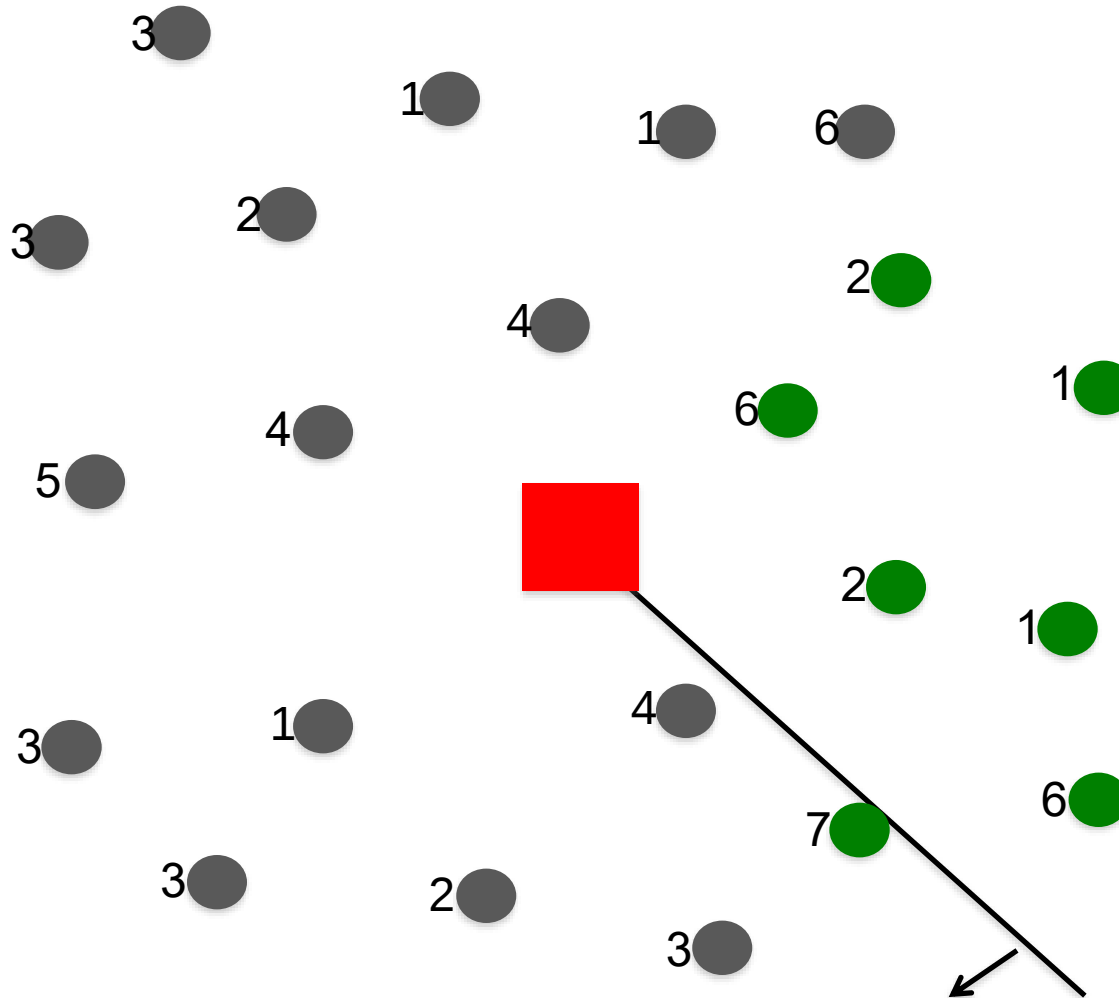
Capacidade =  
 $20 \text{ m}^3$

Se a parada for  
incluída no roteiro  
vai ultrapassar a  
capacidade do  
veículo? SIM

Excluir a parada do  
roteiro

Fechar roteiro  
anterior

Iniciar novo roteiro  
a partir do ponto  
excluído





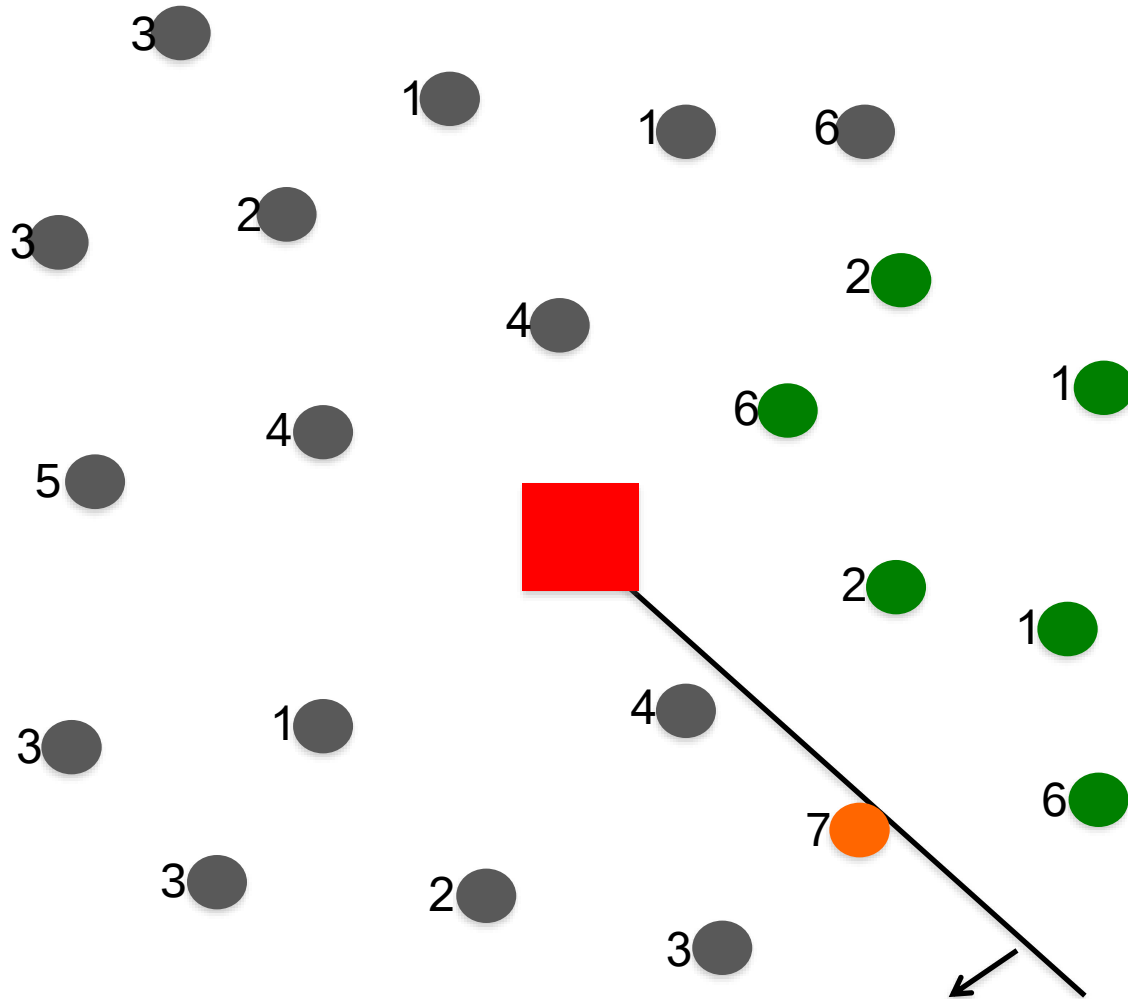
Capacidade =  
20 m<sup>3</sup>

Se a parada for  
incluída no roteiro  
vai ultrapassar a  
capacidade do  
veículo? SIM

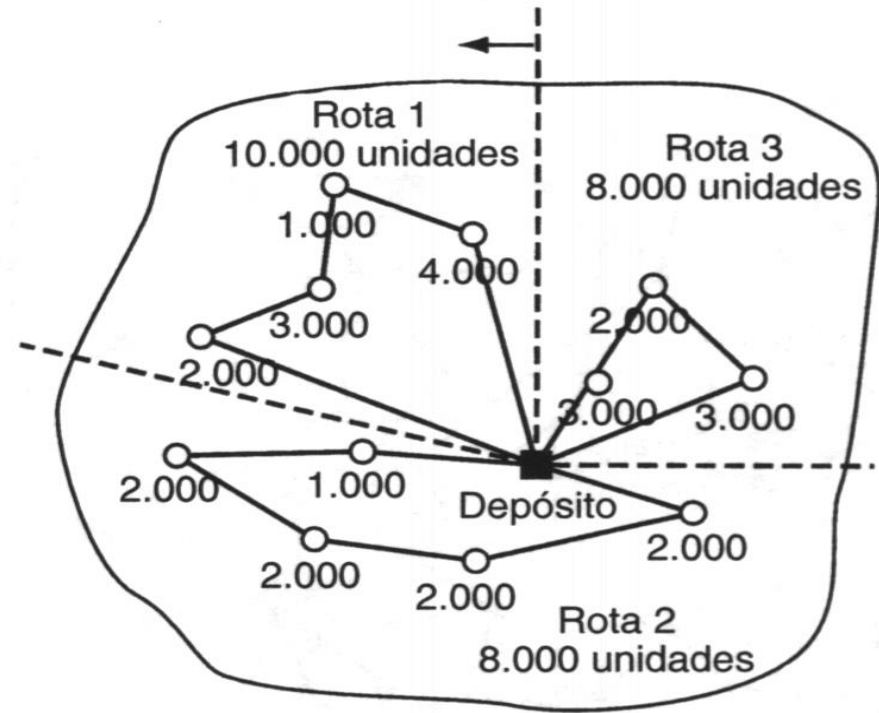
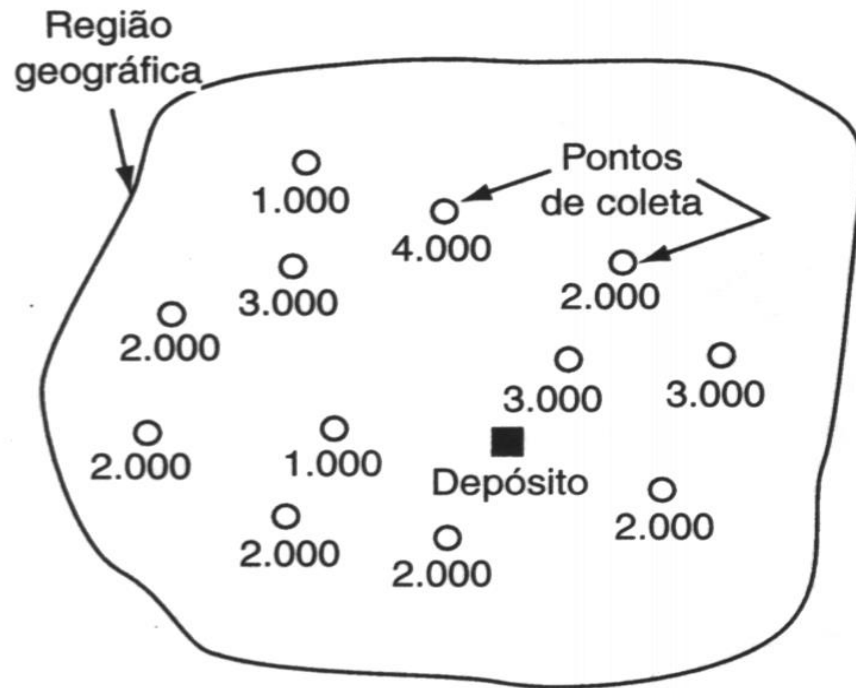
Excluir a parada do  
roteiro

Fechar roteiro  
anterior

Iniciar novo roteiro  
a partir do ponto  
excluído



# Método da Varredura



# Exemplo de aplicação

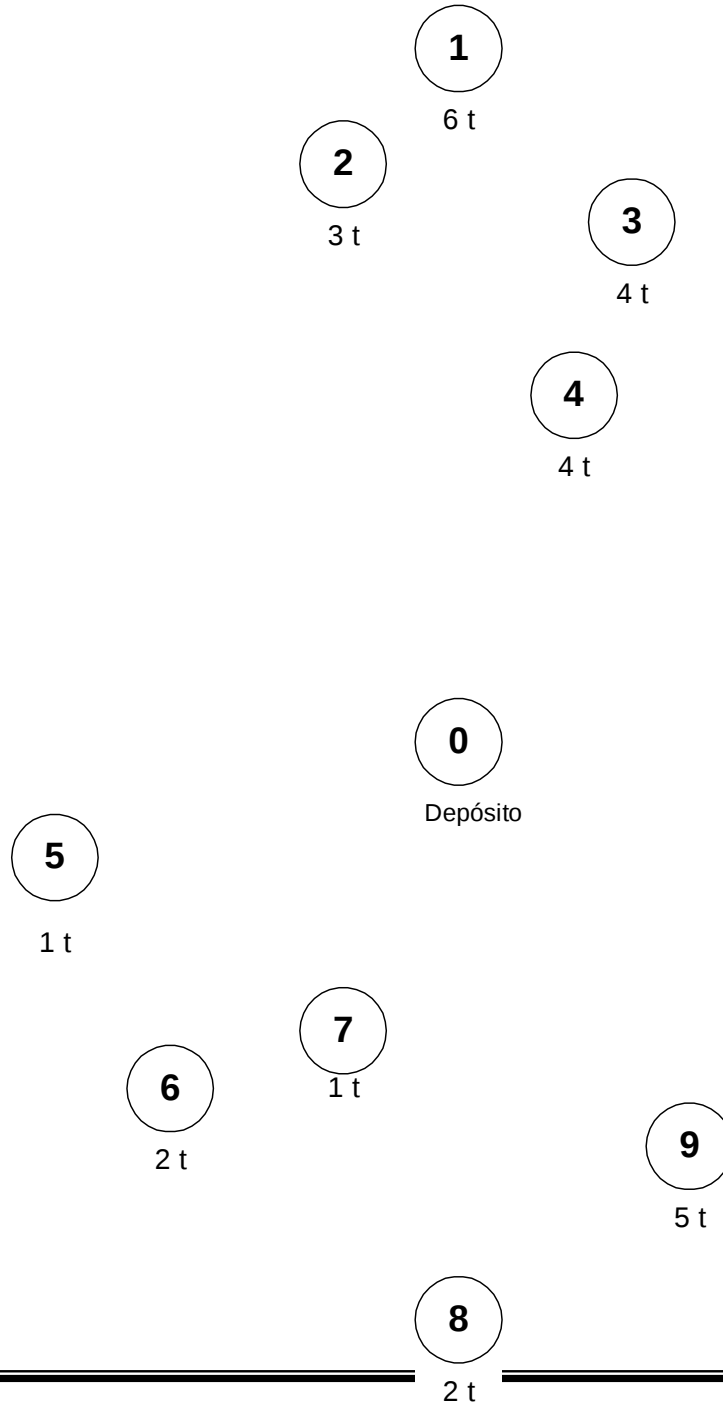
## Pontos de entrega

| Ponto | Demanda (t) | X  | Y  |
|-------|-------------|----|----|
| 0     | 0,0         | 9  | 15 |
| 1     | 6,0         | 9  | 27 |
| 2     | 3,0         | 7  | 25 |
| 3     | 4,0         | 12 | 24 |
| 4     | 4,0         | 11 | 21 |
| 5     | 1,0         | 2  | 13 |
| 6     | 2,0         | 4  | 9  |
| 7     | 1,0         | 7  | 10 |
| 8     | 2,0         | 9  | 5  |
| 9     | 5,0         | 13 | 8  |

28,0

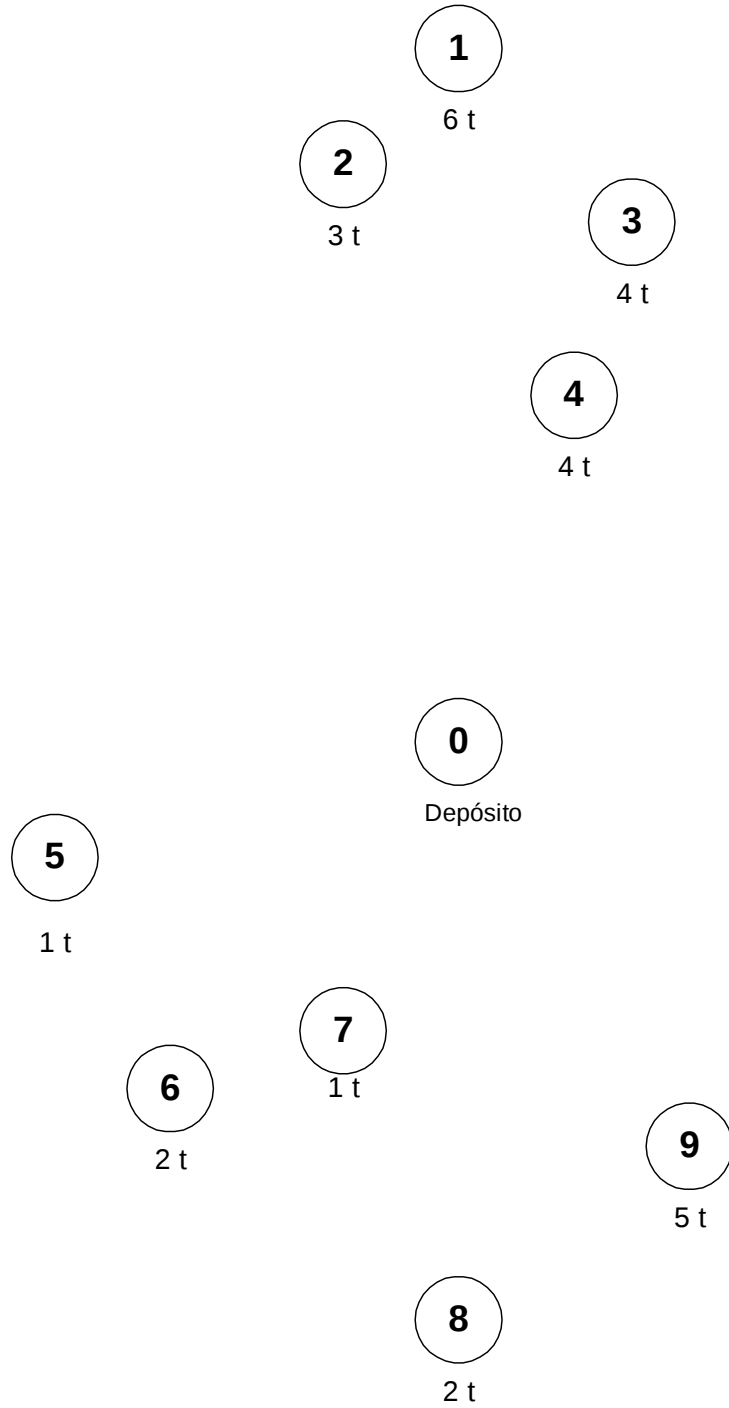
## Frota de veículos

| <b>Veículo</b> | <b>Capacidade<br/>(t)</b> | <b>Frota</b> | <b>Custo<br/>Fixo<br/>(R\$/dia)</b> | <b>Custo<br/>Variável<br/>(R\$/km)</b> |
|----------------|---------------------------|--------------|-------------------------------------|----------------------------------------|
| Pequeno        | 6,0                       | 3            | 64,00                               | 0,32                                   |
| Grande         | 12,0                      | 3            | 100,00                              | 0,41                                   |

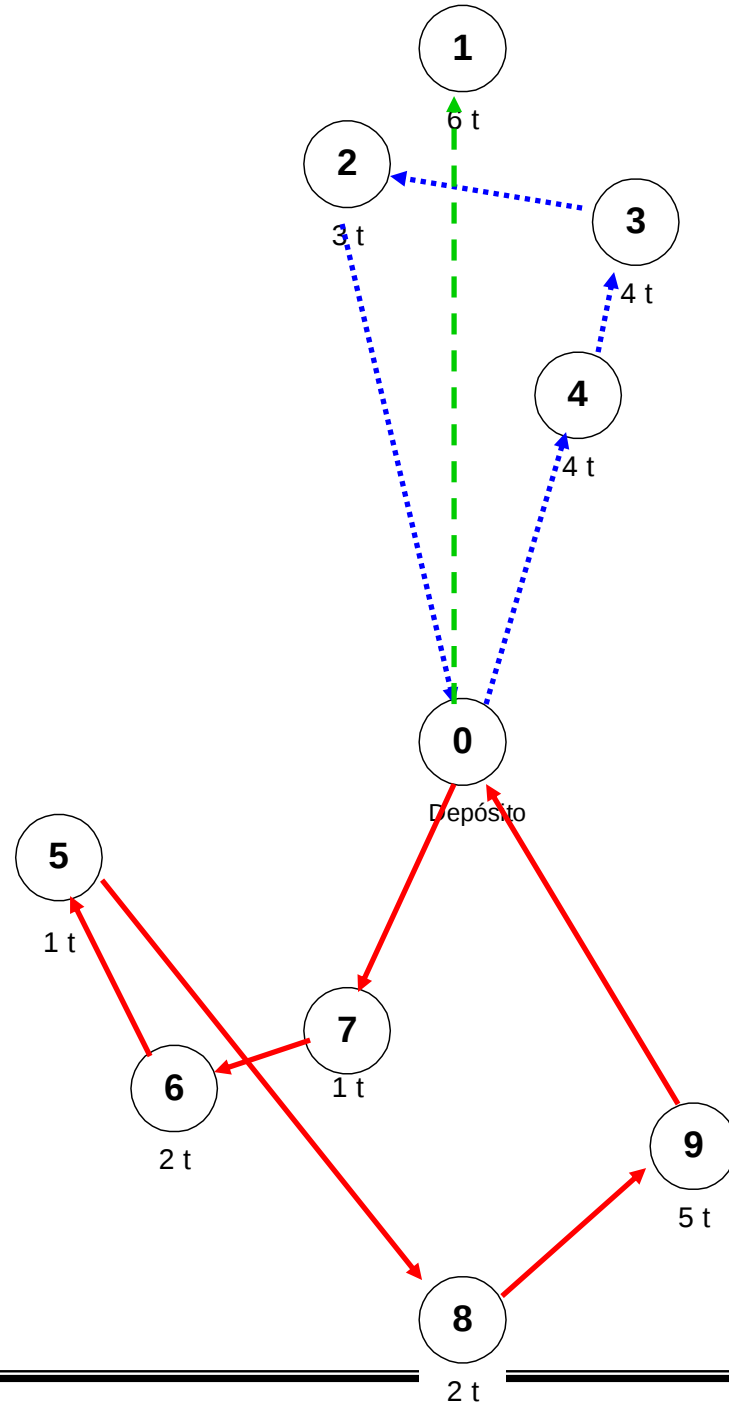


## TABELA DE DISTÂNCIAS ENTRE PONTOS

| Origem | Destino |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|--------|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|        | 0       | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
| 0      | -       | 12,0 | 10,2 | 9,5  | 6,3  | 7,3  | 7,8  | 5,4  | 10,0 | 8,1  |
| 1      | 12,0    | -    | 2,8  | 4,2  | 6,3  | 15,7 | 18,7 | 17,1 | 22,0 | 19,4 |
| 2      | 10,2    | 2,8  | -    | 5,1  | 5,7  | 13,0 | 16,3 | 15,0 | 20,1 | 18,0 |
| 3      | 9,5     | 4,2  | 5,1  | -    | 3,2  | 14,9 | 17,0 | 14,9 | 19,2 | 16,0 |
| 4      | 6,3     | 6,3  | 5,7  | 3,2  | -    | 12,0 | 13,9 | 11,7 | 16,1 | 13,2 |
| 5      | 7,3     | 15,7 | 13,0 | 14,9 | 12,0 | -    | 4,5  | 5,8  | 10,6 | 12,1 |
| 6      | 7,8     | 18,7 | 16,3 | 17,0 | 13,9 | 4,5  | -    | 3,2  | 6,4  | 9,1  |
| 7      | 5,4     | 17,1 | 15,0 | 14,9 | 11,7 | 5,8  | 3,2  | -    | 5,4  | 6,3  |
| 8      | 10,0    | 22,0 | 20,1 | 19,2 | 16,1 | 10,6 | 6,4  | 5,4  | -    | 5,0  |
| 9      | 8,1     | 19,4 | 18,0 | 16,0 | 13,2 | 12,1 | 9,1  | 6,3  | 5,0  | -    |



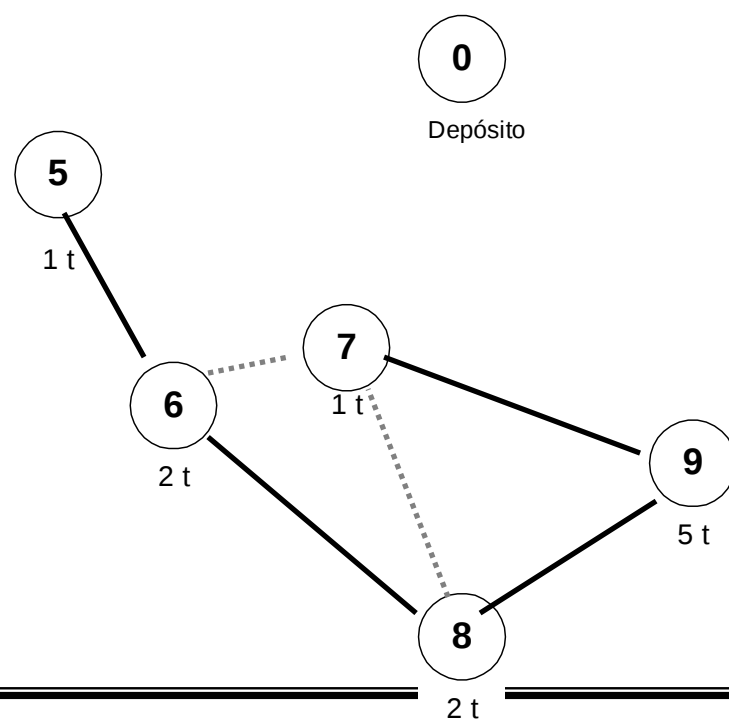
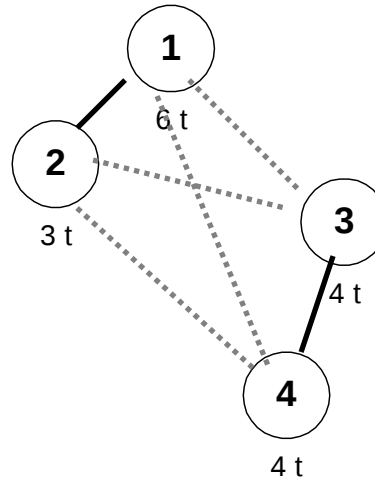
# Vizinho mais próximo



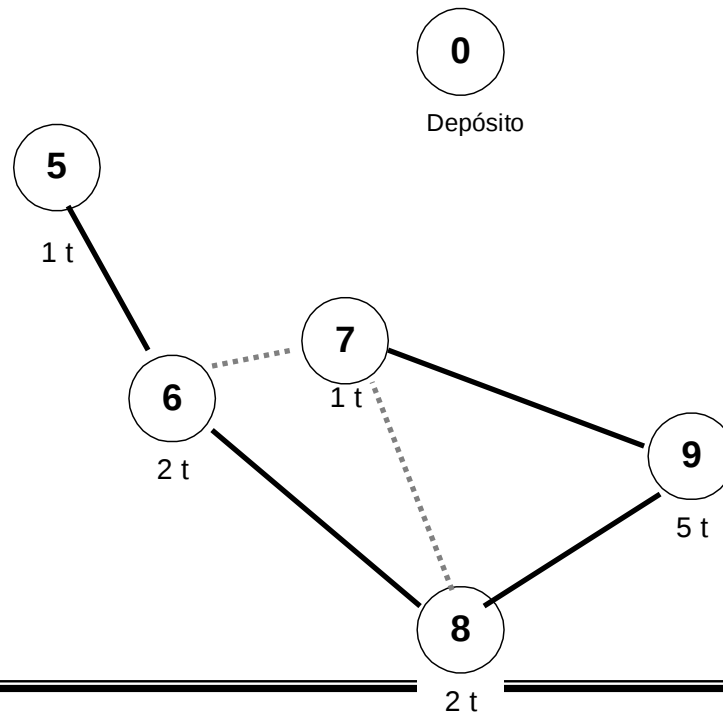
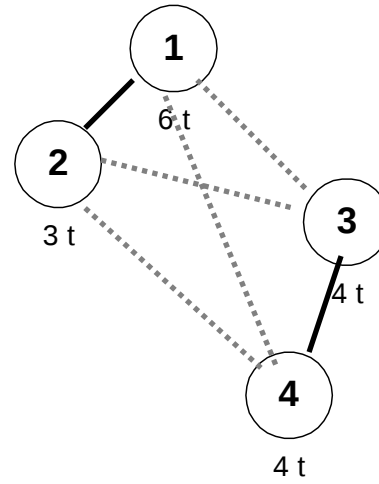
# Economias (Clarke e Wright)

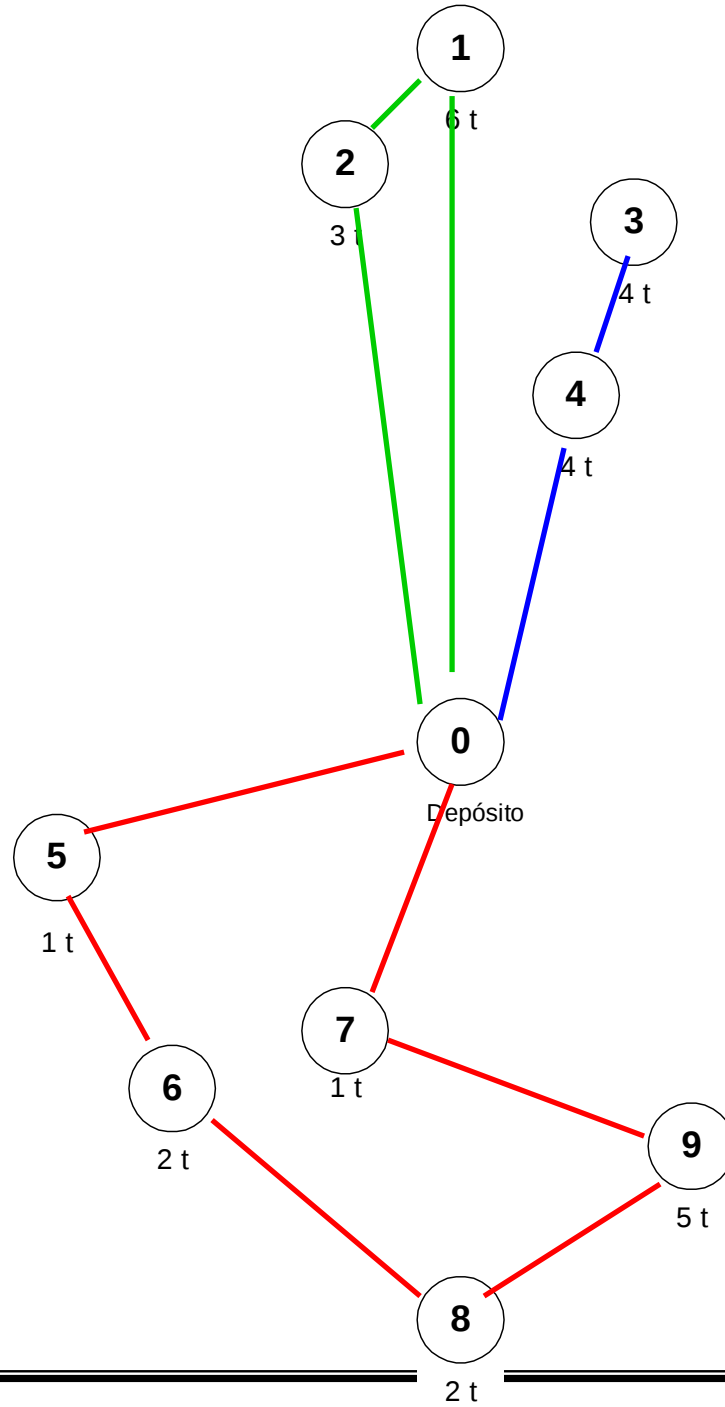
| <b>i</b> | <b>j</b> | <b>dij</b> | <b>d0i</b> | <b>dj0</b> | <b>economia</b> |
|----------|----------|------------|------------|------------|-----------------|
| 1        | 2        | 2,8        | 12,0       | 10,2       | 19,4            |
| 1        | 3        | 4,2        | 12,0       | 9,5        | 17,2            |
| 2        | 3        | 5,1        | 10,2       | 9,5        | 14,6            |
| 8        | 9        | 5,0        | 10,0       | 8,1        | 13,1            |
| 3        | 4        | 3,2        | 9,5        | 6,3        | 12,6            |
| 1        | 4        | 6,3        | 12,0       | 6,3        | 12,0            |
| 6        | 8        | 6,4        | 7,8        | 10,0       | 11,4            |
| 2        | 4        | 5,7        | 10,2       | 6,3        | 10,9            |
| 5        | 6        | 4,5        | 7,3        | 7,8        | 10,6            |
| 6        | 7        | 3,2        | 7,8        | 5,4        | 10,0            |
| 7        | 8        | 5,4        | 5,4        | 10,0       | 10,0            |
| 7        | 9        | 6,3        | 5,4        | 8,1        | 7,1             |
| 5        | 7        | 5,8        | 7,3        | 5,4        | 6,8             |
| 6        | 9        | 9,1        | 7,8        | 8,1        | 6,8             |
| 5        | 8        | 10,6       | 7,3        | 10,0       | 6,6             |
| 2        | 5        | 13,0       | 10,2       | 7,3        | 4,5             |
| 1        | 5        | 15,7       | 12,0       | 7,3        | 3,6             |
| 5        | 9        | 12,1       | 7,3        | 8,1        | 3,3             |
| 3        | 5        | 14,9       | 9,5        | 7,3        | 1,9             |

| <b>i</b> | <b>j</b> | <b>dij</b> | <b>d0i</b> | <b>dj0</b> | <b>economia</b> |
|----------|----------|------------|------------|------------|-----------------|
| 2        | 6        | 16,3       | 10,2       | 7,8        | 1,7             |
| 4        | 5        | 12,0       | 6,3        | 7,3        | 1,6             |
| 3        | 9        | 16,0       | 9,5        | 8,1        | 1,5             |
| 4        | 9        | 13,2       | 6,3        | 8,1        | 1,2             |
| 1        | 6        | 18,7       | 12,0       | 7,8        | 1,1             |
| 1        | 9        | 19,4       | 12,0       | 8,1        | 0,6             |
| 2        | 7        | 15,0       | 10,2       | 5,4        | 0,6             |
| 3        | 6        | 17,0       | 9,5        | 7,8        | 0,3             |
| 1        | 7        | 17,1       | 12,0       | 5,4        | 0,3             |
| 3        | 8        | 19,2       | 9,5        | 10,0       | 0,3             |
| 4        | 6        | 13,9       | 6,3        | 7,8        | 0,2             |
| 2        | 9        | 18,0       | 10,2       | 8,1        | 0,2             |
| 4        | 8        | 16,1       | 6,3        | 10,0       | 0,2             |
| 2        | 8        | 20,1       | 10,2       | 10,0       | 0,1             |
| 3        | 7        | 14,9       | 9,5        | 5,4        | 0,0             |



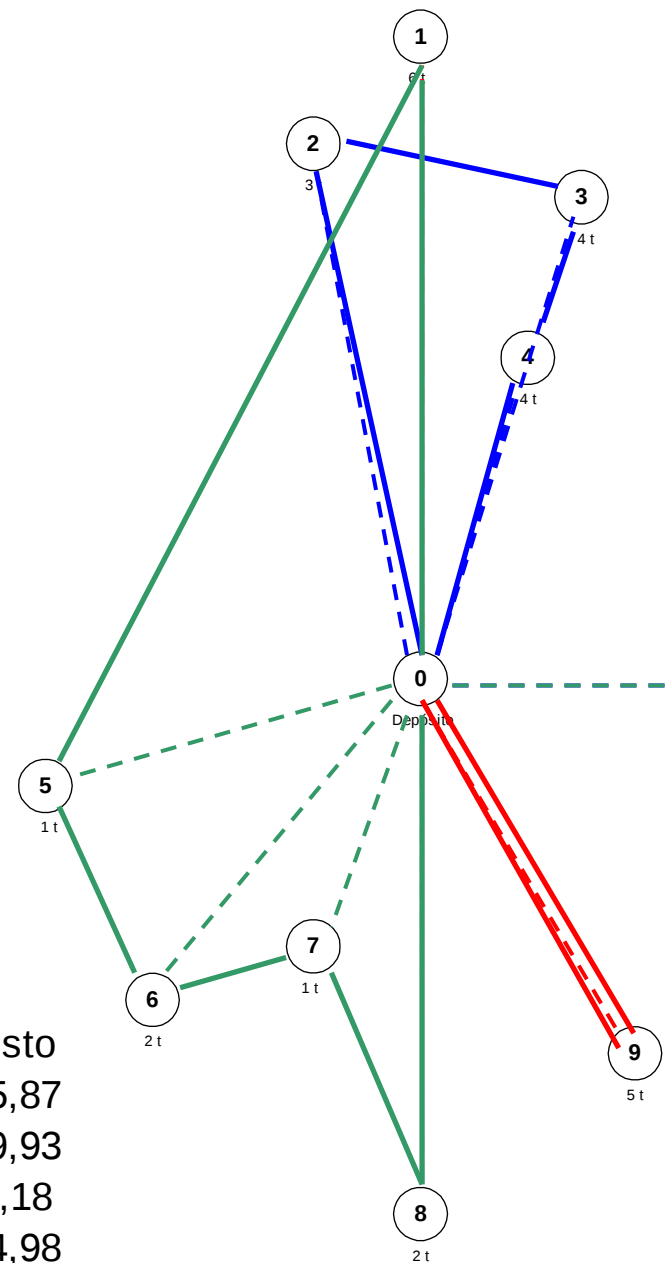
| i | j | dij  | d0i  | dj0  | economia |
|---|---|------|------|------|----------|
| 1 | 2 | 2.8  | 12.0 | 10.2 | 19.4     |
| 1 | 3 | 4.2  | 12.0 | 9.5  | 17.2     |
| 2 | 3 | 5.1  | 10.2 | 9.5  | 14.6     |
| 8 | 9 | 5.0  | 10.0 | 8.1  | 13.1     |
| 3 | 4 | 3.2  | 9.5  | 6.3  | 12.6     |
| 1 | 4 | 6.3  | 12.0 | 6.3  | 12.0     |
| 6 | 8 | 6.4  | 7.8  | 10.0 | 11.4     |
| 2 | 4 | 5.7  | 10.2 | 6.3  | 10.9     |
| 5 | 6 | 4.5  | 7.3  | 7.8  | 10.6     |
| 6 | 7 | 3.2  | 7.8  | 5.4  | 10.0     |
| 7 | 8 | 5.4  | 5.4  | 10.0 | 10.0     |
| 7 | 9 | 6.3  | 5.4  | 8.1  | 7.1      |
| 5 | 7 | 5.8  | 7.3  | 5.4  | 6.8      |
| 6 | 9 | 9.1  | 7.8  | 8.1  | 6.8      |
| 5 | 8 | 10.6 | 7.3  | 10.0 | 6.6      |
| 2 | 5 | 13.0 | 10.2 | 7.3  | 4.5      |
| 1 | 5 | 15.7 | 12.0 | 7.3  | 3.6      |
| 5 | 9 | 12.1 | 7.3  | 8.1  | 3.3      |
| 3 | 5 | 14.9 | 9.5  | 7.3  | 1.9      |
| 2 | 6 | 16.3 | 10.2 | 7.8  | 1.7      |
| 4 | 5 | 12.0 | 6.3  | 7.3  | 1.6      |
| 3 | 9 | 16.0 | 9.5  | 8.1  | 1.5      |
| 4 | 9 | 13.2 | 6.3  | 8.1  | 1.2      |
| 1 | 6 | 18.7 | 12.0 | 7.8  | 1.1      |
| 1 | 9 | 19.4 | 12.0 | 8.1  | 0.6      |
| 2 | 7 | 15.0 | 10.2 | 5.4  | 0.6      |
| 3 | 6 | 17.0 | 9.5  | 7.8  | 0.3      |
| 1 | 7 | 17.1 | 12.0 | 5.4  | 0.3      |
| 3 | 8 | 19.2 | 9.5  | 10.0 | 0.3      |
| 4 | 6 | 13.9 | 6.3  | 7.8  | 0.2      |
| 2 | 9 | 18.0 | 10.2 | 8.1  | 0.2      |
| 4 | 8 | 16.1 | 6.3  | 10.0 | 0.2      |
| 2 | 8 | 20.1 | 10.2 | 10.0 | 0.1      |
| 3 | 7 | 14.9 | 9.5  | 5.4  | 0.0      |
| 4 | 7 | 11.7 | 6.3  | 5.4  | 0.0      |





# Varredura Angular

| Ponto | Ângulo (°) | Ângulo Ajust |
|-------|------------|--------------|
| 1     | 90         | 90           |
| 2     | 101        | 101          |
| 3     | 72         | 72           |
| 4     | 72         | 72           |
| 5     | 196        | 196          |
| 6     | 230        | 230          |
| 7     | 248        | 248          |
| 8     | -90        | 270          |
| 9     | -60        | 300          |

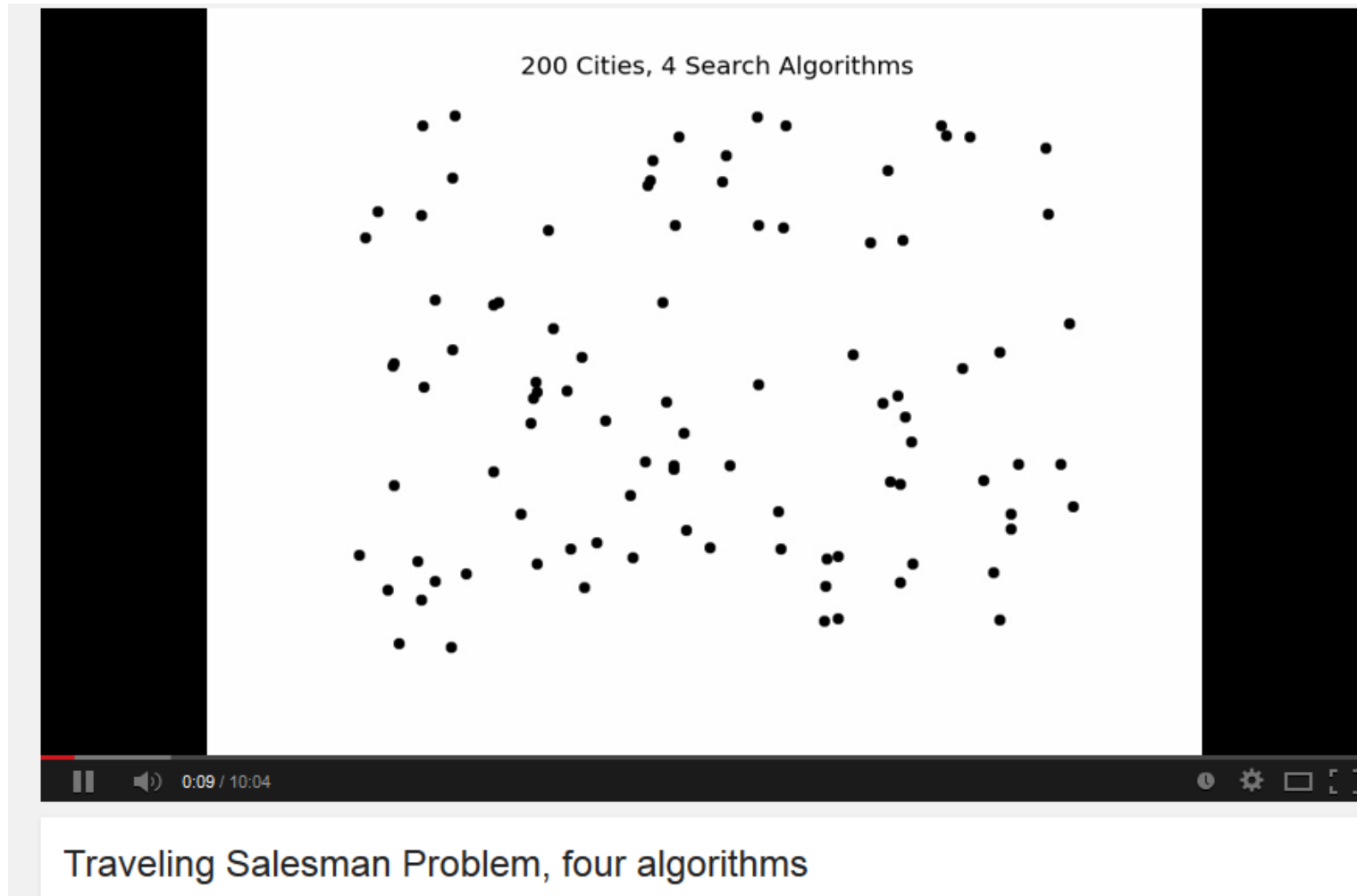


## Varredura c/ Sequencia de Pontos (sentido anti-horário)

| Pontos Selec | Roteiro     | Carga (t) | Veiculo | Distancia | Custo  |
|--------------|-------------|-----------|---------|-----------|--------|
| 3-4-2-5      | 0-4-3-2-5-0 | 12,0      | 12t     | 38,7      | 115,87 |
| 1-6-7-8      | 0-1-6-7-8-0 | 11,0      | 12t     | 48,6      | 119,93 |
| 9            | 0-9-0       | 5,0       | 6t      | 16,2      | 69,18  |
|              |             |           |         |           | 304,98 |

| Método               | Rota | Veículo | Sequência     | Distância    | Custo          |
|----------------------|------|---------|---------------|--------------|----------------|
| Vizinho mais proximo | 1    | 12t     | 0-7-6-5-8-9-0 | 36,8         | 115,088        |
|                      | 2    | 12t     | 0-4-3-2-0     | 24,8         | 110,168        |
|                      | 3    | 6t      | 0-1-0         | 24           | 71,68          |
|                      | tot  |         |               | <b>85,6</b>  | <b>296,936</b> |
| Economias            | 1    | 12t     | 0-2-1-0       | 25           | 110,25         |
|                      | 2    | 12t     | 0-4-3-0       | 19           | 107,79         |
|                      | 3    | 12t     | 0-7-9-8-6-5-0 | 34,9         | 114,309        |
|                      | tot  |         |               | <b>78,9</b>  | <b>332,349</b> |
| Varredura            | 1    | 12t     | 0-4-3-2-5-0   | 38,7         | 115,867        |
|                      | 2    | 12t     | 0-1-6-7-8-0   | 48,6         | 119,926        |
|                      | 3    | 6t      | 0-9-0         | 16,2         | 69,184         |
|                      | tot  |         |               | <b>103,5</b> | <b>304,977</b> |

# Outros recursos para entender métodos



# Aspectos Práticos da Roteirização de Veículos

# CARACTERÍSTICAS DOS ATENDIMENTOS

- **Horários de atendimento (janela de tempo)**
  - mais de uma por dia (8-10h e 14-16h),
  - rígida ou flexível (com penalização)
- **Tempo de atendimento**
  - fixo + variável (por quantidade)
  - taxas de carga/descarga
  - de acordo com o horário do dia
- **Solicitações/Demandas**
  - conhecidas antecipadamente
  - vão surgindo ao longo do dia
  - não conhecidas/conhecidas parcialmente

# CARACTERÍSTICAS DOS ATENDIMENTOS

- **Tipo de operação**
  - só carga ou só descarga
  - carga e/ou descarga
- **Precedência**
  - “primeiro precisa coletar para depois entregar !”
- **Tipos de veículo que podem atender**
  - tamanho do veículo
  - tipo de equipamento (plataforma elevatória)
  - configuração (“sider)

# CARACTERÍSTICAS DOS ATENDIMENTOS

- **Tipos de carga**

- um
- mais de um (carga refrigerada, térmica, seca)

- **Tratamento de clientes/atendimentos**

- com prioridades para atendimento
- clientes que não podem estar juntos na mesma rota

- **Clientes/atendimentos**

- mudam todo dia ?
- são fixos ?

# CARACTERÍSTICAS DA OPERAÇÃO

- **Localização da frota**
  - uma base ou múltiplas bases de onde partem os veículos
- **Composição da frota**
  - homogênea ou heterogênea
- **Tamanho da frota**
  - fixo ou variável (tantos veículos quanto forem necessários)
- **Reaproveitamento de veículos**
  - (nova viagem caso retorne cedo)
- **Frota própria versus terceiros**
  - quais rotas atribuir a terceiros ?

# CARACTERÍSTICAS DA OPERAÇÃO

- **Duração das rotas**
  - tempo, distância
- **Paradas para refeição e descanso**
  - em locais fixos ?
- **Horas extras**
  - Limite ?
  - Vale a pena ?
- **Distribuição homogênea da carga de trabalho**
  - evitar ter motoristas trabalhando muito e outros pouco

# CARACTERÍSTICAS DA OPERAÇÃO

- **Rotas fixas ou variáveis ?** (mudam todos os dias)
- **Alteração de rotas**
  - (Mudanças dinâmicas caso receba novas solicitações)
- **Percurso predominante**
  - Áreas urbanas
  - Rodovias
- **Roteiros de atendimento vs roteiros de vendedores**

# ASPECTOS PRÁTICOS QUE AFETAM A ROTEIRIZAÇÃO

- **Representação para cálculos de distâncias e tempos**
  - coordenadas - distâncias euclidianas
  - malha viária - mapas digitais
    - como obter ?
    - qualidade dos mapas
    - como atualizar ?
- **Cálculos de distâncias e tempos de viagem**
  - tempos de viagem - congestionamento- variação horária
  - caminhos: menor distância ou tempo ?